

VYSOKÁ ŠKOLA EKONOMICKÁ V PRAZE

FAKULTA INFORMATIKY A STATISTIKY



DIPLOMOVÁ PRÁCE

2010

Bc. Ondřej Šabata

VYSOKÁ ŠKOLA EKONOMICKÁ V PRAZE

FAKULTA INFORMATIKY A STATISTIKY



Název diplomové práce:

**Hodnocení efektivity prodejní sítě
telekomunikačního operátora za použití modelů
analýzy obalu dat**

Autor:

Bc. Ondřej Šabata

Katedra:

Katedra ekonometrie

Vedlejší specializace:

Kvantitativní metody

Vedoucí práce:

prof. Ing. Josef Jablonský, CSc.

Prohlášení:

Prohlašuji, že jsem diplomovou práci na téma „Hodnocení efektivity prodejní sítě telekomunikačního operátora za použití modelů analýzy obalu dat“ zpracoval samostatně. Veškerou použitou literaturu a další podkladové materiály uvádím v seznamu použité literatury.

V Praze dne 14. května 2010

.....

Ondřej Šabata

Poděkování:

Rád bych na tomto místě poděkoval prof. Ing. Josefu Jablonskému, CSc. za vedení mé diplomové práce a za podnětné návrhy, které ji obohatily. Rovněž děkuji panu Michalu Dvorskému (zástupci mobilního operátora, který si přál z důvodů ochrany dat zůstat v anonymitě) za poskytnutí celé řady podkladových materiálů a pravidelnou zpětnou vazbu.

Abstrakt

Název práce: Hodnocení efektivity prodejní sítě telekomunikačního operátora za použití modelů analýzy obalu dat

Autor: Bc. Ondřej Šabata

Katedra: Katedra ekonometrie

Vedoucí práce: prof. Ing. Josef Jablonský, CSc.

Tato diplomová práce se zabývá hodnocením efektivity sítě značkových prodejen předního mobilního operátora, a to za pomoci inovativního přístupu modelů analýzy obalu dat (DEA). Konkrétně jsou v práci detailně rozpracovány následující tři oblasti: představení výhod modelů DEA oproti stávajícím metodám hodnocení efektivity produkčních jednotek a obsáhlý souhrn většiny DEA koncepcí, které jsou relevantní pro řešení daného problému; dále pak komplexní model hodnocení efektivity vlastní sítě prodejen mobilního operátora, který je jedinečný pro tuto práci jak z teoretického tak aplikačního hlediska; a nakonec detailní analýza prodejen daného operátora včetně stanovení doporučení.

Klíčová slova: analýza obalu dat, DEA, efektivita, mobilní operátor, telekomunikace

Abstract

Title: Using Data Envelopment Analysis models to assess efficiency of shop network of a Mobile Network Operator

Author: Bc. Ondřej Šabata

Department: Department of Econometrics

Supervisor: prof. Ing. Josef Jablonský, CSc.

This master thesis deals with efficiency assessment of shop network of a leading Mobile Network Operator, by which it utilizes an innovative approach called Data Envelopment Analysis (DEA). The following three areas are in main focus of this thesis: advantages of DEA modelling compared to common approaches to Decision Making Units efficiency assessment and extensive summary of majority of DEA models, which are relevant for solving the given problem; followed by a comprehensive model of efficiency assessment of shop network of a Mobile Network Operator, which is unique to this thesis from both theoretical and practical standpoints; and last but not least a detailed analysis of the shop network including recommendations.

Keywords: data envelopment analysis, DEA, efficiency, mobile network operator, telecommunications

Obsah

1	Úvod a definice problému	1
2	Měření efektivity produkčních jednotek v tradičním pojetí.....	3
2.1	Úvod do efektivity produkčních jednotek	3
2.2	Tradiční přístupy	5
2.2.1	Poměrové ukazatele a indexy	5
2.2.2	Vícekritériální hodnocení variant	6
2.2.3	Parametrické metody	8
3	Analýza obalu dat (DEA) – nový přístup k hodnocení efektivity	10
3.1	Představení základních vlastností a funkcionalit metody	11
3.1.1	Ilustrace fungování metody na příkladu jednoho vstupu a výstupu	12
3.1.2	Ilustrace fungování metody na příkladu dvou vstupů a výstupů	18
3.2	Formalizace metody.....	21
3.2.1	CCR model	21
3.2.2	BCC model	24
3.2.3	Ilustrace výpočtu efektivity na duálním BCC-I modelu.....	26
3.2.4	Další DEA modely: NDRS, NIRS a SBM.....	27
3.3	Relevantní rozšíření	29
3.3.1	Superefektivita	29
3.3.2	Malmquistův index	31
3.3.3	Window analysis.....	32
3.3.4	Nekontrolovatelné, kategorické a preferenční proměnné	34
3.3.5	Vícestupňová efektivita	35
3.3.6	Identifikace kritických proměnných	36
3.3.7	Analýza citlivosti	37
3.4	Požadavky na data a proměnné.....	38
3.5	Shrnutí výhod a nevýhod DEA.....	39
3.6	Software pro řešení modelů DEA.....	40
4	Model efektivity vlastní sítě prodejen zkoumané společnosti.....	42
4.1	Základní východiska modelu	42
4.2	Proměnné modelu	44
4.2.1	Externí efektivita.....	45
4.2.2	Interní efektivita.....	46
4.2.3	Celková (dvoustupňová) efektivita.....	47
4.2.4	Situační faktory.....	47
4.3	Specifikace charakteristik modelu	48
4.4	Efektivita versus profitabilita: matice portfolia	49
4.5	Propojení matice portfolia a externí a interní efektivity	51

5	Verifikace dat, analýza výsledků a tvorba doporučení	53
5.1	Popis testovaného souboru.....	53
5.2	Analýza požadavků na data a proměnné.....	57
5.3	Agregované výsledky	59
5.4	Výsledky na úrovni prodejen.....	62
5.4.1	Souhrn.....	62
5.4.2	Detailní přehled.....	64
5.4.3	Efektivní jednotky a superefektivita	64
5.4.4	Peer jednotky	65
5.4.5	Externí a interní efektivita	67
5.4.6	Matice portfolia.....	69
5.4.7	Matice portfolia a externí a interní efektivita	71
5.5	Analýza citlivosti	73
5.5.1	Citlivost na zvolený model	73
5.5.2	Citlivost na změny v datech a identifikace kritických proměnných	75
5.6	Upřesnění výsledků.....	79
6	Závěr	80
	Reference	82

Příloha 1: Datový soubor

Příloha 2: Detailní přehled – externí efektivita

Příloha 3: Detailní přehled – interní efektivita

1 Úvod a definice problému¹

Tato diplomová práce se zabývá hodnocením efektivity vlastní prodejní sítě předního mobilního operátora, a to za pomoci inovativního přístupu modelů analýzy obalu dat. Předmětem hodnocení jsou všechny značkové prodejny daného operátora na území České republiky. Operátor si však z důvodu ochrany dat přál zůstat v anonymitě, a proto se konkrétní název společnosti v této práci nevyskytuje. Téma práce jsem navrhl sám, nicméně cíle práce a hloubku analýzy jsem upravil podle požadavků operátora, aby pro něj tato práce měla co největší praktický přínos. Operátor rovněž poskytl většinu potřebných dat a průběžnou zpětnou vazbu formou osobních konzultací.

Český trh mobilních komunikací lze považovat za velmi vyspělý, neboť zde penetrace již několik let přesahuje 100% a v roce 2009 dokonce překonala hranici 130%. To znamená, že na jednoho občana (včetně nemluvňat) připadá v průměru více než jedna SIM-karta. Tyto zákazníky si mezi sebe dělí tři velcí zahraniční operátoři (Telefónica O2, T-Mobile a Vodafone), kteří jsou na českém trhu etablovaní již několik let. Hlavní příležitosti k dalšímu růstu tak spočívají ve třech základních oblastech: přetahování zákazníků od konkurence, zvyšování průměrných příjmů na jednoho zákazníka nebo snižování nákladů. Uvážíme-li momentální nepříznivou ekonomickou situaci a nejistý výhled do budoucna, je pro operátory prioritou číslo jedna právě snižování nákladů.

Vlastní síť značkových prodejen je pro všechny operátory v České republice jeden z klíčových prodejních kanálů, neboť se na získání nových a udržení stávajících zákazníků podílí přibližně jednou čtvrtinou. Značkové prodejny jsou také jediným kanálem, kde se zákazník a operátor setkávají tzv. face-to-face, a proto má tento kanál rovněž zásadní marketingový přínos. A v neposlední řadě se prodejní síť významnou měrou podílí na provádění servisních činností. Šíře záběru tohoto kanálu však koresponduje s výší zdrojů, které je na jeho provoz potřeba vynaložit, a tak můžeme vlastní síť prodejen označit za kanál nejnákladnější. Prodejní síť se tak ve snaze operátorů náklady snižovat logicky dostává do popředí zájmu.

¹ Část pojednávající o českém trhu mobilních komunikací a síti značkových prodejen byla zpracována za pomoci informací poskytnutých operátorem.

Na snižování nákladů je možno nahlížet ze dvou základních hledisek, a to z hlediska absolutního a relativního, přičemž mobilní operátory zajímá především relativní pohled – tj. snížení nákladů na jednotku výkonů, čehož lze dosáhnout zvýšením výkonnosti (resp. efektivity²) prováděných činností.

Zvýšení efektivity prodejní sítě je možné za předpokladu splnění následujících dvou podmínek: že existuje metoda, jak tuto efektivitu na úrovni každé z prodejen změřit, a že existuje možnost identifikace faktorů, které k úrovni této efektivity vedly (a tudíž, že záměrným ovlivněním těchto faktorů můžeme efektivitu dané prodejny zvýšit). Pod pojmem *efektivita prodejny* pak chápeme schopnost přeměnit omezené vstupy (zdroje) na požadované výstupy, přičemž úroveň této schopnosti můžeme vyjádřit jediným číslem, což nám umožňuje přímé srovnání mezi jednotlivými prodejnami. Tento agregovaný pohled nám však tradiční přístupy založené především na různých souborech poměrových ukazatelů neumožňují, a tak je potřeba poohlédnout se po vhodnějším řešení.

Jednou z mála koncepcí splňujících požadavky uvedené výše, je metoda lineární optimalizace, která se nazývá *analýza obalu dat (DEA)*. Přestože je analýza obalu dat poměrně novým přístupem, za 30 let od jejího vzniku bylo vydáno již přes 4000 odborných článků a knižních publikací, z nichž velká část pojednává o využití této metody v praxi – především v oblasti hodnocení efektivity bankovních poboček. Možnosti využití modelů DEA pro analýzu efektivity vlastní sítě prodejen mobilního operátora však v doposud známé literatuře i praxi chybí.

Vzhledem k výše nastíněným faktům jsem **cíle této práce** stanovil následovně:

1. Představit výhody modelů DEA oproti stávajícím přístupům měření efektivity produkčních jednotek a uživatelsky přívětivou formou shrnout ty teoretické koncepty, které jsou relevantní pro řešení daného problému.
2. Vyvinout komplexní model hodnocení efektivity vlastní sítě prodejen mobilního operátora.
3. Podle vytvořeného modelu analyzovat úroveň efektivity jednotlivých prodejen a následně identifikovat možné nápravné kroky (a jejich naléhavost) k zvýšení celkové výkonnosti prodejní sítě daného operátora.

² Zde budu považovat výkonnost a efektivitu za synonyma, nicméně ve druhé kapitole tyto pojmy odliším.

2 Měření efektivity produkčních jednotek v tradičním pojetí

Tato kapitola má za cíl seznámit čtenáře s tradičními teoretickými koncepcemi měření efektivity produkčních jednotek, mezi které řadíme poměrové ukazatele, vícekritériální hodnocení variant a parametrické metody. V úvodní části této kapitoly jsou definovány pojmy³ výkonnost a efektivita a nastíněny některé základní problémy související s jejich měřením. Druhá část pojednává o tradičních matematicko-statistických metodách měření efektivity se zaměřením na jejich silné a především slabé stránky.

2.1 Úvod do efektivity produkčních jednotek

Výkonnost v duchu ekonomické teorie chápeme jako schopnost přeměny omezených zdrojů na požadované⁴ výstupy, přičemž vstupy (zdroje) jsou svou povahou minimalizační, zatímco výstupy (přínosy) se snažíme maximalizovat. Zmíněnou transformaci provádí tzv. *produkční jednotky* (*Decision Making Units, DMUs*), což mohou být například firmy nebo jejich pobočky – obecně jakékoliv relativně homogenní jednotky, které provádí stejnou nebo podobnou aktivitu s cílem vytvořit identické nebo ekvivalentní efekty. Produkční jednotky se vyznačují schopností ovlivnit velikost alespoň jednoho ze vstupů či výstupů (proměnných), což jim dává relativní kontrolu nad svou výkonností. Proměnné, které ovlivňují výkonnost produkční jednotky, avšak nejsou pod její kontrolou, představují tzv. *situační faktory*. (Jablonský a Dlouhý, 2004; Jablonský, 2007; Thanassoulis, 2001)

V případě hodnocení jednoho vstupu a jednoho výstupu můžeme výkonnost snadno určit poměrem velikosti výstupu na jednotku vstupu. Reálné situace však obvykle sestávají z mnohem složitějších vztahů, které zahrnují celou řadu vstupů i výstupů. Abychom mohli takovýto výkonnostní problém vyřešit, musíme znát relativní důležitost jednotlivých proměnných. Pokud jsme schopni každou vstupní i výstupní jednotku ohodnotit její „cenou“ (například v peněžním vyjádření), můžeme výkonnost jednoduše změřit jako vážený podíl hodnot výstupů a vstupů. Pokud tyto ceny známy nejsou, musíme jednotlivé váhy proměnných odhadnout na základě našeho vlastního

³ Zatímco většina publikací bere pojmy výkonnost a efektivita jako synonyma, v této práci je význam těchto termínů rozdílný.

⁴ V této obecné definici mám na mysli efekty žádoucí. V realitě můžeme uvažovat i výstupy nežádoucí, jejichž vyšší hodnota (*ceteris paribus*) vede naopak k nižší výkonnosti.

uvážení, či externího úsudku. Blíže o metodách odhadu těchto vah pojednává například Jablonský a Dlouhý (2004), str. 45–50. V každém případě je potřeba správnému odhadu vah věnovat značnou pozornost, neboť tímto vnášíme do problému objektivní povahy značnou dávku subjektivity, která může negativně ovlivnit validitu modelu i akceptovatelnost výsledků zúčastněnými stranami, či v případě chybného odhadu zcela zkreslit výstupy dané analýzy.

Zatímco výkonost při daných cenách vstupů a výstupů je jasně dána hodnotou váženého výstupu produkční jednotky na váženou jednotku vstupů, *efektivita* je relativní pojem, neboť porovnává úroveň výkonosti testované produkční jednotky s nějakou ideální výkonostní hodnotou. Obvykle tedy efektivitu měříme reálným bezrozměrným číslem z intervalu $<0;1>$ – tj. od 0% do 100%. Pokud produkční jednotka dosahuje efektivit 100%, označujeme tuto jednotku jako *efektivní*, zatímco jednotky s efektivitou menší než 100% označujeme jako *neefektivní*. Efektivní jednotky dosahují tzv. *Pareto-Koopmans efektivit*, která je dle Cooper et al. (1999), Soukupové a kol. (2006) a Thanassoulis (2001) definována následovně: Jednotka je Pareto-Koopmans efektivní, jestliže:

- Není možné zvýšit ani jeden z výstupů, aniž by musel být zároveň snížen alespoň jeden z ostatních výstupů, nebo zvýšen alespoň jeden ze vstupů;

a zároveň

- není možné snížit ani jeden ze vstupů, aniž by musel být zároveň zvýšen alespoň jeden z ostatních vstupů, nebo snížen alespoň jeden z výstupů.

Na efektivní jednotky je tak možné nahlížet ze vstupního či výstupního úhlu pohledu.

Pokud bereme zmíněnou efektivitu z absolutního hlediska, uvažujeme ideální výkonostní hodnotu jako teoreticky dosažitelný abstrakt, který můžeme stanovit odhadem (čímž ovšem do problému opět vnášíme nežádoucí subjektivitu), nebo výpočtem, pokud známe přesnou matematickou závislost transformace vstupů na výstupy (což je ovšem ve většině ekonomických případů nereálné). Proto se v praxi narozdíl od efektivit absolutní uplatňuje efektivita relativní, která za ideální výkonostní hodnotu bere nejlepší⁵ hodnotu z testovaného vzorku produkčních jednotek.

⁵ V této obecné definici je předpoklad konstantních výnosů z rozsahu. O relativní efektivitě za předpokladu variabilních výnosů z rozsahu se zmíním v souvislosti s představením metod analýzy obalu dat v kapitole 3.1.1.

2.2 Tradiční přístupy

Mezi tradiční přístupy k hodnocení efektivity produkčních jednotek jsem zařadil poměrové ukazatele a indexy, metody vícekriteriálního hodnocení variant a parametrické metody.

2.2.1 Poměrové ukazatele a indexy

Poměrové ukazatele ((Key) Performance Indicators, (K)PIs) patří k nejčastěji používaným metodám měření výkonnosti v praxi. K jejich silným stránkám patří především jejich konstrukční jednoduchost a z toho vyplývající pochopitelnost širokým spektrem uživatelů. V oblasti měření výkonnosti produkčních jednotek můžeme najít desítky či stovky možných KPIs, které se snaží postihnout oblasti od financí přes marketing až po lidské zdroje. Poměrové ukazatele jsou účinným nástrojem k měření dílčí efektivity – tedy k analýze specifických částí produkční jednotky. Jejich použití pro hodnocení celkové výkonnosti však vykazuje řadu nedostatků:

- Výkonnost reálných DMUs sestává z velkého množství vstupů a výstupů, které pro posouzení celkové výkonnosti vyžadují použití mnoha KPIs současně. Vzhledem k rozdílné povaze jednotlivých KPIs (např. náklady na zaměstnance, doba obratu zásob) není ale možné tyto KPIs agregovat do jediného ukazatele. (Thanassoulis, 2001)
- Porovnání výkonnostních KPIs produkčních jednotek navzájem ztrácí význam v případě, že produkční jednotky operují v prostředí variabilních⁶ výnosů z rozsahu, nebo pokud existují významné rozdíly v působení situačních⁷ faktorů.

Zatímco KPIs měří statickou výkonnost (k nějakému okamžiku, za nějaké období), vývoj produktivity v čase zachycují tzv. *indexy*. Indexy mohou být konstruovány jednoduše⁸ jako podíl hodnoty KPI v čase T ku hodnotě KPI v čase $T - X$. Výhodou těchto indexů je jejich řetězitelnost – tedy rozklad na efekty jednotlivých časových úseků. (Hindls a kol., 2004)

⁶ Například v prostředí klesajících výnosů z rozsahu by byly velké DMUs znevýhodněny oproti menším DMUs.

⁷ Například u maloobchodní prodejní sítě by byly zvýhodněny jednotky v centrech velkých měst oproti jednotkám na venkově v regionech s nízkou životní úrovní.

⁸ Existují i složitější indexy, jako Paascheho, Loweho, Fisherův apod., které mohou sloužit k zachycení vývoje produktivity výrobních faktorů. Ty to indexy jsou popsány např. v publikaci Hindls a kol. (2004).

2.2.2 Vícekriteriální hodnocení variant

Při hodnocení produktivity DMUs musíme brát do úvahy celou řadu vstupních i výstupních proměnných (kriterií). Jedná se tedy o problém vícekriteriálního rozhodování. Vzhledem k tomu, že počet hodnocených produkčních jednotek (variant) i kriterií hodnocení je omezený, hovoříme o metodách *vícekriteriálního hodnocení variant*⁹ (VHV).

Metod VHV byla navržena celé řada. Mezi v praxi nejvíce používané patří metody WSA, TOPSIS, AHP, ELECTRE a PROMETHEE. (Jablonský a Dlouhý, 2004) O dalších metodách pojednává např. Fiala (2003).

Pro hodnocení výkonnosti produkčních jednotek je nejjednodušší VHV metodou *metoda váženého součtu* (*Weighted Sum Approach, WSA*), která je založena na konstrukci lineární funkce užitku. Každé variantě (v našem případě produkční jednotce) je následně podle vztahu (2.1) přiřazena hodnota užitku mezi 0 a 1, kde 0 reprezentuje teoreticky nejhorší možnou variantu (nejhorší hodnoty podle všech kriterií) a 1 reprezentuje teoreticky nejlepší možnou variantu (nejlepší hodnoty podle všech kriterií). Celkový užitek jednotky DMU_q je vyjádřen jako vážený součet dílčích užiteků k kriterií:

$$u(DMU_q) = \sum_{j=1}^k v_j y_{qj}, \quad (2.1)$$

kde v_j značí váhu každého z k kriterií (vstupní, popř. výstupní proměnné) a y_{qj} udává úroveň vstupních (resp. výstupních) proměnných hodnocené jednotky DMU_q .

Hodnoty vstupních a výstupních kriterií je však před provedením tohoto výpočtu potřeba pro každé kriterium normalizovat¹⁰. Pro maximalizační kriteria (výstupy) provedeme normalizaci podle následujícího vztahu:

$$y_{qj} = \frac{y'_{qj} - D_j}{H_j - D_j}, \quad (2.2)$$

zatímco pro minimalizační kriteria (vstupy) normalizujeme pomocí následujícího vztahu:

$$y_{qj} = \frac{H_j - y'_{qj}}{H_j - D_j}, \quad (2.3)$$

⁹ Pokud by byl počet variant nekonečný (určený soustavou omezujících podmínek), jednalo by se o úlohy vícekriteriálního programování. O těchto metodách pojednává např. Jablonský a Dlouhý (2004).

¹⁰ Tj. převést hodnoty všech kriterií na rozsah $<0;1>$.

kde D_j jsou nejnížší¹¹ hodnoty dané vstupní a výstupní proměnné (kritéria) a H_j jsou nejvyšší¹² naměřené hodnoty daných proměnných. y_{qj} představují původní hodnoty výstupních a vstupních proměnných a y_{qj} jsou hodnoty normalizované, které použijeme v modelu (2.1).

Za efektivní pak považujeme jednotky, které dosahují hodnoty užitku rovnu 1. To je však možné pouze, pokud by daná jednotka byla nejlepší podle všech kritérií současně, což není u produkčních jednotek pravděpodobné¹³.

Mezi hlavní nevýhody metody WSA i dalších VHV metod pro aplikaci v hodnocení výkonnosti produkčních jednotek patří:

- Nutnost subjektivního odhadu vah pro jednotlivá kritéria. Pokud definuji jako výstupní proměnné produkční jednotky například měsíční obrat (krátkodobé kritérium) a průměrnou spokojenost zákazníků (dlouhodobé kritérium), je velice obtížné určit, jakou přesnou váhu každé z kritérií má. Přitom hodnoty vah mají na výsledek analýzy zásadní vliv. Vezmeme-li navíc v úvahu, že metody VHV nerozlišují mezi vstupními a výstupními proměnnými (berou pouze do úvahy, zda je proměnná svou povahou maximalizační či minimalizační), je potřeba stanovit relativní váhy i například pro vztah počtu zaměstnanců (jakožto vstupní proměnné) k měsíčnímu obratu (výstupní proměnná), což situaci dále komplikuje.
- Obtížná interpretovatelnost výsledků některých metod. Zatímco většina zmíněných metod dokáže určit pořadí hodnocených jednotek, či jim přiřadit konkrétní hodnotu efektivity, není z výsledků možné stanovit přesný návod pro zlepšení neefektivních jednotek. Vyjde-li nám například DMU_x s nejlepším výkonnostním skóre a budeme-li tuto jednotku považovat za efektivní (efektivita 100%), pak není možné z efektivity jednotky DMU_y na úrovni 70% (neefektivní jednotka) usuzovat, o kolik je potřeba zvýšit výstupní proměnné, respektive snížit vstupní proměnné, aby se hodnocená jednotka stala efektivní.
- Stejně jako u poměrových ukazatelů i zde nastává problém výnosů z rozsahu a působení situačních faktorů.

¹¹ Za nejnížší hodnotu dané proměnné můžeme zvolit buď 0 (pokud je to z logiky proměnné možné), nebo nejnížší naměřenou hodnotu dané proměnné v testovaném souboru (čímž se zvýší diskriminační schopnost modelu).

¹² Za nejvyšší hodnotu obvykle volíme nejvyšší naměřenou hodnotu dané proměnné v testovaném souboru.

¹³ Hodnoty všech vstupů by musely být na nejnížší úrovni ze všech sledovaných jednotek, zatímco hodnoty všech výstupů absolutně nejvyšší. To není pravděpodobné, pokud např. porovnáváme DMUs o různé velikosti.

2.2.3 Parametrické metody

Parametrické metody modelují výkonnost produkční jednotky pomocí matematických funkcí, jejichž parametry je nutno specifikovat uživatelem. Mezi základní metody patří regresní analýza a stochastická analýza produkční funkce (Cobb-Douglas, Zellner-Revanak, Translog apod.) – viz např. Coelli (1998), Jablonský a Dlouhý (2004) a Thanassoulis (2001). Mezi další – méně rozšířené metody – patří např. Distribution Free Approach nebo Thick Frontier Approach. (Rouatt, 2003)

Regresní analýza

Regresní analýza modeluje závislost jednoho výstupu na více vstupech, či jednoho vstupu na více výstupech. Neefektivita není v tomto modelu explicitně zahrnuta, což je patrné z následující formulace:

$$y = f(\beta, x_1, x_2, \dots, x_s) + \eta, \quad (2.4)$$

kde x_r , $r = 1, 2, \dots, s$, jsou známé hodnoty s vstupů, β je skupina neznámých parametrů, které je potřeba odhadnout, a η představuje náhodný šum. Náhodný šum vyjadřuje skutečnost, že hodnocená jednotka nemusí pro pozorované hodnoty vstupů vytvořit přesně výstup $y = f(\beta, x_1, x_2, \dots, x_s)$, neboť uvažujeme vliv náhodných faktorů mimo tento model. Také předpokládáme, že η má normální rozdělení se střední hodnotou 0, aby se odchylky v součtu kompenzovaly. (Hindls a kol., 2004; Thanassoulis, 2001)

Za předpokladu lineární regrese odhadneme β parametry metodou nejmenších čtverců (minimalizujeme součet druhých mocnin η). Výkonnost produkční jednotky pak dostaneme jako podíl skutečné velikosti výstupu k předpovězené velikosti výstupu $y = f(\beta, x_1, x_2, \dots, x_s)$. Čím vyšší hodnotu dostaneme, tím vyšší výkonnost dané jednotky. (Thanassoulis, 2001)

Mezi hlavní nedostatky regresní analýzy patří především skutečnost, že tato metoda bere za základ hodnocení výkonnosti průměr, který je určen regresní přímkou, a fakt, že v modelu není možné odlišit, jaká část výkonnosti je tvořena neefektivitou samotnou a jaká část náhodnou chybou měření. Je tedy možné seřadit jednotky dle jejich výkonnosti, avšak stanovení jejich efektivity zůstává problémem. Při regresní analýze musíme rovněž a priori předpokládat formu závislosti transformace vstupů na výstup (např. lineární), což je v ekonomické praxi (narozdíl od praxe technické) podstatný problém, neboť forma závislosti není většinou známa. (ibid)

Stochastická analýza produkční hranice

Potlačení některých nedostatků regresní analýzy má za cíl metoda *stochastické produkční hranice* (*Stochastic Frontier Analysis, SFA*), která neefektivitu v transformaci vstupů na výstup zahrnuje přímo do modelu, který se od (2.4) liší následujícím způsobem:

$$y = f(\beta, x_1, x_2, \dots, x_s) + v - \mu, \quad (2.5)$$

kde rozdíl empirických a teoretických hodnot η z (2.4) je dekomponován na složky v a μ . v představuje náhodnou složku (s normálním rozdělením jako u regresní analýzy) a $\mu \geq 0$ představuje neefektivitu s definovaným statistickým rozdělením (nejčastěji polo-normálním nebo exponenciálním). Pokud opět předpokládáme lineární závislost transformace vstupů na výstup, můžeme pomocí metody nejmenších čtverců odhadnout neznámé parametry β . (Coelli, 1998; Thanassoulis, 2001)

Například při zužitkování Cobb-Douglasovy produkční funkce můžeme pro r produkčních jednotek, které k vytvoření výstupu y_i zužitkovávají n vstupů x_j , model stochastické produkční hranice zapsat následovně: (Jablonský a Dlouhý, 2004)

$$\ln y_i = \beta_0 + \sum_{j=1}^n \beta_j x_{ij} + v_i - \mu_i, \quad i = 1, 2, \dots, r, \quad j = 1, 2, \dots, n. \quad (2.6)$$

Metoda stochastické produkční hranice se tak snaží více přiblížit realitě tím, že předpovídá maximální možný výstup produkční jednotky při dané úrovni vstupů, zatímco regresní analýza předpovídá výstup průměrný. Efektivitu jednotky v modelu SFA však není možné určit jednoduše podílem, protože je nejdříve nutné odfiltrovat náhodný šum v . Podrobněji o této metodě např. viz Coelli (1998).

