VYSOKÁ ŠKOLA EKONOMICKÁ V PRAZE
FAKULTA INFORMATIKY A STATISTIKY

Název diplomové práce:

Makroekonomická analýza pomocí DSGE modelů

Autor: **Anna Průchová**
Katedra: **Katedra ekonometrie**
Obor: **Ekonometrie a operační výzkum**
Vedoucí práce: **Ing. Jan Zouhar, Ph.D.**

Prohlášení:

Prohlašuji, že jsem diplomovou práci na téma „Makroekonomická analýza pomocí DSGE modelů“ zpracovala samostatně. Veškerou použitou literaturu a další podkladové materiály uvádím v seznamu použité literatury.

V Českých Budějovicích dne 8. 8. 2012 .....

Anna Průchová

Poděkování:

Na tomto místě bych ráda poděkovala vedoucímu své diplomové práce Ing. Janu Zouharovi, Ph.D. za cenné rady a připomínky.

Abstrakt

Název práce: Makroekonomická analýza pomocí DSGE modelů
Autor: Anna Průchová
Katedra: Katedra ekonometrie
Vedoucí práce: Ing. Jan Zouhar, Ph.D.

Modely dynamické stochastické všeobecné rovnováhy jsou odvozeny z mikroekonomických vztahů a počítají s racionálním očekáváním subjektů při změně hospodářské politiky. Díky tomu jsou odolné vůči Lucasově kritice. DSGE modely jsou nejčastěji spojovány s modelem nové keynesiánské ekonomie. V této práci je představen základní model, který je tvořen dynamickou IS křivkou, Phillipsovou křivkou a pravidlem monetární politiky. Teoreticky je popsána metoda Blancharda a Kahna, která slouží k řešení linearizovaného modelu. Dále je uveden postup dvou metod pro stanovení hodnot parametrů – kalibrace a bayesovský odhad. Pomocí kalibrace je model přizpůsoben podmínkám české ekonomiky. Porovnáním výsledků numerických experimentů a empirických dat z České republiky je posouzena vhodnost zkoumaného DSGE modelu coby nástroje pro analýzu dopadu monetárního šoku.

Klíčová slova: *DSGE modely, model nové keynesiánské ekonomie, kalibrace, bayesovský odhad*

Abstract

Title: The Macroeconomic Analysis with DSGE Models
Author: Anna Průchová
Department: Department of Econometrics
Supervisor: Ing. Jan Zouhar, Ph.D.

Dynamic stochastic general equilibrium models are derived from microeconomic principles and they retain the hypothesis of rational expectations under policy changes. Thus they are resistant to the Lucas critique. The DSGE model has become associated with new Keynesian thinking. The basic New Keynesian model is studied in this thesis. The three equations of this model are dynamic IS curve, Phillips-curve and monetary policy rule. Blanchard and Kahn‘s approach is introduced as the solution strategy for linearized model. Two methods for evaluating DSGE models are presented – calibration and Bayesian estimation. Calibrated parametres are used to fit the model to Czech economy. The results of numeric experiments are compared with empricial data from Czech republic. DSGE model‘s suitability for monetary policy analysis is evaluated.

Keywords: *DSGE models, New Keynesian model, calibration, Bayesian estimation*

OBSAH

ÚVOD 6
1 DSGE MODELY 8
1.1 Historické okolnosti vzniku 8
1.2 Současné využití 10
1.3 Metodologický postup 12
2 VÝCHODISKA NOVÉ KEYNESIÁNSKÉ EKONOMIE 13
2.1 Domácnost 13
2.2 Firmy 16
2.3 Tržní rovnováha 18
3 FORMULACE A ŘEŠENÍ DSGE MODELU 20
3.1 Logaritmická linearizace modelu 20
3.2 Redukce modelu 26
3.3 Stanovení hodnot parametrů 30
3.4 Posouzení kvality modelu 33
4 MODEL V PODMÍNKÁCH ČESKÉ EKONOMIKY 35
4.1 Data a jejich transformace 35
4.2 Kalibrace parametrů 41
4.3 Simulace monetárního šoku 43
ZÁVĚR 46
LITERATURA 48
PŘÍLOHA 51

ÚVOD

V současné době je vysoce aktuální problematika *DSGE modelů*, modelů dynamické stochastické všeobecné rovnováhy (*dynamic stochastic general equilibrium models*), neboť se jedná o pomyslný poslední stupeň ekonometrického vývoje. DSGE modely se stále častěji objevují v analytickém aparátu centrálních bank, zároveň s tím však čelí rostoucí kritice a z tohoto důvodu jsou opakovaně předmětem odborných přednášek a diskuzí. Dle mého názoru jde o velmi zajímavé téma, které bych ve své práci ráda představila.

Cílem této je především vysvětlení základních principů DSGE modelů a nastínění metod jejich odhadu. Zároveň se pokusím nabídnout dostatek odborné literatury, ve které je možné dohledat podrobnosti či nastudovat postupy alternativních metod. Metody používané při řešení a odhadech DSGE modelů nepatří ke standardním postupům, které byly využívány v minulosti. Z tohoto důvodu existuje jen velmi málo česky psané literatury vysvětlující tuto problematiku. Při psaní budu tedy vycházet především z knihy Davida N. DeJonga a Chetana Davea „Structural Macroeconometrics“ a z knihy Jordi Galího „Monetary Policy, Inflation, and the Business Cycle: An Introduction to the New Keynesian Framework“.

Nejprve ve stručnosti shrnu vývoj ekonometrických modelů a objasním, proč jsou DSGE modely považovány za hlavní proud v současné makroekonomické analýze. Zároveň také nastíním, v čem spočívá nejčastější kritika těchto modelů. První kapitola je ukončena stručným metodologickým postupem pro makroekonomickou analýzu pomocí DSGE modelu.

DSGE modely mohou být aplikovány na libovolnou ekonomickou teorii, nejčastěji jsou však spojovány s novou keynesiánskou ekonomií. Z tohoto důvodu se zaměřím na analýzu základního modelu nové keynesiánské ekonomie, a to pro malou uzavřenou ekonomiku. Ve druhé kapitole představím subjekty, které se v modelu rozhodují, a charakterizuji vztahy mezi nimi. Pochopení tohoto základního modelu může být východiskem při práci se složitějšími modely.

Třetí kapitola se detailně věnuje jednotlivým krokům metodologického postupu. Nejprve budou pomocí linearizace odvozeny tři základní rovnice modelu nové keynesiánské ekonomie. Následně provedu redukci tohoto modelu, tj. vyjádřím endogenní proměnné jako funkci exogenních a predeterminovaných proměnných, a zjistím, zda existuje jednoznačné řešení modelu. Za tímto účelem využiji metodu Blancharda a Kahna. Navazuje oddíl řešící problematiku stanovení hodnot parametrů modelu. Podrobněji popíšu dva postupy – kalibraci a bayesovský odhad. Dále nastíním způsoby testování kvality modelu.

V závěrečné kapitole použiji získané teoretické poznatky při analýze časových řad z České republiky, a to pro období od prvního čtvrtletí 1996 do prvního čtvrtletí 2012. Odvozený model přizpůsobím podmínkám české ekonomiky a následně zjistím, jak systém zareaguje na restriktivní opatření centrální banky.

1 DSGE MODELY

1.1 Historické okolnosti vzniku

První snahy o propojení ekonomické teorie se statistickými daty můžeme najít v devatenáctém století. Podle Mary S. Morgan (1990) se za průkopníka v této oblasti dá považovat Wiliam Stanley Jevons. Ten ve své práci spojoval hospodářské cykly s pohybem vesmírných těles. V jeho prvotních pracích na toto téma například tvrdil, že cyklus slunečních skvrn způsobuje cyklus počasí. Počasí ovlivňuje úrodu a ta má zřejmě vliv na vývoj cen. Nikdy se však nepodařilo prokázat, že by jedenáctiletý cyklus slunečních skvrn byl skutečně ve vztahu s cenou obilí. Jak dále uvádí Morgan, Jevons si tento nedostatek důkazů vysvětloval tím, že na úrodu působí kromě slunce řada dalších faktorů. Kvůli ostatním sociálním, ekonomickým a politickým vlivům tak není zřejmý vztah mezi cyklem slunečních skvrn a cyklem hospodářským.

Dalším ekonomem, který dával do souvislosti vesmírná tělesa a hospodářský cyklus byl například na začátku dvacátého století Henry Ludwell Moore. Ten věřil v propojení pohybu Venuše, počasí a hospodářského cyklu.

První skutečně komplexní národní makroekonomický model vytvořil pro Nizozemí v roce 1936 Jan Tinbergen. Jak uvedl Christopher A. Sims ve své nobelovské prezentaci (Sims, 2011), Tinbergen navrhl model, který byl statistický a obsahoval rezidua. Po odhadu parametrů modelu byly následně konstruovány jejich konfindenční intervaly. Tinbergen popsal ekonomiku vícerovnicovým modelem na agregované úrovni, odhady však prováděl postupně pro každou rovnici zvlášť a nesnažil se odhadnout model jako celek.

V roce 1944 přispěl Trygve Haavelmo svým článkem s názvem The Probability Approach in Econometrics do časopisu Econometrica[1]. Rozsah tohoto příspěvku byl 118 stran a zabral celé jedno vydání časopisu. V tomto článku Haavelmo rozšířil myšlenku pravděpodobnostního modelu a jako první provedl simultánní odhad rovnic. Za tento přínos získal v roce 1946 titul PhD. Ve své další práci Haavelmo ukázal, jakým způsobem sestavit, odhadnout a testovat jednoduchý keynesiánský model. Keynesiánskou teorii si vybral z toho důvodu, že v té době byla hlavním ekonomickým proudem. V roce 1989 byl Haavelmo za svoji práci oceněn Nobelovou cenou. Získal ji za objasnění pravděpodobnostních základů ekonometrie a za analýzu simultánních ekonomických struktur. Nalezení způsobu odhadu simultánních rovnic a propojení

[1] Econometrica je časopis Ekonometrické společnosti. Uveřejňuje články z teoretické i empirické ekonomie. Pravidelně vychází od roku 1933.

ekonometrie s teorií pravděpodobnosti znamenalo značný posun v makroekonomickém modelování a velký přislib do budoucna.

Na Haavelmovu práci navázali začátkem šedesátých let špičkoví teoretikové z Cowles Foundation[2]. Středem jejich zájmu bylo zkoumání vlivu hospodářské politiky na ekonomickou stabilitu. Spolupráce makroekonomů a ekonometrů na půdě tohoto ústavu vedla k formulaci modelů, které obsahovaly stovky rovnic. Díky rozvíjející se počítačové technice bylo možné tyto modely odhadovat a testovat.

V roce 1970 byl však pozorován jev, který se neshodoval s tehdejší ekonomickou teorií a který ekonomové následně označili jako stagflaci. Dosavadní teorie, která byla podpořena i ekonometrickými modely, byla založena na předpokladu, že zvyšováním inflace je možné snižovat nezaměstnanost. V roce 1970 se však neustále zvyšovala inflace, zároveň s ní ale i nezaměstnanost. Tehdejší modely v tomto ohledu selhaly, keynesiánství bylo na ústupu.

Zásadní roli v dalším vývoji makroekonomických modelů pak sehrála tzv. *Lucasova kritika*. Robert Lucas poukázal na to, že není možné sledovat dopad změny hospodářské politiky na vývoj ekonomiky, pokud je predikce založena na odhadu redukovaného modelu (Lucas, 1976). Statisticky lze skutečně pozorovat negativní závislost mezi inflací a nezaměstnaností. Tento vztah však vychází z rozhodování všech subjektů v ekonomice, které do svých úvah započítávají právě i současnou hospodářskou politiku. Vycházet tak z odhadnutého vztahu mezi inflací a nezaměstnaností a počítat s tím, že bude tento vztah dále fungovat stejným způsobem i po změně hospodářské politiky, by bylo mylné. Při změně hospodářské politiky se totiž v důsledku *racionálního očekávání* změní také chování ekonomických subjektů. Obdobnou myšlenku vyjadřuje i tzv. Goodhartův[3] zákon, který byl formulován již v roce 1975 a jehož podstatou je, že pokud je pozorován statisticky významný vztah mezi ekonomickými proměnnými a vláda jej využije při formulaci hospodářské politiky, pak přestane tento vztah platit.

Na základě těchto tvrzení Lucas navrhl vystavět modely nikoli na agregátních veličinách, ale na mikroekonomických základech. Například preference domácností nebo technologie se totiž považují za nezávislé na hospodářské politice. Odhadovány jsou potom takzvané *hluboké strukturální parametry* (*deep prameters*). Parametry redukovaných rovnic jsou funkcí těchto hlubokých parametrů.

Jako reakce na Lucasovu kritiku tak vznikly modely, které se snaží popsat makroekonomické vztahy a vysvětlit hospodářský cyklus pomocí mikroekonomických

---

[2] Cowles Foundation je výzkumný ústav pro ekonomii, založený v roce 1932 v Coloradu. Hlavním cílem ústavu v té době bylo propojit ekonomickou teorii s matematikou a statistikou.

[3] Charles Albert Eric Goodhart, bývalý poradce Bank of England a emeritní profesor na London School of Economics.

základů a racionálního očekávání ekonomických subjektů. Behaviorální rovnice popisující vztahy agregátních veličin jsou nahrazeny užitkovými funkcemi firem a domácností. Takovýmto modelům se začalo říkat *DSGE modely*, modely dynamické stochastické všeobecné rovnováhy (*dynamic stochastic general equilibrium*). Jak název napovídá DSGE modely zkoumají vývoj veličin v čase, počítají se stochastickými šoky a hledají všeobecnou rovnováhu. Uvažovat tak můžeme různé subjekty (domácnosti, firmy, centrální banka), které sledují svůj prospěch, optimalizují své užitkové funkce a ve výsledku všichni dosahují rovnováhy. DSGE modely mohou být aplikovány na libovolnou teorii, nejčastěji jsou však spojovány s novým keynesiánským modelem.

V roce 1982 přišli Finn E. Kydland a Edward C. Prescott se zcela novým empirickým přístupem. Parametry neodhadovali klasickými ekonometrickými postupy, místo toho prováděli takzvanou *kalibraci modelu*. Při kalibraci se strukturální parametry stanoví pomocí předchozích empirických výstupů a zkušeností. Získají se tak teoretické údaje o sledovaných veličinách. Tyto teoretické hodnoty se následně porovnávají se skutečně změřenými veličinami a zjišťuje se míra jejich shody. Tento způsob vystavění modelu se nejdříve setkal s kritikou. Za hlavní nedostatek považovalo mnoho ekonometrů fakt, že parametry získané kalibrací nelze statisticky testovat. Postupem času se však kalibrace stala hojně užívanou a byla základním kamenem při tvorbě dalších propracovanějších postupů, které slouží k odhadování parametrů modelu.

1.2 Současné využití

V posledních letech se odhady DSGE modelů těší velké oblibě a jsou považovány za hlavní proud v současné makroekonomické analýze. Stále více centrálních bank přihlíží při rozhodování o monetární politice i k odhadnutým DSGE modelům. Jedná se především o centrální banky vyspělých zemí, ale pozadu nezůstávají ani banky z rozvíjejících se ekonomik. Příkladem mohou být analytici v americkém FEDu, kteří využívají model SIGMA. S jeho pomocí zkoumají vliv různých šoků na ekonomiku. Předmětem jejich zájmu jsou především šoky způsobené monetární politikou, zvyšováním vládních výdajů, zvyšováním domácí či zahraniční poptávky a šok rizikové prémie v rovnici nekryté úrokové parity (Erceg, Guerrieri a Gust, 2006). Švédská centrální banka Sveriges Riksbank využívá model RAMSES (the Riksbank Aggregate Macromodel for Studies of the Economy of Sweden) k vytváření alternativních odhadů podle vývoje mezd, úrokové míry nebo změn v zahraniční politice (Adolfson, 2007). Centrální banka v Chile vytvořila model MAS, který je využíván k posouzení vlivu šoků na hospodářský cyklus, přičemž se předpokládá, že zásadní vliv na hospodářský cyklus má v Chile cena mědi. Analytici tedy zkoumají dopady přechodných šoků ve vývoji ceny mědi při platnosti různých fiskálních pravidel (Medina, Soto, 2006). Jako další můžeme uvést Bank of England, která využívá model

BEQM (the Bank of England Quarterly Model), finskou centrální banku Suomen Pankki s modelem Aino či Bank of Canada s modelem ToTEM.

