3 ALOKAČNÍ MODELY

Alokační modely slouží k přesnějšímu určení zdroje neefektivnosti, které mohou vzniknout při hodnocení za podmínek, že jsou přesně známy ceny výstupů a náklady, resp. ceny vstupů. Některé firmy mají k dispozici výborné technologické zázemí oproti konkurenci a jiné musí konkurovat právě svými náklady. Manažeři chtějí mít k dispozici co nejpřesnější informaci o svých zdrojích a jak efektivně je s nimi zacházeno, nejlépe ve srovnání s ostatními podniky ve stejném nebo podobném odvětví.

Analýza efektivnosti vyžaduje znalost cen. Většina společností vyrábí ale portfolio produktů a každý produkt je jinak oceněn jak nákladovou, tak výnosovou cenou. Před analýzou efektivnosti firma musí znát všechny své nákladové ceny včetně přiřazených administrativních nákladů. Ceny nelze vyčíst pouze z finančních výkazů, ale vždy jen za pomoci manažérského účetnictví. Z tohoto důvodu je v případě analýzy efektivnosti nutné úzce spolupracovat přímo s vedením společností.

Koncept alokační efektivnosti má svůj původ již z 50. let, kdy byl prezentován G. Debreuem (1951) a M.J. Farrellem (1957). Později tento koncept byl přenesen do matematických modelů v podobě lineárního programování Farem, Grosskopfem a Lovellem (1985). Oba tyto přístupy byly značně omezeny v aplikaci, jelikož jedním z předpokladů byla shodná cena pro daný vstup / výstup.

3.1 Typy efektivností alokačních modelů

3.1.1 Efektivnost nákladů

Jedním z nejstarších přístupů alokování efektivnosti je sledování ostatních vstupů / výstupů za předpokladu, že ceny (tržby na jednotku) a náklady jsou shodné pro všechny sledované jednotky (Tone, 2002). Na trhu se ale většinou nesetkáváme se shodnými cenami a náklady všech sledovaných podniků. Z tohoto důvodu v následujícím dekompozičním modelu předpoklad stejné ceny a nákladů již nefiguruje. Tímto přístupem lze dekomponovat náklad jako sumu minimálních nákladů a ztráty z důvodu technické, cenové a alokační neefektivnosti.

Nechť n je počet jednotek, DMU_j (j = 1, 2, …, n) j-tá jednotka rozhodování (z angl. originálu *decision making unit*), DMU_o reprezentativní jednotka z n-DMU jednotek dána (x_o, y_o). Nechť X = {x_{ij}; i = 1, 2, …, m, j = 1, 2, ..., n) je matice vstupů, jejíchž prvky představují i-tý vstup j-té DMU jednotky, a Y = { y_{rj} ; r = 1, 2, …, s, j = 1, 2, ...,n} je matice výstupů, jejíchž prvky představují r-tý výstup j-té DMU jednotky.

Dále nechť λ_j je nezáporný vektor j-té DMU jednotky. Vstupy i výstupy jsou známy v přesných počtech kusů. Dále známe ceny vstupů, C = {c_{ij}; i = 1, 2, …, m, j = 1, 2, ..., n }. Nechť matice X a C nejsou negativní. Dále předpokládáme, že vstupy a výstupy DMU_j této množiny jsou nominovány ve stejných jednotkách.

Definujme množinu produkčních možností na základě nákladů P_c:

$$P_c = \{x, y \mid \bar{x} \geq \bar{X}\lambda, y \leq Y\lambda, \lambda \geq 0 \tag{3.1}$$

kde $\bar{X} = (\bar{x}_1, \ldots, \bar{x}_n)$ a $\bar{x}_j = (c_{1j}x_{1j}, \ldots, c_{mj}x_{mj})^T$.