I když metoda SFA explicitním zakomponováním neefektivity do modelu představuje oproti regresní analýze značný pokrok, její využití v hodnocení výkonnosti produkčních jednotek stále obsahuje řadu nedostatků. Jedná se především o pohled na neefektivitu jako náhodnou veličinu, která kopíruje nějaké pravděpodobnostní rozdělení, které je nutno a priori specifikovat, stejně jako formu závislosti transformace vstupů na výstup (např. Cobb-Douglas). (Thanassoulis, 2001)

Forma závislosti a pravděpodobnostní rozdělení neefektivity však nejsou v ekonomické praxi většinou známy a nesprávný odhad těchto parametrů tak může celý model naprosto odtrhnout od reality.

3 Analýza obalu dat (DEA) – nový přístup k hodnocení efektivity

Reakcí na nevýhody výše zmíněných přístupů je *metoda analýzy obalu dat* (*Data Envelopment Analysis, DEA*), kterou spolu se svými modifikacemi (např. metodami Free Disposal Hull (FDH) a Free Replicable Hull (FRH)) řadíme do neparametrických metod produkční hranice. (Jablonský a Dlouhý, 2004)

Základní charakteristikou těchto metod je fakt, že nepracují s funkčními závislostmi mezi vstupy a výstupy, a nevyžadují tedy kvantifikaci formy transformace vstupů na výstupy. Navíc tyto metody rovněž nevyžadují subjektivní hodnocení ohledně významnosti jednotlivých proměnných a pracují s konceptem relativní efektivity, což znamená, že porovnávají výkonnost hodnocené jednotky s výkonností ostatních jednotek ve sledovaném souboru, nikoliv s nějakým teoreticky efektivním abstraktem. A v neposlední řadě jsou tyto metody schopny pracovat s velkým množstvím vstupních a výstupních proměnných, které pomocí matematického programování – lineární optimalizace – agregují do jediného ukazatele efektivity hodnocených DMUs. (Jablonský a Dlouhý, 2004; Thanassoulis, 2001; Cooper et al., 1999; Zhu, 2003; Cooper et al., 2004)

V nadcházejících částech této kapitoly popíši základní fungování DEA, které budu ilustrovat na jednoduchých příkladech i graficky. Zmíněné závislosti následně formalizuji do matematických DEA modelů a způsob jejich výpočtu budu ilustrovat opět na jednoduchém příkladu. V návaznosti na základní modely představím některá DEA rozšíření, která budou využita v analytické části této práce. Dále pak zmíním výčet základních požadavků na data a proměnné pro správné fungování DEA a poté shrnu výhody a nevýhody analýzy efektivity produkčních jednotek pomocí DEA. Kapitulu zakončím přehledem softwarových řešení, pomocí kterých je DEA modely možné uživatelsky přívětivě vyřešit.

3.1 Představení základních vlastností a funkcionalit metody

Analýza obalu dat se vyvinula z konceptu technické a alokační efektivity představené M.J. Farrellem v roce 1957, který reagoval na nedostatky spojené s používáním velkého množství vzájemně neprovázaných KPIs, které nebyly schopny poskytnout jediný ukazatel efektivity hodnocené DMU. Farrell vyvinul ukazatel relativní efektivity, který byl založen na váženém podílu výstupů a vstupů, přičemž váhy jednotlivých proměnných byly společné pro všechny hodnocené jednotky. Problém spočíval v přiřazení společných vah všem jednotkám. (Cooper et al., 2004)

Tento problém vyřešili Charnes, Cooper a Rhodes v článku „Measuring the Efficiency of Decision Making Units“ publikovaném v *European Journal of Operational Research* v roce 1978 tak, že navrhli, aby si každá z hodnocených DMUs stanovila své vlastní váhy, které bude používat při hodnocení své efektivity vzhledem k ostatním jednotkám souboru, a to tak, aby stanovené váhy byly pro danou jednotku co nejpríznivější. Definovali tak lineárně optimalizační model, který pojmenovali analýza obalu dat¹⁴. (ibid)

Přestože je analýza obalu dat poměrně mladou metodou, za 30 let od jejího vzniku bylo vydáno přes 4000 odborných článků a knižních publikací, z nichž velká část pojednává o využití této metody v praxi. Pokud bychom do hodnocení zahrnuli i disertační práce a příspěvky publikované na konferencích, dostáváme se k číslu 7000. (Emrouznejad et al., 2008)

Tato skutečnost dokazuje rychlé přijetí DEA odbornou veřejností a vytváří solidní základ pro další rozšiřování aplikací této metody v praxi. Doposud se metoda setkala s největším využitím v bankovníctví, retailingu, zdravotnictví, neziskovém sektoru a regulovaném sektoru, ale objevila se i celá řada dalších zajímavých aplikací jako např. oceňování veřejně neobchodovaných společností, hodnocení efektivity vlastnických forem, efektivity fúzí a akvizic, oceňování cenných papírů apod. (Emrouznejad et al., 2008; Cooper et al., 2004)

¹⁴ Ve svém původním článku popsali autoři DEA jako „model matematického programování aplikovaný na pozorovaná data, který poskytuje nový způsob získání empirických odhadů vztahů jako produkční funkce a/nebo plochy produkčních možností“.

Základní principy fungování DEA budu nejprve ilustrovat na jednoduchých příkladech, které mají za cíl představit DEA co možná uživatelsky nepřívětivější cestou – nejprve na příkladu o jednom vstupu a jednom výstupu, kde vysvětlím techniku obalování dat, výnosy z rozsahu a přístupy k analýze efektivních a neefektivních jednotek. Následně ilustraci rozšířím o příklad o dvou vstupech a dvou výstupech, který se zaměří na techniku odhadu vah pro jednotlivé proměnné. Závěry z těchto příkladů budu v následující části 3.2 formalizovat do matematické formulace DEA modelů.

3.1.1 Ilustrace fungování metody na příkladu¹⁵ jednoho vstupu a výstupu

Budeme uvažovat malou prodejní síť čítající 11 obchodů ($U_i, i = 1, 2, \dots, 11$). Každá prodejna je charakterizována jedním vstupem – průměrný počet pracovníků (x_i), a jedním výstupem – průměrné měsíční tržby (y_i) v milionech Kč. Konkrétní hodnoty jsou obsažené v tabulce 3.1.

Prodejna (U_i)	U1	U2	U3	U4	U5	U6	U7	U8	U9	U10	U11
Počet prac. (x_i)	12	7	7	2	7	3	9	4	2	6	13
Tržby (y_i)	14	12	10,5	3	5	7	6	9,33	1	8	2

Tab. 3.1: Vstupní data pro příklad jednoho vstupu a jednoho výstupu

¹⁵ Příklad byl částečně převzat z Jablonský a Dlouhý (2004). Komentář příkladu vychází z Jablonský a Dlouhý (2004), Thanassoulis (2001), Cooper et al. (1999) a Cooper et al. (2004).

Ze zadaných údajů určí model *efektivní hranici* a *množinu přípustných možností* (*Production Possibility Set, PPS*), tedy množinu všech kombinací vstupu a výstupu ležící pod efektivní hranicí. Situaci ilustruje obrázek 3.1.



Pro určení efektivní hranice je v DEA modelu nutno specifikovat charakter *výnosů z rozsahu* – ty mohou být konstantní (Constant Returns to Scale, CRS), nerostoucí¹⁶ (Non-Increasing Returns to Scale, NIRS), neklesající¹⁷ (Non-Decreasing Returns to Scale, NDRS), nebo variabilní (Variable Returns to Scale, VRS).

Konstantní výnosy z rozsahu znamenají, že pokud je hodnocená jednotka při kombinaci vstupů a výstupů $[x_i; y_i]$ efektivní, pak každá jednotka s lineární kombinací $[\alpha x_i; \alpha y_i]$ pro $\alpha > 0$ je rovněž efektivní. Tento případ ilustruje na obrázku 3.1 modrá polopřímka CRS vycházející z počátku, která tvoří kónický obal dat, a na níž leží pouze jednotky U6 a U8. Jedinými efektivními¹⁸ jednotkami jsou v tomto případě U6 a U8 a všechny ostatní jednotky jsou neefektivní, přičemž míru efektivity udává jejich

¹⁸ V našem zjednodušeném příkladu z jedním vstupem a jedním výstupem je intuitivní, že při konstantních výnosech z rozsahu bude efektivní jednotka s nejvyšším poměrem y_i/x_i ; i všechny ostatní jednotky dosahující tohoto poměru. Tento předpoklad však opustíme při uvažování NIRS, NDRS či VRS.

vzdálenost od efektivní hranice – tedy polopřímky CRS vycházející z počátku. Základní DEA modely se potom (kromě charakteru výnosů z rozsahu) liší v tom, jakým způsobem měří vzdálenost neefektivních jednotek od efektivní hranice. Tato vzdálenost vyjadřuje potřebnou redukci vstupů či expanzi výstupů, aby se daná jednotka stala efektivní (podrobněji viz dále).

Variabilní výnosy z rozsahu naproti tomu modifikují efektivní hranici do konvexního obalu, který na obrázku 3.1 sestává z efektivních jednotek U4 U6 U8 U2 U1 a lineárních částí¹⁹ mezi nimi (křivka VRS). Pro doplnění uvádím obal pro *nerostoucí výnosy z rozsahu*: [0;0] U6 U8 U2 U1, i pro *neklesající výnosy z rozsahu*: U4 U6 U8 spolu s částí polopřímky CRS od bodu U8 procházející body C a A. Efektivní VRS hranice tak v našem případě zahrnuje s rostoucím rozsahem nejprve *rostoucí výnosy z rozsahu* (Increasing Returns to Scale, IRS) tvořené částí U4 U6, následované CRS tvořené částí U6 U8, a zakončené *klesajícími výnosy z rozsahu* (Decreasing Returns to Scale, DRS) tvořené částí U8 U2 U1, což je v souladu s mikroekonomickou teorií firmy. (Soukupová a kol., 2006)

Analýza neefektivních jednotek

Všechny produkční jednotky, které se nacházejí pod efektivní hranicí, jsou z hlediska DEA modelu neefektivní. Aby se produkční jednotka stala efektivní, existují 3 způsoby, jak toho dosáhnout:

- Redukcí vstupů při zachování hladiny výstupů. Tyto DEA modely označujeme jako *vstupně orientované (Input Oriented, IO)*.
- Expanzí výstupů při zachování hladiny vstupů. Tyto DEA modely označujeme jako *výstupně orientované (Output Oriented, OO)*.
- Současnou redukcí vstupů a expanzí výstupů. Tyto DEA modely označujeme jako *aditivní nebo odchylkové (Slack Based Models, SMB)*.

Tyto přístupy budu ilustrovat na našem jednoduchém příkladu pro jednotku U3, a to při uvažování variabilních výnosů z rozsahu.

Jednotka U3 [7;10,5] není, jak ilustruje obrázek 3.1, efektivní. Modelem vypočtená efektivita pro tuto jednotku je 0,76 (IO model) respektive 1,14 (OO model).

¹⁹ Možnost lineární interpolace mezi jednotlivými efektivními jednotkami je jedním ze základních předpokladů metody DEA. Existují i jiné přístupy na bázi DEA (jako například FDH či FRH zmíněné v úvodu kapitoly 3), které uvažují, že produkční jednotka může být hodnocena pouze vůči další skutečně existujícím jednotkám a nikoliv i vůči jejich konvexním kombinacím. Efektivní hranice by pak měla podobu „schodů“ a nebylo by potřeba stanovovat typ výnosů z rozsahu. FDH a FRH však na rozdíl od DEA zatím větší odezvu v praxi nenašly.

Hodnota 0,76 udává potřebnou redukci vstupů při zachování hladiny výstupů, aby se jednotka stala efektivní. Pokud tedy počet pracovníků jednotky U3 snížíme ze 7 na 5,3 (na 5), což odpovídá redukci na 76% původní hodnoty, stane se jednotka efektivní. Tuto situaci v našem obrázku ilustruje posun jednotky U3 do bodu B na efektivní hranici, přičemž bod B označujeme za *virtuální jednotku* neefektivní jednotky U3 IO modelu.

Naproti tomu hodnota 1,14 udává potřebnou expanzi výstupů při zachování úrovně vstupů, aby se daná jednotka stala efektivní. Výstupy je tedy potřeba zvýšit na 114%, což odpovídá tržbám na úrovni 12 miliónů Kč. Na obrázku 3.1 je tato situace ilustrována posunem U3 na pozici U2, přičemž jednotka U2 je virtuální jednotkou neefektivní jednotky U3 v OO modelu.

Pro úplnost uvádím výsledek v modelu SBM, který pro dosažení efektivity jednotky U3 určil redukci vstupů a expanzi výstupů na úroveň [5,3;10,5]. Úroveň [5,3;10,5] je tak virtuální jednotkou neefektivní jednotky U3 v SBM modelu.

Analýza efektivních jednotek

Z obrázku 3.1 však můžeme vyčíst i další zajímavé informace, jako například jaká část produkčních jednotek ležících na efektivní hranici je efektivní díky své velikosti, či které efektivní jednotky byly použity jako benchmark pro jednotlivé neefektivní DMUs.

Vztah efektivity a velikosti dokumentuje např. jednotka U2, která je za předpokladu VRS efektivní, avšak za předpokladu CRS efektivní není. To znamená, že daná jednotka netransformuje vstupy na výstupy v nejlepším možném poměru (protože neleží na CRS), avšak vzhledem k dané velikosti produkční jednotky je tento poměr považován za efektivní. Daná jednotka tak leží buď v oblasti rostoucích nebo v oblasti klesajících výnosů z rozsahu – konkrétně jednotka U2 leží v oblasti klesajících výnosů z rozsahu, což může implikovat úvahy o snížení velikosti dané jednotky či rozdělení dané jednotky do dvou menších. Analogicky bychom mohli analyzovat efektivitu U4, která leží v oblasti IRS. Jednotky, které jsou efektivní za předpokladu VRS, avšak nejsou efektivní za předpokladu CRS nazýváme *čistě technicky efektivní (Pure Technical Efficient)*.

Oproti jednotkám čistě technicky efektivním (U4 U2 U1) však existují i jednotky *celkově technicky efektivní (Overall Technical Efficient)*, které jsou v našem

příkladu zastoupeny U6 a U8. Tyto DMUs jsou efektivní jak za předpokladu VRS, tak CRS, což znamená, že jejich efektivní transformace vstupů na výstupy je rovněž spojena s *ideální*²⁰ velikostí dané jednotky (*Most Productive Scale Size, MPSS*) a tedy *efektivitou rozsahu* (*Scale Efficiency*). Ilustrativní výpočet všech tří druhů efektivit pro jednotku U3 (viz obrázek 3.1 a tabulka 3.1) shrnuje následující tabulka 3.2. Vztahy mezi efektivitami shrnuje vztah (3.1):

Efektivita	IO model	OO model
Celková technická (CRS)	0,64	1,56
Čistě technická (VRS)	0,76	1,14
Rozsahu (CRS/VRS)	0,84	1,37

Tab. 3.2: Dekompozice neefektivity jednotky U3

$$\text{Celková technická (CRS)} = \text{Čistě technická (VRS)} \times \text{Rozsahu (CRS / VRS)}. \quad (3.1)$$

Jednou z dalších silných stránek modelů DEA je fakt, že podávají informaci o tom, které efektivní jednotky byly použity jako benchmark pro jednotky neefektivní – tyto DMUs nazýváme *peer jednotky*. Informace o peer jednotkách je pro neefektivní DMUs důležitá, neboť poskytuje návod, které z efektivních jednotek je možno považovat za *role models (RMs)*, tedy které efektivní jednotky by měly neefektivní jednotky replikovat. Tak např. jednotka U3 má při IO modelu peer jednotky U2 a U8, a při OO modelu pouze U2. Proč je tomu tak, ilustruje obrázek 3.1. V případě IO modelu leží virtuální jednotka pro U3 v bodě B, který leží na části efektivní hranice určené právě jednotkami U2 a U8. U OO modelu je virtuální jednotka pro U3 přímo jednotka U2. Analogicky pro jednotku U7 platí, že pro IO jsou její peer jednotky U4 a U6 a pro OO jsou jimi U1 a U2.

Pokud se na úvahu o peer jednotkách (a role models) podíváme z druhé strany, dostaneme rovněž užitečnou informaci, a to pro kolik neefektivních DMUs slouží daná efektivní jednotka jako RM. Platí totiž jednoduchá logika, že pro čím více jednotek je efektivní jednotka RM, tím větší má její efektivita „váhu“. Například jednotka U2 slouží jako RM hned pětkrát, zatímco například jednotka U1 pouze jednou. U jednotky

²⁰ Ideální ve smyslu porovnání s ostatními hodnocenými jednotkami – pro připomenutí, DEA se zabývá relativní efektivitou.

U1 tak vyvstává podezření, zda neoperuje ve výrazně odlišném prostředí než ostatní jednotky, či zda svou velikostí nespadá mimo proporce obvyklé v hodnoceném souboru. Takováto jednotka, která leží mimo (*outlier*), se pak může za předpokladu VRS jevit jako efektivní, i když o její efektivitě můžeme do jisté míry polemizovat, protože tuto jednotku není prostě možno s ničím porovnat.

Speciální případ neefektivních jednotek v modelu VRS

Jak již bylo uvedeno a ilustrováno na obrázku 3.1, v modelu VRS je efektivní hranice definována jednotkami U4 U6 U8 U2 U1. Tento obal dat jednoznačně definuje virtuální jednotky v IO a OO modelech pouze pro neefektivní DMUs umístěné uvnitř plochy U4 U6 U8 U2 U1 D. Pro jednotky mimo tuto plochu, které v našem příkladu zastupují DMUs U9 a U11, však žádná efektivní hranice definována není. Model v tomto případě pro určení virtuální jednotky postupuje tak, že nejprve zredukuje vstupy (popřípadě expanduje výstupy) na úroveň extrapolované efektivní hranice (na obrázku 3.1 vertikální a horizontální čárkované čáry vycházející z jednotek U4 a U1) a poté určí jako virtuální jednotku nejbližší efektivní DMU.

Pro jednotku U9 tak při IO modelu bude virtuální jednotkou U4 a při OO modelu rovněž U4. Pro jednotku U11 budou analogicky virtuálními jednotkami U1 v OO (znázorněno na obrázku 3.1 červenou tečkovanou šipkou) a U4 v IO.

Pro tyto speciální případy, kdy data nejsou kompletně obalena, tedy nemůžeme použít klasickou interpretaci výsledků modelu, která udává, o kolik je potřeba snížit vstupy (resp. zvýšit výstupy) při zachování úrovně výstupů (resp. vstupů), protože pro dosažení efektivity dané jednotky je potřeba upravit vstupy i výstupy zároveň.

Tak např. pro jednotku U11 IO model vypočetl efektivitu na úrovni 0,15. To by v normálním případě znamenalo, že pro dosažení efektivity by daná jednotka měla snížit úroveň vstupů na 15% původní hodnoty. To by ovšem samo o sobě k dosažení efektivity nestačilo, neboť je potřeba ještě navýšit hodnotu vstupů na úroveň U4. Stejně tak jednotka U9 má v IO modelu sice efektivitu 1,0, avšak není efektivní, protože k dosažení efektivity je potřeba ještě zvýšit hladinu výstupu na úroveň U4. Tyto speciální případy jsou v softwarových řešeních pro výpočet DEA modelů běžně indikovány.

3.1.2 Ilustrace fungování metody na příkladu²¹ dvou vstupů a výstupů

Předchozí příklad umožňoval jednoduchou grafickou ilustraci celé řady DEA funkcionalit, avšak neumožňoval prozkoumat jednu z největších výhod DEA modelů – totiž hodnocení efektivity v situacích, kdy je přítomno několik různorodých vstupů a zároveň výstupů bez toho, aniž by bylo potřeba učinit celou řadu (většinou sporných) předpokladů ohledně důležitosti jednotlivých proměnných, či funkčního vztahu mezi vstupy a výstupy. Tento zásadní přínos DEA modelů budu nyní ilustrovat na příkladu dvou vstupů a dvou výstupů za použití vstupně orientovaného DEA modelu při konstantních výnosech z rozsahu (IO CRS). Výsledky z DEA modelu, který používá tzv. variabilní váhy (viz dále), porovná s případem, kdy použijeme fixních vah a priori specifikovaných uživatelem.

Budeme uvažovat příklad hodnocení efektivity 12 nemocnic, přičemž za vstupní proměnné zvolíme průměrný počet doktorů a sester, a za výstupní proměnné počet ambulantních a počet lůžkových pacientů (ve stovkách za měsíc). Konkrétní hodnoty pro jednotlivé nemocnice jsou uvedeny v tabulce 3.3.

Nemoc. (N_i)	N1	N2	N3	N4	N5	N6	N7	N8	N9	N10	N11	N12
Doktoři (x_{1i})	20	19	25	27	22	55	33	31	30	50	53	38
Sestry (x_{2i})	151	131	160	168	158	255	235	206	244	268	306	284
Ambul. (y_{1i})	100	150	160	180	94	230	220	152	190	250	260	250
Lůžkoví (y_{2i})	90	50	55	72	66	90	88	80	100	100	147	120

Tab. 3.3: Vstupní data pro příklad dvou vstupů a dvou výstupů

DEA model nevyžaduje kromě dat v tabulce 3.3 a specifikace modelu (orientace a charakteru výnosů z rozsahu) žádnou další informaci. Naproti tomu pro případ a priori specifikace důležitosti jednotlivých proměnných potřebujeme ještě určit fixní váhy pro vstupy a výstupy, které budou pro všechny hodnocené nemocnice shodné. Expertním odhadem můžeme například stanovit následující váhy:

²¹ Příklad byl částečně převzat z Cooper et al. (1999). Komentář příkladu částečně vychází rovněž z Cooper et al. (1999).

$$v_1 \text{ (váha pro doktory)} : v_2 \text{ (váha pro sestry)} = 5:1$$

$$u_1 \text{ (váha pro ambulantní)} : u_2 \text{ (váha pro lůžkové)} = 1:3.$$

Výsledná efektivita jednotlivých nemocnic vypočtená jako vážený podíl výstupů a vstupů pro tyto fixní váhy je uvedena v tabulce 3.4. Tento přístup má však dva zásadní problémy:

- Jak odůvodnit použití vah právě 5:1 a 1:3? V tomto případě by jistě nemocnice s velkým počtem lékařů (oproti sestrám) a velkým počtem ambulantních pacientů (oproti lůžkovým) protestovaly, zatímco nemocnicím s opačnými poměry by tyto váhy hrály do karet. Na tyto námitky bychom mohli argumentovat, že váhy byly odvozeny na základě průměrných nákladů na lékaře versus na sestru a na průměrných přínosech jednotlivých druhů pacientů. Avšak co když poměr nákladů a přínosů se v jednotlivých nemocnicích výrazněji liší? Potom by spíše každá nemocnice měla mít stanoveny vlastní váhy a za použití námi zvolených fixních vah by byly některé nemocnice znevýhodněny.
- V návaznosti na výše uvedený problém není z výsledků možné vyčíst, jaká část (ne)efektivity je tvořena volbou konkrétních vah a jaká vychází z vlastních napozorovaných hodnot.

	N1	N2	N3	N4	N5	N6	N7	N8	N9	N10	N11	N12
Fixní váhy	1	0,9	0,77	0,89	0,74	0,64	0,82	0,74	0,84	0,72	0,83	0,87
IO CRS	1	1	0,88	1	0,76	0,84	0,90	0,80	0,96	0,87	0,96	0,96

Tab. 3.4: Řešení příkladu dvou vstupů a dvou výstupů – výsledné efektivity

Naproti tomu DEA používá tzv. *variabilní váhy* – tedy unikátní váhy pro každou hodnocenou jednotku – navíc bez nutnosti jejich a priori specifikace uživatelem, protože váhy jsou odvozeny přímo z dat za pomoci lineární optimalizace. Optimalizace vah v tomto případě znamená, že pro každou hodnocenou jednotku jsou použity jen ty pro ni nejlepší možné váhy. **Model tedy pro každou DMU najde takové váhy, které jí zaručují maximální možnou efektivitu, ovšem za podmínky, že při daných vahách nedosáhne žádná ze zbývajících jednotek v souboru efektivitu vyšší než 1.**

To znamená, že například pro jednotku N1 určil model váhy v_{11} , v_{21} , u_{11} a u_{21} takové, že s těmito vahami dosahuje jednotka A nejlepší možnou efektivitu (v našem případě 1) a zároveň při aplikaci těchto vah na jednotky N2–N12 nedosahuje žádná z těchto jednotek efektivitu větší než 1.

Pro jednotku N3 určil model rozdílné váhy než v případě jednotky N1 – obecně v_{13} , v_{23} , u_{13} a u_{23} . Při těchto vahách dosahuje jednotka N3 maximální možné efektivitu (v našem případě 0,88), avšak za podmínky, že při aplikaci těchto vah na zbylé jednotky N1–N2 a N4–N12 opět nepřevyší efektivita těchto jednotek hodnotu 1.

Z tabulky 3.4 je patrné, že při použití variabilních vah (DEA) je efektivita jednotlivých nemocnic vždy stejná nebo vyšší než při použití fixních vah. To sice do jisté míry snižuje diskriminační sílu modelu, avšak na druhou stranu odpadá nutnost specifikace vah uživatelem a žádná nemocnice si tak nemůže stěžovat, že by jí někdo přiřadil nefér váhy, neboť každé DMU model přiřadil ty nejlepší možné váhy. Z hodnoty efektivitu také můžeme v případě DEA rovnou vyčíst, že např. pro jednotku C, která dosahuje efektivitu 88%, by bylo potřeba snížit hodnotu každého ze vstupů o 12%, aby se daná jednotka stala efektivní.

Výše uvedené vlastnosti DEA modelů, které byly ilustrovány na dvou jednoduchých příkladech, nyní zobecním a formalizuji.

3.2 Formalizace metody²²

3.2.1 CCR model

První DEA model byl formulován v sedmdesátých letech minulého století Charnesem, Cooperem a Rhodesem, a podle těchto autorů nese označení CCR. CCR model je totožný s CRS modelem prezentovaným výše. DEA model s konstantními výnosy z rozsahu (CRS) se tedy rovněž označuje jako CCR model.

Model maximalizuje efektivitu každé z produkčních jednotek (vážený podíl výstupů a vstupů jednotky v porovnání s ostatními jednotkami) pomocí optimalizace vah vstupů a výstupů. Optimalizace vah znamená, že se model snaží pro hodnocenou jednotku najít takové váhy, které když budou aplikovány i na zbylé jednotky v souboru, tak dosáhne hodnocená jednotka nejvyšší možné efektivity, avšak za podmínky, že žádná z ostatních jednotek při těchto vahách nepřekročí 100% efektivitu.

Uvažujme n produkčních jednotek (U_k , $k = 1, 2, \dots, n$), z nichž každá transformuje m vstupů (x_j , $j = 1, 2, \dots, m$) na r výstupů (y_i , $i = 1, 2, \dots, r$). Každému ze vstupů x_j je přiřazena váha v_j a každému z výstupů y_i je přiřazena váha u_i . Právě hodnocenou jednotku nazveme U_q , kde q je jedním z prvků k . Pro jednotku U_q je pak model definován následovně:

$$\begin{aligned} \max \quad & z = \frac{\sum_{i=1}^r u_i y_{iq}}{\sum_{j=1}^m v_j x_{jq}}, \\ \text{za podmíněk} \quad & \frac{\sum_{i=1}^r u_i y_{ik}}{\sum_{j=1}^m v_j x_{jk}} \leq 1, \quad k = 1, 2, \dots, n, \\ & u_i, v_j \geq \varepsilon; \varepsilon = 10^{-8}, \quad i = 1, 2, \dots, r, j = 1, 2, \dots, m, \\ & x_{jk}, y_{ik} \geq 0, \quad i = 1, 2, \dots, r, j = 1, 2, \dots, m, k = 1, 2, \dots, n, \end{aligned} \quad (3.2)$$

kde z je míra efektivity hodnocené jednotky U_q a ε je infinitezimální konstanta, která zajišťuje, aby všechny vstupy a výstupy byly do modelu formálně zahrnuty (aby žádná váha nebyla rovna 0).