DSGE modely jsou využívány i v České republice. Od ledna 2007 probíhalo testování DSGE modelu v České národní bance. Vedle tehdejšího QPM modelu (Quarterly Projection Model) byly rok a půl zaznamenávány i výstupy z DSGE modelu. Všechny výsledky byly velmi příznivé, proto v červenci 2008 nahradil DSGE stávající QPM model. Pro Ministerstvo financí České republiky byl vytvořen model nazvaný HUBERT, což je jednoduchý DSGE model nové keynesiánské ekonomie, který Ministerstvo využívá k simulaci i k pravidelné makroekonomické predikci.

Camilo E. Tovar (2008) se domnívá, že využití DSGE modelů by mohlo být ještě větší. Centrální banky sice modely používají, ale většinou pouze jako modely podpůrné, nikoli jako hlavní analytický a predikční nástroj (tzv. *core model*). Tovar si je samozřejmě vědom toho, že jde o metodu relativně novou a každá nová metoda musí být nejprve ověřována a testována, zda podává skutečně relevantní výsledky. Problémů, které brání většímu rozšíření DSGE modelů však vidí více. Jednou z příčin je podle něj fakt, že metody řešení a odhadu, které jsou základním kamenem v DSGE modelech, nepatří ke standardním postupům, které byly využívány v minulosti. Jako příklad může uvádí bayesovskou techniku, která se běžně na vysokých školách a univerzitách zatím nevyučuje. S tímto problémem souvisí také to, že nezkušený uživatel se ztrácí v zápisu a notaci modelu. Je tak velmi těžké prezentovat výsledky modelů nezasvěceným tvůrcům hospodářské politiky. Prezentace veřejnosti je pak již téměř nemožná. Jak dále uvádí Tovar, k porozumění, jak tyto modely fungují, je zapotřebí zkušených makroekonometrů s vynikajícími statistickými a programovacími schopnostmi. Centrální banky tak musí při vývoji těchto modelů investovat nemalé finanční zdroje.

Je třeba připomenout, že jako každá teorie, má také analýza makroekonomických časových řad pomocí DSGE modelů své příznivce i odpůrce. V ekonomii se obdobně jako v ostatních vědách uplatňuje princip zvaný *Occamova břitva* (*Occam's razor*), který vyzdvihuje jednoduchost a přehlednost teorie. Analýza DSGE modelů není výjimkou, a tak při řešení dochází ke zjednodušování například v podobě předpokladu reprezentativních ekonomických subjektů, linearizace vztahů či agregace dat. Právě tato zjednodušení vyvolávají často kritiku. V literatuře bývá zdůrazňována nepřesnost linearizovaných rovnic, zejména Eulerovy rovnice spotřeby (Ludvigson, Paxson, 1997). Robert Solow pak napadá samotné základní předpoklady DSGE modelů. Kritizuje především agregaci dat, uvažování reprezentativních subjektů (domácností, firem…) a také jejich racionalitu. Dále zpochybňuje i mikroekonomické základy modelu a jako mnoho dalších poukazuje na selhání modelů v případě finanční krize, která začala v roce 2007 (Solow, 2010). Nejčastěji se lze setkat s výtkou, že využívané modely nevhodně zachycují finanční trh a ignorují strnulosti na tomto trhu. Je však třeba říci, že DSGE model nové keynesiánské ekonomie se strnulostmi na

finančním trhu byl analyzován již před finanční krizí, např. v (Bernanke, Gertler a Gilchrist, 1999). V té době se ovšem nepředpokládalo, že by dopady finančních šoků byly významné, a tak se, ve shodě s Occamovou břitvou, tento model příliš nerozšířil.

DSGE modely tedy nejsou dokonalé. Jak ale zmínil Christopher A. Sims (2010): „Finanční krize není signálem, že by vše, s čím jsme dosud pracovali, bylo chybné. Neznamená to ani, že existuje alternativa k současným metodám, kterou bychom měli používat.“ Finanční krize a další reálné situace ukazují, jakým směrem se má na modelech zapracovat a jak je zlepšovat.

1.3 Metodologický postup

Nyní popíšeme základní kroky při makroekonomické analýze pomocí DSGE modelů. Jedná se o rozšíření metodologie, kterou představili Kydland a Prescott (1996).

Krok 1: Formulujeme kvantitativní otázku, jejíž odpověď nám pomůže objasnit předložený ekonomický problém. Za vhodně formulované lze považovat například následující otázky. Jak velký vliv na změnu endogenní proměnné má změna proměnné exogenní? Je možné modelovat dané vlastnosti systému použitím zadané teorie? Jak velkou měrou přispívá k pozorovanému jevu daný šok?

Krok 2: V závislosti na položené otázce zvolíme ekonomickou teorii a na základě této teorie vytvoříme model analyzovaného systému.

Krok 3: Ekonomický model získaný v předchozím kroku zpravidla obsahuje rovnice nelineární v parametrech i v proměnných. Pro snazší práci s těmito vztahy se přistupuje k lineární či nelineární aproximaci kolem *stacionárního stavu* (*steady state*).

Krok 4: Následuje vyřešení modelu neboli nalezení jeho redukované formy. Pro vyjádření endogenních proměnných jako funkce exogenních a predeterminovaných proměnných lze volit mezi více metodami řešení (*solution strategies*). Výsledkem je získání jednoznačného řešení modelu, resp. určení zda jednoznačné řešení existuje.

Krok 5: Dále je zapotřebí stanovit hodnoty hlubokých strukturálních parametrů. Využít můžeme například *metodu maximální věrohodnosti, zobecněnou metodu momentů, kalibraci* či *bayesovský odhad.*

Krok 6: Nedílnou součástí analýzy je testování kvality modelu. V případě potřeby dochází k úpravě empirických dat tak, aby formálně odpovídala modelu.

Krok 7: Posledním krokem analýzy je formulace kvantitativní odpovědi na položenou ekonomickou otázku. Při formulaci odpovědi nesmíme opomenout doplnit i vyjádření nejistoty, která je s výsledným zjištěním spojena.

2 VÝCHODISKA NOVÉ KEYNESIÁNSKÉ EKONOMIE

V následující části představíme teoretická východiska nové keynesiánské ekonomie, na kterých je založen tzv. *základní model nové keynesiánské ekonomie* (*The Basic New Keynesian Model*). V tomto základním modelu se rozhodují tři subjekty – domácnost, firmy a tvůrce monetární politiky. Sektor zahraničí se neuvažuje, ekonomika je tedy uzavřená. Základní model nové keynesiánské ekonomie je značně zjednodušeným pohledem na makroekonomické vztahy, nelze tedy očekávat, že by přesně odpovídal realitě. Znalost tohoto modelu je však velmi důležitá, neboť z něj mohou být odvozovány další komplikovanější modely. Příkladem může být již zmiňovaný HUBERT, model MFČR nebo model g3, který používá ČNB.

Nová keynesiánská ekonomie se snaží doplnit keynesiánskou makroekonomii o nové zdůvodnění nepružnosti cen odvozené z mikroekonomických základů (Holman a kol., 2001). Důležitým předpokladem je proto nedokonalá konkurence mezi firmami. Firmy produkují diferencovaný produkt, a jsou tak v pozici monopolisty. Nemusí přijímat tržní ceny, ale mohou si stanovit ceny vlastní. Každá změna ceny však přináší určité náklady, tzv. *náklady jídelníčku* (*menu cost*), a také proto předpokládáme, že v daném časovém okamžiku změní cenu pouze část firem. Je velmi nepravděpodobné, aby nějaká firma měnila své ceny v každém časovém intervalu, či aby svou cenu nezměnila vůbec. Na komoditním trhu je tímto narušeno okamžité přizpůsobování cen, ceny jsou nepružné. Na trhu práce se oproti tomu počítá s dokonalou konkurencí a s okamžitým přizpůsobováním mezd.

2.1 Domácnost

Budeme pracovat s reprezentativní permanentně žijící domácností. Tato domácnost maximalizuje svou užitkovou funkci v nekonečném plánovacím horizontu. Pokud bychom tento předpoklad chtěli přiblížit skutečnosti, můžeme si představit, že současná domácnost maximalizuje užitek i s ohledem na příští generace. Zjednodušující podmínkou je, že se nikdy nezmění preference této domácnosti. Do užitkové funkce vstupuje spotřeba (C) a nabídka práce (N). Užitek je rostoucí ve spotřebě a klesající v nabídce práce. Formálně můžeme užitkovou funkci zapsat jako

$$\mathrm{E}_0 \sum_{t=0}^{\infty} \beta^t U(C_t, N_t),$$

kde E_0 značí očekávanou hodnotu v čase $t = 0$ a parametr β je diskontní faktor. Diskontní faktor β můžeme také vyjádřit jako $\beta = 1/(1 + \rho)$, kde ρ je subjektivní diskontní míra. Parametr β může nabývat hodnoty z intervalu (0, 1) Čím je subjektivní diskontní míra vyšší, tím nižší je diskontní faktor a tím méně je pro domácnost důležitý

budoucí užitek. Proměnná C_t představuje souhrnný spotřebitelský index, který vyjadřuje užitek z celého spotřebního koše, agreguje tak užitek ze všech jednotlivých produktů. Předpokládáme, že produktů je nespočetně mnoho a indexy i těchto produktů pokrývají interval [0, 1]. Úroveň spotřeby i-tého zboží v čase t, vyjádříme jako $C_t(i)$. Při vyjádření souhrnného indexu zboží vyjdeme z užitkové funkce s konstantní mírou substituce (*CES utility function*), kterou uvažovali např. Dixit, Stiglitz (1977). Výsledný tvar pak vypadá následovně:

$$C_t = \left[\int_0^1 C_t(i)^{\frac{\varepsilon-1}{\varepsilon}} di \right]^{\frac{\varepsilon}{\varepsilon-1}}, \tag{2.1}$$

kde $\varepsilon \in (0, \infty)$ vyjadřuje elasticitu substituce ve spotřebě. Dále pro každý produkt i známe také jeho cenu v čase t $P_t(i)$. Pokud bychom měli konečný počet produktů, mohli bychom celkové spotřební výdaje získat jako:

$$\sum_{i=1}^{N} P_t(i) C_t(i).$$

V našem případě suma probíhá kontinuálně, celkové výdaje proto vyjádříme pomocí integrálu jako:

$$\int_0^1 P_t(i) C_t(i) di. \tag{2.2}$$

Budeme předpokládat, že domácnost zná svůj optimální spotřebitelský index v čase t (C_t). Otázkou je, jakým způsobem celkovou spotřebu rozdělí mezi jednotlivé produkty. Řešení přináší optimalizační úloha, kdy domácnost minimalizuje celkové výdaje (2.2) za podmínky platnosti (2.1). Po vyřešení této úlohy pomocí variačního počtu získáme poptávku po i-tém zboží:

$$C_t(i) = \left[\frac{P_t(i)}{P_t} \right]^{-\varepsilon} C_t, \tag{2.3}$$

kde P_t je souhrnný cenový index definovaný jako:

$$P_t = \left[\int_0^1 P_t(i)^{1-\varepsilon} di \right]^{\frac{1}{1-\varepsilon}}.$$

Pro racionální domácnost, která se řídí poptávkovou funkcí (2.3), můžeme dosadit (2.3) do (2.2) a upravit následujícím způsobem:

$$\int_0^1 P_t(i) \left[\frac{P_t(i)}{P_t} \right]^{-\varepsilon} C_t di = \int_0^1 \frac{P_t^{1-\varepsilon}(i)}{P_t^{-\varepsilon}} C_t di = \frac{P_t^{1-\varepsilon}}{P_t^{-\varepsilon}} C_t = P_t C_t.$$

Je tedy zřejmé, že celkové spotřební výdaje můžeme vyjádřit jako součin souhrnného indexu zboží a souhrnného indexu cen.

Domácnost je při maximalizaci užitkové funkce limitována rozpočtovým omezením. Její celkové výdaje nesmí být větší než celkové příjmy. Tuto podmínku zapíšeme jako:

$$P_t C_t + Q_t B_t \leq B_{t-1} + W_t N_t + T_t .$$

Výrazem $P_t C_t$ jsme definovali celkové spotřební výdaje, B_t vyjadřuje nominální hodnotu obligací v čase t, které jsou splatné na konci periody t. Diskontováním nominální hodnoty pomocí krátkodobé úrokové míry i_t získáme současnou hodnotu obligace, tedy její cenu. Diskont je vyjádřen pomocí $Q_t = 1/(1 + i_t)$. Nabídku práce zastupuje proměnná N_t, mzdy proměnná W_t a T_t vyjadřuje hodnotu paušálního příjmu.

Domácnost má možnost zvyšovat své prostředky prodáváním obligací. Aby takto vzniklé dluhy splácela a nebyla v nekonečnu zadlužená, je třeba zavést následující omezení:

$$\lim_{t \to \infty} E_t (B_t) \geq 0.$$

Tato podmínka je známá jako *no-Ponzi-game condition* (Blanchard, Fischer, 1989). Často bývá také označována jako *transversality condition.* Takashi Kamihigashi ale upozorňuje na rozdíl mezi těmito dvěma podmínkami. Zatímco *no-Ponzi-game condition* zabraňuje předlužení, *transversality condition* vylučuje nadměrnou kumulaci majetku (Kamihigashi, 2006).

Maximalizační užitkovou funkci vyjádříme ve tvaru užitkové funkce s konstantní relativní averzí k riziku (*CRRA function*):

$$U(C_t, N_t) = \frac{C_t^{1-\sigma}}{1-\sigma} - \frac{N_t^{1+\varphi}}{1+\varphi},$$

kde $\sigma > 0$ značí převrácenou hodnotu mezičasové elasticity substituce spotřeby (resp. relativní averzi k riziku) a $\varphi > 0$ zastupuje inverzní elasticitu nabídky práce (tj. substituce mezi prací a spotřebou).

Díky tomu, že je užitková funkce konkávní a rozpočtové omezení vymezuje konvexní množinu, lze snadno najít extrém pomocí Lagrangeovy funkce:

$$\mathrm{L} = \mathrm{E}_0 \sum_{t=0}^{\infty} \beta^t \left[\frac{C_t^{1-\sigma}}{1-\sigma} - \frac{N_t^{1+\varphi}}{1+\varphi} + \lambda_t (B_{t-1} + W_t N_t + T_t - P_t C_t - Q_t B_t) \right],$$

kde λ_t je funkcí Lagrangeova multiplikátoru μ_t, a sice $\lambda_t = \mu_t / \beta^t$.

Spočteme derivace podle proměnných N_t, C_t, B_t a položíme je rovné nule:

$$\frac{\partial \mathrm{L}}{\partial C_t} : \lambda_t P_t = C_t^{-\sigma},$$

$$\frac{\partial \mathrm{L}}{\partial N_t} : N_t^{\varphi} = \lambda_t W_t,$$

$$\frac{\partial \mathrm{L}}{\partial B_t} : \beta^t \lambda_t Q_t = E_t \beta^{t+1} \lambda_{t+1}.$$

Po eliminaci Lagrangeových multiplikátorů získáme následující vztahy:

$$\frac{W_t}{P_t} = \frac{N_t^{\varphi}}{C_t^{-\sigma}}, \tag{2.4}$$

$$C_t^{-\sigma} = \mathrm{E}_t \beta P_t \frac{C_{t+1}^{-\sigma}}{P_{t+1} Q_t}. \tag{2.5}$$

Splnění no-Ponzi-game condition, rozpočtového omezení a podmínek (2.4) a (2.5) je v tomto případě nutnou a zároveň postačující podmínkou pro nalezení extrému užitkové funkce domácnosti.

2.2 Firmy

V oddíle 2.1 jsme zavedli předpoklad, že pracujeme s nespočetně mnoho výrobky a každému jsme přiřadili index $i \in [0,1]$. Nyní budeme předpokládat, že každý výrobek produkuje jedna firma. Máme tedy také nespočetně mnoho firem, kterým přiřadíme odpovídající index $i \in [0,1]$.