²² Tato část vychází z Jablonský a Dlouhý (2004) a Cooper et al. (1999).

Primární model

Účelová funkce z , kterou máme maximalizovat, však není lineární²³, a proto je potřeba provést linearizaci pomocí Charnes-Cooperovy transformace²⁴. Úloha (3.2) potom dostává následující podobu:

$$\begin{aligned}
 \max \quad & z = \sum_{i=1}^r u_i y_{iq}, \\
 \text{za podmíněk} \quad & \sum_{i=1}^r u_i y_{ik} \leq \sum_{j=1}^m v_j x_{jk}, \quad k = 1, 2, \dots, n, \\
 & \sum_{j=1}^m v_j x_{jq} = 1, \\
 & u_i, v_j \geq \varepsilon; \varepsilon = 10^{-8}, \quad i = 1, 2, \dots, r, j = 1, 2, \dots, m, \\
 & x_{jk}, y_{ik} \geq 0, \quad i = 1, 2, \dots, r, j = 1, 2, \dots, m, k = 1, 2, \dots, n.
 \end{aligned} \tag{3.3}$$

Pokud hodnocená jednotka U_q leží na efektivní hranici, pak hodnota účelové funkce pro tuto jednotku je rovna 1, tedy $z^* = 1$. Neefektivní jednotky budou mít hodnotu účelové funkce menší než 1. Model (3.3) označujeme jako primární CCR model orientovaný na vstupy (primární CCR-I model).

Analogicky můžeme odvodit primární CCR model orientovaný na výstupy (primární CCR-O model), který je formulován následovně:

$$\begin{aligned}
 \min \quad & g = \sum_{j=1}^m v_j x_{jq}, \\
 \text{za podmíněk} \quad & \sum_{i=1}^r u_i y_{ik} \leq \sum_{j=1}^m v_j x_{jk}, \quad k = 1, 2, \dots, n, \\
 & \sum_{i=1}^r u_i y_{iq} = 1, \\
 & u_i, v_j \geq \varepsilon; \varepsilon = 10^{-8}, \quad i = 1, 2, \dots, r, j = 1, 2, \dots, m, \\
 & x_{jk}, y_{ik} \geq 0, \quad i = 1, 2, \dots, r, j = 1, 2, \dots, m, k = 1, 2, \dots, n.
 \end{aligned} \tag{3.4}$$

Pokud hodnocená jednotka U_q leží na efektivní hranici, pak hodnota účelové funkce g^* pro tuto jednotku je stejně jako v CCR-I modelu rovna 1, avšak neefektivní jednotky budou mít hodnotu účelové funkce větší než 1.

²³ Pro řešení úloh matematického programování se snažíme převádět úlohy nelineární na lineární, protože tím výrazně klesá výpočetní náročnost a protože některé nelineární úlohy bez převodu nejsou řešitelné.

²⁴ Charnes-Cooperova transformace se používá k linearizaci podílu dvou lineárních funkcí. Blíže viz např. Jablonský (2007), str. 92.

²⁵ Optimální (vypočtené) hodnoty proměnných budu označovat s horním indexem *.

Duální model

Z hlediska možností podrobnější analýzy výsledů a výpočetní náročnosti je výhodnější pracovat s tzv. *duálně sdruženým modelem* k primárnímu modelu. Duální model²⁶ má shodnou optimální hodnotu účelové funkce, avšak poskytuje celou řadu DEA relevantních informací, které nejsou v primárním modelu obsaženy.

Duálně sdružený model k primárnímu CCR-I modelu – tedy duální CCR-I model – je formulován následovně:

$$\begin{aligned}
 \min \quad & z = \theta_q - \varepsilon \left(\sum_{j=1}^m s_j^- + \sum_{i=1}^r s_i^+ \right), \\
 \text{za podmíněk} \quad & \sum_{k=1}^n \lambda_k x_{jk} + s_j^- = \theta_q x_{jq}, \quad j = 1, 2, \dots, m, \\
 & \sum_{k=1}^n \lambda_k y_{ik} - s_i^+ = y_{iq}, \quad i = 1, 2, \dots, r, \\
 & \lambda_k \geq 0, \quad k = 1, 2, \dots, n, \\
 & s_i^+, s_j^- \geq 0, \quad i = 1, 2, \dots, r, \quad j = 1, 2, \dots, m, \\
 & x_{jk}, y_{ik} \geq 0, \quad i = 1, 2, \dots, r, \quad j = 1, 2, \dots, m, \quad k = 1, 2, \dots, n,
 \end{aligned} \tag{3.5}$$

kde λ_k představují proměnné modelu a udávají váhy přiřazené daným jednotkám, s_j^+ a s_i^- jsou přídatné proměnné převádějící nerovnosti na rovnosti²⁷ a $z = \theta_q$ ($\theta_q \leq 1$) je mírou efektivity hodnocené jednotky U_q .

Při hodnocení efektivity jednotky U_q se model snaží určit virtuální jednotku $U^{(vir)}$ charakterizovanou vstupy $x_j^{(vir)} = \sum_{k=1}^n \lambda_k x_{jk}$ a výstupy $y_i^{(vir)} = \sum_{k=1}^n \lambda_k y_{ik}$, které jsou lineární kombinací vstupů a výstupů ostatních jednotek hodnoceného souboru a které nejsou horší než vstupy a výstupy hodnocené jednotky U_q . Pro takto nalezenou virtuální jednotku tedy musí platit:

$$\sum_{k=1}^n \lambda_k x_{jk} \leq \theta_q x_{jq} \text{ a } \sum_{k=1}^n \lambda_k y_{ik} \geq y_{iq}, \text{ neboli } \sum_{k=1}^n \lambda_k x_{jk} + s_j^- = \theta_q x_{jq} \text{ a } \sum_{k=1}^n \lambda_k y_{ik} - s_i^+ = y_{iq},$$

jak je uvedeno v (3.5). Jednotka U_q je označena za efektivní, pokud je totožná se svou virtuální jednotkou, neboli $U_q = U^{(vir)}$, což nastává, jsou-li zároveň splněny následující dvě podmínky:

²⁶ Podrobnější informace o vztahu primárního a duálního modelu v návaznosti na DEA viz např. Thanassoulis (2001), str. 62–63.

²⁷ $\sum_{k=1}^n \lambda_k x_{jk} \leq \theta_q x_{jq} \approx \sum_{k=1}^n \lambda_k x_{jk} + s_j^- = \theta_q x_{jq}$

1. Vypočtená optimální hodnota proměnné θ_q^* je rovna jedné.
2. Vypočtené optimální hodnoty přídatných proměnných s_j^{+*} a s_i^{-*} jsou pro všechny i a j rovny 0.

Pokud alespoň jedna z výše uvedených podmínek není splněna, je jednotka U_q označena za neefektivní a hodnota proměnné θ_q^* udává potřebnou redukci každého ze vstupů (CCR-I model), aby se hodnocená jednotka efektivní stala. Hodnoty vstupů $x_j^{(vir)}$ a výstupů $y_i^{(vir)}$ této virtuální jednotky $U^{(vir)}$ bychom našli podle následujících dvou vztahů vyplývajících z (3.5):

$$1. \quad x_j^{(vir)} = \theta_q^* x_{jq} - s_j^{-*}, \quad j = 1, 2, \dots, m, \quad y_i^{(vir)} = y_{iq} - s_i^{+*}, \quad i = 1, 2, \dots, r, \quad (3.6)$$

$$2. \quad x_j^{(vir)} = \sum_{k=1}^n \lambda_k^* x_{jk}, \quad j = 1, 2, \dots, m, \quad y_i^{(vir)} = \sum_{k=1}^n \lambda_k^* y_{ik}, \quad i = 1, 2, \dots, r. \quad (3.7)$$

Stejně závěry platí i pro (3.8) – duální CCR model orientovaný na výstupy (duální CCR-O) – s tím rozdílem, že hodnota proměnné ϕ_q^* ($\phi_q^* \geq 1$) udává potřebnou expanzi každého z výstupů hodnocené jednotky U_q , aby se daná jednotka stala efektivní. Duální CCR-O je definován následovně:

$$\begin{aligned} \max \quad & g = \phi_q + \varepsilon \left(\sum_{j=1}^m s_j^- + \sum_{i=1}^r s_i^+ \right), \\ \text{za podmíněk} \quad & \sum_{k=1}^n \lambda_k x_{jk} + s_j^- = x_{jq}, \quad j = 1, 2, \dots, m, \\ & \sum_{k=1}^n \lambda_k y_{ik} - s_i^+ = \phi_q y_{iq}, \quad i = 1, 2, \dots, r, \\ & \lambda_k \geq 0, \quad k = 1, 2, \dots, n, \\ & s_i^+, s_j^- \geq 0, \quad i = 1, 2, \dots, r, \quad j = 1, 2, \dots, m, \\ & x_{jk}, y_{ik} \geq 0, \quad i = 1, 2, \dots, r, \quad j = 1, 2, \dots, m, \quad k = 1, 2, \dots, n. \end{aligned} \quad (3.8)$$

3.2.2 BCC model

Zatímco CCR model uvažuje konstantní výnosy z rozsahu (kónický obal dat), modifikace CCR modelu, kterou provedli Banker, Charnes a Cooper, předpokládá variabilní výnosy z rozsahu (konvexní obal dat). Podle autorů bývá tento model označován jako BCC model a stejně jako v případě CCR modelu rozlišuje orientaci na vstupy a na výstupy (BCC-I a BCC-O). BCC model je totožný s VRS modelem prezentovaným v části 3.1.1.

Matematický zápis BCC modelu se v podstatě shoduje se zápisem CCR modelu, avšak uvažuje navíc podmínku konvexnosti, která je v primární formulaci zajištěna proměnnými μ (BCC-I) a v (BCC-O), které mohou jako jediné proměnné modelu nabývat i záporných hodnot, a v duální formulaci definována jako $\sum_{k=1}^n \lambda_k = 1$. Pro úplnost uvedu definice všech čtyř BCC modelů:

Primární BCC-I

$$\begin{aligned}
 \max \quad & z = \sum_{i=1}^r u_i y_{iq} + \mu, \\
 \text{za podmíněk} \quad & \sum_{i=1}^r u_i y_{ik} + \mu \leq \sum_{j=1}^m v_j x_{jk}, \quad k = 1, 2, \dots, n, \\
 & \sum_{j=1}^m v_j x_{jq} = 1, \\
 & u_i, v_j \geq \varepsilon; \varepsilon = 10^{-8}, \quad i = 1, 2, \dots, r, \quad j = 1, 2, \dots, m, \\
 & x_{jk}, y_{ik} \geq 0, \quad i = 1, 2, \dots, r, \quad j = 1, 2, \dots, m, \quad k = 1, 2, \dots, n, \\
 & \mu \in R.
 \end{aligned} \tag{3.9}$$

Primární BCC-O

$$\begin{aligned}
 \min \quad & g = \sum_{j=1}^m v_j x_{jq} + v, \\
 \text{za podmíněk} \quad & \sum_{i=1}^r u_i y_{ik} \leq \sum_{j=1}^m v_j x_{jk} + v, \quad k = 1, 2, \dots, n, \\
 & \sum_{i=1}^r u_i y_{iq} = 1, \\
 & u_i, v_j \geq \varepsilon; \varepsilon = 10^{-8}, \quad i = 1, 2, \dots, r, \quad j = 1, 2, \dots, m, \\
 & x_{jk}, y_{ik} \geq 0, \quad i = 1, 2, \dots, r, \quad j = 1, 2, \dots, m, \quad k = 1, 2, \dots, n, \\
 & v \in R.
 \end{aligned} \tag{3.10}$$

Duální BCC-I

$$\begin{aligned}
 \min \quad & z = \theta_q - \varepsilon \left(\sum_{j=1}^m s_j^- + \sum_{i=1}^r s_i^+ \right), \\
 \text{za podmíněk} \quad & \sum_{k=1}^n \lambda_k x_{jk} + s_j^- = \theta_q x_{jq}, \quad j = 1, 2, \dots, m, \\
 & \sum_{k=1}^n \lambda_k y_{ik} - s_i^+ = y_{iq}, \quad i = 1, 2, \dots, r, \\
 & \lambda_k \geq 0, \quad k = 1, 2, \dots, n, \\
 & s_i^+, s_j^- \geq 0, \quad i = 1, 2, \dots, r, j = 1, 2, \dots, m, \\
 & x_{jk}, y_{ik} \geq 0, \quad i = 1, 2, \dots, r, j = 1, 2, \dots, m, k = 1, 2, \dots, n, \\
 & \sum_{k=1}^n \lambda_k = 1.
 \end{aligned} \tag{3.11}$$

Duální BCC-O

$$\begin{aligned}
 \max \quad & g = \phi_q + \varepsilon \left(\sum_{j=1}^m s_j^- + \sum_{i=1}^r s_i^+ \right), \\
 \text{za podmíněk} \quad & \sum_{k=1}^n \lambda_k x_{jk} + s_j^- = x_{jq}, \quad j = 1, 2, \dots, m, \\
 & \sum_{k=1}^n \lambda_k y_{ik} - s_i^+ = \phi_q y_{iq}, \quad i = 1, 2, \dots, r, \\
 & \lambda_k \geq 0, \quad k = 1, 2, \dots, n, \\
 & s_i^+, s_j^- \geq 0, \quad i = 1, 2, \dots, r, j = 1, 2, \dots, m, \\
 & x_{jk}, y_{ik} \geq 0, \quad i = 1, 2, \dots, r, j = 1, 2, \dots, m, k = 1, 2, \dots, n, \\
 & \sum_{k=1}^n \lambda_k = 1.
 \end{aligned} \tag{3.12}$$

3.2.3 Ilustrace výpočtu efektivity na duálním BCC-I modelu

Budeme uvažovat data z tabulky 3.3. Pro zjištění efektivity jednotky N₈ by zápis duálního BCC-I modelu vypadal následovně:

$$\begin{aligned}
 \min \quad & z = \theta_3 - \varepsilon \times (s_1^- + s_2^- + s_1^+ + s_2^+), \\
 \text{za podmíněk} \quad & \lambda_1 \times 20 + \lambda_2 \times 19 + \dots + \lambda_{12} \times 38 + s_1^- = \theta_3 \times 31, \\
 & \lambda_1 \times 151 + \lambda_2 \times 131 + \dots + \lambda_{12} \times 284 + s_2^- = \theta_3 \times 206, \\
 & \lambda_1 \times 100 + \lambda_2 \times 150 + \dots + \lambda_{12} \times 250 - s_1^+ = 152, \\
 & \lambda_1 \times 90 + \lambda_2 \times 50 + \dots + \lambda_{12} \times 120 - s_2^+ = 80,
 \end{aligned} \tag{3.13}$$

$$\begin{aligned}
\lambda_k &\geq 0, & k &= 1, 2, \dots, 12, \\
s_i^+, s_j^- &\geq 0, & i &= 1, 2, \dots, r, \quad j = 1, 2, \dots, m, \\
x_{jk}, y_{ik} &\geq 0, & i &= 1, 2, \quad j = 1, 2, \quad k = 1, 2, \dots, 12, \\
\sum_{k=1}^{12} \lambda_k &= 1.
\end{aligned}$$

Po vyřešení modelu dostaneme následující výsledky: $z^* = 0,799$, $\theta_3^* = 0,799$, $s_1^{-*} = 0$, $s_2^{-*} = 0$, $s_1^{+*} = 0$, $s_2^{+*} = 0$, $\lambda_1^* = 0,371$, $\lambda_2^* = 0$, $\lambda_3^* = 0$, $\lambda_4^* = 0,605$, $\lambda_5^* = 0$, $\lambda_6^* = 0$, $\lambda_7^* = 0$, $\lambda_8^* = 0$, $\lambda_9^* = 0$, $\lambda_{10}^* = 0$, $\lambda_{11}^* = 0,007$, $\lambda_{12}^* = 0,016$.

Z výše uvedených výsledků vyplývá, že nemocnice N_8 není efektivní, protože její efektivita se pohybuje na úrovni 79,9%. Jako peer jednotky pro benchmark posloužily N_1 , N_4 , N_{11} a N_{12} , přičemž podíly těchto efektivních jednotek na výsledné neefektivitě nemocnice N_8 jsou procentuálně 37,1%, 60,5%, 0,7% a 1,6%. Role models, které mají podobnou strukturu vstupů a výstupů jako N_8 , jsou tedy jednotky N_1 a N_4 , které společně vysvětlují 97,6% neefektivity N_8 . Aby se N_8 stala efektivní, musela by snížit hodnotu obou vstupů na 79,9%.

3.2.4 Další DEA modely: NDRS, NIRS a SBM

NDRS a NIRS

CCR a BBC modely uvažovaly konstantní (CRS) respektive variabilní (VRS) výnosy z rozsahu. V části 3.1.1 byly rovněž popsány přístupy založené na neklesajících výnosech z rozsahu (NDRS) a nerostoucích výnosech z rozsahu (NIRS). Matematická formulace těchto podmínek je následující (duální modely): V případě NDRS se v (3.11)

a (3.12) zamění podmínka $\sum_{k=1}^n \lambda_k = 1$ za podmínku $\sum_{k=1}^n \lambda_k \leq 1$ a v případě NIRS za

podmínku $\sum_{k=1}^n \lambda_k \geq 1$. Postup interpretace výsledků je potom totožný s CCR a BCC

modely popsanými výše.

SBM (Slack Based Model)

SBM patří mezi tzv. *odchylkové modely*, které měří efektivitu jednotek pouze pomocí přídatných proměnných s_j^+ a s_i^- . Jednotky, které jsou v tomto modelu identifikovány jako neefektivní, mohou efektivitu dosáhnout současnou redukcí vstupů

a expanzí výstupů na úroveň jejich virtuálních jednotek (nikoliv buď redukcí vstupů, nebo expanzí výstupů, jak tomu bylo u CCR a BCC modelů).

Hlavní výhodou těchto modelů představuje fakt, že nemůže nastat případ, kdy jednotka dosáhne efektivního skóre 1, avšak není efektivní, protože některá z jejích přídatných proměnných s_j^+ nebo s_i^- není nulová.

Pro matematickou formulaci použijí model, který formuloval Tone v roce 2001 a budu předpokládat konstantní výnosy z rozsahu:

$$\begin{aligned} \min \quad & \rho = \frac{1 - \frac{1}{m} \sum_{j=1}^m (s_j^- / x_{jq})}{1 + \frac{1}{r} \sum_{i=1}^r (s_i^- / y_{iq})}, \\ \text{za podmíněk} \quad & \sum_{k=1}^n \lambda_k x_{jk} + s_j^- = x_{jq}, \quad j = 1, 2, \dots, m, \\ & \sum_{k=1}^n \lambda_k y_{ik} - s_i^+ = y_{iq}, \quad i = 1, 2, \dots, r, \\ & \lambda_k \geq 0, \quad k = 1, 2, \dots, n, \\ & s_i^+, s_j^- \geq 0, \quad i = 1, 2, \dots, r, \quad j = 1, 2, \dots, m, \\ & x_{jk}, y_{ik} \geq 0, \quad i = 1, 2, \dots, r, \quad j = 1, 2, \dots, m, \quad k = 1, 2, \dots, n. \end{aligned} \quad (3.14)$$

Za efektivní jsou v tomto modelu považovány jednotky, které dosahují hodnoty účelové funkce 1. Neefektivní jsou jednotky s hodnotou nižší než 1.

Cílové hodnoty vstupů a výstupů pro dosažení efektivity (virtuální jednotky $U^{(vir)}$) se v SBM modelu získají následovně:

$$1. \quad x_j^{(vir)} = x_{jq} - s_j^{-*}, \quad j = 1, 2, \dots, m, \quad y_i^{(vir)} = y_{iq} - s_i^{+*}, \quad i = 1, 2, \dots, r, \quad (3.15)$$

$$2. \quad x_j^{(vir)} = \sum_{k=1}^n \lambda_k^* x_{jk}, \quad j = 1, 2, \dots, m, \quad y_i^{(vir)} = \sum_{k=1}^n \lambda_k^* y_{ik}, \quad i = 1, 2, \dots, r. \quad (3.16)$$

V případě potřeby je SBM rovněž možno rozšířit o variabilní výnosy z rozsahu, a to přidáním podmínky známé z BCC modelu jako $\sum_{k=1}^n \lambda_k = 1$.

3.3 Relevantní rozšíření

K základním DEA modelům představeným výše byla vypracována celá řada rozšíření, která významným způsobem rozvíjí možnosti analýzy efektivity produkčních jednotek. V následujících kapitolách popíši ta rozšíření, která považuji za relevantní pro řešení problému, o kterém pojednává tato práce. Jedná se o superefektivitu, window analysis, Malmquistův index, nekontrolovatelné, kategorické a preferenční proměnné, identifikaci kritických proměnných, dvoustupňový proces hodnocení efektivity a analýzu citlivosti. U většiny těchto přístupů se zaměřím pouze na popsání principu fungování a pro matematické formulace uvedu odkazy na relevantní literaturu. Kromě window analysis a Malmquistova indexu všechna popsaná rozšíření rovněž využiji v aplikační části této práce. Window analysis a Malmquistův index jsem do této práce zařadil proto, že by tyto koncepty byly pro operátora velmi užitečné, pokud by se rozhodl hodnotit efektivitu svých prodejen pomocí DEA i do budoucna.

Mezi další zajímavá rozšíření patří například *nežádoucí vstupy a výstupy* (Jablonský a Dlouhý, 2004, str. 95–97), zahrnutí subjektivního hodnocení pomocí *metod omezení vah* (Cooper et al., 2004, str. 99–138; Cooper et al., 1999, str. 151–182; Thanassoulis, 2001, str. 199–225), *congestion* pojednávající o možnostech negativních výnosů z rozsahu (Cooper et al., 2004, str. 177–201), zahrnutí situačních faktorů pomocí *handicapped DEA* (Paradi et al., 2010), či *chance constrained DEA* a *bootstrap metody* zahrnující aplikaci statistických metod na neparametrické modely (Cooper et al., 2004, str. 229–321).

3.3.1 Superefektivita²⁸

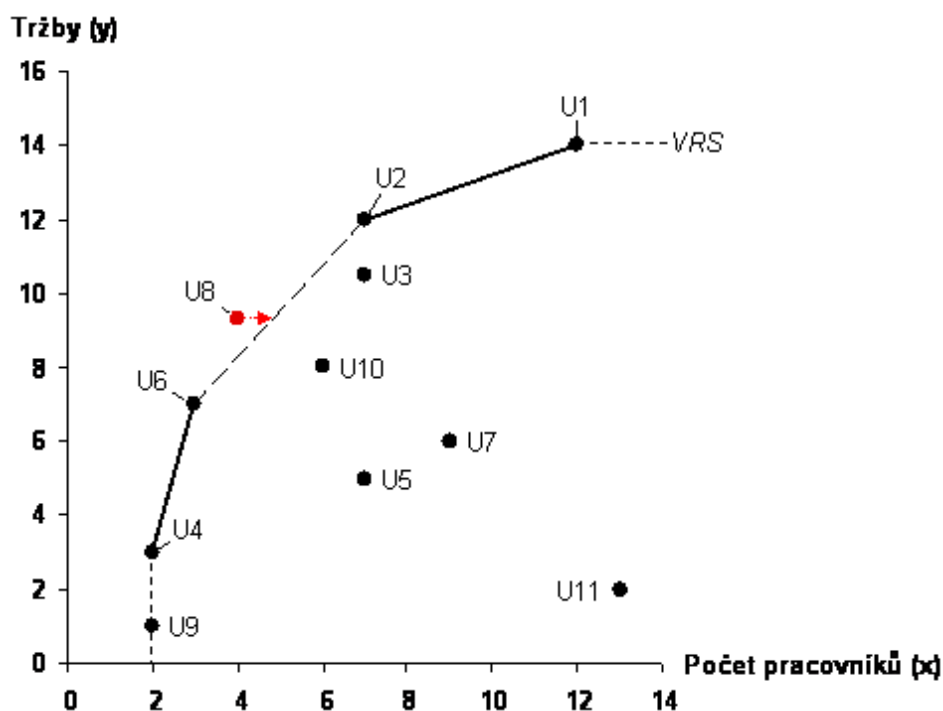
Cílem metod zaměřených na *superefektivitu* je poskytnout nástroj k vzájemnému hodnocení produkčních jednotek, které byly příslušným DEA modelem identifikovány jako efektivní. Zvláště v BCC modelu při relativně²⁹ malém počtu DMUs ve srovnání s počtem hodnocených vstupů a výstupů je pravděpodobné, že jako efektivní bude označeno poměrně velké množství jednotek, které bude potřeba dále klasifikovat. Tato metoda se však stejně dobře uplatní v případě, že potřebujeme z efektivních jednotek stanovit tu nejlepší, či stanovit pořadí efektivních jednotek.

²⁸ Tato část vychází z Jablonský a Dlouhý (2004).

²⁹ Blíže viz kapitola 3.4 Požadavky na data a proměnné.

Modely po měření superefektivity jsou založeny na principu, že se některá z efektivních jednotek, pro kterou superefektivitu určujeme, vyjme ze sledovaného souboru tak, že se její váha zafixuje na nulové hodnotě ($\lambda_q = 0$). Tím se vytvoří nová efektivní hranice a hodnocená DMU_q se dostane nad tuto efektivní hranici. Modely superefektivity potom měří vzdálenost DMU_q od efektivní hranice stejným způsobem, jak tomu bylo u CCR a BCC, popř. SBM modelů. Vzhledem k tomu, že se zkoumaná jednotka nachází vně množiny produkčních možností, bude její hodnota superefektivity větší nebo rovna jedné (pro modely orientované na vstupy), případně menší nebo rovna jedné (pro modely orientované na výstupy).

Příklad superefektivity pro jednotku U8 v modelu variabilních výnosů z rozsahu a orientaci na vstupy ilustruje obrázek 3.2 založený na datech z tabulky 3.1. Efektivní hranice, jejíž část byla původně tvořena jednotkami U6 U8 U2, se po vyjmutí hodnocené jednotky U8 redukuje na část U6 U2, a U8 se tímto dostává vně prostor produkčních možností ohraničený nově vzniklou efektivní hranicí. Vzdálenost U8 od nově vzniklé hranice při vstupní orientaci představuje červená šipka. Po výpočtu vzdálenosti modelem³⁰ dostáváme, že hodnocená jednotka U8 dosahuje superefektivity ve výši 1,216.



Obr. 3.2: Superefektivita a modifikace DEA hranice

³⁰ Andersenův a Petersenův BCC-I model. Blíže viz Jablonský (2007), str. 228.

Analýza superefektivity však může rovněž sloužit k ověření “síly” efektivního statusu dané jednotky, což budu ilustrovat na jednotce U1. Ta byla sice modelem označena jako efektivní, nicméně je zřejmé, že se tak stalo částečně díky faktu, že daná jednotka je relativně větší než všechny ostatní jednotky a neexistuje proto možnost dostatečného srovnání. Na tento fakt dokáže poukázat analýza superefektivity, neboť u U1 (jakožto jediné jednotky na efektivní hranici) hodnota superefektivity neexistuje.

3.3.2 Malmquistův index³¹

Zatím jsme se zabývali statickým hodnocením efektivity, tedy hodnocením souboru jednotek v jednom časovém okamžiku. V reálných aplikacích nás však bude zajímat nejen statické rozložení efektivity, ale i vývoj efektivity hodnocených jednotek v čase. Jeden z přístupů k modelování tohoto problému představuje tzv. *Malmquistův index*.

Malmquistův index je založen na úvaze, že změna efektivity hodnocené jednotky v čase může být způsobena dvěma faktory (většinou působícími současně), a to buď změnou polohy efektivní hranice vůči hodnocené DMU, nebo změnou polohy hodnocené DMU vůči efektivní hranici. Malmquistův index pro DMU_q porovnávající výkonnost jednotky v čase $T + 1$ s její výkonností v čase T tak můžeme spočítat následovně:

$$MI_q = CU_q \times BS_q, \quad (3.17)$$

kde MI_q udává hodnotu Malmquistova indexu, CU_q představuje tzv. *catch-up komponentu* a BS_q tzv. *boundary shift komponentu*.