Při formulaci produkční funkce vyjdeme z klasického Keynesova modelu. Keynes předpokládal, že kapitálu je dostatek a není třeba ho do produkční funkce zahrnovat. Uvažovaná produkční funkce je proto jednofaktorová, počítá pouze s výrobním faktorem práce. Označíme produkci i-té firmy v čase t jako $Y_t(i)$ a můžeme zapsat:

$$Y_t(i) = A_t L_t^{1-\alpha}(i). \tag{2.6}$$

Technologická úroveň (A_t) je stejná pro všechny firmy, rozdílné je množství používané práce L_t. Koeficient α vyjadřuje pružnost produkce. Produkční funkce je rostoucí a shora omezená. Koeficient α tedy může nabývat hodnot z intervalu (0, 1).

Každá firma vyrábí jedinečný produkt, ocitáme se proto na monopolním trhu, kde si výrobci mohou stanovovat své ceny nezávisle na tržních cenách. Dalším předpokladem tohoto modelu je nepružnost cen. Ta může být modelována a vysvětlována různými způsoby. Nejčastěji se volí popis pomocí Calvova mechanismu (Calvo, 1983). Budeme uvažovat, že v čase t má možnost reoptimalizovat cenu jen určitý podíl všech firem, ten označíme jako $1 - \theta$. Znamená to, že s pravděpodobností θ

firma nebude cenu měnit. Průměrné setrvání ceny je tak možné vyjádřit jako $(1 - \theta)^{-1}$. Proto můžeme o θ hovořit jako o přirozeném indexu nepružnosti cen.

Pro snadnou konstrukci modelu musíme přijmout ještě dva velmi zjednodušující předpoklady. Prvním z nich je, že v čase t budou měnit cenu pouze firmy s podobnou technologickou strukturou, a všechny tak zvolí stejnou novou cenu, a sice P_t^*. Pokud bychom odstranili z množiny firem ty, které v čase i reoptimalizují ceny a uvažovali pouze zbylé firmy, nejspíše by se změnil celkový index P_t. Modelovat takový proces by bylo však velmi složité. Druhým zjednodušujícím předpokladem je tedy, že cenový index u firem, které nemění cenu, zůstane stejný, pouze se změní jeho váha v souhrnném indexu. Nový cenový index pak můžeme vyjádřit jako:

$$P_t = \left[\int_{S(t)} P_{t-1}(i)^{1-\varepsilon} di + (1-\theta)(P_t^*)^{1-\varepsilon} \right]^{\frac{1}{1-\varepsilon}} = \left[\theta(P_{t-1})^{1-\varepsilon} + (1-\theta)(P_t^*)^{1-\varepsilon}\right]^{\frac{1}{1-\varepsilon}}, \qquad (2.7)$$

kde $\mathbf{S}(t) \subset [0,1]$ vyjadřuje množinu firem, která v čase t ponechává stejnou cenu jako v čase $t - 1$.

Nyní odvodíme, jakým způsobem firmy nastavují nové ceny P_t^*. V čase t firmy maximalizují celkový diskontovaný zisk. Zisk vypočítáme, když od celkové tržby odečteme celkové náklady. V tomto případě zapíšeme:

$$\max_{P_t^*} \sum_{k=0}^{\infty} \theta^k \, \mathrm{E}_t \left\{ Q_{t,t+k} \left[P_t^* Y_{t+k|t} - \Psi_{t+k}(Y_{t+k|t}) \right] \right\}. \qquad (2.8)$$

Důležitou roli hraje v této účelové funkci výraz θ^k, který vyjadřuje, s jakou pravděpodobností firma nebude v čase $t + k$ (pro $k > 0$) přizpůsobovat svoji cenu. Pro $k = 0$ nabývá tento výraz hodnoty 1 a to signalizuje skutečnost, že v čase t firma s určitostí svoji cenu změní. Čím delší doba uplyne od doby poslední reoptimalizace, tím se pravděpodobnost setrvání ceny bude snižovat. V účelové funkci (2.8) diskontujeme pomocí $Q_{t,t+k}$ tzv. *stochastického diskontu* (*stochastic discount factor*, popř. *pricing kernel*). Jde o modifikaci klasické diskontní míry pro dynamické stochastické systémy, které musí počítat s rizikem (Hansen, Renault, 2010). Budoucí hodnotu z času $t + k$ tak oceníme v čase t pomocí diskontního faktoru β a zároveň mezní míry časové preference. Vyjádříme-li z (2.5) Q_t můžeme psát:

$$Q_{t,t+k} = \beta^k (C_{t+k}/C_t)^{-\sigma} (P_t/P_{t+k}).$$

Proměnná $Y_{t+k|t}$ v (2.8) označuje produkci firem v čase $t + k$, které svoji cenu naposledy změnili v čase t. Funkce $\Psi_{t+k}(\cdot)$ je nákladovou funkcí firem v čase $t + k$.

Omezující podmínky, které musí firmy dodržovat při optimalizaci, jsou odvozeny z poptávkové funkce domácnosti po produktu (2.3). Firmy budou produkovat právě takové množství, jaké poptává domácnost:

$$Y_{t+k|t} = \left(\frac{P_t^*}{P_{t+k}}\right)^{-\varepsilon} C_{t+k}, \qquad k = 0, 1, 2, \ldots .$$

Tento výraz dosadíme do účelové funkce (2.8):

$$\max_{P_t^*} \sum_{k=0}^{\infty} \theta^k \mathrm{E}_t \left\{ Q_{t,t+k} \left[P_t^* \left(\frac{P_t^*}{P_{t+k}}\right)^{-\varepsilon} C_{t+k} - \Psi_{t+k}(Y_{t+k|t}) \right] \right\}.$$

Pro nalezení maxima vyjádříme podmínky prvního řádu (tj. derivujeme podle P_t^* a výsledek položíme roven nule):

$$\sum_{k=0}^{\infty} \theta^k \mathrm{E}_t \left\{ Q_{t,t+k} \left[(1-\varepsilon) Y_{t+k|t} - \Psi'_{t+k}(Y_{t+k|t})(-\varepsilon) P_t^{*-1} Y_{t+k|t} \right] \right\} = 0.$$

Výslednou rovnici ještě dále upravíme. Vydělíme ji výrazem $(1 - \varepsilon)$ a vynásobíme P_t^*:

$$\sum_{k=0}^{\infty} \theta^k \mathrm{E}_t \left\{ Q_{t,t+k} Y_{t+k|t} \left(P_t^* - \Lambda \psi_{t+k|t} \right) \right\} = 0, \tag{2.9}$$

kde $\Lambda = \varepsilon/(\varepsilon - 1)$ a $\psi_{t+k|t} = \Psi'_{t+k}(Y_{t+k|t})$, jde tedy o nominální mezní náklady firem v čase $t + k$, které svoji cenu naposledy měnily v čase t.

Pokud bychom opustili předpoklad nepružnosti cen a uvažovali trh s okamžitým přizpůsobením cen (tj. $\theta = 0$), získali bychom $P_t^* = \Lambda \psi_t$, což můžeme přepsat jako:

$$MC_t = \frac{\psi_t}{P_t^*} = \frac{1}{\Lambda}. \tag{2.10}$$

Je tedy zřejmé, že reálné mezní náklady (MC_t) jsou konstantní.

2.3 Tržní rovnováha

Abychom dosáhli celkové rovnováhy, musí být v rovnováze trh komoditní a trh práce. Protože je model založen na Keynesově předpokladu dostatku kapitálu, není potřeba zavádět trh kapitálu.

Spotřeba každého výrobku $i \in [0,1]$ musí být rovna jeho produkci ve všech časových intervalech $t = 1, 2, \ldots$:

$$Y_t(i) = \mathrm{C}_t(i).$$

Agregátní spotřebu C_t vyjádříme pomocí souhrnného indexu zboží (2.1), obdobně můžeme konstruovat také agregátní produkci: $Y_t = \left(\int_0^1 Y_t(i)^{1-1/\varepsilon} di \right)^{\frac{\varepsilon}{\varepsilon-1}}$.

Rovnováhu na komoditním trhu pak zapíšeme jako:

$$Y_t = C_t, \qquad t = 1, 2, \ldots \tag{2.11}$$

Při rovnováze na komoditním trhu tak můžeme (2.5) přepsat:

$$Y_t^{-\sigma} = \mathrm{E}_t \beta P_t \frac{Y_{t+1}^{-\sigma}}{P_{t+1} Q_t}. \tag{2.12}$$

Rovnováha na trhu práce je dána vztahem:

$$L_t = \int_0^1 L_t(i)\, di\,,$$

kde L_t vyjadřuje celkovou nabídku práce a $L_t(i)$ poptávku po práci i firmy. S pomocí produkční funkce (2.6), poptávkové funkce (2.3) a podmínky rovnováhy na komoditním trhu (2.11), můžeme podmínku rovnováhy na pracovním trhu přepsat do tvaru:

$$N_t = \int_0^1 \left(\frac{Y_t(i)}{A_t} \right)^{1/(1-\alpha)} di \quad = \quad \left(\frac{Y_t}{A_t} \right)^{1/(1-\alpha)} \int_0^1 \left(\frac{P_t(i)}{P_t} \right)^{-\varepsilon/(1-\alpha)} di\,. \tag{2.13}$$

3 FORMULACE A ŘEŠENÍ DSGE MODELU

Ze vztahů získaných v předchozí kapitole je nejprve odvozena dynamická IS křivka (*dynamic IS equation, DIS)* a Phillipsova křivka nové keynesiánské ekonomie (*new Keynesian Phillips curve, NKPC*). Přidáním pravidla monetární politiky, založeném na úrokové míře (*interest rate-based monetary policy rule, MR*), získáme základní model nové keynesiánské ekonomie. S pomocí tohoto modelu podrobněji rozebereme kroky tři až šest z představené metodologie.

3.1 Logaritmická linearizace modelu

Rovnice, které jsme získali v předchozí kapitole odvozením podmínek prvního řádu a tržní rovnováhy, jsou nelineární v parametrech i v proměnných. Pro snazší práci s těmito rovnicemi volíme mezi lineární a nelineární aproximací kolem stacionárního stavu. Stacionární stav znamená, že veličiny charakteristické pro systém jsou nezávislé na čase. Veličiny jsou tak při absenci vnějších šoků v čase konstantní nebo vykazují konstantní tempo růstu. Technicky získáme hodnoty veličin ve stacionárním stavu tak, že odstraníme ve všech rovnicích časové indexy. Ve výsledku tak můžeme počítat ve stacionárním stavu s následujícími vztahy:

$$\begin{aligned}
&P_t = P_{t-1} = P_t^*, \\
&\frac{P_t}{P_{t-1}} = \Pi_t = 1, \\
&\pi_t = \Pi_{t-1} - 1 = 0, \\
&Y_{t+k|t} = Y, \\
&MC_{t+k|t} = MC, \\
&Q_{t,t+k} = \beta^k.
\end{aligned} \tag{3.1}$$

Srovnáním lineární a nelineární aproximace se zabývali např. DeJong a Dave (2007). Při volbě způsobu aproximace se musíme rozhodnout, zda dáme přednost jednoduchosti a rychlosti nebo přesnosti. Lineární přístup podstatně ulehčuje a zrychluje práci s modelem. Chyby, které vznikají nelineární aproximací, však bývají obecně méně významné než chyby způsobené lineární aproximací. DeJong a Dave se přiklánějí k nelineárnímu způsobu a minimalizaci aproximační chyby, zdůrazňují však, že k vyslovení obecného závěru musí být provedeno ještě více testů.

Pro další práci s námi definovaným modelem dáme přednost jednoduchosti a rychlosti a zvolíme log-lineární aproximaci rovnic. Označme pomocí X_t hodnotu sledované veličiny v čase t a pomocí X hodnotu této veličiny ve stacionárním stavu.

Pokud je výchozí vztah, který budeme linearizovat, ve tvaru: $\ln X_t = f(\ln X_{t-1}, \ln Z_t)$, naším cílem je vyjádřit Taylorův polynom prvního řádu:

$$\ln X_t \approx f(\ln X, \ln Z) + \left(\frac{\partial f(\ln X, \ln Z)}{\partial \ln X_{t-1}}\right)(\ln X_{t-1} - \ln X) + \left(\frac{\partial f(\ln X, \ln Z)}{\partial \ln Z_t}\right)(\ln Z_t - \ln Z).$$

Výpočet předchozího výrazu je značně náročný, využijeme proto postup, který popsal Uhlig (1995) a který logaritmickou linearizaci zjednoduší a urychlí. Nejprve si zavedeme proměnnou $\hat{x}_t$, pro kterou bude platit:

$$\hat{x}_t = \ln X_t \quad \ln X.$$

Hodnota $\hat{x}_t$ tak vyjadřuje procentuální odchylku veličiny X_t od stacionárního stavu, neboť:

$$\ln X_t - \ln X = \ln \frac{X_t}{X} \cong \frac{X_t}{X} - 1 = \frac{X_t - X}{X}.$$

Protože jde o odchylku, je stacionární stav veličiny $\hat{x}_t$ nulový. Můžeme tedy psát:

$$\mathrm{e}^{x_t} \cong \mathrm{e}^0 + \mathrm{e}^0(x_t - 0) = 1 + x_t,$$

což je Taylorův rozvoj prvního řádu kolem stacionárního stavu. Další užitečné vztahy, které můžeme při úpravách využít, pak vypadají následovně:

$$X\frac{X_t}{X} = X\mathrm{e}^{\ln\frac{X_t}{X}} = X\mathrm{e}^{\ln X_t - \ln X} \cong X(1 + \ln X_t - \ln X) = X(1 + \hat{x}_t) = X + X\hat{x}_t.$$

Pro větší přehlednost budeme dále logaritmy veličin značit malými písmeny, tj. $\ln X_t = x_t$, resp. $\ln X = x$.

Dynamická IS křivka

Jednou ze základních rovnic modelu nové keynesiánské ekonomie je dynamická IS křivka. Pomocí logaritmické linearizace ji můžeme odvodit ze vztahu (2.5). Rovnici nejprve zlogaritmujeme a poté vyjádříme ve stacionárním stavu:

$$-\sigma c_t = \ln\beta - \ln Q_t - \sigma c_{t+1} - \frac{p_{t+1}}{p_t},$$

$$-\sigma c = \ln\beta - \ln Q - \sigma c - \frac{p}{p}.$$

Získané rovnice od sebe odečteme a upravíme[4] do následujícího tvaru:

$$\hat{c}_t = \mathrm{E}_t \hat{c}_{t+1} - \frac{1}{\sigma}(\hat{i}_t - \mathrm{E}_t \hat{\pi}_{t+1}). \tag{3.2}$$

Tato rovnice je známá jako *Eulerova rovnice optimální spotřeby* (*consumption Euler equation*). Eulerovy rovnice určují pravidla optimálního chování. Jakékoli, byť dočasné, odchýlení nemůže být nikdy ku prospěchu (Kamihigashi, 2006).

Při platnosti podmínky tržní rovnováhy (2.11) platí také $y_t = c_t$, resp. $\hat{y}_t = \hat{c}_t$. Hodnota $\hat{y}_t$ značí mezeru produktu a je definována jako rozdíl logaritmů běžného produktu a rovnovážné hodnoty produktu ($\hat{y}_t = y_t - y_t^e$). Eulerovu rovnici pak můžeme přepsat do tvaru:

$$\hat{y}_t = \mathrm{E}_t \hat{y}_{t+1} - \frac{1}{\sigma}\left(\hat{i}_t - \mathrm{E}_t \hat{\pi}_{t+1}\right). \tag{3.3}$$

Rovnice (3.3) popisuje dynamickou IS křivku.

Phillipsova křivka nové keynesiánské ekonomie

Pro vyjádření NKPC si nejprve odvodíme vztah pro inflaci $\hat{\pi}_t$. Umocníme rovnici (2.7) výrazem $(1 - \epsilon)$, vydělíme hodnotou P_{t-1} a dostaneme:

$$\Pi_t^{1-\varepsilon} = \theta + (1-\theta)\left(\frac{P_t^*}{P_{t-1}}\right)^{1-\varepsilon}.$$

Následnou úpravou tohoto vztahu ve tvaru:

$$\mathrm{e}^{1-\varepsilon \pi_t} = \theta + (1-\theta)\mathrm{e}^{1-\varepsilon\left(p_t^* - p_{t-1}\right)},$$

získáme log-linearizovaný tvar kolem stacionárního stavu, který je rovnicí inflace:

$$\hat{\pi}_t = (1-\theta)\left(\hat{p}_t^* - \hat{p}_{t-1}\right). \tag{3.4}$$

Je zřejmé, že inflace vzniká právě kvůli změně ceny. Pokud by se firmy rozhodly ponechat cenou stejnou nebo pokud by byla množina reoptimalizujích firem prázdná, inflace by byla nulová.