Význam jednotlivých hodnot budu ilustrovat na hypotetickém příkladu, kde hodnocená jednotka dosáhla v průběhu jednoho roku následujících hodnot: $1,29 = 1,01 \times 1,29$.

Hodnota Malmquistova indexu udává, o kolik procent daná jednotka v průběhu sledované doby zvýšila (popř. snížila) svoji efektivitu. Hodnota 1,29 tedy indikuje, že efektivita jednotky vzrostla o 29%.

Hodnota catch-up komponenty udává, jak se jednotka přiblížila (popř. vzdálila) své efektivní hranici (porovnává tedy vzdálenost jednotky od efektivní hranice v čase $T + 1$ se vzdáleností jednotky od efektivní hranice v čase T). V našem případě hodnota

³¹ Tato část vychází z Cooper et al. (2004), Thanassoulis (2001) a Jablonský a Dlouhý (2004).

1,01 indikuje, že se produktivita jednotky vzhledem k jednotkám na efektivní hranici mezi T a $T + 1$ prakticky nezměnila. Přiblížení se efektivní hranici by indikovala hodnota $CU_q > 1$.

Hodnota boundary shift komponenty naopak indikuje mezičasný posun části efektivní hranice, která se podílí na hodnocení efektivity dané jednotky. V našem ilustrativním příkladu tedy hodnota 1,29 znamená, že jednotky na efektivní hranici, které vysvětlují efektivitu hodnocené DMU_q , zvýšily svou produktivitu v průměru (geometrický průměr) o 29%.

Rozklad Malmquistova indexu v našem případě ($1,29 = 1,01 \times 1,29$) tedy můžeme interpretovat tak, že hodnocená jednotka zvýšila svou produktivitu o 29%, což bylo způsobeno tím, že daná jednotka udržela krok s nárůstem efektivity svých peer jednotek, avšak nebyla schopná zvýšit svou produktivitu natolik, aby se svým peer jednotkám přiblížila.

O matematickém vyjádření Malmquistova indexu a možných rozšířeních pojednává například Cooper et al. (2004), str. 202-227, či Thanassoulis (2001), str. 175–197.

3.3.3 Window analysis³²

Window analysis rovněž slouží k sledování vývoje efektivity hodnocené jednotky v čase a představuje tak určitou alternativu k použití Malmquistova indexu. Základní myšlenkou window analysis je fakt, že hodnoty proměnných každé DMU v každém měřeném úseku jsou považovány za samostatné DMUs. Pokud tedy máme například 50 DMUs, jejichž efektivitu měříme za období jednoho roku po čtvrtletích, dostáváme $50 \times 4 = 200$ samostatných DMUs, které vůči sobě porovnáváme.

Pro stanovení stability výsledků používá window analysis obdobu klouzavých průměrů. Tento postup funguje tak, že po provedení analýzy na základě prvních čtyř období (v našem příkladu čtvrtletí) se nejstarší období z analýzy vypustí a místo něj se přidá nové období (v našem případě první čtvrtletí následujícího roku). Tímto způsobem „kloužeme“ až k datům za poslední dostupné období.

³² Tato část vychází z Cooper et al. (2004) a Cooper et al. (1999). Příklad je částečně převzat z Cooper et al. (1999).

Fungování této metody budu ilustrovat na jednoduchém příkladu 50 DMUs, jejichž výkonnost měříme po čtvrtletích v průběhu 2 let. Hypotetické výsledky analýzy uvádím pro jednotku U1 v následující tabulce:

	Čtvrtletí								
DMU	Q1	Q2	Q3	Q4	Q5	Q6	Q7	Q8	Průměr
U1	0,71	1,00	0,91	0,89					0,92
		1,00	0,91	0,89	0,77				
			1,00	1,00	0,76	1,00			
				1,00	0,75	1,00	1,00		
					0,80	1,00	1,00	1,00	
Průměr	0,71	1,00	0,94	0,95	0,77	1,00	1,00	1,00	

Tab. 3.5: Ilustrace window analysis – vypočtené efektivit

Řádky tabulky představují vývoj efektivit dané jednotky v jednotlivých čtvrtletích daného okna (čtvrtletí 1–4, 2–5, 3–6, ..., 5–8), přičemž každá z těchto efektivit byla spočítána v porovnání s dalšími $50 \times 4 - 1 = 199$ DMUs. Naproti tomu sloupce tabulky představují stabilitu vypočtené efektivit v jednotlivých čtvrtletích vzhledem k různým oknům. Celkovou efektivitu hodnocené jednotky v průběhu sledovaných dvou let vyjadřuje celkový průměr, který je dále dekomponován na sloupcové průměry pro jednotlivá čtvrtletí.

Vzhledem k tomu, že jsou navzájem porovnávány měření z různých období, je potřeba brát v úvahu vliv sezónnosti na získané výsledky. Pokud je například čtvrté čtvrtletí vzhledem k uvažovanému modelu nejsilnější, zatímco první čtvrtletí představuje pro hodnocené jednotky spíše boj o přežití, nemusí být podle vypočtených průměrů žádná jednotka v prvním čtvrtletí efektivní, zatímco značná část jednotek ve čtvrtém čtvrtletí ano. Závisí však na modelu, popřípadě typu hodnocené efektivit, zda je sezónnost v datech přítomna. I pokud se sezónnost objevuje, může být zajímavé sledovat rozdílný vliv sezónnosti na různé jednotky, či různé typy efektivit, či porovnání kolísání průměrných efektivit pro všechny jednotky za jednotlivá čtvrtletí s předpokládanou intenzitou sezónnosti.

3.3.4 Nekontrolovatelné, kategorické a preferenční proměnné

Nekontrolovatelné proměnné představují vstupy nebo výstupy, které jsou důležité pro modelování efektivity daného typu produkčních jednotek, avšak jsou mimo možnost ovlivnění managementem. Mezi tyto proměnné patří například ekonomická úroveň dané oblasti, počet konkurentů jednotky, nákupní spád apod. Zahrnutí těchto proměnných do modelu jako standardních by nedávalo příliš smysl, neboť by v případě neefektivity model doporučil jejich snížení (popř. zvýšení), což u těchto proměnných není realistické.

S tímto problémem se dá např. vypořádat tak, že se nekontrolovatelné proměnné vyjmou z účelové funkce, avšak ponechají se v omezujících podmínkách, aby tyto proměnné byly brány do úvahy při výběru peer jednotek.

Blíže o možnostech zahrnutí nekontrolovatelných proměnných viz Cooper et al. (1999), str. 183–193.

Nekontrolovatelné kategorické proměnné představují situaci, kdy je možné jednotky rozdělit do výkonnostních kategorií podle prostředí, ve kterých operují. Jedná se tak v podstatě o explicitní zahrnutí situačních faktorů do DEA analýzy. Například maloobchodní pobočky by se daly rozdělit na jednotky ve velkých nákupních centrech, v centrech velkých měst, na periferii velkých měst a na pobočky na venkově, přičemž předpokládáme, že efektivita těchto jednotek (měřená například schopností generovat tržby) bude s danou kategorií sestupně klesat a bylo by tedy nefér porovnávat jednotku ve velkém nákupním centru s jednotkou v malé vesnici. Proto můžeme jednotky uspořádat do výkonnostních kategorií, které budou představovat nekontrolovatelnou proměnnou.

Jednotky v nejvyšší kategorii by pak byly porovnávány s celým souborem jednotek, zatímco jednotky v druhé nejvyšší kategorii by byly porovnávány pouze s jednotkami v druhé a nižší kategorii, ..., až jednotky v poslední kategorii by byly porovnávány pouze v rámci této kategorie.

Abychom mohli provést rozdělení do výkonnostních kategorií, je vhodné odlišnosti v efektivitách testovaných výkonnostních skupin statisticky otestovat. Vzhledem k tomu, že DEA je neparametrická metoda, u níž není známo

pravděpodobnostní rozdělení efektivit, musíme využít neparametrických statistik, z nichž se jako nejvhodnější jeví *Rank-Sum-Test* vyvinutý týmem Wilcoxon-Mann-Whitney, který testuje hypotézu, že dvě skupiny patří do stejné populace.

Blíže o možnostech zahrnutí nekontrolovatelných kategorických proměnných a možnostech statistického testování odlišností kategorií viz Cooper et al. (1999), str. 193–205.

Kontrolovatelné preferenční proměnné pomáhají modelovat situace, kde u neefektivních jednotek je určení efektivního cíle (virtuální jednotky) preferováno pomocí pouze některých kontrolovatelných proměnných před ostatními. Tímto přístupem je zachována základní výhoda DEA spočívající ve stanovení efektivity jednotek bez použití subjektivních hodnocení o důležitosti jednotlivých proměnných, avšak subjektivní hodnocení je zahrnuto do preferencí o tom, změna kterých proměnných je preferována pro následné dosažení efektivity.

Preference ohledně jednotlivých proměnných je možno vyjádřit jednoduše pomocí poměrů. Je-li například u vstupně orientovaného modelu pro neefektivní jednotky preferována redukce prvního vstupu ku redukci druhého vstupu pětinasobně, byly by výsledné váhy 5:1. Alternativně můžeme využít některou ze specializovaných metod odhadu vah – např. metodu AHP (blíže viz Jablonský a Dlouhý (2004), str. 45–50).

O matematické formulaci DEA modelů s preferenční strukturou pojednává Zhu (2003), str. 93–97.

3.3.5 Vícetupňová efektivita

Při hodnocení efektivity produkčních jednotek je často výhodné celkovou efektivitu rozložit na několik dílčích, často na sebe navazujících procesů, kde u každého procesu můžeme rovněž měřit jeho individuální efektivitu. Výstupní proměnné jednoho procesu pak mohou sloužit jako vstupní proměnné procesu následujícího. Některé jednotky tak mohou být například efektivní v generování tržeb, avšak neefektivní v generování zisku. Přitom tržby jakožto výstupní proměnná prvního procesu by sloužily jako jedna ze vstupních proměnných navazujícího procesu. (Rouatt, 2003) Efektivita každé z jednotek by tak byla charakterizována dvěma efektivitami, které by bylo potřeba agregovat do efektivity celkové např. pomocí prostého průměru.

3.3.6 Identifikace kritických proměnných

Kritické proměnné můžeme identifikovat s ohledem na to, zda je hodnocená jednotka efektivní či neefektivní.

Pro neefektivní jednotky představují kritické proměnné takové vstupy nebo výstupy, které mají na výslednou efektivitu dané DMU největší vliv, a jejichž zlepšením dosáhne daná neefektivní DMU přiblížení se efektivní hranici relativně nejsnáze. Proměnné identifikované jako kritické tak můžou posloužit například pro preferenční model zmíněný v části 3.3.4. Číselně jsou tyto proměnné vyjádřeny jako potřebné procentní expanze jednotlivých výstupů, či redukce jednotlivých vstupů, aby se daná jednotka pomocí daného vstupu či výstupu stala efektivní.

U efektivních jednotek představují kritické proměnné formu analýzy citlivosti, kde případné změny těchto proměnných k horšímu mohou nejsnáze danou jednotku degradovat z efektivní skupiny do skupiny neefektivní. Proto je zachování dobré výkonnosti u těchto proměnných klíčové k zachování efektivity dané DMU do budoucna. Číselně jsou tyto proměnné vyjádřeny jako procentní redukce jednotlivých výstupů, či expanze jednotlivých vstupů, aby se daná jednotka díky změně daného vstupu či výstupu stala neefektivní.

Blíže o kritických proměnných včetně matematické formulace viz Zhu (2003), str. 254–261.

3.3.7 Analýza citlivosti

Přestože jsou DEA modely svou povahou deterministické, existuje celá řada přístupů pro analýzu citlivosti získaných výsledků, které mají za cíl identifikovat rizika spojená se zvoleným přístupem k měření efektivity. Citlivostní analýzy můžeme rozdělit do několika skupin:

- Analýza citlivosti efektivit na zvolený DEA model.
- Analýza citlivosti efektivit na odebrání některých efektivních jednotek.
- Analýza citlivosti efektivit na odebrání některých vstupních či výstupních proměnných.
- Analýza citlivosti efektivity hodnocené DMU na změny hodnot jednotlivých vstupních či výstupních proměnných (lze zužitkovat 3.3.6).
- Analýza citlivosti efektivity hodnocené DMU na změny hodnot více vstupních či výstupních proměnných současně (lze zužitkovat 3.3.6).
- Analýza citlivosti efektivity hodnocené DMU na změny hodnot všech vstupních či výstupních proměnných ve všech DMUs současně (worst-case scenario). (Zhu, 2003)

Další metody analýzy citlivosti připadají v úvahu, pokud deterministické pojetí DEA převedeme na stochastické (viz Cooper et al., 2004, str. 229–321), což však značně přesahuje rámec této práce.

3.4 Požadavky na data a proměnné

Při aplikaci DEA modelů je třeba mít na paměti několik zásadních pravidel:

1. Hodnocené jednotky musí být homogenní a operovat ve stejném prostředí. Pokud tato podmínka není splněna a situační faktory mají vliv na hodnocenou efektivitu, je potřeba DMUs rozdělit do výkonnostních skupin, jejichž významnost je nutno statisticky ověřit, a využít nekontrolovatelných kategorických proměnných (viz 3.3.4).
2. Počtu proměnných modelu (vstupy a výstupy) musí odpovídat dostatečný počet hodnocených DMUs. Pokud je počet proměnných relativně velký, zatímco počet jednotek relativně malý, ztrácí model svou diskriminační schopnost a především za předpokladu nekonstantních výnosů z rozsahu bude většina jednotek ohodnocena jako efektivní. Jako jednoduché pravidlo může posloužit vztah, že počet DMUs by měl být vyšší než maximum z trojnásobku součtu počtu vstupních a výstupních proměnných a násobku počtu vstupních a výstupních proměnných. Pokud tedy sestavíme model s dvěma vstupy a jedním výstupem, bereme maximum z $3 \times (2 + 1) = 9$ a $2 \times 1 = 2$, tedy potřebujeme minimálně 9 DMUs. Pro model o 10 vstupech a 10 výstupech bychom potřebovali minimálně 100 produkčních jednotek (maximum z $3 \times (10 + 10) = 60$ a $10 \times 10 = 100$), aby model poskytoval přijatelnou diskriminační schopnost. (Cooper et al., 1999)
3. Matice dat modelu musí být 100% zaplněná, což znamená, že pro všechny jednotky, proměnné a časové okamžiky musejí být k dispozici všechna data, neboť model neumí³³ pracovat s neúplnými daty. (ibid)
4. Výběr vhodných proměnných do DEA modelu má zásadní význam na validitu modelu. Proto je vhodné nejprve vytvořit zkušební model a otestovat závislosti proměnných. Především nám jde o to, aby mezi vstupy a mezi výstupy nebyla silná korelace. Pokud by totiž byly některé vstupy (nebo výstupy) velmi silně korelovány, mohli bychom některou z těchto proměnných vypustit a zvýšit tak diskriminační schopnost modelu. (Thanassoulis, 2001)

³³ Musíme mít na paměti, že pokud bychom chybějící údaje nahradili nulovými hodnotami, tyto hodnoty by model započítal jako reálnou úroveň vstupů (resp. výstupů), což by výrazně zkreslilo efektivitu hodnocené jednotky.

3.5 Shrnutí výhod a nevýhod DEA

Jak jsem ilustroval v předcházejících kapitolách, DEA modely představují výrazný posun v možnostech hodnocení efektivity produkčních jednotek. Přes veškerá zlepšení oproti stávajícím metodám má však i tento přístup řadu limitací, které je třeba mít na paměti při praktické aplikaci. Proto závěrem shrnu hlavní výhody i nevýhody.

Výhody DEA modelů

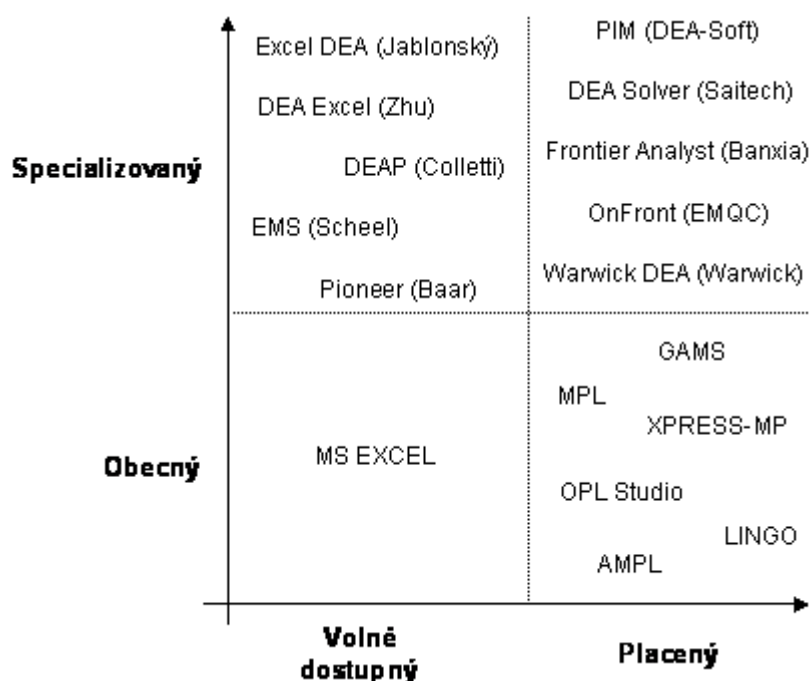
1. Jsou schopny pracovat s velkým počtem vstupů i výstupů zároveň.
2. Nevyžadují a priori specifikaci funkční závislosti mezi vstupy a výstupy, ani subjektivní hodnocení důležitosti jednotlivých vstupních a výstupních proměnných.
3. Jsou schopny pracovat s proměnnými v různých jednotkách i řádech bez nutnosti jakékoliv úpravy nebo normalizace.
4. Umožňují specifikovat charakter výnosů z rozsahu a zakomponovat situační faktory.
5. Poskytují informace o potřebném radiálním zlepšení vstupů (resp. výstupů), aby se daná jednotka stala efektivní (identifikace virtuální jednotky).
6. Porovnávají mezi sebou pouze jednotky s podobnou velikostí a strukturou vstupů a výstupů (peer jednotky) a dokáží určit role models jednotky, které by měly neefektivní jednotky replikovat.

Limitace DEA modelů

1. Nepočítají s náhodnou chybou (náhodným šumem) v datech. Jakékoliv nepřesnosti v datech můžou podstatným způsobem ovlivnit výsledky hodnocení.
2. Pokud jsou v datech přítomny jednotky, které nesplňují požadavek homogenity (outliers), může být tvar efektivní hranice zkreslen a model potom ztrácí validitu.
3. Měří pouze relativní efektivitu – tj. hodnotí výkonnost pouze vůči jednotkám přítomným ve zkoumaném souboru.
4. Některým proměnným v modelu může být v konceptu variabilních vah přiřazena nulová váha (přesněji infinitezimální konstanta). Tyto proměnné pak nejsou u některých jednotek do hodnocení efektivity zahrnuty.

3.6 Software pro řešení modelů DEA

DEA modely spadají do v praxi nejrozšířenějších optimalizačních nástrojů – tj. modelů lineárního programování, takže existuje celá řada produktů pro jejich řešení. Jednotlivé produkty můžeme jednoduše rozdělit podle dvou kritérií: zda se jedná o software specializovaný na DEA nebo software obecný, či zda se jedná o software (pro nekomerční užití) volně dostupný nebo placený. Příklady nejrozšířenějších produktů včetně jejich rozdělení do jednotlivých skupin ilustruje následující schéma:



Obr. 3.3: Přehled software pro řešení DEA modelů

Do kategorie *obecných a volně dostupných* řešení (za předpokladu, že naprostá většina společností využívá aplikaci *MS Excel*) patří klasický řešitel nejrozšířenějšího tabulkového kalkulátoru. V *MS Excel* jdou za použití *VBA* naprogramovat i složitější DEA modely. Podrobný návod poskytuje například Zhu (2003). K výhodám tohoto řešení patří především nulové přímé náklady. Hlavní nevýhodu představuje časová náročnost programování vlastních DEA modelů, s níž jsou spojeny vysoké nepřímé náklady.

Do kategorie *obecných a placených* řešení patří klasické systémy na podporu matematického modelování. Využití těchto aplikací může představovat alternativu v těch společnostech, které již tyto systémy využívají např. pro optimalizaci

dodavatelských řetězců, výrobního plánování apod. Tyto systémy jsou totiž velice nákladné (v řádu desítek tisíc EUR) a s jejich využitím je opět spojeno značné časové vyřízení relevantně kvalifikovaných pracovníků.

Pro prvotní nasazení DEA za účelem vyzkoušení jednotlivých funkcionalit modelu a otestování relevantnosti použití DEA pro řešení daného podnikového problému se jeví jako nejvhodnější využít některého ze *specializovaných a volně dostupných* řešení. Pro nekomerční využití je to např. aplikace vyvinutá vedoucím této práce prof. Jablonským na Vysoké škole ekonomické v Praze (<http://nb.vse.cz/~jablon/>), která má formu doplňku do *MS Excel* a která obsahuje většinu modelů a funkcionalit zmíněných v této práci. Mezi další nekomerční řešení patří doplněk *MS Excel*, který je součástí publikace od Joe Zhu (2003). Tato aplikace obsahuje navíc některé speciální funkcionality jako např. Malmquistův index, či preferenční proměnné.

Pokud se prvotní nasazení DEA pro řešení daného podnikového problému osvědčí a daná společnost se rozhodne využívat výhod DEA modelování pravidelně, představuje nejlepší volbu *specializované placené* řešení. Tyto softwarové produkty mají většinou podobu samostatných programů pro *MS Windows* a poskytují nejširší výběr funkcionalit, spolupráci s databázemi i uživatelsky nejpřívětivější ovládání a přehlednou prezentaci výsledků. Mezi nejznámější patří např. *Frontier Analyst* od společnosti Banxia (<http://www.banxia.com/frontier/index.html>), jehož cena³⁴ se pohybuje mezi GBP 395 za verzi pro 75 DMUs po GBP 3995 za neomezenou verzi. Mezi uživatele tohoto software patří dle údajů společnosti například The Boston Consulting Group, PricewaterhouseCoopers, US AirForce, či World Bank.

Podrobnější popis specializovaných placených i volně dostupných řešení je uveden například v Cooper et al. (2004).

K řešení problému v této práci jsem využil software od prof. Jablonského, aplikaci *DEA Excel* od Joea Zhu a starší verzi programu *Frontier Analyst* od společnosti Banxia.

³⁴ Stav k 8.2.2010 dle e-shopu.

4 Model efektivity vlastní sítě prodejen zkoumané společnosti

Modely DEA se v praxi hodnocení efektivity produkčních jednotek uplatnily již v celé řadě oblastí – především v bankovním, regulovaném a neziskovém sektoru, jak jsem nastínil v úvodu části 3.1. Příklad aplikace modelů analýzy obalu dat na úlohu hodnocení efektivity sítě prodejen mobilního operátora však v dosud publikovaných zdrojích chybí (Emrouznejad et al., 2008), a tak jedním z cílů této práce přirozeně je tuto mezeru zaplnit.

Vzhledem k tomu, že prodejní síť mobilního operátora představuje síť servisních jednotek, je možné se do určité míry inspirovat řadou modelů, které byly aplikovány na bankovní pobočky či v retailingu. Shrnutí hlavních prací v těchto oblastech poskytuje např. Cooper et al. (2004) nebo Rouatt (2003).

Dané přístupy však z velké části reflektují specifika jednotlivých oborů, a proto je dle mého názoru potřeba pro zkoumanou problematiku efektivity prodejní sítě mobilního operátora navrhnout zcela nový model, který popíše v následujících částech.

4.1 Základní východiska modelu

Efektivita prodejní sítě mobilního operátora závisí na celé řadě vstupů i výstupů, které korespondují s významem prodejen z hlediska hodnotového i strategického. Podle těchto hledisek patří mezi hlavní úkoly každé z prodejen generování finanční hodnoty formou prodeje produktů (hlasové služby, hardware apod.) a provádění poradní a servisní činnosti, přičemž všechny tyto činnosti musí být realizovány v přijatelné kvalitě.

Aby bylo možné těchto cílů dosáhnout, je potřeba splnit dvě základní skupiny požadavků, které můžeme rozdělit na externí a interní.

Externí požadavky jsou založeny na jednoduché úvaze, že aby mohla proběhnout nějaká forma hodnotu generující interakce mezi zákazníkem a konzultantem na prodejně, je nezbytné zákazníky do prodejny nejprve dostat. Na celkový počet příchodů zákazníků do prodejny (a následné realizace prodejních, poradních nebo servisních transakcí) za nějaký časový interval má vliv celá řada faktorů, které můžeme klasifikovat podle toho, zda jsou jedinečné pro každou prodejnu, či zda působí na

několik prodejen současně, či zda působí současně na všechny prodejny. Jedinečné faktory pak bude vhodné do modelu zahrnout jako standardní proměnné, skupinové faktory jako nekontrolovatelné kategorické proměnné, a všeobecné faktory nebude účelné do modelu zahrnout vůbec, protože nedisponují žádnou diskriminační schopností mezi jednotkami.

Do jedinečných faktorů řadíme především atraktivitu lokalizace prodejny, počet potenciálních klientů v dané lokalitě, počet soupeřících prodejen (jak od konkurentů, tak vlastní sítě), či délku otevírací doby. Mezi další faktory, které jsou však společné pro více prodejen, řadíme například typ prodejny (v nákupním centru vs. mimo nákupní centrum) či kulturní odlišnosti v rámci jednotlivých hodnocených regionů. Nakonec zbývá zmínit ještě všeobecné faktory, které rovněž ovlivňují intenzitu příchodů do prodejen, avšak vzhledem k faktu, že jsou pro všechny hodnocené prodejny společné, nepředstavují parametry vhodné k hodnocení rozdílů efektivit mezi prodejny. Mezi tyto faktory patří především sezónnost či celkové výdaje na marketing dané společnosti.

Na základě míry splnění externích požadavků hodnotíme tzv. *externí* neboli *objemovou efektivitu*, která udává schopnost prodejny přeměnit svůj lokalizační potenciál na odpovídající počet zákazníků, kteří navštíví prodejnu a provedou v ní nějakou transakci.

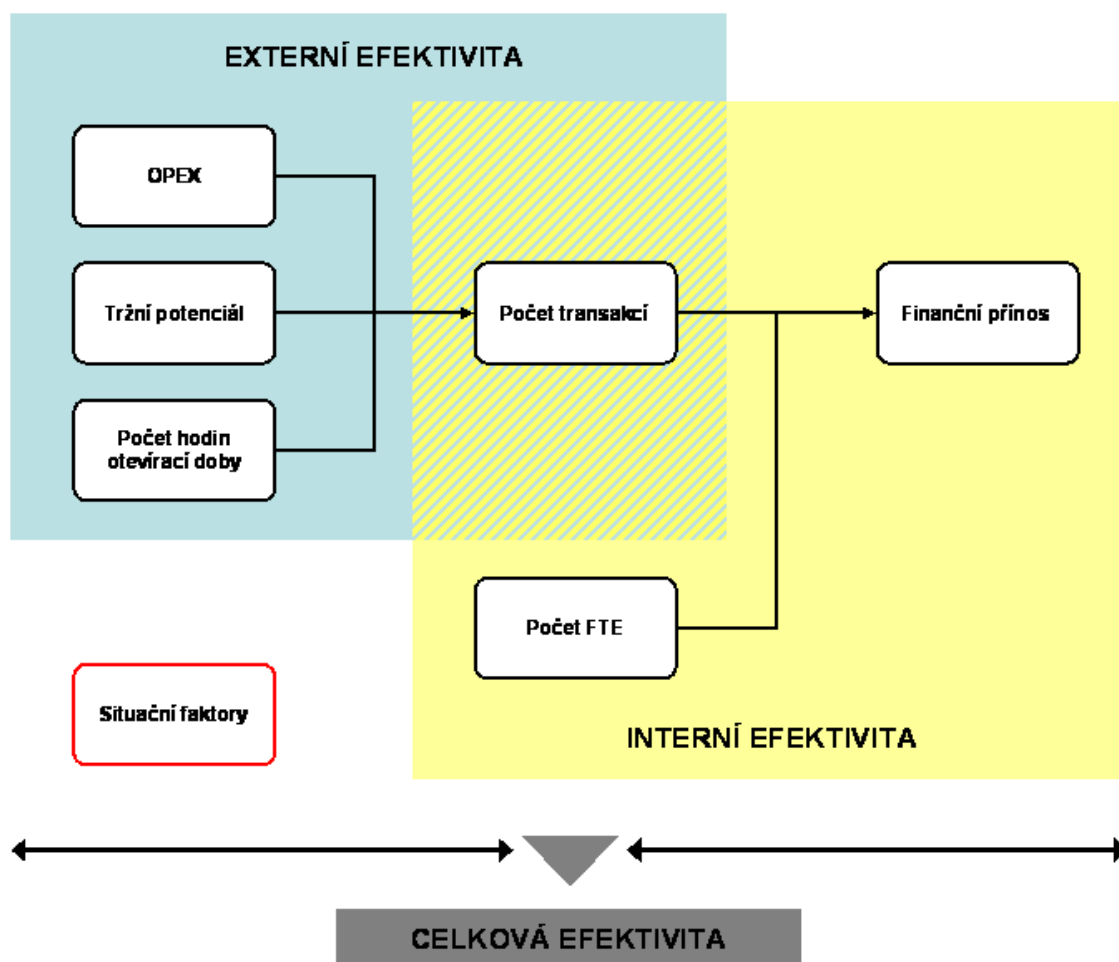
Na externí požadavky navazují tzv. *interní požadavky*, které jsou založeny na úvaze, že zákazníky, které navštíví danou prodejnu, je možné transformovat v požadované cíle pouze za předpokladu, že daná prodejna disponuje dostatečným počtem kvalifikovaných konzultantů, odpovídajícím technickým a prodejním vybavením a dostatečnou zásobou relevantních produktů. V případě vlastní prodejní sítě mobilního operátora můžeme předpokládat, že do jedinečných faktorů bude patřit především počet a kvalifikace konzultantů, zatímco vybavení prodejny i řízení dodavatelských procesů bude standardizované pro všechny prodejny, a tudíž zahrnuto do všeobecných faktorů.

Podle míry splnění interních požadavků hodnotíme tzv. *interní* neboli *hodnotovou efektivitu*, která udává schopnost jednotky přeměnit svůj velikostní potenciál na odpovídající finanční přínos.

Celkovou efektivitu potom dostaneme kombinací objemové a hodnotové efektivit (viz dále).

4.2 Proměnné modelu

Výběr jednotlivých proměnných modelu na základě předchozí logiky a jejich začlenění do interní, externí a celkové efektivity přehledně ilustruje následující schéma:



Obr. 4.1: Grafické znázornění modelu efektivity vlastní prodejní sítě mobilního operátora

4.2.1 Externí efektivita

U externí efektivity jsem do modelu zařadil 3 vstupní a 1 výstupní proměnnou, přičemž výběr jednotlivých proměnných byl částečně ovlivněn dostupností dat v dané společnosti (viz níže).

Výstupem externí efektivity je *počet všech transakcí*, které zákazníci v prodejně uskutečnili. To zahrnuje jak prodejní transakce (hlasové služby, telefony a příslušenství), tak servisní a poradní transakce (poskytování informací, řešení problémů apod.). Z logiky externí efektivity by bylo možné uvažovat namísto počtu transakcí také počet příchodů, avšak tento ukazatel se u daného operátora ukázal jako nepoužitelný, protože systém pro měření počtu příchodů není nainstalován na všech prodejnách a v průběhu sledovaného období se rovněž vyskytlo několik poruch, které daný systém vyřadily na čas z provozu, což zkreslilo výsledky u některých prodejen.

Vstupy externí efektivity představují celkové provozní náklady (OPEX), tržní potenciál oblasti a počet hodin, kdy je prodejna otevřená.

Celkové provozní náklady prodejny (OPEX), což zahrnuje nájem, mzdové náklady a overheads, agregují velikost prodejny a atraktivitu lokalizace prodejny.

Náklady na nájem postihují jak atraktivitu dané lokality tak velikost prodejní plochy. Čím atraktivnější poloha prodejny, tím vyšší návštěvnost a tím pro prodejnu odůvodnitelné vyšší náklady na nájem. S vyšší návštěvností musí rovněž korespondovat větší velikost prodejní plochy a vyšší počet obslužného personálu a tudíž i vyšší mzdové náklady. Overheads také do jisté míry ovlivňují výslednou návštěvnost, protože se na nich výrazně podílí náklady na lokální propagaci prodejny.

Počet transakcí však nezávisí pouze na atraktivitě lokalizace prodejny, avšak je do značné míry ovlivněn *tržním potenciálem* spádové oblasti, ve které prodejna operuje. Čím více potenciálních zákazníků v dané oblasti a čím méně konkurenčních prodejen (cizích i vlastních), tím je větší šance, že daná prodejna ukořistí větší podíl na trhu. Tržní potenciál měřím vzhledem k dostupným datům jako počet obyvatel spádové oblasti (okresu) na jednu prodejnu³⁵ spádové oblasti (okresu).

Nakonec musíme zohlednit i *celkový čas, po který je daná prodejna v provozu*, Prodejny s otevírací dobou 12 hodin 7 dní v týdnu budou mít přirozeně výhodu oproti prodejnám otevřeným pouze 9 hodin 5 dní v týdnu.

³⁵ Do výpočtu jsem zahrnul vlastní prodejny předních mobilních operátorů (O2, T-Mobile, Vodafone).

4.2.2 Interní efektivita

Pro měření interní efektivity obsahuje model 2 vstupní a 1 výstupní proměnnou. Výstupem interní efektivity je finanční přínos prodejny. *Finanční přínos* měří celkovou hodnotu generovanou danou prodejnou za sledované období a skládá se ze dvou částí – zisků z prodejů a úspor ze servisních a poradních transakcí.

Zisky z prodejů zahrnují příjmy z prodejů hlasových služeb, nedotovaných telefonů, ostatního hardware, kuponů pro předplacené karty apod., od kterých jsou odečteny přímé akviziční (popř. migrační nebo retenční) náklady vynaložené k získání těchto prodejů. Z pohledu manažerských financí se tak jedná o hrubou provozní marži.

Kromě prodeje služeb a produktů však obvykle více jak polovinu všech činností prodejny tvoří servisní a poradní transakce, které sice přímo žádnou finanční hodnotu negenerují, avšak jsou pro mobilního operátora rovněž životně důležité, a proto bude účelné je rovněž do finančního přínosu začlenit. Pokud budeme předpokládat, že pokud by servisní a poradní transakce neuskutečnila daná prodejna, musely by tyto transakce uskutečnit jiné kanály (např. servisní linka), můžeme každou z transakcí ocenit jako úsporu nákladů v jiných částech společnosti a tudíž jako část finančního přínosu prodejny.

Kromě finančního přínosu dané prodejny je rovněž důležité sledovat výši tzv. *ICCA skóre*, které měří spokojenost zákazníků se službami dané prodejny. Toto skóre zahrnuje parametry jako čekací doba, přátelskost prodejce, správnost a úplnost informací, ochotu a zájem prodejce, úspěšnost vyřešení problému apod. Čím vyšší ICCA skóre, tím vyšší pravděpodobnost budoucích prodejů, vyšší retence stávajících zákazníků, vyšší pravděpodobnost pozitivního word-of-mouth apod., což by se mělo do budoucna pozitivně promítnout do ukazatele finančního přínosu. Do výstupních proměnných jsem ICCA skóre nakonec nezařadil, protože si v něm všechny sledované prodejny vedly velmi dobře, a proto by tato proměnná žádným podstatným způsobem nezměnila diskriminační schopnost modelu. Z rozhovorů se zástupci společnosti rovněž vyplynulo, že kritérium finančního přínosu by mělo být pro každou prodejnu vždy výrazně upřednostněno před výší ICCA skóre, což by vyžadovalo stanovit omezení vah, které jsou v DEA modelech standardně variabilní, a to by model dále komplikovalo. ICCA skóre tak bude vhodné použít až k dodatečné analýze jednotlivých výrazně neefektivních prodejen samotnou společností.

Do vstupů jsem pro výpočet interní efektivity zařadil počet transakcí³⁶ a počet FTE. Je patrné, že *počet transakcí* představuje jak vstupní proměnnou interní efektivity, tak výstupní proměnnou externí efektivity, čímž vytváří spojnici mezi oběma typy efektivit. Zvýšení počtu transakcí (*ceteris paribus*) tak povede ke zvýšení externí efektivity, avšak snížení interní efektivity. Druhou vstupní proměnnou je pak *počet FTE* (full-time-equivalent) neboli průměrný počet poradců na plný³⁷ úvazek v daném období, protože jedině dostatečný počet kvalifikovaných poradců dokáže transformovat příchozí zákazníky v požadované cílové efekty.

Faktorem, který není v modelu explicitně zahrnut, je úroveň výkonnosti poradců, neboť tento údaj nebyl k dispozici. Tento faktor je však v modelu zahrnut implicitně. Pokud uvážíme prodejnu s relativně vysokým počtem transakcí i FTE, ale nízkým finančním přínosem, bude jedním z problémů patrně právě nízká výkonnost poradců.

4.2.3 Celková (dvoustupňová) efektivita

Model celkové efektivity sestavíme složením modelů interní a externí efektivity podle části 3.3.5 jako prostý průměr hodnot externí a interní efektivity.

4.2.4 Situační faktory

Jak jsem uvedl v částech 3.3.4 a 3.4, základním předpokladem validity každého DEA modelu je homogenita sledovaných DMUs. V našem případě byl expertním odhadem zástupce společnosti formulován předpoklad, že ne všechny prodejny operují ve stejném prostředí – konkrétně prodejny umístěné v nákupních centrech by měly disponovat oproti klasickým prodejnám výhodou jak u efektivity externí, tak interní, a potažmo tedy i u efektivity celkové. Rovněž prodejny umístěné v Praze by mohly mít výhodu u interní efektivity oproti ostatním prodejnám, protože v Praze je výrazně vyšší kupní síla.

Pokud se tento expertní odhad potvrdí na reálných datech (bude otestováno v části 5.2 dle teoretického základu prezentovaného v části 3.3.4), bude do modelu vhodné doplnit nekontrolovatelnou kategorickou proměnnou rozdělující jednotky na několik výkonnostních skupin.

³⁶ Oproti externí efektivitě očištěný o prodeje za bonus body a reklamace, které nevstupují do ukazatele finančního přínosu. Jedná se však pouze o formální úpravu, neboť tyto transakce se na celkových transakcích podílejí okolo 5% u všech prodejen, a proto nemění poměry celkových transakcí mezi prodejnami.

³⁷ Např. pro 4 poradce na plný úvazek a 1 poradce na částečný úvazek, by byl výsledný počet FTE 4,5.

4.3 Specifikace charakteristik modelu

Externí efektivitu budu měřit za pomoci výstupně orientovaného DEA modelu s variabilními výnosy z rozsahu (OO – VRS). Výstupní orientaci volím z toho důvodu, že všechny vstupy externí efektivit jsou relativně nekontrolovatelné – u tržního potenciálu je situace zřejmá, avšak i u ostatních vstupů má operátor pouze malý manévrovací prostor.

Počet hodin otevírací doby je především u prodejen umístěných v nákupních centrech daný otevírací dobou nákupního centra a u klasických prodejen je podle vyjádření zástupce společnosti otevírací doba průběžně optimalizována, takže významnou neefektivitu v tomto směru a tudíž prostor pro změnu očekávat nelze.

Rovněž výše OPEX je do jisté míry těžko ovlivnitelná, protože nájemní smlouvy (a tedy i výše nájmu, která se na OPEX dle zástupce společnosti podílí v průměru asi 40%) jsou dlouhodobé a tržní nájemné v dané oblasti většinou odpovídá rovnováze na trhu (můžeme předpokládat, že pokud by operátor požadoval výrazné snížení nájmu, existuje na jeho místo dostatek zájemců ochotných zaplatit původní nájemné a tudíž operátora v dané lokalitě nahradit). Druhou nejvýznamnější OPEX položkou jsou mzdové náklady, které společnost odhaduje na přibližně 40% OPEX. Také mzdové náklady můžeme považovat za relativně neovlivnitelné, protože počet FTEs je rovněž průběžně optimalizován a mzdové sazby odpovídají rovnováze na trhu (u kterého také předpokládáme nízkou rigiditu).

Proto by nemělo smysl, aby model určoval virtuální jednotky neefektivních jednotek pomocí potřebné redukce vstupů. Naproti tomu výstupní orientace umožňuje stanovit, o kolik procent by musel být počet transakcí při daných vstupech jednotky vyšší, aby byla jednotka považována za efektivní, což již lze interpretovat výrazně lépe.

Sice nemůžeme předpokládat, že existuje mnoho opatření, které by výrazně zvýšily počet transakcí v dané prodejně (např. o 200%, pokud je externí efektivita 3), avšak hodnotu externí efektivit můžeme interpretovat následovně: Pokud je externí efektivita prodejny vysoká, je účelné si tuto výhodnou lokalitu do budoucna udržet i za cenu případného malého zvýšení nájmu či ostatních vstupů v dané lokalitě. Naopak pokud je externí efektivita velmi nízká, vyvstává otázka smyslu takovéto prodejny a bylo by účelné zvážit relokaci dané prodejny (pokud je vysoká interní efektivita) či její uzavření (pokud je interní efektivita rovněž nízká).

Protože nebylo možné učinit přesný odhad závislosti počtu transakcí na velikosti prodejny, uvažuje model obecnou formulaci v podobě variabilních výnosů z rozsahu.

Pro interní efektivitu použiji rovněž OO – VRS model, protože, jak jsem již uvedl u externí efektivity, ani počet transakcí ani počet FTEs nejsou jednoduše ovlivnitelné a tudíž by vstupní orientace postrádala smysl. Výstupní orientace naopak udává, o kolik procent by byla potřeba při daných vstupech zvýšit hodnotu finančního přínosu, aby se daná prodejna stala efektivní. Toho může být například dosaženo zvýšením efektivity všech konzultantů (např. pomocí vyšších investic do tréninku), či analýzou efektivity jednotlivých konzultantů a zaměřením se pouze na ty podprůměrné. Použití variabilních výnosů z rozsahu sleduje stejnou logiku jako u externí efektivity.

Pro celkovou efektivitu zužitkuji průměr hodnot externí a interní efektivity, jak jsem nastínil v části 3.3.5.

4.4 Efektivita versus profitabilita: matice portfolia

Efektivita hodnocené jednotky představuje schopnost přeměnit vzácné vstupy na požadované výstupy, přičemž vstupní a výstupní proměnné jsou zpravidla nejen monetární povahy, ale zahrnují i celou řadu nemonetárních faktorů (např. počet zaměstnanců, velikost prodejní plochy, nákupní spád, servisní kvalita apod.). Vstupní a výstupní proměnné bývají rovněž vybírány tak, aby zahrnovaly jak faktory krátkodobé povahy tak dlouhodobé faktory.

Naproti tomu nesmíme zapomínat na fakt, že prvotním cílem každé společnosti vlastněné akcionáři (to i je případ společnosti, kterou se zabývá tato práce), je vytvářet při dané rizikovosti odpovídající výnosnost vloženého kapitálu, což je možné pouze za předpokladu, že daná společnost dosahuje dlouhodobě zisku, respektive odpovídající ziskovosti (profitability), kterou můžeme měřit například jako ziskovou marži. (Brealey a Meyers, 2003) Vzhledem k tomu, že vlastní síť prodejen mobilního operátora představuje jeden z nejdůležitějších prodejních kanálů, který se podstatnou měrou podílí na vytvořené hodnotě celé společnosti, musí rovněž každá prodejna splňovat kritérium odpovídající profitabilitě.

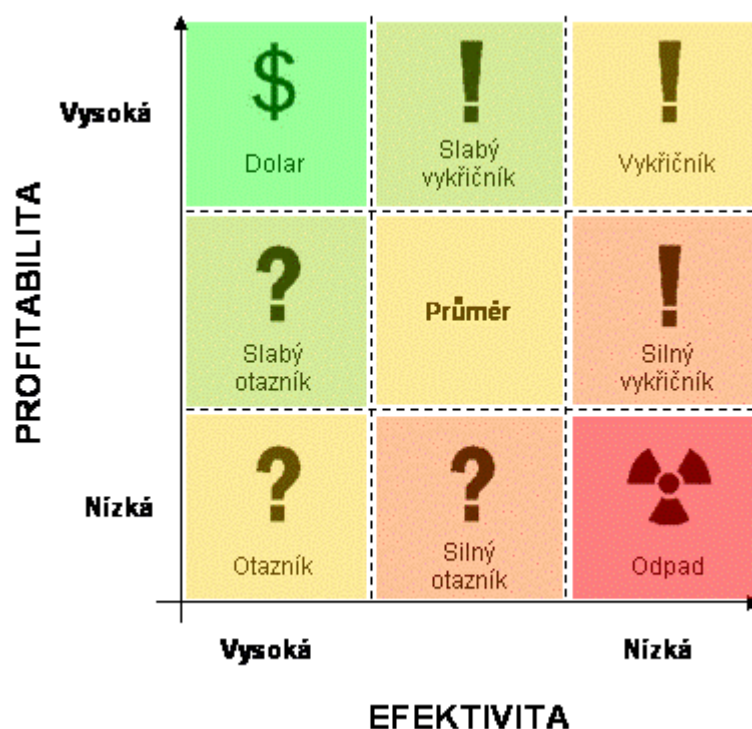
Profitabilitu jednotlivých prodejen budu měřit jako *čistou provozní ziskovou marži* = *(finanční přínos včetně zhodnocení servisních a poradních transakcí – přímé akviziční, retenční a migrační náklady – OPEX očištěný od mimořádných událostí) / (finanční přínos včetně zhodnocení servisních a poradních transakcí)*.

Kombinací efektivity a profitability dostaneme matici portfolio inspirovanou všeobecně známou BCG³⁸ maticí. Schéma ilustruje obrázek 4.2 (viz níže).

Jednotky nacházející se v sekci se symbolem dolaru vykazují vysokou efektivitu i profitabilitu a patří tak samozřejmě na špičku hodnoceného souboru.

Na opačném konci se nacházejí DMUs spadající do sekce se symbolem radioaktivního odpadu. Tyto jednotky nejen, že neplní základní cíl v podobě dostatečné profitability, ale neskýtají pravděpodobně ani mnoho potenciálu k rychlé nápravě. Tyto DMUs je potřeba podrobit důkladné analýze a popřípadě zvážit jejich uzavření či relokaaci.

Jednotky ze sekce označené otazníkem sice neplní požadovanou úroveň profitability, ale jejich vysoká úroveň efektivity značí, že při daných úrovních a proporcích vstupů a výstupů (nejen monetárních) je tento výsledek velmi dobrý. Především u jednotek s velmi nízkou profitabilitou a velmi vysokou efektivitou tak rovněž připadá do úvahy jejich uzavření, neboť zde existuje pouze velmi omezený prostor pro jejich zlepšení do budoucna.



Obr. 4.2: Matice portfolio

³⁸ Globální společnost v oblasti strategického poradenství The Boston Consulting Group.

Naproti tomu DMUs v sekci vykřičníku (především v sekci slabého vykřičníku) mohou představovat značný potenciál do budoucna, neboť jsou schopny generovat solidní finanční výsledky i přes to, aby svůj potenciál využívaly naplno. Provedení nápravných opatření s cílem zvýšit efektivitu by tak mělo přinést i další zlepšení finančních ukazatelů těchto jednotek.

DMUs v sekci vykřičníku (především silného vykřičníku) však mohou představovat i nebezpečí do budoucna. Nízká efektivita totiž naznačuje, že jejich přijatelná profitabilita může být dána krátkodobým přiškrcením některých nákladů (např. investice do vzdělávání zaměstnanců), které se mohou negativně projevit na výkonnosti dané jednotky v budoucnu (např. díky klesající spokojenosti zákazníků způsobené nedostatečnou kvalifikací zaměstnanců), což by mohlo v dlouhodobém horizontu způsobit posun jednotky do oblasti radioaktivního odpadu.

Doplnění efektivity o ukazatel profitability tak představuje výkonný nástroj, jak hodnocené jednotky dále klasifikovat s ohledem na jejich aktuální i možný budoucí vývoj. V následující části však tento model ještě rozšířím o zakomponování externí a interní efektivity.

4.5 Propojení matice portfolia a externí a interní efektivity

Matice portfolia rozděluje hodnocené jednotky do devíti skupin, přičemž především u jednotek ve skupinách vykřičníku, otazníku a průměru není možné jednoznačně určit, které z těchto jednotek mají potenciál k posunu směrem k sekci dolaru, a které nikoliv. Tuto dodatečnou informaci včetně klasifikace priorit (na které jednotky je účelné zaměřit se nejdříve) však můžeme získat implementací konceptu externí a interní efektivity, který byl představen v části 4.2, což shrnuje schéma 4.3 na následující straně.

Schéma je členěno do základních devíti skupin dle matice portfolia, které jsou dále členěny podle významných odchylek externí (resp. interní) efektivity od efektivity celkové. Dostáváme tak celkem 22 jedinečných skupin, pro které jsem ohodnotil současný stav, navrhnul doporučené řešení a ohodnotil důležitost zásahu.

Sektor	Efektivita I E	Index sektoru	Stav / Akce	Důležitost zásahu
 Dolar	TOP 3	1.1	replikovat	
	ostatní	1.0	replikovat	
 Slabý vykřičník	 	2.1	rychlý potenciál dolaru	
	ostatní	2.0	potenciál dolaru	
 Slabý otazník	 	4.1	rychlý potenciál dolaru	
	ostatní	4.0	potenciál dolaru	
 Vykřičník	 	3.1	silný potenciál zlepšení	
	 	3.2	slabý potenciál zlepšení	
	ostatní	3.0	potenciál zlepšení	
Průměr	 	5.1	rychlý potenciál dolaru	
	 	5.2	slabý potenciál zlepšení	
	ostatní	5.0	potenciál zlepšení	
 Otazník	 	7.1	potenciál zlepšení	
	ostatní	7.0	zvážit zeštíhlení	
 Silný vykřičník	 	6.1	zvážit relokaci / zeštíhlení	
	 	6.2	potenciál zlepšení	
	ostatní	6.0	zvážit relokaci / zeštíhlení	
 Silný otazník	 	8.1	zvážit relokaci / zeštíhlení	
	 	8.2	potenciál zlepšení	
	ostatní	8.0	zvážit relokaci / zeštíhlení	
 Odpad	WORST 3	9.1	zvážit uzavření	
	ostatní	9.0	zvážit relokaci / zeštíhlení / uzavření	

- ☒ **Pozitivní outlier** – relativně vysoká dílčí efektivita vůči celkové efektivitě jednotky
- ☒ **Negativní outlier** – relativně nízká dílčí efektivita vůči celkové efektivitě jednotky

Obr. 4.3: Matice portfolia rozšířená o externí a interní efektivitu

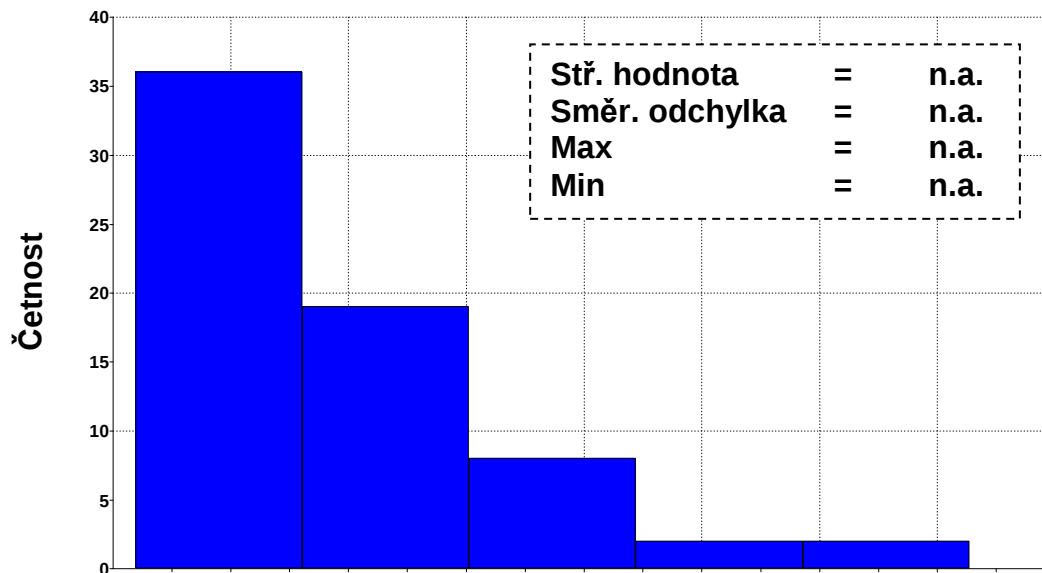
Index sektoru slouží jako identifikátor každé z 22 skupin a bude využit v kapitole 5.4 po potřeby analýzy na úrovni jednotlivých prodejen.

5 Verifikace dat, analýza výsledků a tvorba doporučení

V první části této kapitoly představím a statisticky popíši data, která mi byla pro analýzu daného souboru prodejen poskytnuta, na což naváží zhodnocením splnění požadavků na data a proměnné, které jsem uvedl v části 3.4. V další části této kapitoly se zaměřím na analýzu výsledků a tvorbu doporučení, k čemuž použiji aparát představený v kapitole 3. Nakonec provedu několik analýz, které mají za cíl identifikovat některá rizika spojená se zvoleným přístupem k měření efektivity.

5.1 Popis testovaného souboru³⁹

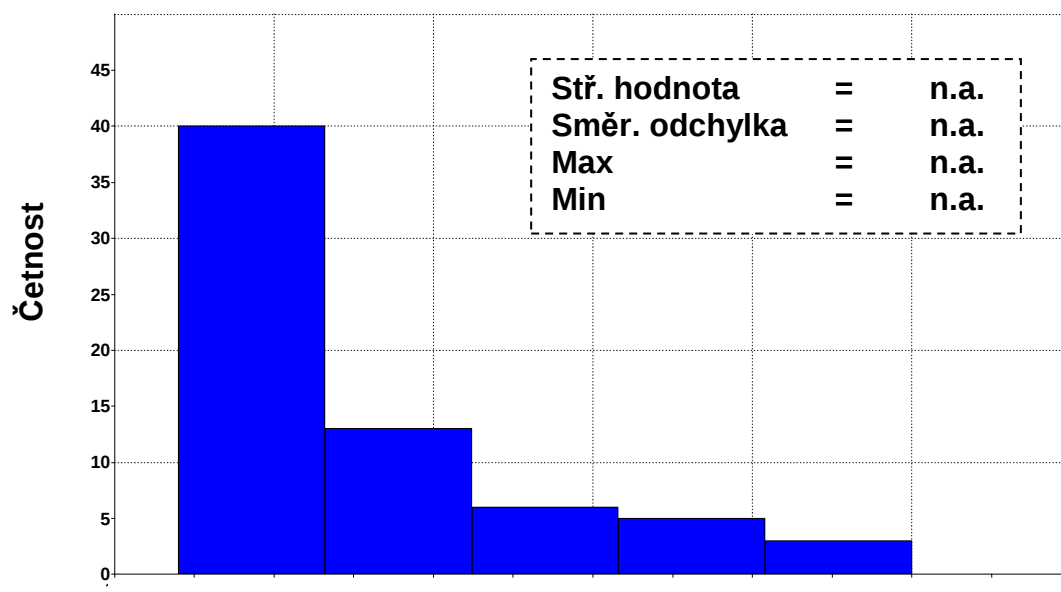
Testovaný soubor obsahuje 67 prodejen. Data se pro všechny prodejny vztahují k období 1.1.2009 – 31.10.2009, což byl požadavek společnosti. Variabilitu hodnot jednotlivých proměnných znázorňují následující histogramy⁴⁰, členěné vždy na 5 úseků:



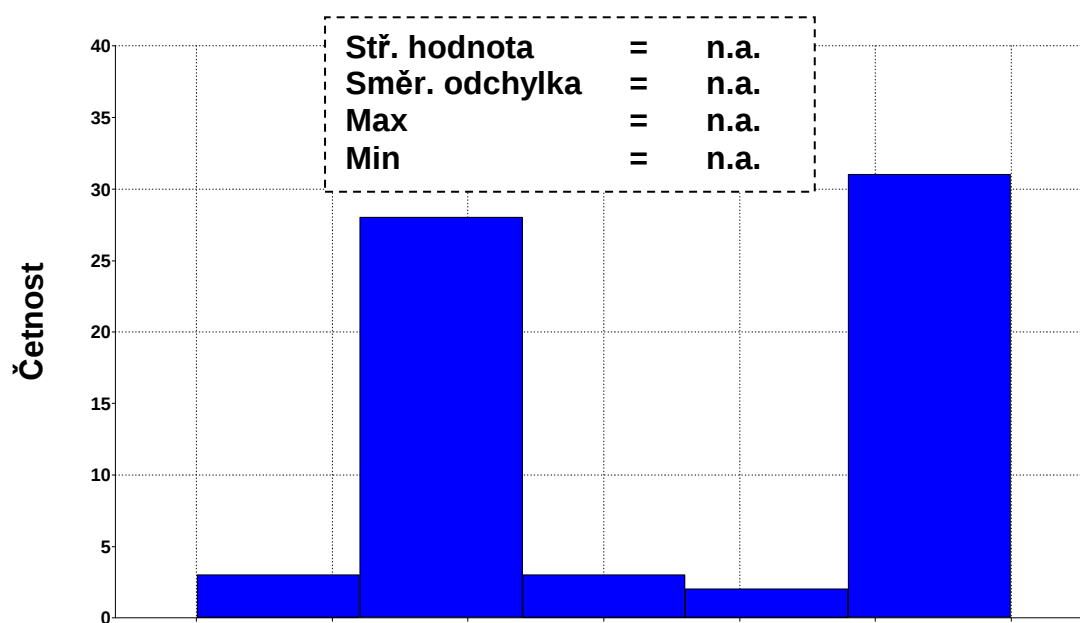
Obr. 5.1: Histogram dle OPEX (v tisících CZK)

³⁹ V reakci na požadavek společnosti ohledně zachování důvěrnosti dat jsou konkrétní hodnoty na osách x dostupné pouze v tištěné verzi této diplomové práce.