V dalším kroku budeme log-linearizovat podmínku tržní rovnováhy (2.13). Získáme tak:

$$\hat{y}_t = \hat{a}_t + (1-\alpha)\hat{l}_t. \tag{3.5}$$

[4] $Q_t = (1/(1 + i_t))$, $-\ln Q_t = i_t$

Tuto rovnici využijme při úpravě vztahu mezi mezními náklady firmy a mezním produktem práce (MPL_t). Mezní produkt práce získáme derivací produkční funkce (2.6). Mezní náklady jsou definovány jako změna celkových nákladů při změně výstupu o jednotku. Protože počítáme s jednofaktorovou produkční funkcí, vyjadřuje změna celkových nákladů změnu nákladů na práci ($W\Delta L_t$). Mezní náklady pak můžeme vyjádřit jako:

$$MC_t = \frac{\partial L}{\partial Y}\frac{W}{P} = \frac{1}{MPL_t}\frac{W}{P}. \tag{3.6}$$

Log-linearizací a s pomocí (3.5) postupně získáme:

$$m\hat{c}_t = (\hat{w}_t - \hat{p}_t) - mp\hat{l}_t = (\hat{w}_t - \hat{p}_t) - (\hat{a}_t - \alpha\hat{l}_t) = (\hat{w}_t - \hat{p}_t) - \frac{1}{1-\alpha}(\hat{a}_t - \alpha\hat{y}_t). \tag{3.7}$$

Naprosto stejný způsob lze použít pro firmy, které reoptimalizují ceny. Výsledkem je tedy vztah:

$$m\hat{c}_{t+k|t} = (\hat{w}_{t+k} - \hat{p}_{t+k}) - mp\hat{l}_{t+k|t} = (\hat{w}_{t+k} - \hat{p}_{t+k}) - \frac{1}{1-\alpha}(\hat{a}_{t+k} - \alpha\hat{y}_{t+k|t}). \tag{3.8}$$

Vyjádřením rovnice (3.7) v čase $t+k$ a odečtením od (3.8) získáme:

$$m\hat{c}_{t+k|t} = m\hat{c}_{t+k} + \frac{\alpha}{1-\alpha}(\hat{y}_{t+k|t} - \hat{y}_{t+k}).$$

Tento výraz ještě upravíme pomocí vztahu pro poptávku (2.3) a podmínkou pro tržní rovnováhu $c_t = y_t$.

$$m\hat{c}_{t+k|t} = m\hat{c}_{t+k} + \frac{\alpha\varepsilon}{1-\alpha}(\hat{p}_t^* - \hat{p}_{t+k}). \tag{3.9}$$

Výsledný vztah pro procentuální odchylku mezních nákladů firem, které reoptimalizují cenu, od stacionárního stavu dosadíme do podmínky prvního řádu (2.9). Tuto podmínku musíme ale nejprve vhodně upravit. Nejdříve ji podělíme P_{t-1} a dostaneme:

$$\sum_{k=0}^{\infty}\theta^k \mathrm{E}_t\left[Q_{t,t+k}Y_{t+k|t}\left(\frac{P_t^*}{P_{t-1}}\right) - \Lambda\, MC_{t+k|t}\frac{P_{t+k}}{P_{t-1}}\right] = 0,$$

kdy jsme využili toho, že $MC_{t+k|t} = \frac{\psi_{t+k|t}}{P_{t+k}}$. Následnou log-linearizací kolem stacionárního stavu převedeme rovnici do podoby:

$$\hat{p}_t^* - \hat{p}_{t-1} = (1-\beta\theta)\sum_{k=0}^{\infty}(\beta\theta)^k \mathrm{E}_t\left[m\hat{c}_{t+k|t} + (\hat{p}_{t+k} - \hat{p}_{t-1})\right].$$

Do tohoto tvaru již můžeme dosadit výraz (3.8) a po úpravě dostaneme:

$$\hat{p}_t^* - \hat{p}_{t-1} = (1-\beta\theta)\sum_{k=0}^{\infty}(\beta\theta)^k \,\mathrm{E}_t\left[\Theta m\hat{c}_{t+k} + (\hat{p}_{t+k} - \hat{p}_{t-1})\right],$$

$$\hat{p}_t^* - \hat{p}_{t-1} = (1-\beta\theta)\Theta\sum_{k=0}^{\infty}(\beta\theta)^k \,\mathrm{E}_t\left(m\hat{c}_{t+k|t}\right) + \sum_{k=0}^{\infty}(\beta\theta)^k \,\mathrm{E}_t(\pi_{t+k}),$$

kde $\Theta = \dfrac{1-\alpha}{1-\alpha+\alpha\varepsilon}$. Z tohoto nekonečného tvaru můžeme odvodit diferenční rovnici. Obecný postup je následující – nekonečný tvar ($x_t = \sum_{k=0}^{\infty} a^k A_{t+k}$) se vyjádří v čase t + 1 a vynásobí hodnotou a ($ax_{t+1} = a\sum_{k=0}^{\infty} a^k A_{t+1+k}$). Tyto rovnice se od sebe odečtou a výsledkem je $x_t = ax_{t+1} + A_t$. V našem případě se $x_t = \hat{p}_t^* - \hat{p}_{t-1}$, $a = \beta\theta$ a $A_t = (1-\beta\theta)\Theta m\hat{c}_t + \hat{\pi}_t$. Výsledná diferenční rovnice má tedy podobu:

$$\hat{p}_t^* - \hat{p}_{t-1} = \beta\theta \,\mathrm{E}_t\left(\hat{p}_{t+1}^* - \hat{p}_t\right) + (1-\beta\theta)\Theta m\hat{c}_t + \hat{\pi}_t.$$

Pomocí rovnice inflace (3.4) je možné tento vztah dále upravit:

$$\frac{\hat{\pi}_t}{1-\theta} = \frac{\beta\theta}{1-\theta}\mathrm{E}_t\pi_{t+1} + (1-\beta\theta)\Theta m\hat{c}_t + \pi_t,$$

$$\hat{\pi}_t = \beta \,\mathrm{E}_t\hat{\pi}_{t+1} + \lambda m\hat{c}_t, \tag{3.10}$$

kde $\lambda = \dfrac{(1-\theta)(1-\beta\theta)}{\theta}\Theta$.

Ještě jednou využijeme vztah pro mezní náklady (3.6). Vyjádříme ho ve zlogaritmovaném tvaru:

$$mc_t = (w_t - p_t) - mpl_t.$$

Zlogaritmujeme také vztah (2.4) a derivaci produkční funkce (2.6). Kombinací s předcházející rovnicí a za podmínky rovnováhy c_t = y_t získáme:

$$mc_t = (\sigma y_t + \varphi l_t) - (a_t - \alpha l_t) - \ln(1-\alpha).$$

Pomocí zlogaritmované podmínky rovnováhy (2.13)[5] eliminujeme l_t:

$$mc_t = \left(\sigma + \frac{\varphi+\alpha}{1-\alpha}\right)y_t - \frac{1+\varphi}{1-\alpha}a_t - \ln(1-\alpha). \tag{3.11}$$

[5] Je možné dokázat, že $(1-\alpha)\ln\int_0^1 (P_t(i)/P_t)^{-\frac{\varepsilon}{1-\alpha}} di$ lze zanedbat (Galí, 2008).

Uvedený vztah je zcela obecný, nezáleží na způsobu stanovení cen. Dokázali jsme, že pokud jsou ceny flexibilní, jsou reálné mezní náklady vždy konstantní, viz (2.10). Za této podmínky můžeme pomocí rovnovážné úrovně produkce definovat:

$$mc = \left(\sigma + \frac{\varphi + \alpha}{1-\alpha}\right) y_t^e - \frac{1+\varphi}{1-\alpha} a_t - \ln(1-\alpha). \tag{3.12}$$

Pokud odečteme výrazy (3.12) a (3.11) získáme vztah mezi produkční mezerou a procentuální odchylkou mezních nákladů od stacionárního stavu:

$$m\hat{c}_t = \left(\sigma + \frac{\varphi + \alpha}{1-\alpha}\right) \hat{y}_t .$$

Konečně dosazením právě získaného výrazu do (3.10) dostaneme Phillipsovu křivku nové keynesiánské ekonomie:

$$\hat{\pi}_t = \beta \mathrm{E}_t \hat{\pi}_{t+1} + \kappa \hat{y}_t , \tag{3.13}$$

kde $\kappa = \lambda\left(\sigma + \frac{\varphi + \alpha}{1-\alpha}\right)$.

Pravidlo monetární politiky

Monetární politiku má ve většině případů na starosti centrální banka. Cílem centrální banky je zajistit cenovou stabilitu a kontrolovat inflaci. Nástrojem monetární politiky je úroková míra.

Vyjdeme z jednoduchého Taylorova pravidla[6] pro úrokovou míru, které použili např. (Christiano, Trabandt a Walentin, 2010):

$$\hat{i}_t = \phi_\pi \hat{\pi}_t + \phi_y \hat{y}_t ,$$

kde ϕ_y , resp. ϕ_π značí váhu produkční mezery, resp. inflace. K Taylorovu pravidlu přidáme exogenní šok v_t a získáme:

$$\hat{i}_t = \phi_\pi \hat{\pi}_t + \phi_y \hat{y}_t + v_t .$$

Dále budeme předpokládat, že exogenní složka v_t je generována autoregresním schématem prvního řádu, tedy:

$$v_t = \rho_v v_{t-1} + \varepsilon_t^v ,$$

kdy $\rho_v \in [0,1)$.

[6] Taylorova pravidla jsou jednoduchá pravidla monetární politiky, která určují, jak má centrální banka přizpůsobovat úrokovou míru v závislosti na ekonomické aktivitě a inflaci (Orphanides, 2007).

Model nové keynesiánské ekonomie

Výsledný log-linearizovaný model nové keynesiánské ekonomie spolu s pravidlem pro náhodný šok v_t tvoří následující čtyři rovnice:

$$\begin{aligned}
\hat{y}_t &= \mathrm{E}_t \hat{y}_{t+1} - \frac{1}{\sigma}\left(\hat{i}_t - \mathrm{E}_t \hat{\pi}_{t+1}\right), \\
\hat{\pi}_t &= \beta \mathrm{E}_t \hat{\pi}_{t+1} + \kappa \hat{y}_t, \\
\hat{i}_t &= \phi_\pi \hat{\pi}_t + \phi_y \hat{y}_t + v_t, \\
v_t &= \rho_v v_{t-1} + \varepsilon_t^v .
\end{aligned} \tag{3.14}$$

3.2 Redukce modelu

Soustavy rovnic, které jsou odvozeny z chování racionálně jednajících subjektů, obecně obsahují dopředu hledící proměnné (*forward-looking variables*), vyjádřené jako očekáváné hodnoty endogenních proměnných, i dozadu hledící proměnné (*backward-looking variables)* zachycené pomocí zpožděných proměnných. Obecně lze takovéto modely vyjádřit ve tvaru tzv. *stavového zápisu* (*state space form*):

$$\mathbf{A}_0 \, \mathrm{E}_t \, \mathbf{x}_{t+1} = \mathbf{A}_1 \mathbf{x}_t + \mathbf{B}_0 \mathbf{f}_t , \tag{3.15}$$

kde $\mathbf{x}_t$ je vektor endogenních proměnných o n složkách, který obsahuje predeterminované i nepredeterminované proměnné, vektor $\mathbf{f}_t$ je vektor exogenních proměnných o k složkách, $\mathbf{A}_0$, $\mathbf{A}_1$ a $\mathbf{B}_0$ jsou odpovídající matice koeficientů, které závisí na strukturních parametrech modelu. Při analýze modelu je cílem nalezení jednoznačného řešení ve tvaru:

$$\mathbf{x}_{t+1} = \mathbf{F}\mathbf{x}_t + \mathbf{G}\mathbf{f}_t ,$$

resp. určení, zda jednoznačné řešení existuje. Matice **F** a **G** opět obsahují koeficienty, které jsou funkcí strukturních parametrů.

Tvar (3.15) se v literatuře označuje také jako *obecný lineární model rovnic racionálního očekávání* (*generalised linear rational expectations model*). Pro nalezení řešení modelu v této formě existuje více metod. Přehled těch nejčastějších nalezneme v DeJong a Dave (2007). Srovnání několika z nich nabízí např. Anderson (2006). V této práci popíšeme metodu, kterou navrhli Blanchard a Kahn (1980). Tato metoda vznikla jako první, a jak ukázal Anderson (2006), pokud model splňuje tzv. *Blanchardovu-Kahnovu podmínku* (*Blanchard and Kahn condition*), jím testované algoritmy vedou ke

stejnému řešení. Výchozí tvar pro metodu Blancharda a Kahna získáme úpravou výrazu (3.15). Pro regulární matici $\mathbf{A}_0$ můžeme vyjádřit[7]:

$$\mathrm{E}_t\,\mathbf{x}_{t+1} = \mathbf{A}_0^{-1}\mathbf{A}_1\mathbf{x}_t + \mathbf{A}_0^{-1}\mathbf{B}_0\mathbf{f}_t\,.$$

Součin $\mathbf{A}_0^{-1}\mathbf{A}_1$ nahradíme čtvercovou maticí **A** typu $n \times n$ a součin $\mathbf{A}_0^{-1}\mathbf{B}_0$ maticí **B** typu $n \times k$. Nyní již můžeme vyjádřit model ve tvaru, ze kterého vychází Blanchardova a Kahnova metoda:

$$\begin{bmatrix} \mathbf{x}_{1,t+1} \\ \mathrm{E}_t(\mathbf{x}_{2,t+1}) \end{bmatrix} = \mathbf{A}\begin{bmatrix} \mathbf{x}_{1,t} \\ \mathbf{x}_{2,t} \end{bmatrix} + \mathbf{B}\mathbf{f}_t, \tag{3.16}$$

kde vektor $\mathbf{x}_{1,t+1}$ o n_1 složkách značí endogenní predeterminované proměnné, tj. $\mathrm{E}_t(\mathbf{x}_{1,t+1}) = \mathbf{x}_{1,t+1}$ a vektor $\mathbf{x}_{2,t+1}$ o n_2 složkách obsahuje endogenní nepredeterminované proměnné, tj. $\mathrm{E}_t(\mathbf{x}_{2,t+1}) + \eta_{t+1} = \mathbf{x}_{2,t+1}$, kdy η_{t+1} značí nesystematickou chybu v očekávání.

Prvním krokem je využití *Jordanova rozkladu* (*Jordan decomposition*) matice **A**, podle kterého můžeme libovolnou komplexní čtvercovou matici rozložit způsobem:

$$\mathbf{A} = \mathbf{P}^{-1}\mathbf{\Lambda}\,\mathbf{P}.$$

Matice $\mathbf{\Lambda}$ je blokově diagonální a obsahuje vlastní (charakteristická) čísla matice **A**. Výraz dosadíme do (3.16):

$$\begin{bmatrix} \mathbf{x}_{1,t+1} \\ \mathrm{E}_t(\mathbf{x}_{2,t+1}) \end{bmatrix} = \mathbf{P}^{-1}\mathbf{\Lambda}\,\mathbf{P}\begin{bmatrix} \mathbf{x}_{1,t} \\ \mathbf{x}_{2,t} \end{bmatrix} + \mathbf{B}\mathbf{f}_t$$

a vynásobíme maticí **P** zleva:

$$\mathbf{P}\begin{bmatrix} \mathbf{x}_{1,t+1} \\ \mathrm{E}_t(\mathbf{x}_{2,t+1}) \end{bmatrix} = \mathbf{\Lambda}\mathbf{P}\begin{bmatrix} \mathbf{x}_{1,t} \\ \mathbf{x}_{2,t} \end{bmatrix} + \mathbf{P}\,\mathbf{B}\mathbf{f}_t\,.$$

Matici $\mathbf{\Lambda}$ dále upravíme:

$$\mathbf{\Lambda} = \begin{bmatrix} \mathbf{\Lambda}_1 & \mathbf{0} \\ \mathbf{0} & \mathbf{\Lambda}_2 \end{bmatrix},$$

[7] Pokud by matice $\mathbf{A}_0$ byla singulární, je možné využít *obecný Schurův rozklad* (*generalised Schur decomposition*) nazývaný také *rozklad QZ*. Podrobněji např. (Klein, 2000).

kde vlastní čísla matice obsažená v $\mathbf{\Lambda}_1$ leží na či uvnitř jednotkové kružnice, a z toho důvodu jde o stabilní část. Vlastní čísla v $\mathbf{\Lambda}_2$ pak leží vně jednotkové kružnice. Tato část je tedy nestabilní (explozivní), protože $\mathbf{\Lambda}_2^n$ diverguje s rostoucím *n*. Podle upravené matice $\mathbf{\Lambda}$ rozdělíme odpovídajícím způsobem také matice **P** a **B**:

$$\mathbf{P} = \begin{bmatrix} \mathbf{P}_{11} & \mathbf{P}_{12} \\ \mathbf{P}_{21} & \mathbf{P}_{22} \end{bmatrix},$$

$$\mathbf{B} = \begin{bmatrix} \mathbf{B}_1 \\ \mathbf{B}_2 \end{bmatrix}.$$

Blanchardova-Kahnova podmínka zní následovně: Řešení modelu racionálních očekávání je jedinečné, pokud se počet nestabilních vlastních čísel rovná počtu nepredeterminovaných proměnných (DeJong a Dave, 2007). Pokud je počet vlastních čísel v $\mathbf{\Lambda}_2$ větší než počet nepredeterminovaných proměnných, řešení neexistuje, naopak pokud je počet vlastních čísel menší, má model nekonečně řešení.

Pokud ověříme splnění Blanchardovy-Kahnovy podmínky, můžeme pokračovat dále s řešením. Pracujeme tedy s modelem v takto upraveném tvaru:

$$\begin{bmatrix} \mathbf{P}_{11} & \mathbf{P}_{12} \\ \mathbf{P}_{21} & \mathbf{P}_{22} \end{bmatrix} \begin{bmatrix} \mathbf{x}_{1,t+1} \\ \mathrm{E}_t(\mathbf{x}_{2,t+1}) \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} \mathbf{\Lambda}_1 & \mathbf{0} \\ \mathbf{0} & \mathbf{\Lambda}_2 \end{bmatrix} \begin{bmatrix} \mathbf{P}_{11} & \mathbf{P}_{12} \\ \mathbf{P}_{21} & \mathbf{P}_{22} \end{bmatrix} \begin{bmatrix} \mathbf{x}_{1,t} \\ \mathbf{x}_{2,t} \end{bmatrix} + \begin{bmatrix} \mathbf{P}_{11} & \mathbf{P}_{12} \\ \mathbf{P}_{21} & \mathbf{P}_{22} \end{bmatrix} \begin{bmatrix} \mathbf{B}_1 \\ \mathbf{B}_2 \end{bmatrix} \mathbf{f}_t.$$

Abychom zjednodušili další zápis, zavedeme vektory $\tilde{\mathbf{x}}_{i,t}$ a $\mathbf{Z}_j$, pro které bude platit:

$$\begin{aligned} \begin{bmatrix} \tilde{\mathbf{x}}_{1,t} \\ \tilde{\mathbf{x}}_{2,t} \end{bmatrix} &= \begin{bmatrix} \mathbf{P}_{11} & \mathbf{P}_{12} \\ \mathbf{P}_{21} & \mathbf{P}_{22} \end{bmatrix} \begin{bmatrix} \mathbf{x}_{1,t} \\ \mathbf{x}_{2,t} \end{bmatrix}, \\ \begin{bmatrix} \mathbf{Z}_1 \\ \mathbf{Z}_2 \end{bmatrix} &= \begin{bmatrix} \mathbf{P}_{11} & \mathbf{P}_{12} \\ \mathbf{P}_{21} & \mathbf{P}_{22} \end{bmatrix} \begin{bmatrix} \mathbf{B}_1 \\ \mathbf{B}_2 \end{bmatrix}. \end{aligned} \tag{3.17}$$

Výsledná podoba modelu je následující:

$$\begin{bmatrix} \tilde{\mathbf{x}}_{1,t+1} \\ \mathrm{E}_t(\tilde{\mathbf{x}}_{2,t+1}) \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} \mathbf{\Lambda}_1 & \mathbf{0} \\ \mathbf{0} & \mathbf{\Lambda}_2 \end{bmatrix} \begin{bmatrix} \tilde{\mathbf{x}}_{1,t} \\ \tilde{\mathbf{x}}_{2,t} \end{bmatrix} + \begin{bmatrix} \mathbf{Z}_1 \\ \mathbf{Z}_2 \end{bmatrix} \mathbf{f}_t.$$

Tento tvar přehledně odděluje stabilní a nestabilní část systému. Predeterminované proměnné jsou závislé pouze na stabilních vlastních číslech matice **A**, které jsou obsaženy v $\mathbf{\Lambda}_1$:

$$\tilde{\mathbf{x}}_{1,t+1} = \mathbf{\Lambda}_1 \tilde{\mathbf{x}}_{1,t} + \mathbf{Z}_1 \mathbf{f}_{1,t},$$

kde $\mathbf{f}_{1,t}$ zastupuje exogenní proměnné, které určuje $\mathbf{Z}_1$. Nepredeterminované proměnné závisí na nestabilních vlastních číslech matice **A**, které jsou obsaženy v $\mathbf{\Lambda}_2$:

$$\mathrm{E}_t\left(\tilde{\mathbf{x}}_{2,t+1}\right) = \mathbf{\Lambda}_2 \tilde{\mathbf{x}}_{2,t} + \mathbf{Z}_2 \mathbf{f}_{2,t}. \tag{3.18}$$

Konečné řešení spočívá ve vyjádření $\tilde{\mathbf{x}}_{1,t}$ a $\tilde{\mathbf{x}}_{2,t}$ a následném vyjádření $\mathbf{x}_{1,t}$ a $\mathbf{x}_{2,t}$. Začneme tedy úpravou nestabilní rovnice (3.18):

$$\tilde{\mathbf{x}}_{2,t} = \mathbf{\Lambda}_2^{-1}\,\mathrm{E}_t(\tilde{\mathbf{x}}_{2,t+1}) - \mathbf{\Lambda}_2^{-1}\mathbf{Z}_2\mathbf{f}_{2,t}. \tag{3.19}$$

Pro $\tilde{\mathbf{x}}_{2,t+1}$ dostaneme následující výraz:

$$\tilde{\mathbf{x}}_{2,t+1} = \mathbf{\Lambda}_2^{-1}\,\mathrm{E}_{t+1}(\tilde{\mathbf{x}}_{2,t+2}) - \mathbf{\Lambda}_2^{-1}\mathbf{Z}_2\mathbf{f}_{2,t+1}.$$

Dosadíme tento výraz do (3.19) a s využitím tzv. *zákona složených středních hodnot* (*Law of Iterated Expectations*)[8] získáme:

$$\tilde{\mathbf{x}}_{2,t} = \mathbf{\Lambda}_2^{-2}\,\mathrm{E}_t(\tilde{\mathbf{x}}_{2,t+2}) - \mathbf{\Lambda}_2^{-2}\mathbf{Z}_2\mathrm{E}_t(\mathbf{v}_{2,t+1}) - \mathbf{\Lambda}_2^{-1}\mathbf{Z}_2\mathbf{f}_{2,t}.$$

Víme, že $\mathbf{\Lambda}_2^{n}$ diverguje. V nekonečnu tak výraz $\mathbf{\Lambda}_2^{-n}$ vymizí a postupným dosazením lze získat:

$$\tilde{\mathbf{x}}_{2,t} = -\sum_{i=0}^{\infty}\mathbf{\Lambda}_2^{-(i+1)}\mathbf{Z}_2\mathrm{E}_t(\mathbf{f}_{2,t+1}).$$

Získanou hodnotu $\tilde{\mathbf{x}}_{2,t}$ dosadíme zpět do dolní části výrazu (3.17) a tak získáme výsledné řešení pro $\mathbf{x}_{2,t}$:

$$\mathbf{x}_{2,t} = -\mathbf{P}_{22}^{-1}\mathbf{P}_{21}\mathbf{x}_{1,t} - \mathbf{P}_{22}^{-1}\sum_{i=0}^{\infty}\mathbf{\Lambda}_2^{-(i+1)}\mathbf{Z}_2\mathrm{E}_t(\mathbf{f}_{2,t+1}). \tag{3.20}$$

Dopředu hledící proměnné (nepredeterminované) se podařilo vyjádřit jako funkci pouze proměnných predeterminovaných a exogenních.

Řešení pro predeterminované proměnné získáme dosazením výrazu (3.20) do horní části výchozí tvaru (3.16). Budoucí hodnoty predeterminovaných proměnných jsou tak funkcí jejich současných hodnot a exogenních proměnných.

V modelu nové keynesiánské ekonomie (3.14) vystupují dvě predeterminované (dozadu hledící) proměnné: $\hat{i}_t$ a v_t. Nepredetreminované (dopředu hledící) proměnné jsou také dvě: $\hat{\pi}_t$ a $\hat{y}_t$. Pro ověření Blanchard a Kahnovy podmínky je nutné soustavu rovnic (3.14) převést do stavového zápisu ve formě (3.15). Za tímto účelem nejprve zapíšeme soustavu rovnic v alternativním vyjádření:

$$\hat{y}_t = \mathrm{E}_t\hat{y}_{t+1} - \frac{1}{\sigma}\left(\phi_\pi\hat{\pi}_t + \phi_y\hat{y}_t\right) + v_t - \mathrm{E}_t\hat{\pi}_{t+1},$$

[8] Zjednodušeně řečeno, pro každé $\mathbf{x}_t$ platí $\mathrm{E}_t\left[\mathrm{E}_{t+1}(\mathbf{x}_t)\right] = \mathrm{E}_t(\mathbf{x}_t)$, přesněji viz např. (Ljungqvist a Sargent, 2004).

$$\hat{\pi}_t = \beta \mathrm{E}_t \hat{\pi}_{t+1} + \kappa \hat{y}_t,$$

$$v_{t+1} = \rho_v v_t + \varepsilon_{t+1}^v.$$

Z proměnných modelu vytvoříme vektory:

$$\mathbf{x}_t = \begin{bmatrix} \hat{y}_t \\ \hat{\pi}_t \\ v_t \end{bmatrix},$$

$$\mathbf{f}_t = \left[\varepsilon_{t+1}^v\right].$$

Těmto vektorům odpovídají následující matice strukturních parametrů $\mathbf{A}_0$, $\mathbf{A}_1$ a $\mathbf{B}$:

$$\mathbf{A}_0 = \begin{bmatrix} 1 & \sigma^{-1} & 0 \\ 0 & \beta & 0 \\ 0 & 0 & 1 \end{bmatrix},$$

$$\mathbf{A}_1 = \begin{bmatrix} 1-\phi_y & \sigma^{-1}\phi_\pi & \sigma^{-1} \\ -\kappa & 1 & 0 \\ 0 & 0 & \rho_v \end{bmatrix},$$

$$\mathbf{B} = \begin{bmatrix} 0 \\ 0 \\ 1 \end{bmatrix}.$$

Matice $\mathbf{A}_0$ je invertibilní, při znalosti parametrů by tedy bylo možné pomocí Blanchardovy-Kahnovy podmínky ověřit existenci jedinečného řešení modelu a toto řešení dopočítat.

3.3 Stanovení hodnot parametrů

Teoreticky konstruovaný model by měl platit obecně pro všechny země, pro všechny ekonomiky. Prvkem, který model přizpůsobí a přiblíží zkoumanému systému, je získání konkrétních hodnot parametrů. Důležitou otázkou je, jakým způsobem parametry modelu zvolit. Zde se můžeme setkat se dvěma rozdílnými přístupy. První skupina řešitelů vychází z toho, že DSGE model je správný, tj. proces, který generuje data, je odpovídá reálným ekonomickým procesům. Díky tomuto předpokladu můžeme parametry odhadnout tradičním ekonometrickým způsobem, tj. pomocí empirických dat (např. metodou maximální věrohodnosti či zobecněnou metodou momentů), testovat jejich významnost a konstruovat intervaly spolehlivosti. Druhá skupina naproti tomu vychází z předpokladu, že DSGE model je nadefinován chybně. Zastánci tohoto názoru argumentují tím, že je nemožné zachytit všechny specifické vlastnosti dat, a jak uvedl

například Canova (2007): „Model, který na základě napozorovaných dat pouze aproximuje proces generující data, nemůže být správný.“ V důsledku toho nemá smysl parametry odhadovat a testování hypotéz o jejich významnosti je pak již zcela scestné. Za tohoto předpokladu pak parametry můžeme získat tzv. *kalibrací*. Rozdílný pohled na tuto problematiku hezky shrnul Canova (1994): „První skupina si pokládá otázku: Za předpokladu, že model je správný, do jaké míry je chybný? Druhá skupina naopak hledá odpověď na otázku: Za předpokladu, že model je chybný, do jaké míry je správný?“

Při analýze DSGE modelů se před pár lety hojně využívala především kalibrace. V současné době se od klasické kalibrace přechází k dalším technikám, které jsou na kalibraci založeny. V praxi se obvykle používají metody, které jsou na pomezí mezi kalibrací a statistickým odhadem. Při využití těchto metod se část parametrů stanoví fixně na základě předchozí zkušenosti (tj. kalibrací). Z důvodů snížení výpočetního času a náročnosti se často setkáváme se snahou fixovat v modelu co nejvíce parametrů (King, 1995). Pro odhad zbylých, nekalibrovaných hodnot se využívá především bayesovská technika, při které se apriorní znalosti o vlastnostech parametrů upravují na základě získaných dat.

Kalibrace

Při kalibraci provádíme s teoretickým modelem numerické experimenty, které vychází z ekonomických znalostí a informací získaných z předchozích studií. Tuto techniku označil Canova (2007) jako *back-of-the-envelope calculation*, což doslova přeloženo znamená *výpočet na zadní straně obálky*. Tento termín napovídá, že se jedná o něco více než náhodný tip, na druhou stranu však nejde o přesný výpočet či statistický odhad.

Kalibraci použijeme tehdy, pokud jsme přesvědčeni, že specifikační chyba modelu je tak velká, že statistické odhady parametrů by byly nekonzistentní nebo dokonce nesmyslné. V některých případech může být daný parametr velmi komplikované odhadnout. Příkladem je diskontní faktor, který se prokázal být jen obtížně odhadnutelný (King, 1995). Kalibraci dáme přednost před statistickým odhadem i v situaci, kdy chceme při určení parametrů využít především ekonomické znalosti a poznatky z jiných studií. Kalibraci lze dále využít při nedostatku dostupných dat, nebo pokud je zřejmé, že získaná data jsou nevypovídající. Můžeme se ocitnout také v situaci, kdy nemáme dostupná žádná empirická data. To může nastat například při zkoumání dopadů zavedení nové daně, či při zásadní změně pravidel fungování trhu (např. liberalizace, uzavření trhu). Také potom je výhodné využít kalibraci parametrů.

Bayesovský odhad

Cílem bayesovského odhadu je, pomocí dostupných dat a apriorních znalosti o vlastnostech parametrů, nalézt model, který vykazuje nejvyšší posteriorní

pravděpodobnosti pro dané parametry.[9] Bayesovská ekonometrie totiž vychází ze subjektivního pojetí pravděpodobnosti, podle kterého může být naše nejistota při zkoumání něčeho neznámého vyjádřena pomocí pravděpodobnostního rozdělení (Koop, 2003). Neznámé parametry v modelu DSGE jsou proto považovány za náhodné veličiny. Tento předpoklad je hlavním rozdílem mezi klasickou ekonometrií (tzv. *frequentist econometrics*) a bayesovskou technikou.