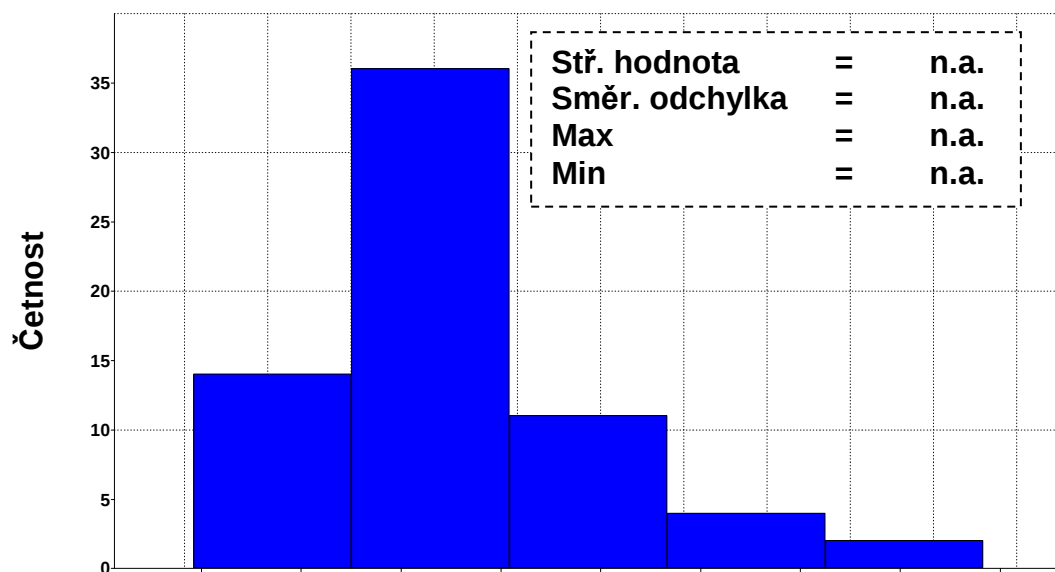
⁴⁰ Pro vygenerování histogramů stejně jako pro ostatní statistické analýzy provedené v této práci (korelace, Mann-Whitney test, krabicový diagram) jsem použil freeware statistický program *Past* dostupný z <http://folk.uio.no/ohammer/past/>.



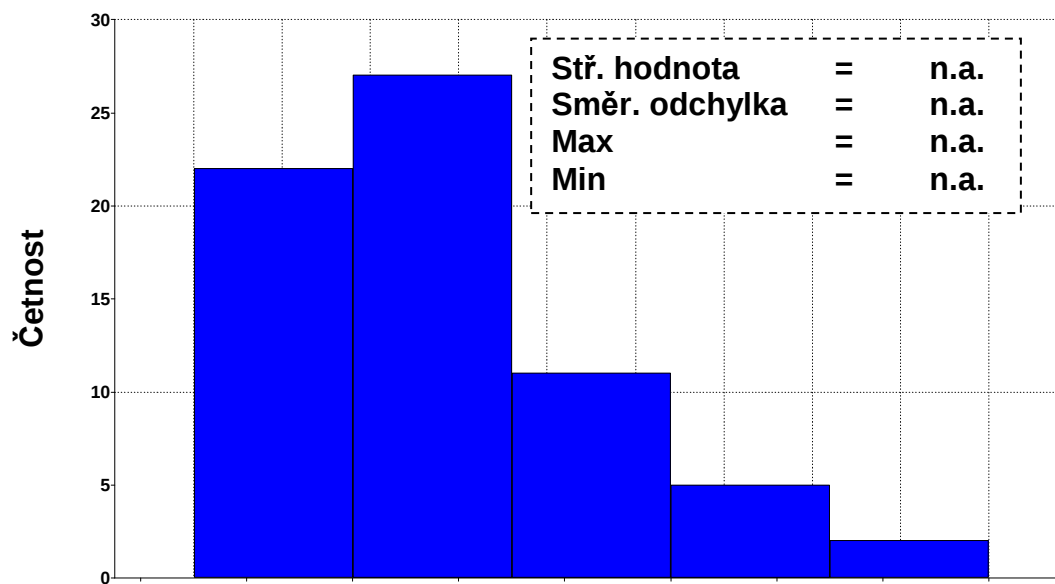
Obr. 5.2: Histogram dle tržního potenciálu (v tisících obyvatel)



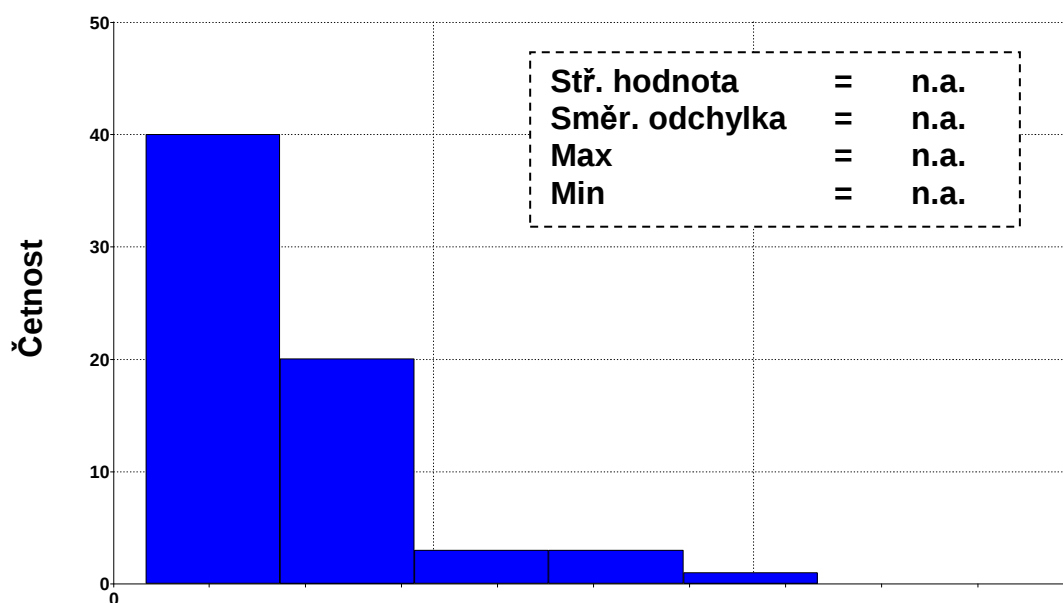
Obr. 5.3: Histogram dle počtu hodin otevírací doby (v tisících, kumulativně)



Obr. 5.4: Histogram dle počtu transakcí (v tisících, kumulativně)



Obr. 5.5: Histogram dle počtu FTE (kumulativně)



Obr. 5.6: Histogram dle finančního přínosu (v milionech CZK)

Všechny proměnné vykazují solidní variabilitu, což podporuje správnost rozhodnutí o jejich zařazení do modelu. Odlišné tvary histogramů pak poukazují na nízký stupeň korelace, což dále potvrdím v následující kapitole.

Neagregovaná data pro jednotlivé prodejny a jednotlivé proměnné shrnuje příloha 1 této práce.

5.2 Analýza požadavků na data a proměnné

V této kapitole podrobím testovaný soubor 67 prodejen analýze požadavků na data a proměnné dle kapitoly 3.4:

1. Model disponuje výbornou diskriminační schopností, neboť pro externí efektivitu by byl potřeba soubor minimálně 9 jednotek (maximum z $3 \times (2 + 1)$ a 2×1) a pro interní efektivitu 12 jednotek (maximum z $3 \times (3 + 1)$ a 3×1), což náš soubor 67 jednotek s přehledem splňuje.
2. Matice dat je 100% zaplněná, jak se můžeme snadno přesvědčit v příloze 1, čímž je splněna i druhá podmínka.
3. Korelační vztahy mezi proměnnými přehledně shrnuje tabulka 5.1. Protože u externí i interní efektivity uvažujeme jen jednu výstupní proměnnou, ohodnotím korelace pouze na straně vstupů.

Efektivita	Proměnné	Korelace
Externí	OPEX <> Potenciál	-0,16
	OPEX <> Otvírací doba	0,23
	Potenciál <> Otvírací doba	-0,27
Interní	Transakce <> FTE	0,84

Tab. 5.1: Korelační vztahy mezi proměnnými

U externí efektivity jsou korelace mezi všemi vstupy velmi nízké, což dále potvrzuje solidní diskriminační schopnost modelu. U interní efektivity je sice korelace mezi vstupy silnější, avšak vzhledem k nižšímu počtu proměnných modelu stále na přijatelné úrovni.

4. Zda jsou všechny zkoumané jednotky relativně homogenní a operují ve stejném prostředí – tedy vliv situačních faktorů na výslednou efektivitu – otestuji dle Mann-Whitney Rank Sum testu, který byl prezentován v části 3.3.4. Zástupcem společnosti byly identifikovány následující dvě hypotézy k otestování. Efektivita může záviset na geografické lokaci prodejny – bohatá Praha (19 DMUs) vs. ostatní (48 DMUs) – a efektivita může záviset na typu prodejny – klasická (34

DMUs) vs. nákupní centrum (33 DMUs). Výsledky testu jsou uvedeny v následující tabulce:

Kategorie	Celková	Externí	Interní	Profitabilita
Praha <> Ostatní	0,29	0,21	0,67	0,50
Klasická <> Nákupní centrum	0,21	0,18	0,002	0,24

Tab. 5.2: p-values Mann-Whitney testu pro H_0 : Efektivita (profitabilita) nezávisí na dané kategorii

Na hladině významnosti $\alpha = 0,05$ nemůžeme hypotézu o nezávislosti zamítnout u naprosté většiny (sedmi z osmi) možností, protože $p > \alpha$. U interní efektivity v případě porovnání klasických prodejen a prodejen umístěných v nákupních centrech však tuto hypotézu H_0 o nezávislosti zamítnout můžeme, a **proto musíme doposud uvažovaný model interní efektivity doplnit o nekontrolovatelnou kategorickou proměnnou (princip prezentován v části 3.3.4) zohledňující typ prodejny.**

Použití této proměnné zajistí, že klasické prodejny, které při uplatnění původního modelu bez kategorické proměnné vykazovaly v průměru o 0,39 nižší efektivitu, budou porovnávány pouze mezi sebou⁴¹, zatímco prodejny v nákupních centrech budou porovnávány jak mezi sebou tak s klasickými prodejny.

Po zohlednění této nové kategorické proměnné vyjdou všechny p-values u Mann-Whitney testu větší než zvolená hladina významnosti 5% (viz tabulka 5.3), čímž můžeme konstatovat, že se nám podařilo odstranit vliv situačních faktorů a všechny požadavky na data a proměnné jsou tak splněny.

Kategorie	Celková	Externí	Interní	Profitabilita
Praha <> Ostatní	0,14	0,21	0,91	0,50
Klasická <> Nákupní centrum	0,12	0,18	0,70	0,24

Tab. 5.3: p-values Mann-Whitney testu po úpravě

⁴¹ Tím klesne počet testovaných jednotek v souboru z 67 na 34, což však stále vyhovuje prvnímu požadavku stanovujícímu minimálně 12 jednotek.

5.3 Agregované výsledky

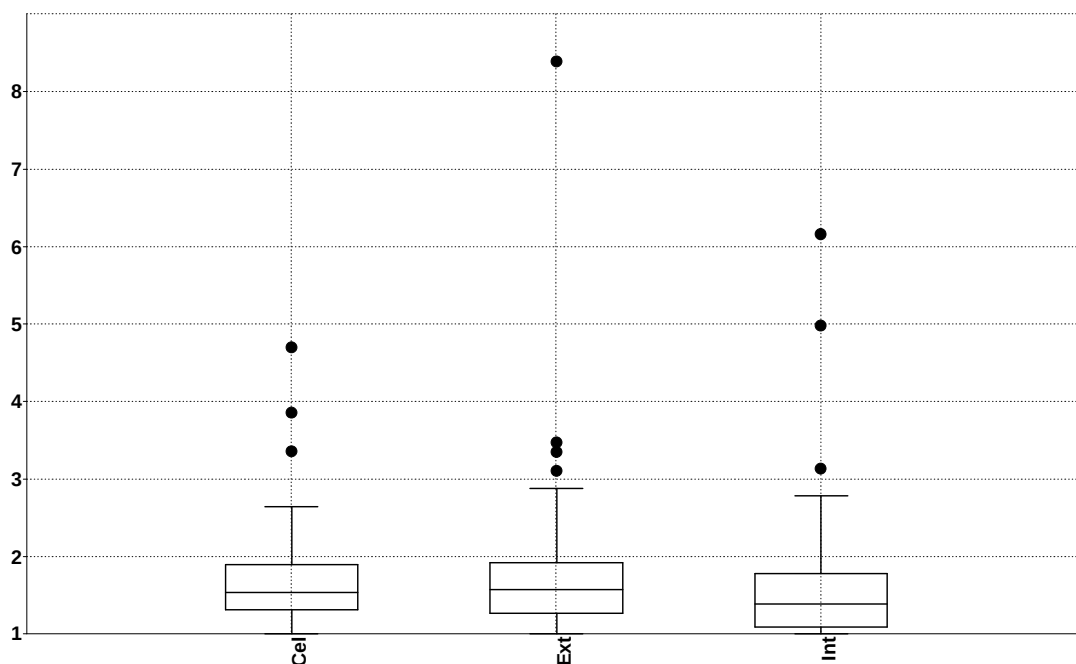
Základní výstupy analýzy souboru prodejen při použití OO – VRS modelu prezentovaného v části 4 přehledně shrnují následující tabulka 5.4 a obrázky 5.7, 5.8 a 5.9:

	Efektivita			Profitabilita
	Celková	Externí	Interní	
Průměr	1,68	1,76	1,60	66%
Směr. odchylka	0,62	0,99	0,85	0,09
Medián	1,53	1,57	1,38	70%
Minimum (maximum)	4,69	8,38	6,15	35% (78%)
Počet (%) efektivních	4 (6%)	11 (16%)	13 (19%)	---

Tab. 5.4: Agregované výsledky

Dle agregovaných výsledků můžeme učinit první hodnocení. U externí i interní (a potažmo i celkové) efektivity poskytuje zvolený model velmi dobrou diskriminační schopnost, neboť průměr i medián leží poměrně daleko od efektivní hodnoty 1,0 a podařilo se identifikovat i některé extrémně špatné prodejny (outliers) charakterizované minimálními efektivitami 8,35 u externí, resp. 6,15 u interní. Velmi dobrá diskriminační schopnost však není způsobena pozitivními outliers (jednou či dvěma prodejny s výrazně lepší efektivitou než zbytek prodejen), které by mohly výsledek zkreslit, protože se podařilo u obou druhů efektivit nalézt celou řadu efektivních prodejen (16% resp. 19% všech prodejen). Rozdělení celkové efektivity na externí a interní rovněž splňuje očekávání, neboť ne všechny prodejny, které jsou efektivní dle externí efektivty (11 prodejen), jsou efektivní i podle interní efektivty (13 prodejen) a naopak, protože počet celkově efektivních jednotek je pouze třetinový (4 prodejny).

Další argumenty hovořící ve prospěch těchto tvrzení vyplývají z následujících grafů:

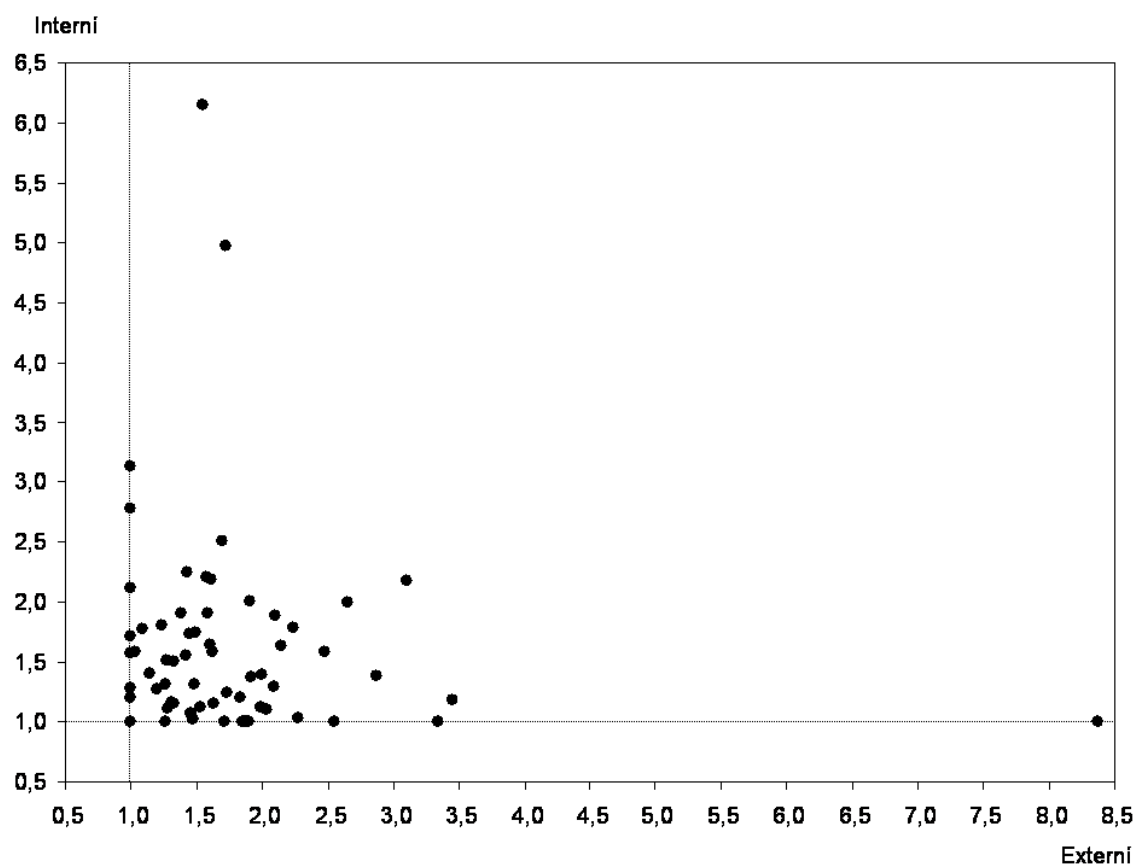


Obr. 5.7: Krabicový diagram efektivit

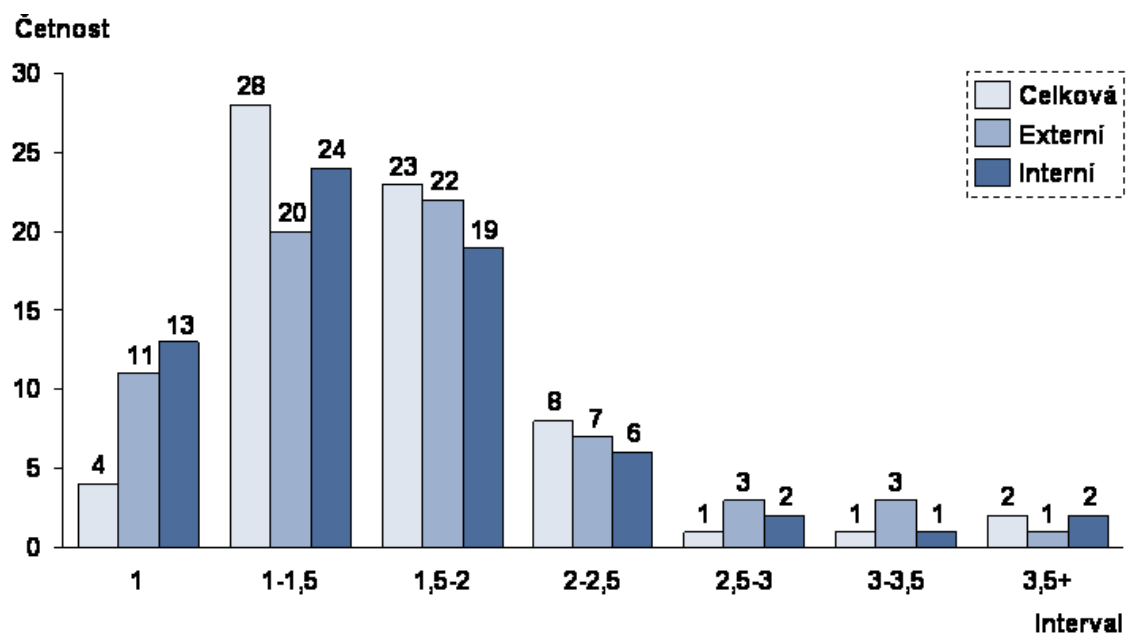
Krabicový diagram znázorňuje rozdělení hodnot jednotlivých efektivit na percentily (minimum, 25. percentil, 50. percentil = medián, 75. percentil, maximum, outliers), čímž potvrzuje předpoklad velmi dobré variability výsledků – u externí i interní efektivit se výsledky pohybují v intervalu 1–3 a bylo identifikováno i několik outliers (u celkové efektivit jsou to prodejny 14, 45 a 59 viz graf níže).

Pohled na vztah mezi externí a interní efektivitou přináší obrázek 5.8, ze kterého je jasně patrné, že výsledky nejsou korelované (korelace pouze $-0,11$), což dále podporuje využitelnost konceptu dvojstupňové efektivit, který je unikátní pro tuto diplomovou práci.

Pro úplnost uvádím i histogram pro všechny druhy efektivit (viz obrázek 5.9 na další straně).



Obr. 5.8: Rozdělení externí a interní efektivity



Obr. 5.9: Histogram efektivit

5.4 Výsledky na úrovni prodejen

Výsledky analýzy na úrovni jednotlivých prodejen přehledně shrnuje tabulka 5.5, kde jsou pro každou jednotku uvedeny hodnoty interní, externí i celkové efektivity, hodnota profitability a přiřazení do sektoru dle obrázku 4.3 v části 4.5. Jednotky jsou seřazeny dle hodnot celkové efektivity. V případně shodné celkové efektivitě jsou pro stanovení pořadí upřednostněny jednotky s vyšší hodnotou profitability.

Hranice pro přiřazení do jednotlivých sektorů jsem stanovil na základě konzultace se zástupcem společnosti následovně:

- Pro celkovou efektivitu jsou pásma $<1,0 ; 1,3>$, $(1,3 ; 1,7>$ a $(1,7 ; \infty)$.
- Pro profitabilitu jsou pásma $(-\infty ; 0,6)$, $<0,6 ; 0,7)$, $<0,7 ; 1)$.

Celkově efektivní jednotky (efektivní interně i externě) jsou zvýrazněny tmavě zelenou barvou, zatímco částečně efektivní jednotky (efektivní pouze interně, nebo externě, nikoliv zároveň) jsou zvýrazněny světle zelenou barvou. Vysvětlení, proč jsou některé hodnoty efektivit zvýrazněny červenou barvou, je obsaženo až v části 5.6, neboť vychází z analýz provedených v následujících kapitolách.

5.4.1 Souhrn

DMU	Pořadí	Typ	Sektor	Profitab.	Efektivita			
					Celková	Interní	Externí	
24	1	kámen	dolar	1.1	74%	1,00	1,00	1,00
2	2	HPM	dolar	1.1	73%	1,00	1,00	1,00
5	3	kámen	slabý otazník	4.0	70%	1,00	1,00	1,00
63	4	kámen	slabý otazník	4.0	70%	1,00	1,00	1,00
25	5	HPM	slabý otazník	4.0	66%	1,10	1,20	1,00
62	6	kámen	dolar	1.1	76%	1,13	1,01	1,26
4	7	HPM	dolar	1.0	74%	1,14	1,28	1,00
8	8	HPM	dolar	1.0	71%	1,20	1,12	1,29
22	9	kámen	slabý otazník	4.0	62%	1,23	1,16	1,31
42	10	kámen	dolar	1.0	75%	1,24	1,15	1,32
21	11	kámen	slabý otazník	4.0	70%	1,24	1,27	1,20
23	12	HPM	dolar	1.0	71%	1,25	1,03	1,47
51	13	HPM	dolar	1.0	72%	1,27	1,08	1,45
44	14	kámen	dolar	1.0	72%	1,27	1,40	1,14
60	15	kámen	dolar	1.0	77%	1,29	1,32	1,27
1	16	kámen	slabý otazník	4.1	64%	1,29	1,58	1,00
55	17	HPM	slabý vykřičník	2.0	72%	1,31	1,58	1,03
48	18	kámen	slabý vykřičník	2.0	76%	1,33	1,12	1,53
52	19	HPM	slabý vykřičník	2.0	77%	1,36	1,00	1,71

64	20	kámen	průměr	5.1	63%	1,36	1,72	1,00
27	21	HPM	slabý vykřičník	2.0	72%	1,39	1,51	1,27
37	22	kámen	slabý vykřičník	2.0	70%	1,39	1,15	1,63
20	23	kámen	průměr	5.0	62%	1,40	1,31	1,49
7	24	HPM	slabý vykřičník	2.0	70%	1,42	1,51	1,32
58	25	kámen	slabý vykřičník	2.0	73%	1,43	1,00	1,85
28	26	HPM	slabý vykřičník	2.1	72%	1,43	1,77	1,09
16	27	kámen	slabý vykřičník	2.0	72%	1,43	1,00	1,86
29	28	HPM	slabý vykřičník	2.0	78%	1,44	1,00	1,88
3	29	kámen	slabý vykřičník	2.0	73%	1,44	1,00	1,88
57	30	HPM	silný otazník	8.1	59%	1,45	1,00	1,90
30	31	kámen	slabý vykřičník	2.0	71%	1,49	1,24	1,73
50	32	kámen	silný otazník	8.0	59%	1,49	1,55	1,42
39	33	kámen	slabý vykřičník	2.0	71%	1,52	1,20	1,83
36	34	kámen	silný otazník	8.2	60%	1,53	1,81	1,24
41	35	kámen	průměr	5.2	67%	1,56	1,12	1,99
56	36	HPM	průměr	5.1	66%	1,56	2,12	1,00
12	37	kámen	slabý vykřičník	2.0	76%	1,57	1,11	2,03
65	38	HPM	průměr	5.0	67%	1,59	1,74	1,44
33	39	HPM	slabý vykřičník	2.0	78%	1,60	1,58	1,62
9	40	HPM	průměr	5.0	64%	1,62	1,74	1,50
6	41	HPM	průměr	5.0	62%	1,63	1,65	1,61
10	42	HPM	průměr	5.1	64%	1,64	1,90	1,38
47	43	HPM	slabý vykřičník	2.0	73%	1,65	1,38	1,92
49	44	kámen	slabý vykřičník	2.0	73%	1,66	1,03	2,28
17	45	kámen	průměr	5.2	62%	1,69	1,29	2,09
18	46	HPM	slabý vykřičník	2.0	76%	1,70	1,40	2,00
19	47	HPM	vykřičník	3.0	73%	1,75	1,91	1,59
53	48	HPM	vykřičník	3.1	76%	1,78	1,00	2,55
38	49	kámen	odpad	9.0	45%	1,84	2,25	1,43
32	50	kámen	odpad	9.0	59%	1,89	1,63	2,14
67	51	kámen	odpad	9.0	56%	1,89	2,21	1,57
66	52	kámen	odpad	9.0	55%	1,89	2,78	1,00
11	53	kámen	odpad	9.0	56%	1,90	2,19	1,61
40	54	HPM	silný vykřičník	6.0	68%	1,96	2,01	1,90
61	55	kámen	silný vykřičník	6.0	60%	1,99	1,89	2,10
15	56	HPM	silný vykřičník	6.0	67%	2,01	1,78	2,24
31	57	HPM	silný vykřičník	6.1	70%	2,03	1,59	2,48
54	58	kámen	odpad	9.0	54%	2,07	3,13	1,00
43	59	kámen	odpad	9.0	54%	2,11	2,51	1,70
35	60	HPM	vykřičník	3.1	75%	2,13	1,39	2,87
46	61	HPM	silný vykřičník	6.1	60%	2,17	1,00	3,34
26	62	HPM	silný vykřičník	6.1	67%	2,32	1,18	3,46
34	63	kámen	odpad	9.0	53%	2,32	2,00	2,65
13	64	HPM	silný vykřičník	6.0	63%	2,64	2,18	3,10
14	65	HPM	odpad	9.1	41%	3,35	4,97	1,72
59	66	HPM	odpad	9.1	35%	3,85	6,15	1,55
45	67	HPM	odpad	9.1	48%	4,69	1,00	8,38

Tab, 5.5: Hodnocení jednotlivých prodejů

5.4.2 Detailní přehled

Detailní přehled pro každou z jednotek je uveden v příloze 2 (externí efektivita) a příloze 3 (interní efektivita). Ke každé jednotce jsou k dispozici tyto informace:

- Hodnota efektivity – program *Frontier Analyst*, který detailní přehled vygeneroval, používá i pro výstupně orientovaný model efektivnostní stupnici $<0\% ; 100\%>$, zatímco ve zbytku této práce je použita stupnice $<100\% ; \infty>$.
- Počet peer jednotek (program označuje peer jednotky efektivních jednotek jako *referenční*).
- Cílové hodnoty jednotlivých proměnných, aby se jednotka stala efektivní.
- Jakou výší (%) se efektivní peer jednotky podílely na výsledné efektivitě hodnocené prodejny.
- Jakou výší (%) se jednotlivé proměnné podílely na výsledné efektivitě hodnocené prodejny (neboli jaké váhy byly jednotlivým proměnným modelem přiřazeny).