Prvním krokem při bayesovském odhadu je volba apriorního pravděpodobnostního rozdělení pro všechny parametry. Podstatou je, že apriorní rozdělení parametrů nezávisí na datech, ale pouze na informacích, které máme ještě před získáním dat. Vycházíme především ze známých omezení pro dané parametry. Nejčastěji je využíváno beta rozdělení, gama rozdělení, normální rozdělení a inverzní gama rozdělení. Beta rozdělení je přisuzováno parametrům, které nabývají hodnot z intervalu [0, 1]. Rozdělení normální a gama jsou využívány pro parametry z oboru kladných reálných čísel a inverzní gama rozdělení se používá pro směrodatné odchylky šoků (Osvald, Vašíček, 2006). Zvolenou apriorní hustotu vektoru parametrů ($\boldsymbol{\psi}$) budeme značit jako $p(\boldsymbol{\psi})$. S pomocí napozorovaných dat $\mathbf{d}$ lze posteriorní hustotu parametrů získat pomocí upravené Bayesovy věty[10] jako:

$$p(\boldsymbol{\psi} \mid \mathbf{d}) \propto p(\mathbf{d} \mid \boldsymbol{\psi}) p(\boldsymbol{\psi}).$$

Tento vztah tedy kombinuje apriorní informace o parametrech s informací obsaženou v datech. Věrohodnostní funkce $p(\mathbf{d} \mid \boldsymbol{\psi})$ vyjadřuje pravděpodobnost, že pozorovaná data jsou generovaná modelem, který obsahuje parametry $\boldsymbol{\psi}$. Tuto funkci je možné odvodit z empirických dat pomocí *Kalmanova filtru*. Více o Kalmanově filtru například v Hamilton (1994).

Jako bodový odhad konkrétního parametru lze využít posteriorní střední hodnotu:

$$\mathrm{E}(\psi_{\mathrm{i}} \mid \mathbf{d}) = \int \psi_i \, p(\boldsymbol{\psi} \mid \mathbf{d}) d\psi.$$

Analytický výpočet tohoto integrálu lze provést pouze ve velmi jednoduchých případech (Koop, 2003). V ostatních případech generujeme náhodné výběry z posteriorního rozdělení a střední hodnotu pak aproximujeme průměrem. Velmi často využívanou metodou je v tomto případě *Random Walk Chain Metropolis-Hastings algoritmus.* Více o této metodě viz Geweke (2005).

---

[9] Na rozdíl od klasické ekonometrie, která testuje, zda je předem zvolený model správný.

[10] Bayesova věta vyjadřuje posteriorní pravděpodobnost jevu A za podmínky, že nastal jev B:

$$p(A \mid B) = \frac{p(B \mid A) p(A)}{p(B)}.$$

Při analýze modelu nové keynesiánské ekonomie (3.14) je nutné určit všechny parametry z tabulky 3.1. V posledním sloupci tabulky je uvedeno omezení pro příslušné parametry. Záleží na řešiteli, zda při stanovení parametrů zvolí kalibraci, jednu z odhadových technik či kombinaci obou možností.

Tab. 3.1: Parametry modelu nové keynesiánské ekonomie a jejich omezení

Parametr	Interpretace	Omezení
β	diskontní faktor	(0, 1)
σ	inverzní elasticita mezičasové substituce	(0; ∞)
φ	inverzní elasticita nabídky práce	(0; ∞)
ε	elasticita substituce ve spotřebě	(0; ∞)
α	koeficient pružnosti produkce	(0, 1)
θ	podíl firem, které nemění cenu	[0, 1]
Φ_π	váhový koeficient inflace	(0; ∞)
Φ_y	váhový koeficient produkční mezery	(0; ∞)
ρ_v	míra setrvačnosti monetárního šoku	[0, 1)
σ_r	směrodatná chyba monetárního šoku	(0; ∞)
Θ	$= \dfrac{1-\alpha}{1-\alpha+\alpha\varepsilon}$	
κ	$= \lambda\left(\sigma + \dfrac{\varphi+\alpha}{1-\alpha}\right)$	
λ	$= \dfrac{(1-\theta)(1-\beta\theta)}{\theta}\,\Theta$	

3.4 Posouzení kvality modelu

Po stanovení parametrů je možné simulovat trajektorii endogenních proměnných. Následně lze kvalita modelu testovat srovnáním vlastností simulovaných a skutečných dat. Testování kvality modelu je vedle způsobu stanovení parametrů další rozporuplnou oblastí. V praxi se porovnávají především nepodmíněné momenty, popř. také podmíněné momenty či histogramy. V současné době se využívají také parametry VAR modelu, pravděpodobností funkce a analýza funkce impulse-response. Volba toho, s čím budeme výsledky srovnávat, závisí především na účelu dané analýzy. Canova (2007) právě této volbě přikládá velký význam, protože stejné výstupy lze

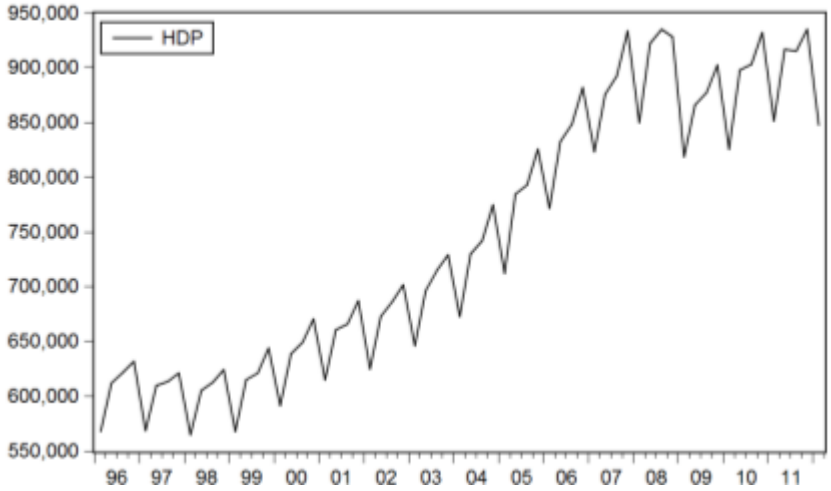
shrnout více způsoby a dojít tak k odlišným závěrům. Je tedy nutné vybrat tu variantu, která nám přináší relevantní informace. Kydland a Prescott (1996) oproti současné praxi nekladli na shodu modelu s daty větší formální důraz. Podle nich stačilo, aby byl řešitel dostatečně přesvědčen o správnosti jím použité ekonomické teorie. Na tuto myšlenku navázal Kocherlakota (2007), který současný přístup k DSGE modelům nazývá *principle of fit* (princip shody). Podle tohoto principu se k hospodářské analýze používají pouze modely, které se shodují s daty a ty které se neshodují, se nevyužívají. Kocherlakota s tímto principem nesouhlasí a ve své práci dokázal, že model, který neodpovídá empirickým datům, může dávat lepší výsledky při analýze hospodářské politiky než model, který se s daty přesně shoduje (Kocherlakota, 2007). Stejný názor zastává také Tovar (2007), který připomíná, že DSGE modely byly navrženy především za účelem pochopení vztahů mezi zkoumanými ekonomickými veličinami, nikoli k popisu aktuálních dat.

4 MODEL V PODMÍNKÁCH ČESKÉ EKONOMIKY

Předcházející kapitoly popisovaly makroekonomickou analýzu pomocí DSGE modelů teoreticky. Nyní přizpůsobíme teoreticky odvozený model podmínkám české ekonomiky. Pomocí takto upraveného modelu a empirických dat budeme následně hledat odpověď na otázku, jak systém zareaguje na restriktivní opatření centrální banky. Nejprve musíme modifikovat empiricky získaná data tak, aby formálně odpovídala modelu, tj. aby byla ve stejném tvaru. Následně je třeba vhodně stanovit hodnoty parametrů z tabulky 3.1. Úpravy časových řad budou provedeny pomocí softwaru EViews 7[11], k řešení modelu a simulaci šoku bude využita volně dostupná softwarová platforma Dynare[12].

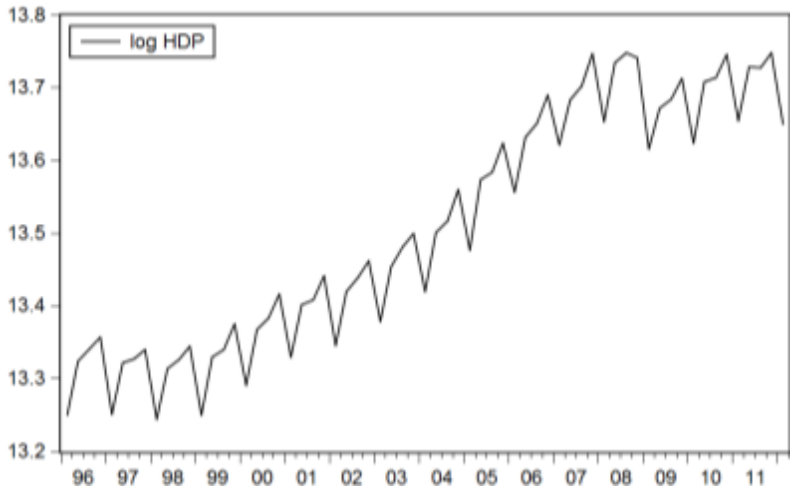
4.1 Data a jejich transformace

V modelu nové keynesiánské ekonomie (3.14) analyzujeme vztahy a chování tří časových řad. Jedná se o hrubý domácí produkt, inflaci a nominální úrokovou míru (resp. jejich odchylky od stacionárního stavu). V této práci budou použita mezičtvrtletní data pokrývající období od prvního čtvrtletí 1996 až do prvního čtvrtletí 2012.[13] Celkem máme k dispozici 65 pozorování. Hrubý domácí produkt je spočten výdajovou metodou a je vyjádřen ve stálých cenách roku 2005 (graf 4.1). Pro potřeby tohoto modelu budeme pracovat s logaritmovanou řadou HDP (graf 4.2). Inflace je dopočtena z údajů CPI (consumer price index) ve stálých cenách roku 2005 (graf 4.3). Nominální úroková sazba je dána tříměsíční mezibankovní sazbou 3M PRIBOR (graf 4.4).



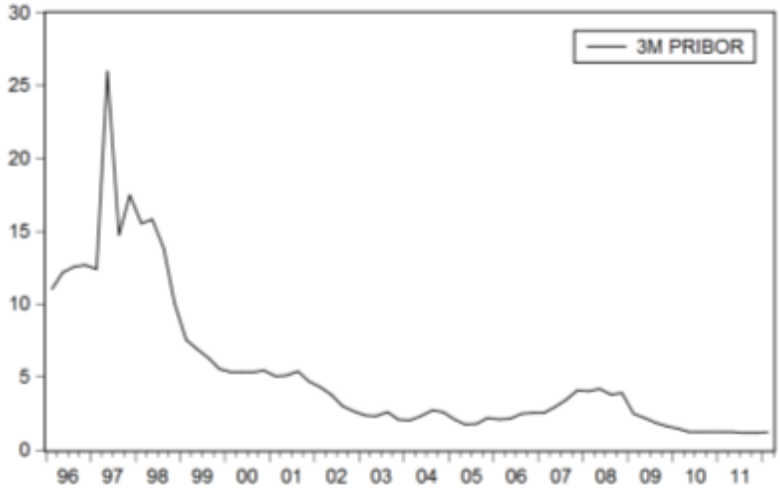
Graf 4.1: Hrubý domácí produkt ve stálých cenách roku 2005

[11] Software pro statistické a ekonometrické analýzy vyvíjen firmou Quantitative Micro Software.
[12] Použita byla verze Dynare 4.2.4 v prostředí Matlab.
[13] Data byla získána ze stránek www.oecd.org a www.cnb.cz.



Graf 4.2: Logaritmovaná řada HDP

Graf 4.3: Vývoj čtvrtletní inflace

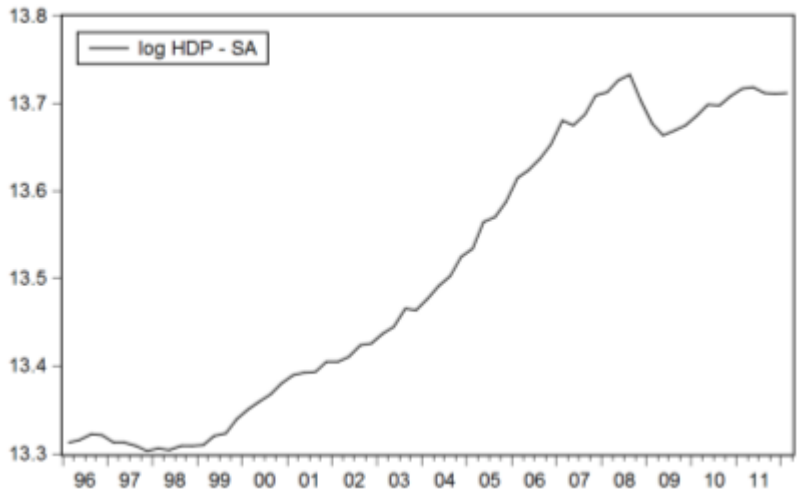


Graf 4.4: Nominální úroková míra

Každá časová řada se obecně skládá ze systematické části (trendová složka, sezónní složka a cyklická složka) a nesystematické části, tzv. náhodné složky. Při dekompozici časových řad vycházíme ze systematické části a snažíme se oddělit její tři složky: trend, tj. dlouhodobé průměrné chování, sezónnost, tj. pravidelně se opakující odchylky od trendu v rámci jednoho časového intervalu a cyklickou složku, tj. kolísání okolo trendu, které v průběhu času mění intenzitu a charakter. Více o této problematice viz Arlt a Arltová (2009).

V analyzovaném modelu (3.14) jsou proměnné nadefinovány jako odchylky od stacionárního stavu. Abychom se k těmto hodnotám přiblížili, je třeba z výchozích (popř. zlogaritmovaných) dat vyfiltrovat pouze cyklickou složku. Musíme proto odstranit sezónnost a trend.

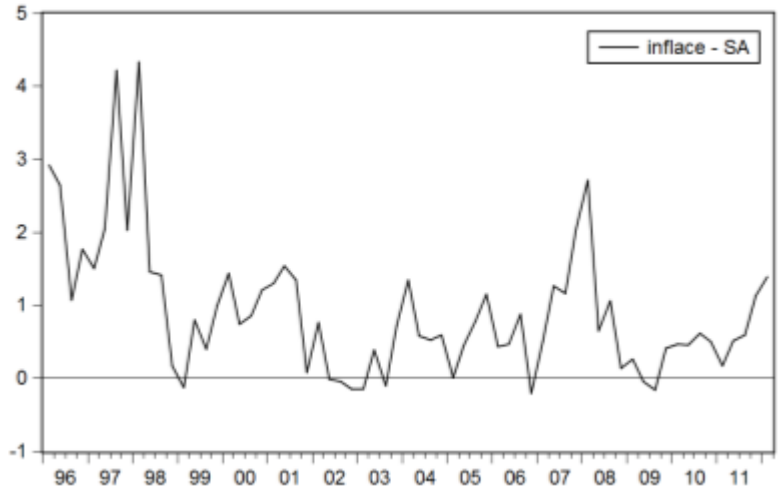
Sezónnost je patrná na průběhu řady HDP. Sezónní očištění je možné provést pomocí klouzavých průměrů. Tato procedura však snižuje počet pozorování, dáme proto přednost metodě X12-ARIMA[14]. Stejný postup aplikujeme i na časovou řadu inflace.[15] Výsledek zobrazují grafy 4.5 a 4.6.



Graf 4.5: Sezónně očištěna řada logaritmovaného HDP

[14] X12-ARIMA je metoda, která slouží k sezónnímu očištění. Software vytvořil a poskytuje Americký statistický úřad (United States Census Bureau).

[15] Metoda X12-ARIMA nelze použít na soubor s nulovými či zápornými hodnotami. Pro potřeby sezónního očištění je možné přičíst ke všem hodnotám konstantu, která se po očištění opět odstraní.



Graf 4.6: Sezónně očištěna inflace

Z takto upravených časových řad již můžeme vyfiltrovat cyklickou složku. Izolace cyklické složky je obecně komplikovanější než odstranění sezónnosti. V makroanalýze se za tímto účelem nejčastěji využívá *Hodrickův-Prescottoův filtr*[16] (*HP filtr*).

HP filtr vychází z předpokladu, že časovou řadu můžeme rozdělit na trendovou složku (T_t) a cyklickou složku (C_t) jako:

$$x_t = T_t + C_t.$$

Základní myšlenkou pak je najít minimum výrazu:

$$\sum_{t=1}^{n} (x_t - T_t)^2,$$

kde n značí počet pozorování, za předpokladu, že:

$$\sum_{t=3}^{n} [(T_t - T_{t-1}) - (T_{t-1} - T_{t-2})]^2 \leq \mu .$$

Tuto úlohu lze převést na problém:

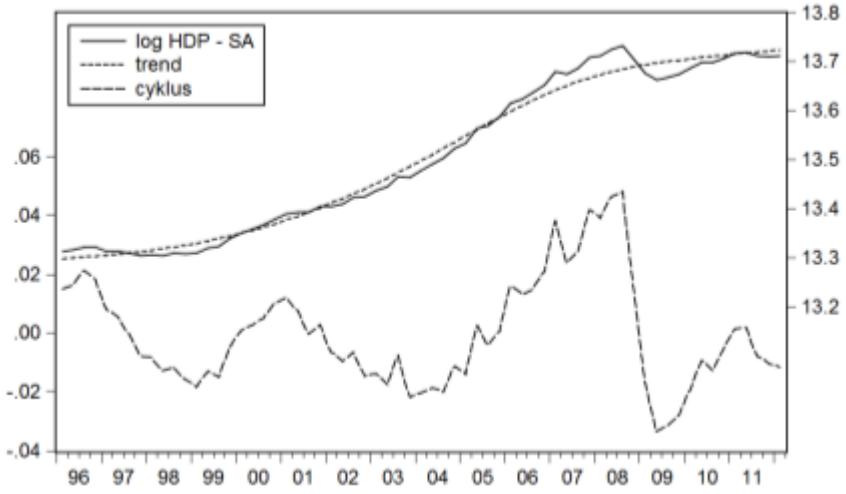
$$\min \sum_{t=1}^{n} (x_t - T_t)^2 + \lambda \sum_{t=3}^{n} [(T_t - T_{t-1}) - (T_{t-1} - T_{t-2})]^2, \qquad (4.1)$$

kde λ je tzv. vyhlazovací parametr. První člen výrazu minimalizuje odchylku mezi časovou řadou a trendem, tj. minimalizuje cyklickou složku. Druhý člen minimalizuje trendovou diferenci druhého řádu. Pro čtvrtletní data doporučují autoři metody volit

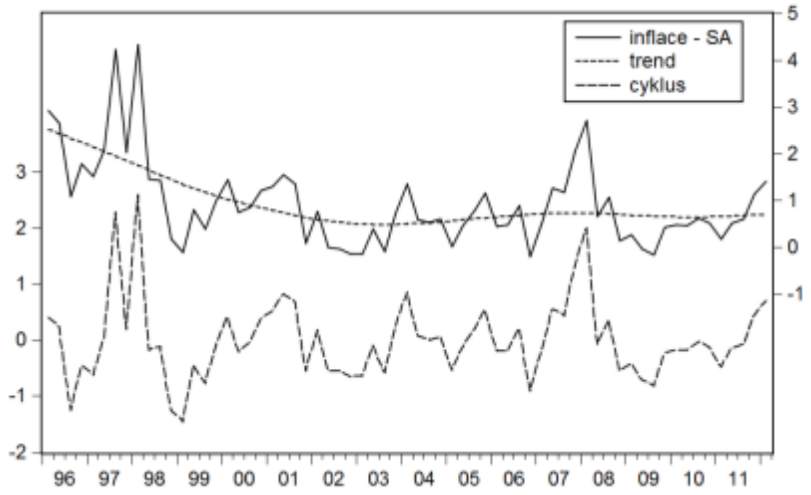
[16] Hodrick a Prescott tuto metodu poprvé využili ve své práci na začátku osmdesátých let. Práce analyzovala poválečné hospodářské cykly v Americe.

vyhlazovací parametr λ = 1600. Obecně platí, že čím vyšší je tento parametr, tím hladší je výsledný trend. Pro λ = 0 dostaneme $T_t = x_t$, pro $\lambda = \infty$ je výsledný trend lineární.

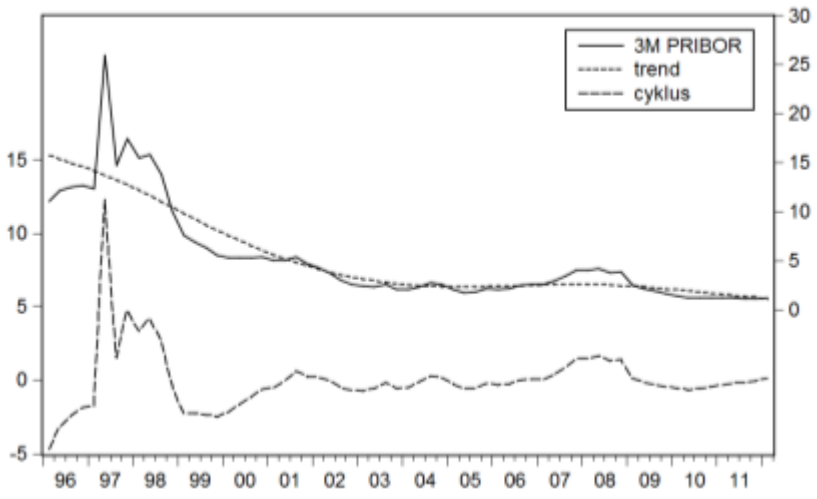
Po nalezení minima výrazu (4.1) získáme odhad trendu $\hat{T}_t$. Pak lze již snadno vyjádřit odhad cyklické složky v čase t jako: $\hat{C}_t = x_t - \hat{T}_t$. Dekompozice časových řad na trendovou a cyklickou složku je zobrazena na grafech 4.7 - 4.9. Dále již budeme pracovat pouze s cyklickou složkou, která odpovídá modelovým odchylkám od stacionárního stavu.



Graf 4.7: Rozklad řady HDP pomocí HP filtru, λ = 1600



Graf 4.8: Rozklad řady inflace pomocí HP filtru, λ = 1600



Graf 4.9: Rozklad řady úrokové míry pomocí HP filtru, λ = 1600

V tabulce 4.1 jsou uvedeny momentové charakteristiky všech tři časových řad. Střední hodnota je u všech řad velmi blízká nule. To odpovídá předpokladu, že řady vyjadřují odchylky od stacionárního stavu.

Tab. 4.1: Momentové charakteristiky časových řad

	Střední hodnota	Směrodatná odchylka	Rozptyl
$\hat{y}$	$0{,}818\times10^{-14}$	0,0186	0,0003
$\hat{i}$	$0{,}302\times10^{-16}$	0,0219	0,0005
$\hat{\pi}$	$0{,}581\times10^{-17}$	0,0073	0,0001

Tabulka 4.2 informuje o lineární provázanosti analyzovaných řad v čase. Nejvýraznější je pozitivní autokorelace u produkční mezery. Lineární provázanost všech řad směrem do minulosti klesá.

Tab. 4.2: Autokorelace časových řad

	$\hat{y}$	$\hat{i}$	$\hat{\pi}$
AR(1)	0,870	0,390	0,317
AR(2)	0,688	0,383	0,280
AR(3)	0,483	0,146	-0,086

4.2 Kalibrace parametrů

Při stanovení hodnot parametrů vyjdeme z dostupné literatury, ve které byly analyzovány modely pro Českou republiku. Konkrétně jde o práce Štorka, Závacké a Vávry (2006), Maršála (2011) a Vašíčka a Musila (2006). Na základě těchto zdrojů provedeme kalibraci všech parametrů, které jsou uvedeny v tabulce 3.1.

Pro diskontní faktor β zvolíme hodnotu 0,99, která značí, že užitek z téhož statku v současnosti a budoucnosti je pro spotřebitele téměř stejný. Tato hodnota se objevuje ve většině literatury a volí ji také autoři všech tří výše zmíněných prací.

Elasticita mezičasové substituce vyjadřuje ochotu domácnosti omezit současnou spotřebu za účelem větší spotřeby v budoucnosti. Čím je elasticita vyšší, tím je domácnost ochotna přistoupit k většímu omezení. Maršál (2011) počítá s elasticitou mezičasové substituce 2,2. Parametr σ tak nabývá hodnoty 0,45.

Stejně jako Vašíček a Musil (2006) budeme uvažovat, že nabídka práce je v České republice neelastická. Při jednoprocentním zvýšení mezd se nabídka práce zvýší o méně než jedno procento. Z odhadu, který provedl Vašíček a Musil (2006), vzešla hodnota pro inverzní elasticitu nabídky práce φ = 1,08.

Hodnotu elasticity substituce ve spotřebě ε získáme pomocí koeficientu Λ, který jsme nadefinovali jako $\Lambda = \varepsilon/(\varepsilon - 1)$. Z výrazu (2.10) lze odvodit vztah $\Lambda\psi_t = P_t^*$. Tento výraz vyjadřuje způsob tvorby cen na monopolním trhu bez existence strnulosti cen[17]. Na dokonalém trhu by při stanovení rovnovážné ceny platil vztah: $P_t^* = \psi_t$. Koeficient Λ lze proto interpretovat jako požadovanou přirážku výrobce. Maršál (2011) uvažuje přirážku 33%. Pro parametr ε tak získáváme hodnotu 4.

Stanovením hodnoty pružnosti produkce α nesmí být porušen předpoklad o produkční funkci (2.6), tj. že tato produkční funkce je rostoucí a shora omezená. Parametr proto může nabývat hodnot z intervalu (0, 1)[18]. Kalibrovanou hodnotu pružnosti produkce převezmeme z práce Štorka, Závacké a Vávry (2009), kde je nastavena na 0,5.

Pravděpodobnost, že firma nebude v daném období měnit cenu, stanovíme na θ = 0,75. Znamená to, že ceny zůstávají nezměněné v průměru po čtyři období (čtyři čtvrtletí). Tato hodnota odpovídá přibližně středu intervalu, ve kterém se θ v literatuře obvykle objevuje. Mikroekonomická data z evropských zemí signalizují relativně krátké

[17] Výraz byl odvozen za předpokladu $\theta = 0$.

[18] Pro první derivaci tedy musí platit, že $(1-\alpha)A_t L_t^{-\alpha}(i) > 0$. Druhá derivace musí být naopak záporná: $-\alpha(1-\alpha)A_t L_t^{-\alpha-1}(i) < 0$.

období stálosti cen. Medián pro setrvání cen se pohybuje okolo 3,5 období (Stähler a Thomas, 2011).

Váhový koeficient produkce Φ_π nastavíme podle Vašíčka a Musila (2006) na hodnotu 1,5. Tento koeficient má v tabulce 3.1 uvedeno omezení (0; ∞). Parametr skutečně může nabývat libovolné hodnoty z oboru reálných čísel. Naším cílem ovšem je, aby tento parametr odpovídal Taylorovu principu, tj. při 1% zvýšení inflace by se měla nominální úroková míra zvýšit o více než 1%. Proto by měla být hodnota váhového koeficientu inflace Φ_π větší než jedna. Platí také, že pokud by tato hodnota byla menší než jedna, model by měl nejednoznačné řešení a nebyla by splněna Blanchard a Kahnova podmínka. Model nové keynesiánské ekonomie tak vyjadřuje myšlenku, že je to právě Taylorův princip, který poskytuje modelu stabilitu (Christiano, Trabandt a Walentin, 2010).

Váhový koeficient produkční mezery Φ_y bývá nastavován tak, aby poměr mezi váhou inflace a produkční mezery byl kolem sedmi (Maršál, 2011). Pro váhový koeficient produkční mezery proto zvolíme hodnotu 0,2.

Jediným šokem v představeném modelu je monetární šok. Nastavíme míru setrvačnosti šoku na 0,6 a směrodatnou odchylku tohoto šoku na 0,1.

Hodnoty všech kalibrovaných parametrů shrnuje tabulka 4.3.

Tab. 4.3: Kalibrované hodnoty parametrů pro ČR

Parametr	Interpretace	Kalibrovaná hodnota
β	diskontní faktor	0,99
σ	inverzní elasticita mezičasové substituce	0,45
φ	inverzní elasticita nabídky práce	1,08
ε	elasticita substituce ve spotřebě	4
α	koeficient pružnosti produkce	0,5
θ	podíl firem, které nemění cenu	0,75
Φ_π	váhový koeficient inflace	1,5
Φ_y	váhový koeficient produkční mezery	0,2
ρ_v	míra setrvačnosti monetárního šoku	0,6
σ_r	směrodatná chyba monetárního šoku	0,1

4.3 Simulace monetárního šoku

Pro vyřešení modelu a simulaci monetárního šoku využijeme volně dostupnou softwarovou platformu Dynare. Dynare dokáže vyřešit ekonomické modely s racionálním očekáváním, simulovat dopady náhodných šoků i odhadovat hodnoty parametrů pomocí bayesovské techniky či metod maximální věrohodnosti. Slouží především pro analýzu DSGE modelů a tzv. modelů překrývajících se generaci (*overlapping generations, OLG*). Zápis námi analyzovaného modelu v prostředí Dynare je uveden v příloze.

Při řešení Dynare nejprve kontroluje splnění Blanchardovy a Kahnovy podmínky. V našem případě byla zjištěna dvě vlastní čísla větší než jedna (tj. nestabilní) a dvě nepredeterminované proměnné. Podmínka existence jednoznačného řešení je tedy splněna.

Dále nám Dynare nabízí popisné charakteristiky namodelovaných časových řad (tabulka 4.4 – index *m* signalizuje namodelovanou časovou řadu). Tyto charakteristiky můžeme srovnat s momenty, které byly spočteny pro napozorované časové řady (tabulka 4.1). Střední hodnoty modelovaných časových řad jsou na rozdíl od empiricky získaných hodnot přesně rovny nule. Absolutní rozdíl ale není velký. Zajímavější je srovnání variabilit. V tomto případě se shoduje pouze směrodatná odchylka a rozptyl úrokové míry. U dalších dvou proměnných vyšla modelovaná variabilita významně vyšší.

Tab. 4.4: Momentové charakteristiky namodelovaných časových řad

	Střední hodnota	Směrodatná odchylka	Rozptyl
$\hat{y}_m$	0	0,2416	0,0584
$\hat{i}_m$	0	0,0214	0,0005
$\hat{\pi}_m$	0	0,0369	0,0014

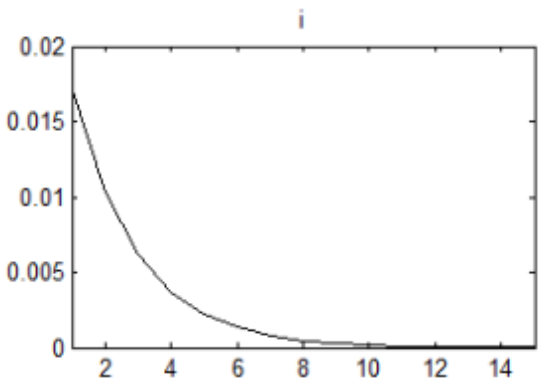
Lineární provázanost modelovaných řad v čase je uvedena v tabulce 4.5. Zdrojem namodelované autokorelace je pouze míra setrvačnosti monetárního šoku ρ_v. Pokud bychom tuto míru snižovali resp. zvyšovali, snižovala resp. zvyšovala by se také autokorelace sledovaných veličin. Protože počítáme pouze s jedním náhodným šokem, je lineární provázanost v čase u všech řad stejná.

Tab. 4.5: Autokorelace namodelovaných časových řad

	$\hat{y}_m$	$\hat{i}_m$	$\hat{\pi}_m$
AR(1)	0,600	0,600	0,600
AR(2)	0,360	0,360	0,360
AR(3)	0,216	0,216	0,216

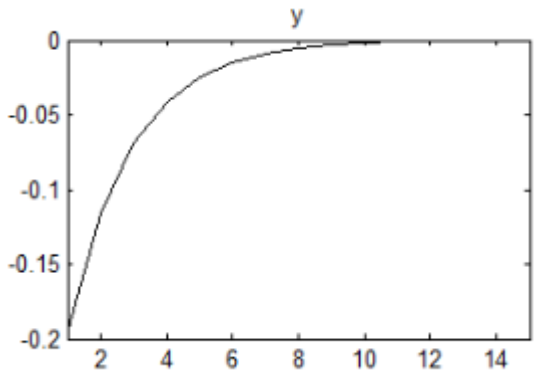
Dynamické vlastnosti systému analyzuje Dynare pomocí impulse-response funkce. V okamžiku, kdy jsou všechny veličiny ve stacionárním stavu, je do systému zaveden šok. Cílem je nasimulovat, jak na tento šok model zareaguje.