5.4.3 Efektivní jednotky a superefektivita⁴²

Z tabulky 5.5 můžeme mimo jiné vyčíst, že celkově efektivní jsou v uvažovaném modelu prodejny 2, 5, 24 a 63. Externě efektivní jsou kromě jednotek 2, 5, 24 a 63 i jednotky 1, 4, 25, 54, 56, 64 a 66, zatímco interně efektivní jsou kromě jednotek 2, 5, 24 a 63 i jednotky 3, 16, 29, 45, 46, 52, 53, 57 a 58. Tyto informace shrnuje tabulka 5.6, která navíc udává hodnoty superefektivity pro interní a externí efektivitu (v závorce).

Efektivita	Číslo prodejny (superefektivita) ⁴³
Celková	2 (0,77), 5 (-), 24 (0,78), 63 (-)
Interní	2 (0,68), 3 (0,86), 5 (0,83), 16 (0,99), 24 (0,99), 29 (0,78), 45 (-), 46 (-), 52 (0,86), 53 (0,97), 57 (-), 58 (0,98), 63 (-)
Externí	1 (-), 2 (0,86), 4 (0,84), 5 (-), 24 (0,57), 25 (-), 54 (-), 56 (-), 63 (-), 64 (0,92), 66 (-)

Tab. 5.6: Souhrn efektivních prodejen včetně hodnot superefektivit

⁴² Andersenův a Petersenův BCC-O model (viz část 3.3.1)

⁴³ U celkové efektivity je superefektivita určena jako prostý průměr externí a interní superefektivity

Hodnoty superefektivity můžeme interpretovat dle kapitoly 3.3.1. V našem výstupně orientovaném modelu je daná efektivní jednotka tím lepší, čím je její hodnota superefektivity nižší. U některých jednotek se však modelu řešení najít nepodařilo, a proto u nich hodnota superefektivity chybí.

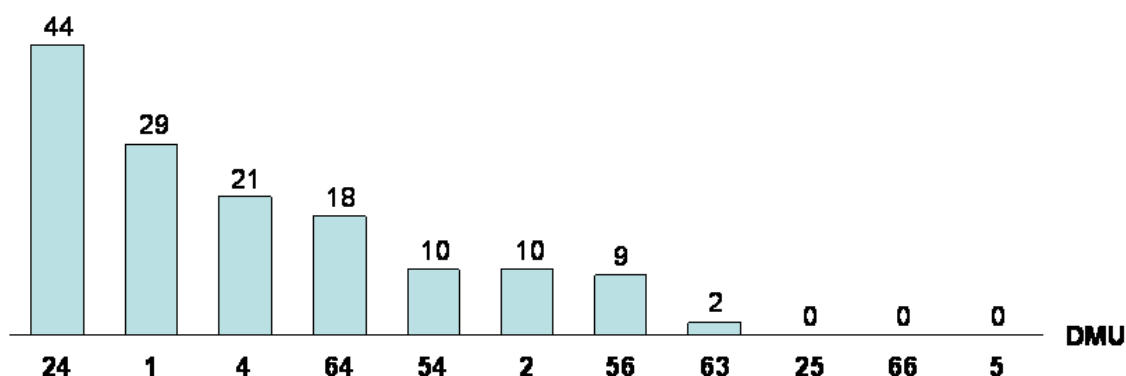
Z jednotek, kde se hodnotu superefektivity podařilo určit, vychází celkově nejefektivnější prodejna s označením 2. U interní efektivity je pak nejefektivnější prodejna 3 a u externí efektivity prodejna 24.

5.4.4 Peer jednotky

Jak jsem uvedl v části 3.3.1, analýza peer jednotek je velmi důležitá nejen z hlediska identifikace srovnatelných jednotek, ale i při validizaci efektivních jednotek – platí totiž jednoduchá logika, že pro čím více neefektivních jednotek je daná efektivní jednotka peer jednotkou, tím větší má její efektivita „váhu“. Pokud daná efektivní jednotka žádnou peer jednotku nemá, vyvstává podezření, že takováto jednotka leží mimo testovaný soubor (outlier), a může se tak za předpokladu VRS jevit jako efektivní, i když o její efektivitě můžeme do jisté míry polemizovat, protože tuto jednotku není prostě možno s ničím porovnat.

Externí efektivita

Kompletní přehled peer jednotek pro každou z neefektivních jednotek je uveden v příloze 2. Údaje o tom, pro kolik neefektivních jednotek je daná efektivní jednotka peer jednotkou, jsou uvedeny v následujícím obrázku.5.10.

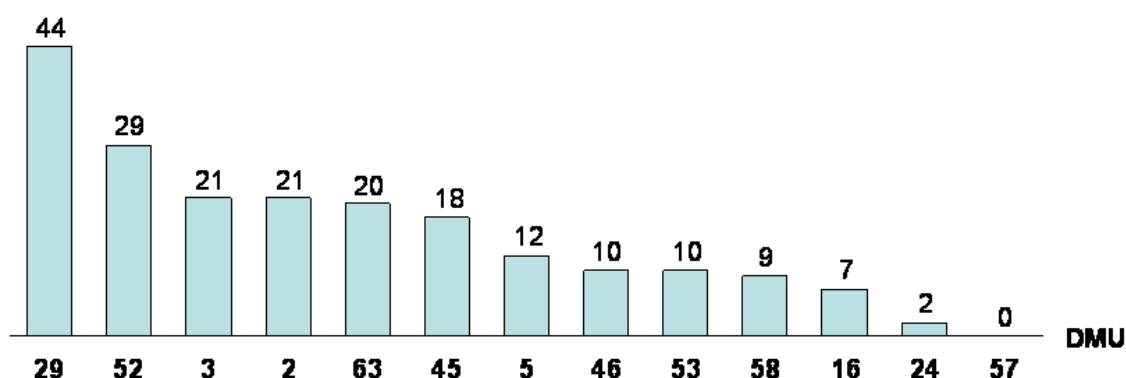


Obr. 5.10: Rozdělení peer jednotek efektivních prodejen (externí efektivita)

Z obrázku je patrné, že zatímco např. prodejna 24 je peer jednotkou pro 44 dalších prodejen, prodejny 25, 66 a 5 můžeme považovat za outliers, neboť tyto jednotky nemají žádnou peer jednotku. U těchto prodejen je tedy jejich výsledná hodnota efektivity diskutabilní.

Interní efektivita

Rovněž u interní efektivity je k dispozici jak detailní přehled peer jednotek pro každou neefektivní jednotku (viz příloha 3) tak údaje o tom, pro kolik neefektivních jednotek je daná efektivní jednotka peer jednotkou (viz následující obrázek 5.11).



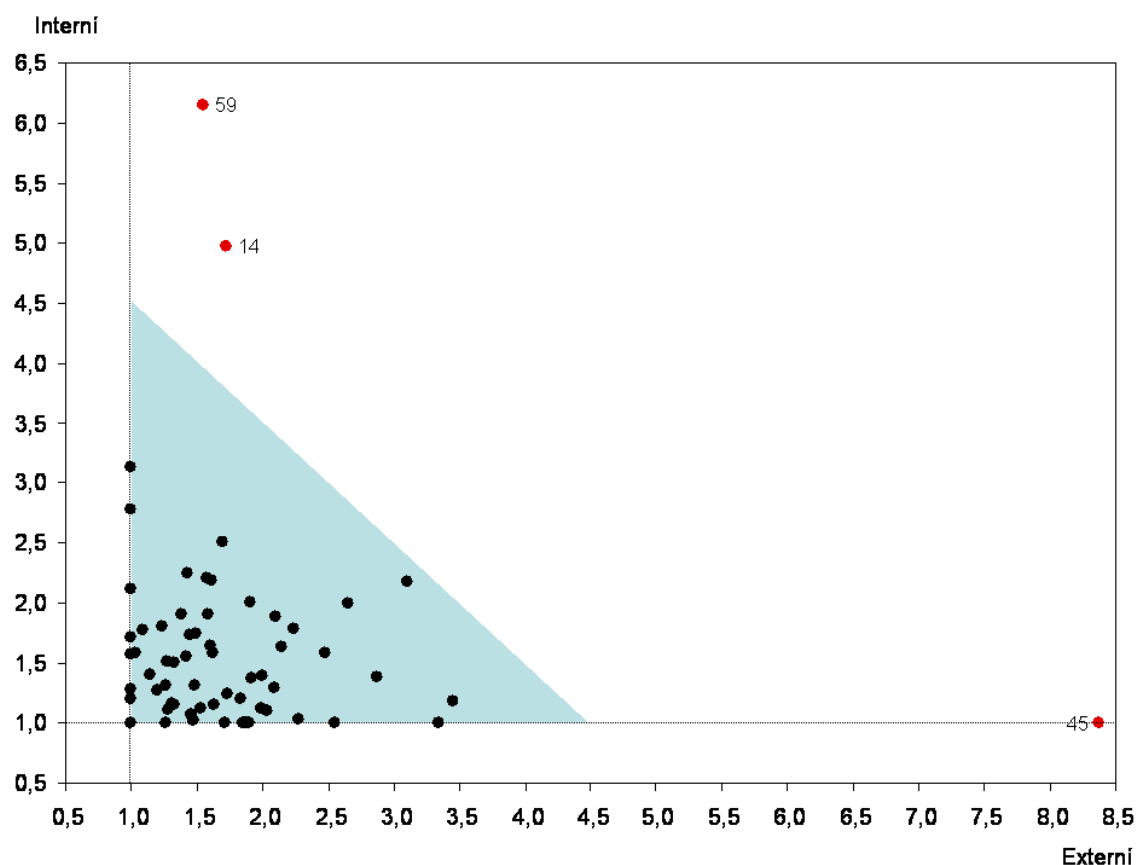
Obr. 5.11: Rozdělení peer jednotek efektivních prodejen (interní efektivita)

Analogicky k postupu v předchozí části, u interní efektivity vychází jako outlier pouze jednotka 57.

Na tomto místě bych rád připomenul, že na základě diskuze v části 5.2 jsou prodejny umístěné v hypermarketech (29, 52, 2, 45, 46, 53 a 57) porovnávány v souboru 67 jednotek, zatímco prodejny kamenné (3, 63, 5, 28, 16 a 24) jsou porovnávány pouze mezi sebou – tj. v souboru 34 prodejen. 44 peer jednotek u prodejny 29 je tak srovnatelných s 21 peer jednotkami u prodejny 3.

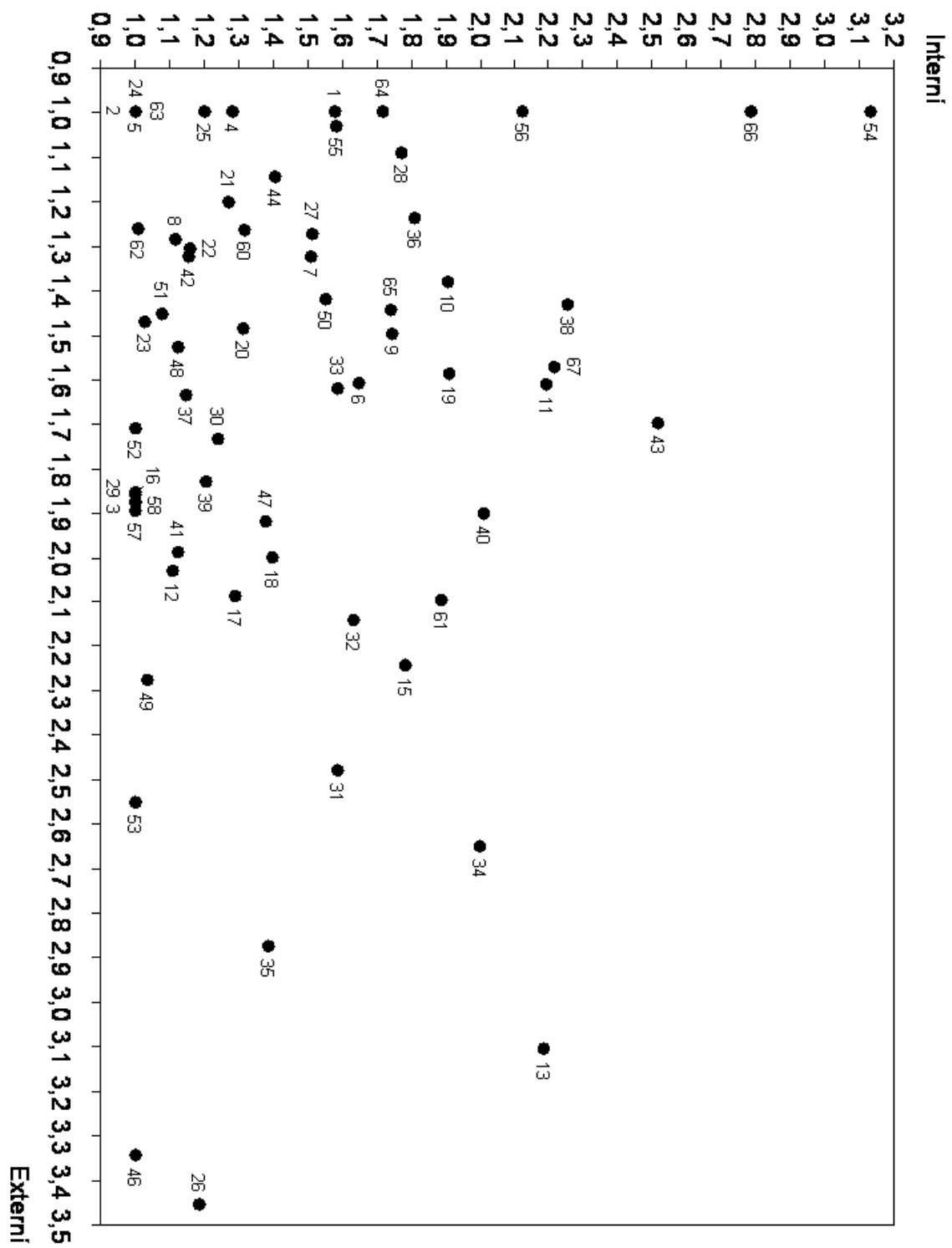
5.4.5 Externí a interní efektivita

Rozložení jednotek z hlediska externí a interní efektivity přehledně shrnují obrázky 5.12 a 5.13.



Obr. 5.12: Rozložení jednotek dle externí a interní efektivity

Z obrázku 5.12 je patrné, že se v soubory vyskytují 3 prodejny s výrazně špatnou hodnotou externí nebo interní efektivity. Konkrétně se jedná o prodejny 14, 45 a 59. Tyto outliers proto z grafu vyjmu, abych se mohl detailněji zaměřit na porovnání jednotek v oblasti světle modrého trojúhelníku. Toto porovnání poskytuje obrázek 5.13 na následující stránce.

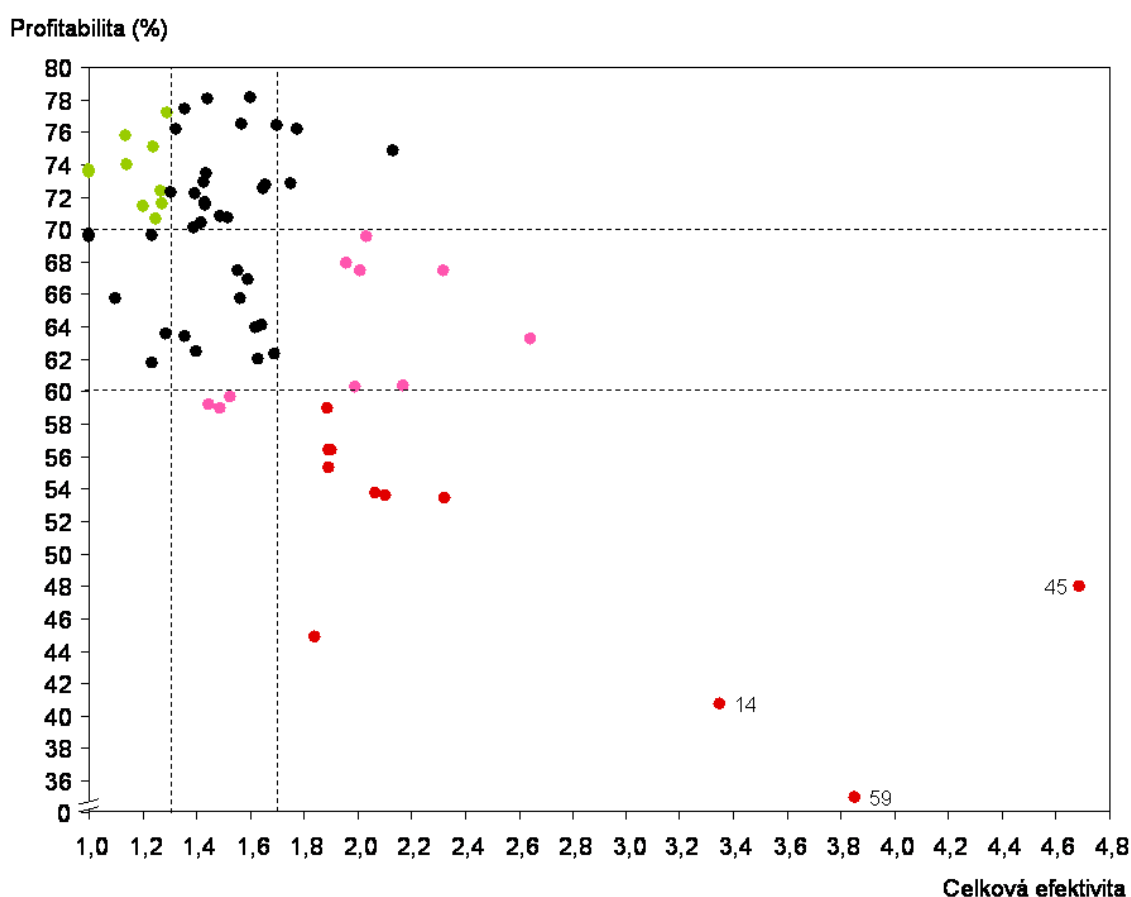


Obr. 5.13: Rozložení jednotek dle externí a interní efektivity (detail bez outliers)

5.4.6 Matice portfolia

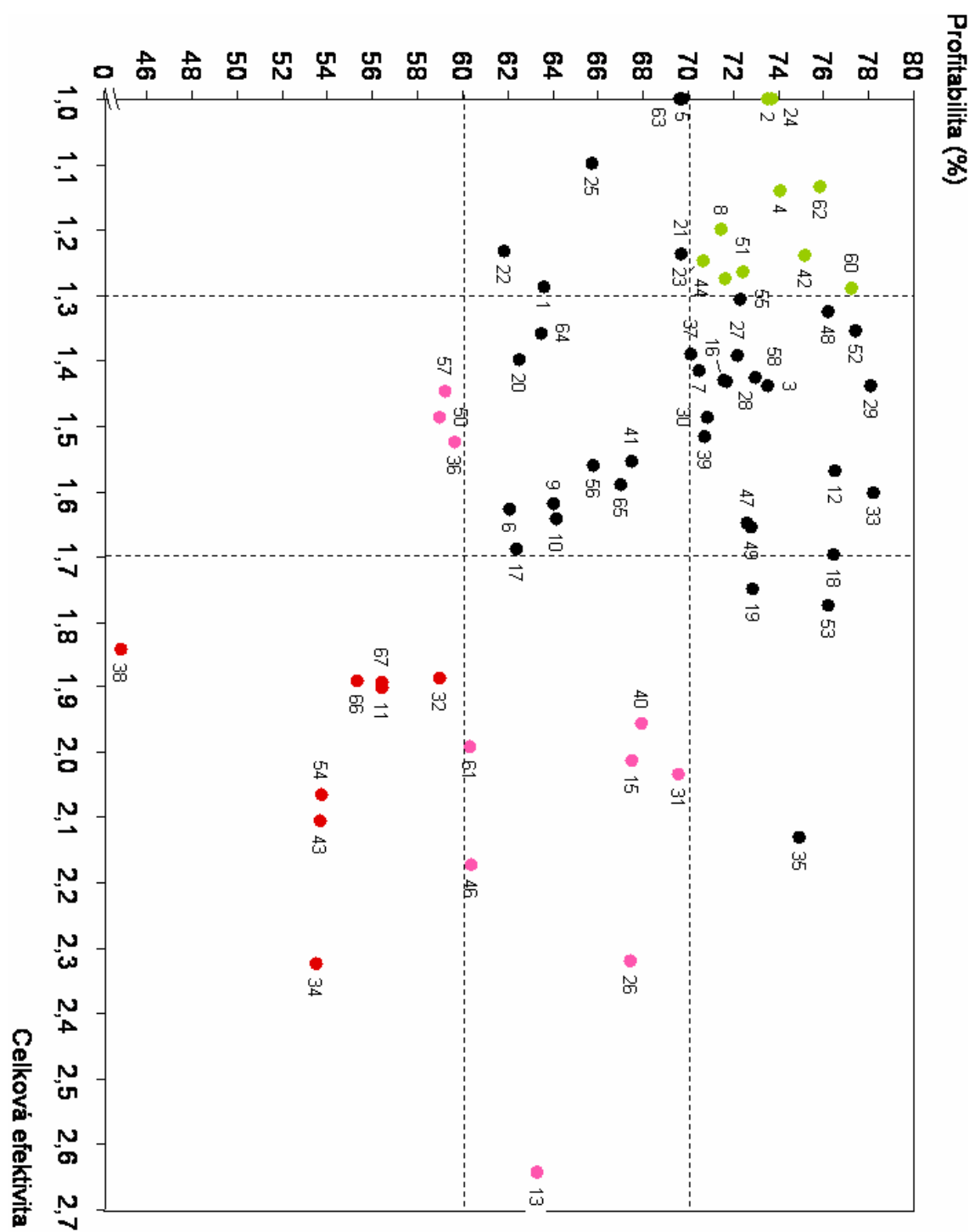
Od analýzy hodnot externích a interních efektivit u jednotlivých prodejen se nyní přesunu k analýze vztahu celkové efektivity a profitability, což je stěžejní téma této diplomové práce.

Rozložení jednotek do jednotlivých sektorů dle úvah v kapitolách 4.4 a 4.5 přehledně shrnují obrázek 5.14 (všechny jednotky) a obrázek 5.15 (detail bez outliers 14, 45 a 59). Hodnoty určující hranice jednotlivých sektorů jsou totožné s hodnotami stanovenými na začátku kapitoly 5.4 a použitými v tabulce 5.5.



Obr. 5.14: Rozložení jednotek dle celkové efektivity a profitability

Z obrázku 5.14 je patrné následující rozložení jednotek: 10 prodejen v sektoru dolaru (zelená barva), 18 prodejen v sektoru slabého vykřičníku, 6 v sektoru slabého otazníku, 3 prodejny v sektoru vykřičníku, 0 prodejen v sektoru otazníku, 9 prodejen v sektoru průměru, 7 prodejen v sektoru silného vykřičníku, 3 v sektoru silného otazníku a 11 prodejen v sektoru odpadu.



Obr. 5.15: Rozložení jednotek dle celkové efektivity a profitability (detail bez outliers)

5.4.7 Matice portfolio a externí a interní efektivita

Roztřídění jednotek dle obrázku 4.3 v kapitole 4.5 (schéma propojující koncept externí a interní efektivity s konceptem profitability) přehledně shrnuje obrázek 5.16.

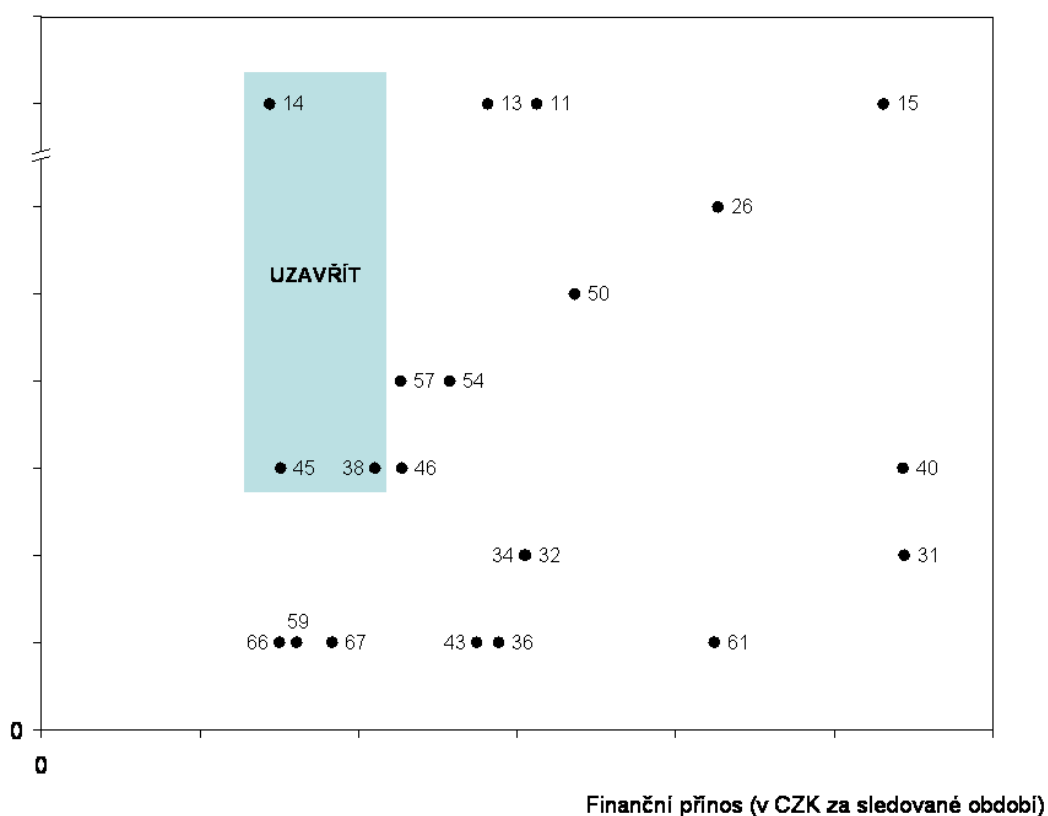
Sektor	Index sektoru	Jednotky	Stav / Akce	Důležitost zásahu
 Dolar	1.1	24, 2, 62	replikovat	
	1.0	4, 8, 42, 23, 51, 44, 60	replikovat	
 Slabý vykřičník	2.1	28	rychlý potenciál dolaru	
	2.0	55, 48, 52, 27, 37, 7, 58, 16, 29, 3, 30, 39, 12, 33, 47, 49, 18	potenciál dolaru	
 Slabý otazník	4.1	1	rychlý potenciál dolaru	
	4.0	5, 63, 25, 22, 21	potenciál dolaru	
 Vykřičník	3.1	53, 35	silný potenciál zlepšení	
	3.2	---	slabý potenciál zlepšení	
	3.0	19	potenciál zlepšení	
Průměr	5.1	64, 56, 10	rychlý potenciál dolaru	
	5.2	41, 17	slabý potenciál zlepšení	
	5.0	20, 65, 9, 6	potenciál zlepšení	
 Otazník	7.1	---	potenciál zlepšení	
	7.0	---	zvážit zeštíhlení	
 Silný vykřičník	6.1	31, 46, 26	zvážit relokaci / zeštíhlení	
	6.2	---	potenciál zlepšení	
	6.0	40, 61, 15, 13	zvážit relokaci / zeštíhlení	
 Silný otazník	8.1	57	zvážit relokaci / zeštíhlení	
	8.2	36	potenciál zlepšení	
	8.0	50	zvážit relokaci / zeštíhlení	
 Odpad	9.1	14, 59, 45	zvážit uzavření	
	9.0	38, 32, 67, 66, 11, 54, 43, 34	zvážit relokaci / zeštíhlení / uzavření	

Obr. 5.16: Roztřídění jednotek do jednotlivých sektorů

Při zvažování, zda danou jednotku zeštíhlit, relokovat či uzavřít, je potřeba uvážit ještě dva dodatečné faktory, a to velikost dané prodejny (aproximovaná hodnotou finančního přínosu, která byla použita pro měření interní efektivity) a počet prodejen mobilního operátora v okrese, kde se daná prodejna nachází.