V našem případě pozitivní monetární šok způsobí v důsledku Taylorova pravidla kladnou odchylku úrokové míry od stacionárního stavu (graf 4.10).



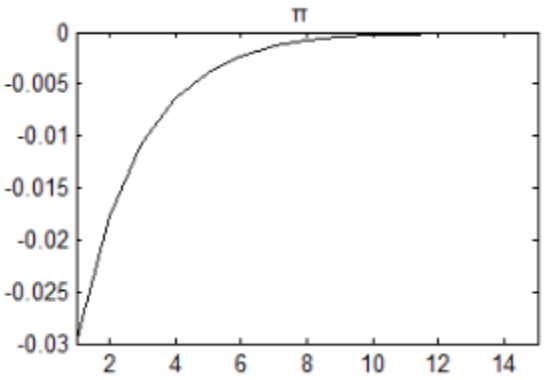
Graf 4.10: Impulsní odezva úrokové míry na monetární šok

Protože se jedná o restriktivní monetární politiku, důsledkem je omezení spotřeby domácnosti a v závislosti na tom omezení celkové produkce (graf 4.11).



Graf 4.11: Impulsní odezva produkce na monetární šok

Snížení produkce vede ke snížení nákladů. Následně tedy dochází ke snížení cen a tím k poklesu inflace (graf 4.12).



Graf 4.12: Impulsní odezva inflace na monetární šok

Při poklesu cen je domácnost opět ochotna méně šetřit a zvyšovat současnou spotřebu. Můžeme tedy konstatovat, že podle grafů 4.10 – 4.12 formulovaný model zachycuje skutečnou dynamiku systému a vztahy mezi veličinami. V analyzovaném modelu odezní důsledky monetárního šoku přibližně po deseti obdobích a veličiny se vrátí do stacionárního stavu.

ZÁVĚR

Cílem této práce bylo představit pomyslný poslední stupeň ekonometrického vývoje – modely dynamické stochastické všeobecné rovnováhy. Za hlavní přednosti těchto modelů považuji jejich schopnost zachytit dynamiku systému po zavedení náhodného šoku, mikroekonomické základy modelu, předpoklad racionálního očekávání a z toho plynoucí odolnost vůči Lucasově kritice.

V práci byl využit základní model nové keynesiánské ekonomie pro malou uzavřenou ekonomiku. Rovnice, které odpovídaly podmínkám prvního řádu a tržní rovnováze byly komplikované a nelineární v parametrech i v proměnných. Pro snazší práci s těmito vztahy bylo tedy zapotřebí rozhodnout mezi lineární a nelineární aproximací kolem stacionárního stavu. Z důvodu rychlosti a jednoduchosti jsem dala přednost lineární aproximaci, ovšem v případě praktického využití bych volila aproximaci nelineární, která dává přesnější výsledky. Pro řešení obecného lineárního modelu rovnic racionálního očekávání jsem z dostupné literatury vybrala metodu Blancharda a Kahna. Jedná se o první metodu, která byla za tímto účelem formulována a podmínka Blancharda a Kahna je aktuální i při použití alternativních postupů. Teoreticky byly popsány dva zřejmě nejznámější přístupy sloužící ke stanovení hodnot parametrů – kalibrace a bayesovský odhad. Celou teoretickou část jsem podpořila dostatkem odborné literatury, která může sloužit pro další podrobnější studium.

Teoreticky odvozený model byl přizpůsoben českým podmínkám. Následně bylo tedy možné hledat odpověď na otázku, jak se systém zachová při restriktivním opatření centrální banky. Analyzovány byly časové řady hrubého domácího produktu, úrokové míry a inflace. Empiricky získaná data musela být nejprve upravena, aby formálně odpovídala modelu. V případě potřeby tak byla provedena logaritmizace a sezónní očištění, za účelem získání cyklické složky byl následně aplikován Hodrick Prescottoův filtr. Parametry modelu byly kalibrovány na základě dostupné literatury. Ukázalo se, že popisná charakteristika skutečných a modelovaných dat odpovídá pouze v případě úrokové míry. Dle mého názoru je to tím, že restriktivní opatření působí nejprve právě na úrokovou míru. Ostatní časové řady již nevykazují velkou shodu. Příčinou může být předpoklad uzavřené ekonomiky či chyba vzniklá linearizací modelu. Já bych ovšem souhlasila s původní myšlenkou Kydlanda a Prescotta, kteří nepovažovali za nejdůležitější shodu modelu s daty. Model by měl především správně zachycovat dynamiku systému. Pomocí impulse-response analýzy bylo zjištěno, že monetární šok způsobí kladnou odchylku úrokové míry od stacionárního stavu. Naopak hrubý domácí produkt a inflace poklesnou. Dospěla jsem tedy k závěru, že reakce na restriktivní opatření centrální banky zachycená modelem je ve shodě s teorií.

Na analyzovaný model měl monetární šok vliv po deset období, poté se veličiny vrátily do stacionárního stavu.

Tato práce měla posloužit jako úvod do dané problematiky, prezentovaný DSGE model je proto velmi jednoduchý. Na základě ekonomické teorie by bylo možné do modelu přidávat další omezení, subjekty a vztahy mezi nimi. Velmi často se například uvažují spotřební zvyklosti domácností (habit formation), rigidity na trhu práce či tzv. Ricardiánské a Nericardiánské domácnosti. Běžné je také vycházet z modelu otevřené ekonomiky. Samozřejmě není možné všechny předpoklady zabudovat do jednoho modelu a patrně by to ani nebylo žádoucí. Vždy je potřeba uvědomit si, co je v právě studovaném systému a situaci důležité a od čeho může být abstrahováno.

Dalším velmi zajímavým tématem by mohlo být srovnání metod pro řešení modelu či postupů při určování hodnot parametrů. Diskutovanou oblastí je také užitečnost DSGE modelů v případě predikcí a srovnání s VAR modely. Problematika vztahující se k DSGE modelům je velmi široká a já věřím, že tato práce poskytla kvalitní základy pro další studium.

LITERATURA

ADOLFSON, M., LASÉEN, S., LINDÉ, J., VILLANI, M., 2007: RAMSES – A New General Equilibrium Model for Monetary Policy Analysis. *Economic Review*, No. 2, s. 5-40, Riksbank. Dostupné z (12. 5. 2012): http://www.riksbank.se/Upload/Dokument_riksbank/Kat_publicerat/PoV_sve/eng/2007/er2007_2.pdf

ANDERSON, G., S., 2006: Solving Linear Rational Expectations Models: A Horse Race. *FEDS Working Paper*, No. 26. Dostupné z (8. 6. 2012): http://www.federalreserve.gov/pubs/feds/2006/200626/200626pap.pdf

ARLT, J., ARLTOVÁ, M., 2009: *Ekonomické časové řady*. Praha: Professional Publishing, 275 s. ISBN 978-80-86946-85-6.

BERNANKE, B., S., GERTLER, M., L., GILCHRIST, S., 1999: The Financial Accelerator in a Quantitative Business Cycle Framework. *Handbook of Macroeconomics*, Vol. 1, s. 1341-1393, Elsevier.

BLANCHARD, O. J., FISCHER, S., 1989: *Lectures on Macroeconomics*. Cambridge, MA: MIT Press, 650 s. ISBN: 0262022834.

BLANCHARD, O. J., KAHN, C., M., 1980: The Solution of Linear Difference Models Under Rational Expectations. *Econometrica*, Vol. 48, No. 5, s. 1305-1312.

CALVO, G., A., 1983: Staggered Prices in a Utility Maximizing Framework. *Journal of Monetary Economics*, Vol. 12, s. 383-398.

CANOVA, F., 1994: Statistical Inference in Calibrated Models. *Journal of Applied Econometrics*, Vol. 9, s. 123-144.

CANOVA, F., 2007: *Methods for Applied Macroeconomic Research*. Princeton, NJ: Princeton University Press, 512 s. ISBN: 9780691115047.

DEJONG, D. N., DAVE C., 2007: *Structural Macroeconometrics*. Princeton: Princeton University Press, 352 s. ISBN: 9780691126487.

DIXIT, A., STIGLITZ, J., 1977: Monopolistic Competition and Optimum Product Diversity. *American Economic Review*, Vol. 67, No. 3, s. 297–308.

ERCEG, C., GUERRIERI, L., GUST, C., 2006: SIGMA: A New Open Economy Model for Policy Analysis. *International Journal of Central Banking*, Vol. 2, No. 1, s. 111-144.

GALÍ, J., 2008: *Monetary Policy, Inflation, and the Business Cycle: An Introduction to the New Keynesian Framework*. Princeton: Princeton University Press, 224 s. ISBN: 9781400829347.

GEWEKE, J., 2005: *Contemporary Bayesian Econometrics and Statistics*. New Jersey: John Wiley & Sons, Inc., 300 s. ISBN: 0471679321.

HAAVELMO, T., 1944: The Probability Approach in Econometrics. *Econometrica*, Vol. 12, s. iii-115. Dostupné z (24. 3. 2012): http://stevereads.com/papers_to_read/the_probability_approach_in_econometrics.pdf

HAMILTON, J., 1994: *Time Series Analysis*. Princeton: Princeton University Press, 820 s. ISBN: 9780691042893.

HANSEN, L., P., RENAULT, E., 2010: Pricing Kernels and Stochastic Discount Factors. *Encylopedia of Quantitative Finance*, kap. 19-009, New Jersey: Wiley Press. ISBN: 9780470061602.

HOLMAN, R. a kol., 2001: *Dějiny ekonomického myšlení*. Praha: C. H. Beck, 544s., ISBN: 807179631X.

CHRISTIANO, L., J., TRABANDT, M., WALENTIN, K., 2010: DSGE Models for Monetary Policy Analysis. *NBER Working Paper*, No. 16074. Dostupné z (24. 6. 2012): http://www.nber.org/papers/w16074.pdf

KAMIHIGASHI, T., 2006: *Transversality Conditions and Dynamic Economic Behavior*. Japonsko: Kobe University. Dostupné z (13. 6. 2012): http://www.rieb.kobe-u.ac.jp/academic/ra/dp/English/dp180.pdf

KING, R., G., 1995: Quantitative Theory and Econometrics. *Economic Quarterly*, Vol. 81, No. 3, s. 53-105. Dostupné z (28. 5. 2012): http://richmondfed.org/publications/research/economic_quarterly/1995/summer/pdf/king.pdf

KLEIN, P., 2000: Using the Generalized Schur Form to Solve a Multivariate Linear Rational Expectations Model. *Journal of Economic Dynamics and Control*, Vol. 24, s. 1405-1423.

KOCHERLAKOTA, N., R., 2007: Model Fit and Model Selection. *Federal Reserve Bank of St. Louis Review*, Vol. 89, No. 4, s. 349-360. Dostupné z (2. 6. 2012): http://research.stlouisfed.org/publications/review/07/07/Kocherlakota.pdf

KOOP, G., 2003: *Bayesian Econometrics*. New Jersey: John Wiley & Sons, Inc., 448 s. ISBN: 9780470845677.

KYDLAND, F., E., PRESCOTT, E., C., 1996: The Computational Experiment: An Econometric Tool. *The Journal of Economic Perspectives*, Vol. 10, No. 1, s. 69-85.

LJUNGQVIST, L., SARGENT, T., 2004: *Recursive Macroeconomic Theory*. Cambridge, MA: MIT Press, 1116 s. ISBN: 026212274X.

LUCAS, R., JR., 1976: Econometric Policy Evaluation: A Critique. *Carnegie-Rochester Conference Series on Public Policy*, Vol. 1, No. 1, s. 19-46.

LUDVIGSON, S., PAXSON, CH. H., 1999: Approximation Bias in Linearized Euler Equations. *NBER Technical Working Paper*, No. 236. Dostupné z (18. 4. 2012): http://www.nber.org/papers/t0236.pdf

MARŠÁL, A., 2011: The Term Structure of Interest Rates in Small Open Economy DSGE Model. *IES Working Paper*, No. 7.

MEDINA, C., P., SOTO, C., 2006: Model for Analysis and Simulations: A Small Open Economy DSGE for Chile. *Conference Paper*, Central Bank of Chile. Dostupný z (25. 3. 2012): http://www.bcentral.cl/conferencias-seminarios/otras-conferencias/pdf/modelling2006/soto_medina.pdf

MORGAN, M., S., 1990: *The History of Econometric Ideas*. New York: Cambridge University Press, 316 s.

ORPHANIDES, A., 2007: Taylor Rules. *Finance and Economics Discussion Series*, No. 18. Dostupný z (14. 4. 2012): http://www.federalreserve.gov/pubs/feds/2007/200718/200718pap.pdf

STÄHLER, N., THOMAS C., 2011: FiMod – a DSGE Model for Fiscal Policy Simulations. *Discussion Paper Series 1: Economic Studies*, No. 6. Dostupný z (8. 6. 2012): http://www.econstor.eu/bitstream/10419/44954/1/656434627.pdf

ŠTORK, Z., ZÁVACKÁ, J., VÁVRA, M., 2009: HUBERT: A DSGE Model of the Czech Republic. *Working Paper*, No. 2, Ministerstvo financí ČR.

TOVAR, C., 2008: DSGE models and Central Banks. *BIS Working Papers*, No. 314, Bank for International Settlements.

UHLIG, H., 1995: Toolkit for Analyzing Nonlinear Dynamic Stochastic Models Easily. *Discussion Paper Series*, No. 101, Federal Reserve Bank of Minneapolis.

VAŠÍČEK, O., MUSIL, K., 2006: Behavior of the Czech Economy: New Open Economy Macroeconomics DSGE Model. *CVKS Working Papers*, No. 23.

INTERNETOVÉ ZDROJE

SOLOW, R., 2010: Building a Science of Economics for the Real World. *Hearing Before the Subcommittee on Investigations and Oversight*, připravený projev. Dostupné z (12. 4. 2012): http://www.gpo.gov/fdsys/pkg/CHRG-111hhrg57604/pdf/CHRG-111hhrg57604.pdf

SIMS, CH., A., 2010: How Empirical Evidence Does or Does Not Influence Economic Thinking. *Institute for New Economic Thinking*: Inaugural Conference @ King's College. Dostupný z (12. 4. 2012): http://ineteconomics.org/presentation/how-empirical-evidence-does-or-does-not-influence-economic-thinking

SIMS, CH., A., 2011: Statistical Modeling of Monetary Policy and its Effects. *Nobelovská přednáška*. Dostupné z (16. 3. 2012): http://www.nobelprize.org/nobel_prizes/economics/laureates/2011/sims-lecture.html

PŘÍLOHA

Zápis modelu nové keynesiánské ekonomie pro malou uzavřenou ekonomiku v prostředí Dynare:

```
var y, pi, i, v;
varexo e_v;

parameters alpha, beta, epsilon, rho_v, sigma, phi, theta,
kappa, lambda, phi_y, phi_pi;


alpha=0.5;
beta=0.99;
epsilon=4;
rho_v=0.6;
sigma=0.45;
phi=1.08;
theta=0.75;
phi_pi=1.5;
phi_y=0.2;

lambda=(theta^(-1))*(1-theta)*(1-beta*theta)*(1-alpha)/(1-
alpha+alpha*epsilon);
kappa=lambda*(sigma+(phi+alpha)/(1-alpha));

model(linear);
y=y(+1)-1/sigma*(i-pi(+1));
pi=beta*pi(+1)+kappa*y;
i=phi_pi*pi+phi_y*y+v;
v=rho_v*v(-1)+e_v;
end;

initval;
y=0;
pi=0;
i=0;
v=0;
e_v=0;
end;

steady;
check;

shocks;

var e_v;
stderr 0.1;
end;

stoch_simul(irf=20, order=1) y i pi v;
```