Větší počet prodejen v okrese spolu s malým přínosem prodejny by hovořil spíše pro uzavření prodejny, zatímco pokud je daná prodejna v okrese jediná a navíc s relativně velkým finančním přínosem, bylo by spíše vhodné uvažovat o zeštíhlení či relokaci prodejny v rámci okresu. Rozložení prodejen ze sektorů silného vykřičníku, silného otazníku a odpadu dle těchto dvou faktorů shrnuje obrázek 5.17.

Počet prodejen v okrese



Obr. 5.17: Zhodnocení dodatečných faktorů u nejhorších prodejen⁴⁴

Z daného schématu je patrné, že nejvážnějšími kandidáty na uzavření jsou prodejny 14, 45 a 38, neboť jsou poměrně malé, existuje za ně v daném okrese náhrada a všechny spadají do sekce odpadu.

⁴⁴ V reakci na požadavek společnosti ohledně zachování důvěrnosti dat jsou konkrétní hodnoty dostupné pouze v tištěné verzi této diplomové práce.

5.5 Analýza citlivosti

V této kapitole se budu nejprve zabývat analýzou citlivosti z pohledu zvoleného modelu a následně budu analyzovat citlivost na změny v datech, což doplním o identifikaci kritických proměnných. Ostatními typy citlivostních analýz, které jsem uvedl v části 3.3.7, se vzhledem k povaze řešeného problému zabývat nebudu.

5.5.1 Citlivost na zvolený model

V kapitole 4.3 jsem prezentoval důvody, proč jsem u externí i interní efektivity zvolil výstupně orientovaný model s variabilními výnosy z rozsahu (OO – VRS). Pro úplnost však uvádím i výsledky (hodnoty celkové, externí a interní efektivity a dosaženého pořadí) pro výstupně orientovaný model OO – CRS. Hodnoty pro vstupně orientované modely neuvádím, neboť vstupní orientace postrádá pro problém řešený v této diplomové práci smysl (odůvodnění viz kapitola 4.3). Výsledky porovnání OO – VRS a OO – CRS modelů jsou obsaženy v tabulce 5.7.

DMU	OO - VRS				OO - CRS			
	Pořadí	Celková	Externí	Interní	Pořadí	Celková	Externí	Interní
1	16	1,29	1,00	1,58	11	1,34	1,06	1,62
2	2	1,00	1,00	1,00	1	1,07	1,00	1,14
3	29	1,44	1,88	1,00	20	1,46	1,92	1,00
4	7	1,14	1,00	1,28	3	1,19	1,00	1,38
5	3	1,00	1,00	1,00	4	1,19	1,39	1,00
6	41	1,63	1,61	1,65	33	1,66	1,62	1,70
7	24	1,42	1,32	1,51	16	1,43	1,33	1,52
8	8	1,20	1,29	1,12	5	1,25	1,29	1,20
9	40	1,62	1,50	1,74	46	1,84	1,57	2,10
10	42	1,64	1,38	1,90	34	1,66	1,39	1,93
11	53	1,90	1,61	2,19	47	1,95	1,66	2,23
12	37	1,57	2,03	1,11	36	1,66	2,14	1,19
13	64	2,64	3,10	2,18	62	2,73	3,13	2,32
14	65	3,35	1,72	4,97	65	3,44	1,77	5,10
15	56	2,01	2,24	1,78	50	2,05	2,27	1,82
16	27	1,43	1,86	1,00	18	1,43	1,86	1,00
17	45	1,69	2,09	1,29	41	1,77	2,09	1,45
18	46	1,70	2,00	1,40	38	1,71	2,01	1,41
19	47	1,75	1,59	1,91	44	1,80	1,65	1,96
20	23	1,40	1,49	1,31	40	1,75	2,17	1,32
21	11	1,24	1,20	1,27	6	1,27	1,25	1,29
22	9	1,23	1,31	1,16	26	1,50	1,34	1,66
23	12	1,25	1,47	1,03	10	1,33	1,52	1,15
24	1	1,00	1,00	1,00	8	1,31	1,00	1,61
25	5	1,10	1,00	1,20	45	1,83	1,94	1,72

26	62	2,32	3,46	1,18	61	2,48	3,48	1,48
27	21	1,39	1,27	1,51	24	1,49	1,30	1,68
28	26	1,43	1,09	1,77	29	1,61	1,22	2,00
29	28	1,44	1,88	1,00	23	1,49	1,98	1,00
30	31	1,49	1,73	1,24	22	1,49	1,73	1,24
31	57	2,03	2,48	1,59	54	2,17	2,74	1,60
32	50	1,89	2,14	1,63	48	1,99	2,18	1,80
33	39	1,60	1,62	1,58	31	1,62	1,65	1,60
34	63	2,32	2,65	2,00	60	2,38	2,72	2,04
35	60	2,13	2,87	1,39	55	2,24	3,05	1,42
36	34	1,53	1,24	1,81	39	1,71	1,41	2,01
37	22	1,39	1,63	1,15	15	1,41	1,63	1,18
38	49	1,84	1,43	2,25	53	2,16	1,87	2,46
39	33	1,52	1,83	1,20	32	1,65	2,04	1,26
40	54	1,96	1,90	2,01	49	2,00	1,94	2,05
41	35	1,56	1,99	1,12	30	1,61	1,99	1,23
42	10	1,24	1,32	1,15	12	1,37	1,40	1,35
43	59	2,11	1,70	2,51	52	2,14	1,70	2,57
44	14	1,27	1,14	1,40	9	1,33	1,24	1,42
45	67	4,69	8,38	1,00	67	5,23	8,51	1,94
46	61	2,17	3,34	1,00	63	2,77	3,51	2,03
47	43	1,65	1,92	1,38	43	1,79	2,19	1,39
48	18	1,33	1,53	1,12	14	1,39	1,57	1,22
49	44	1,66	2,28	1,03	35	1,66	2,28	1,05
50	32	1,49	1,42	1,55	27	1,59	1,45	1,73
51	13	1,27	1,45	1,08	21	1,48	1,77	1,19
52	19	1,36	1,71	1,00	19	1,44	1,87	1,00
53	48	1,78	2,55	1,00	58	2,30	2,66	1,93
54	58	2,07	1,00	3,13	59	2,37	1,55	3,20
55	17	1,31	1,03	1,58	28	1,59	1,59	1,59
56	36	1,56	1,00	2,12	42	1,78	1,40	2,16
57	30	1,45	1,90	1,00	64	2,81	3,10	2,51
58	25	1,43	1,85	1,00	17	1,43	1,85	1,00
59	66	3,85	1,55	6,15	66	3,94	1,55	6,33
60	15	1,29	1,27	1,32	7	1,31	1,28	1,33
61	55	1,99	2,10	1,89	56	2,26	2,63	1,90
62	6	1,13	1,26	1,01	2	1,17	1,28	1,06
63	4	1,00	1,00	1,00	25	1,49	1,74	1,25
64	20	1,36	1,00	1,72	13	1,38	1,00	1,75
65	38	1,59	1,44	1,74	37	1,68	1,55	1,82
66	52	1,89	1,00	2,78	57	2,28	1,27	3,28
67	51	1,89	1,57	2,21	51	2,12	1,66	2,58

Tab. 5.7: Porovnání OO – VRS a OO – CRS modelů

Jednotky, u kterých se dosažená pořadí dle celkové efektivity lišila o více než 10 příček, jsem v tabulce vyznačil červeně. Stojí za povšimnutí, že si v CRS modelu výrazně pohoršily jednotky 57 a 25, které ve VRS modelu byly interně, resp. externě efektivní, avšak neexistovaly k nim žádné peer jednotky (viz úvaha v části 5.4.4).

5.5.2 Citlivost na změny v datech a identifikace kritických proměnných

V této části se budu zabývat možnými změnami hodnot jednotlivých proměnných (pro každou prodejnu zvlášť) a vlivem těchto změn na klasifikaci prodejny (efektivní vs. neefektivní). Na tyto úvahy navážu identifikací kritických proměnných, což vychází z kapitoly 3.3.6. Konkrétně můžeme analýzu rozdělit na dvě části podle toho, zda se zaměřujeme na citlivost u efektivních, či neefektivních jednotek. (Zhu, 2003)

- U efektivních jednotek sledujeme, na kolik procent by se musela zvýšit hodnota dané vstupní proměnné, či snížit hodnota dané výstupní proměnné, aby hodnocená prodejna ztratila svůj efektivní status. Na tomto místě je potřeba zdůraznit, že sledujeme pouze izolované změny každé z proměnných, tj. hodnoty všech ostatních proměnných hodnocené jednotky i hodnoty všech proměnných všech ostatních jednotek souboru zůstávají neměnné (princip *ceteris paribus*). Proměnná s nejnižší procentní změnou je pak logicky proměnnou kritickou.
- U neefektivních jednotek je situace analogická s tím rozdílem, že hodnota udává, na kolik procent by se musela daná vstupní proměnná snížit (resp. daná výstupní proměnná zvýšit), aby se hodnocená prodejna efektivní stala. I zde platí princip *ceteris paribus* a kritická proměnná je proměnná s nejnižší nutnou procentní změnou k dosažení efektivity.

Může se stát, že model nedokáže hodnotu citlivosti pro danou jednotku a proměnnou vypočítat, což může být dáno faktem, že daná proměnná nebyla do hodnocení zahrnuta (její váha byla stanovena na 0 – či přesněji na hodnotu $\varepsilon = 10^{-8}$).

Výsledky analýzy přehledně shrnuje tabulka 5.8. Kritické proměnné jsou zvýrazněny červenou barvou, a to pouze u vstupních proměnných, neboť výstupní proměnné jsou v našem případě kritické vždy (model externí i interní efektivity má pouze jednu výstupní proměnnou).

Externí efektivita

DMU	OPEX	Potenciál	Otevřeno	Transakce
1	1,28	Infeasible	Infeasible	Infeasible
2	Infeasible	Infeasible	Infeasible	0,86
3	0,32	0,74	0,87	1,88
4	1,24	Infeasible	Infeasible	0,84
5	1,92	1,14	1,01	Infeasible
6	0,61	0,73	0,73	1,61
7	0,74	0,79	0,67	1,32
8	0,40	0,88	0,68	1,29
9	0,95	0,94	0,67	1,50
10	0,64	0,79	0,67	1,38
11	0,54	0,83	0,98	1,61
12	0,58	0,89	0,98	2,03
13	0,44	0,72	0,73	3,10
14	0,83	0,80	0,67	1,72
15	0,40	0,72	0,67	2,24
16	0,45	0,26	0,92	1,86
17	0,52	0,40	0,90	2,09
18	0,65	0,25	0,61	2,00
19	0,86	0,57	0,70	1,59
20	0,47	0,90	0,99	1,49
21	0,79	0,92	0,99	1,20
22	0,52	0,85	0,88	1,31
23	0,44	0,81	0,67	1,47
24	Infeasible	Infeasible	Infeasible	0,57
25	1,03	1,03	Infeasible	Infeasible
26	0,38	0,75	0,73	3,46
27	0,46	0,89	0,68	1,27
28	0,97	0,97	0,70	1,09
29	0,67	0,75	0,73	1,88
30	0,50	0,46	0,93	1,73
31	0,36	0,42	0,63	2,48
32	0,50	0,71	0,97	2,14
33	0,73	0,60	0,66	1,62
34	0,27	0,59	0,93	2,65
35	0,41	0,59	0,66	2,87
36	0,80	0,94	0,99	1,24
37	0,52	0,39	0,94	1,63
38	0,90	0,98	0,99	1,43
39	0,59	0,83	0,98	1,83
40	0,44	0,77	0,67	1,90
41	0,51	0,45	0,91	1,99
42	0,84	0,51	0,92	1,32
43	0,52	0,66	0,96	1,70
44	0,85	0,93	0,94	1,14
45	0,24	0,75	0,67	8,38
46	0,63	0,75	0,73	3,34
47	0,37	0,59	0,66	1,92
48	0,67	0,66	0,95	1,53
49	0,32	0,53	0,95	2,28

50	0,67	0,68	0,96	1,42
51	0,34	0,61	0,72	1,45
52	0,45	0,56	0,65	1,71
53	0,90	0,66	0,83	2,55
54	Infeasible	1,30	Infeasible	Infeasible
55	0,90	1,00	0,86	1,03
56	1,66	1,23	Infeasible	Infeasible
57	0,56	1,00	0,73	1,90
58	0,42	0,34	0,93	1,85
59	0,68	0,33	0,62	1,55
60	0,77	0,30	0,93	1,27
61	0,29	0,58	0,68	2,10
62	0,77	0,41	0,93	1,26
63	Infeasible	Infeasible	1,11	Infeasible
64	1,11	Infeasible	1,23	0,92
65	0,59	0,54	0,65	1,44
66	1,03	Infeasible	Infeasible	Infeasible
67	0,83	0,66	0,95	1,57
Počet kritických	38	19	7	

Tab. 5.8: Citlivost na změnu dat a kritické proměnné (externí efektivita)

Z tabulky 5.8 můžeme vyčíst, že nejčastější vstupní kritickou proměnnou je OPEX (v 38 případech), zatímco otevírací doba je kritickou proměnnou pouze v 7 případech. U počtu transakcí jsou zajímavé hodnoty, které jsou menší než 1, neboť tyto hodnoty udávají, na kolik procent původní hodnoty by musel počet transakcí u efektivních jednotek klesnout (*ceteris paribus*), aby daná prodejna ztratila svou efektivitu. Pouze pro úplnost uvádím i hodnoty vyšší než 1 u počtu transakcí, které jsou totožné s hodnotami efektivit uvedenými v části 5.4.1 a neposkytují tak žádnou novou informaci.

Analogická je interpretace citlivostní analýzy na změnu v datech v případě interní efektivity, jejíž výsledky jsou uvedeny v tabulce 5.9 na následující straně.

Interní efektivita

DMU	FTE	Transakce	Přínos	DMU	FTE	Transakce	Přínos
1	0,62	0,67	1,58	35	0,70	0,80	1,39
2	Infeasible	Infeasible	0,68	36	0,75	0,57	1,81
3	Infeasible	Infeasible	0,86	37	0,82	0,83	1,15
4	0,71	0,72	1,28	38	0,67	0,81	2,25
5	Infeasible	1,15	0,83	39	0,88	0,79	1,20
6	0,57	0,63	1,65	40	0,67	0,51	2,01
7	0,76	0,62	1,51	41	0,92	0,87	1,12
8	0,87	0,79	1,12	42	0,91	0,77	1,15
9	0,77	0,74	1,74	43	0,60	0,54	2,51
10	0,63	0,51	1,90	44	0,70	0,66	1,40
11	0,61	0,54	2,19	45	Infeasible	1,50	Infeasible
12	0,78	0,91	1,11	46	1,07	1,08	Infeasible
13	0,57	0,64	2,18	47	0,78	0,70	1,38
14	0,63	0,53	4,97	48	0,86	0,88	1,12
15	0,55	0,61	1,78	49	0,82	0,96	1,03
16	1,01	1,01	0,99	50	0,76	0,60	1,55
17	0,81	0,79	1,29	51	0,80	0,90	1,08
18	0,79	0,81	1,40	52	Infeasible	Infeasible	0,86
19	0,57	0,65	1,91	53	1,02	1,01	0,97
20	0,68	0,72	1,31	54	0,40	0,51	3,13
21	0,77	0,71	1,27	55	0,77	0,67	1,58
22	0,57	0,60	1,16	56	0,60	0,56	2,12
23	0,70	0,96	1,03	57	1,02	1,02	Infeasible
24	Infeasible	Infeasible	0,99	58	1,02	Infeasible	0,98
25	0,88	0,92	1,20	59	0,46	0,30	6,15
26	0,88	0,91	1,18	60	0,82	0,69	1,32
27	0,61	0,59	1,51	61	0,52	0,57	1,89
28	0,75	0,61	1,77	62	1,00	0,87	1,01
29	Infeasible	Infeasible	0,78	63	Infeasible	Infeasible	Infeasible
30	0,71	0,78	1,24	64	0,66	0,41	1,72
31	0,65	0,69	1,59	65	0,59	0,55	1,74
32	0,70	0,75	1,63	66	0,87	0,77	2,78
33	0,70	0,69	1,58	67	0,88	0,84	2,21
34	0,53	0,68	2,00	Počet kritických	29	32	

Tab. 5.9: Citlivost na změnu dat a kritické proměnné (interní efektivita)

5.6 Upřesnění výsledků

V tabulce 5.5 v části 5.4.1 jsem prezentoval souhrnné výsledky, přičemž jsem identifikoval řadu efektivních jednotek z pohledu externí, interní i celkové efektivity.

V této souvislosti bych rád znovu zmínil jednu ze zásadních charakteristik DEA modelů, kterou je koncept relativní efektivity. Přes všechny výhody, které tento koncept přináší (prezentováno v kapitole 3), je potřeba upozornit i na fakt, že některé hodnocené jednotky se mohou jevit jako efektivní pouze z toho důvodu, že se v testovaném souboru nenacházejí žádné další jednotky, které by s touto jednotkou mohly být porovnány (ať už díky rozdílné velikosti, či rozdílné struktuře vstupů a výstupů). Tento problém je výrazný především v modelech s variabilními výnosy z rozsahu, což je rovněž případ této práce.

Proto jsem provedl celou řadu kontrolních analýz, které měly za cíl případné nedostatky odhalit. Konkrétně se jednalo o analýzu superefektivity, analýzu peer jednotek a analýzy citlivosti. Výsledkem tohoto snažení jsou následující závěry:

- V případě externí efektivity byly jako efektivní identifikovány jednotky 1, 2, 4, 5, 24, 25, 54, 56, 63, 64 a 66. Všemi výše zmíněnými testy prošly pouze jednotky 24, 4, 2 a 64 (pořadí dle superefektivity od nejlepší po nejhorší). U jednotek 1, 5, 54, 56 a 66 vyvstaly určité pochybnosti, nicméně ani při uvažování CRS modelu se jejich efektivita výrazně nesnížila, takže je můžeme i nadále řadit do kategorie výborné externí efektivity. U jednotek 25 a 63 bychom se však při jejich hodnocení měli mít na pozoru a zařadit je spíše do průměrné externí efektivity.
- U interní efektivity byly jako efektivní identifikovány jednotky 2, 3, 5, 16, 24, 29, 45, 46, 52, 53, 57, 58 a 63. Všemi testy prošly 2, 29, 5, 3, 52, 58, 16, 24 (rovněž pořadí dle superefektivity od nejlepší po nejhorší). Pochybnosti vyvstaly u 45 a 46 (bez výrazného vlivu na interní efektivitu) a na pozoru bychom se měli mít při hodnocení jednotek 57 a 63.
- U celkové efektivity bychom měli přehodnotit hodnocení jednotky 63, a to z celkově efektivní na lehce neefektivní.

Nakonec bych rád doplnil, že žádná z jednotek, u kterých vyvstaly zmíněné pochybnosti, není ze sektoru dolaru a že hodnoty efektivit, kterých se pochybnosti týkají, jsou v tabulce 5.5 zvýrazněny červenou barvou.

6 Závěr

Ve své diplomové práci jsem se zaměřil na aktuální téma z oblasti trhu mobilních komunikací – konkrétně na možnosti zvyšování výkonnosti mobilního operátora pomocí uceleného konceptu hodnocení efektivity klíčového prodejního kanálu, kterým je vlastní síť prodejen. Koncept jsem založil na poměrně nové metodě analýzy obalu dat.

Cíle vytyčené v úvodní kapitole byly beze zbytku splněny, a to v následující struktuře a s následujícími závěry:

V druhé kapitole jsem shrnul v praxi nejčastěji používané metody měření efektivity produkčních jednotek, přičemž u každé z těchto metod jsem zdůraznil jak její silné, tak především slabé stránky.

Nedostatky těchto tradičních metod byly základem k nastínění možného řešení v podobě modelů analýzy obalu dat, které jsem představil ve třetí kapitole. V této kapitole jsem kladl důraz na co uživatelsky nejprůběžnější vysvětlení metody DEA, aby byla pochopitelná i pro pracovníky daného operátora, kteří nejsou odborníky v oblasti lineární optimalizace. K tomuto účelu jsem vyvinul i několik vlastních příkladů a schémat. Kromě představení samotných DEA modelů jsem v této části prezentoval rovněž několik zajímavých rozšíření, která považuji za relevantní pro komplexní řešení daného problému. V závěru kapitoly jsem se zmínil o možných softwarových produktech pro výpočet DEA modelů.

Stěžejní část této práce je obsažena ve čtvrté kapitole, ve které jsem prezentoval zcela nový DEA model hodnocení efektivity prodejní sítě mobilního operátora, který zatím v dostupné literatuře i dosavadní praxi chyběl. Představený model je kromě prvenství v dané aplikační oblasti unikátní také ze dvou následujících hledisek: zaprvé jde o rozdělení celkové efektivity produkční jednotky na dvě části – externí, která hodnotí atraktivitu lokalizace prodejny, a interní, která hodnotí úroveň procesů uvnitř prodejny. A zadruhé se jedná o spojení konceptu efektivity s konceptem profitability do tzv. matice portfolia. Díky těmto dvěma faktorům se pro hodnocené prodejny podařilo vytvořit 22 jedinečných skupin, u kterých je možno detailně ohodnotit jak stav prodejen tak naléhavost a směr případného zásahu.

Dle konceptů prezentovaných ve třetí a čtvrté kapitole jsem v páté kapitole provedl analýzu prodejen a následně stanovil doporučení pro jednotlivé skupiny prodejen, přičemž u tří prodejen jsem navrhl jejich uzavření. Provedená analýza rovněž potvrdila, že byly splněny formální požadavky na data a proměnné, že se podařilo minimalizovat vliv situačních faktorů a že vytvořený model disponuje velmi dobrou diskriminační schopností a solidním akčním potenciálem, což jsou dle mého názoru jedny ze základních požadavků na dobrý model.

Jsem přesvědčen, že kromě praktického přínosu pro samotného operátora v podobě výsledků analýzy jednotlivých prodejen (což byl stěžejní cíl) má tato práce rovněž solidní přínos z teoretického hlediska, a to ve dvou oblastech: zaprvé se jedná o shrnutí nejvýznamnějších konceptů problematiky analýzy obalu dat využitelných v praxi, a to formou pochopitelnou i pro neexperty na oblast lineární optimalizace. A zadruhé se jedná o vytvoření zcela nového modelu hodnocení efektivity sítě prodejen, který využívá několika inovativních přístupů a který je bez nutnosti zásadních úprav použitelný pro jakoukoliv prodejní síť podobného typu, tedy rovněž mimo oblast mobilních komunikací.

Závěrem bych chtěl doplnit, že pokud se operátor rozhodne zužítkovat prezentovanou metodologii pro pravidelné hodnocení efektivity své sítě značkových prodejen i do budoucna, bude účelné se podrobněji zaměřit na metody mezičasového srovnání vývoje efektivit, které jsem však v této práci rovněž stručně nastínil.

Reference

Monografie

- BREALEY, R.A., MYERS, S.C.: *Principles of Corporate Finance*. New York: McGraw-Hill, 2003, 1120 s.
- COELLI, T., PRASADA RAO, D.S., BATTESE, G.E.: *An introduction to efficiency and productivity analysis*. Boston: Kluwer Academic Publishers, 1998, 271 s.
- COOPER, W.W., SEIFORD, L.M., TONE, K.: *Data envelopment analysis: a comprehensive text with models, applications, references and DEA-Solver software*. Boston: Kluwer Academic Publishers, 1999, 318 s.
- COOPER, W.W., SEIFORD, L.M., ZHU, J.: *Handbook on data envelopment analysis*. Boston: Kluwer Academic Publishers, 2004, 592 s.
- FIALA, P.: *Modely a metody rozhodování*. Praha: Oeconomica, 2003, 292 s.
- HINDLS, R., HRONOVÁ, S., SEGER, J.: *Statistika pro ekonomy*. Praha: Professional Publishing, 2004, 415 s.
- JABLONSKÝ, J., DLOUHÝ, M.: *Modely hodnocení efektivnosti produkčních jednotek*. Praha: Professional Publishing, 2004, 183 s.
- JABLONSKÝ, J.: *Programy pro matematické modelování*. Praha: Oeconomica, 2007, 258 s.
- SOUKUPOVÁ, J., HOŘEJŠÍ, B., MACÁKOVÁ, L., SOUKUP, J.: *Mikroekonomie*. Praha: Management Press, 2006, 574 s.
- THANASSOULIS, E.: *Introduction to the theory and application of data envelopment analysis: a foundation text with integrated software*. Norwell: Kluwer Academic Publishers, 2001, 281 s.
- ZHU, J.: *Quantitative models for performance evaluation and benchmarking: data envelopment analysis with spreadsheets and DEA Excel Solver*. Boston: Kluwer Academic Publishers, 2003, 297 s.

Akademické studie

- EMROUZNEJAD, A. PARKER, B., TAVARES, G.: Evaluation of research in efficiency and productivity: A survey and analysis of the first 30 years of scholarly literature in DEA. *Journal of Socio-Economics Planning Science*, 2008, Vol. 42, No. 3, s 151–157.
- PARADI, J., VELA, S., ZHU, H.: Adjusting for cultural differences, a new DEA model applied to a merged bank. *Journal of Productivity Analysis*, 2010, Vol. 33, No. 2, s 109–123.
- ROUATT, S.J.: *Two stage evaluation of bank branch efficiency using data envelopment analysis*. M.A.Sc. dissertation, University of Toronto, Canada, 2003, 113 s.
- TONE, K.: A slacks-based measure of efficiency in data envelopment analysis. *European Journal of Operational Research*, 2001, Vol. 130, No. 3, s 498–509.

Ostatní zdroje

- DEA doplněk do MS Excel od prof. Jablonského. Dostupný z WWW: <http://nb.vse.cz/~jablon/>.
- Stránky společnosti Banxia. Dostupné z WWW: <http://www.banxia.com/frontier/index.html>.
- Freeware statistický program Past. Dostupný z WWW: <http://folk.uio.no/ohammer/past/>.
- Pravidelné osobní konzultace se zástupcem mobilního operátora – manažerem sítě prodejen.
- Stránky předních českých mobilních operátorů. Dostupné z WWW: <http://www.t-mobile.cz/web/cz/residential>, <http://www.vodafone.cz/osobni/index.htm> a <http://www.cz.o2.com/>.

Příloha 1: Datový soubor

V reakci na požadavek společnosti ohledně zachování důvěrnosti dat jsou přílohy dostupné pouze v tištěné verzi této diplomové práce.

Příloha 2: Detailní přehled – externí efektivita

Příloha 3: Detailní přehled – interní efektivita