Na základě předchozí definice určíme technickou efektivnost, kterou získáme jako optimální řešení následujícího problému lineárního programování (dále jen LP):

$$\theta^* = \min_{\theta,\lambda} \theta \tag{3.2}$$

za podmínek

$$\begin{aligned} \theta \bar{x}_o &\geq \bar{X}\lambda, \\ y_o &\leq Y\lambda, \\ \lambda &\geq 0. \end{aligned} \tag{3.3}$$

Efektivnost nákladů definujeme jako: $\gamma^* = e\bar{x}_o^* \big/ e\bar{x}_o$, (3.4)

kde e je jednotkový vektor a $\bar{x}_o^*$ je optimální řešení následujícího problému LP:

$$e\bar{x}_o^* = \min_{\bar{x},\lambda} e\bar{x} \tag{3.5}$$

za podmínek

$$\begin{aligned} \bar{x} &\geq \bar{X}\lambda, \\ y_o &\leq Y\lambda, \\ \lambda &\geq 0. \end{aligned} \tag{3.6}$$

Nechť optimální řešení (3.2) a (3.3) jsou θ^*, λ^*. Potom existuje řešení $\theta^* \bar{x}_o, \lambda^*$ pro (3.5 a 3.6). A z toho vyplývá, že $e\theta^* \bar{x}_o \geq e\bar{x}_o^*$.

To vede k závěru, že $\theta^* \geq e\bar{x}_o^* / e\bar{x}_o = \gamma^*$, resp. efektivnosti nákladů γ^* v (3.4) není větší než technická efektivnost θ^* v (3.2.).

Alokační efektivnost α^* je definována jako poměr technické efektivnosti a efektivnosti nákladů:

$$\alpha^* = \gamma^* / \theta^* . \tag{3.7}$$

Zároveň platí toto tvrzení. Pokud $x_A = x_B$, $y_A = y_B$ a $c_A \geq c_B$, potom platí pro výše definované efektivnosti následující: $\theta_A^* \geq \theta_B^*$ a $\gamma_A^* \leq \gamma_B^*$. A pokud $c_A > c_B$, potom i $\theta_A^* > \theta_B^*$ a $\gamma_A^* < \gamma_B^*$.

3.1.2 Efektivnost příjmů

Předpokládejme, že existují jednotkové ceny p_j pro každý výstup y_j $(j = 1, 2, ..., n)$ a efektivnost příjmů ρ_o^* dané sledované jednotky DMU_o je dána poměrem $\rho_o^* = p_o y_o / p_o y_o^*$, kde $p_o y_o^*$ je optimálním řešením následujícího LP.

$$py^* = \max py \tag{3.8}$$

za podmínek

$$\begin{aligned} x_0 &\geq X\lambda, \\ y &\leq Y\lambda, \\ \lambda &\geq 0. \end{aligned} \tag{3.9}$$

Pokud ale předpokládáme běžnou situaci firem, potom jednotkové ceny jsou různé. Je nutné definovat vektor výstupů na cenové bázi $\bar{Y} = (\bar{y}_1, \bar{y}_2, ..., \bar{y}_n)$, pro který platí $\bar{y}_j = (p_{1j} y_{1j}, p_{2j} y_{2j}, ..., p_{sj} y_{sj})$. Dále řešíme problém LP:

$$e\bar{y}_o^* = \max_{\bar{y},\lambda} e\bar{y} \tag{3.10}$$

za podmínek

$$\begin{aligned} x_o &\geq X\lambda, \\ \bar{y} &\leq \bar{Y}\lambda, \\ \lambda &\geq 0. \end{aligned} \tag{3.11}$$

Efektivnost příjmů za předpokladu různých cen definujeme jako

$$\bar{\rho}_o = e\bar{y}_o / e\bar{y}_o^*. \tag{3.12}$$

3.1.3 Efektivnost zisku

Zisk je definován jako rozdíl příjmů a nákladů. Vycházíme-li z efektivnosti nákladů a efektivnosti příjmů definovaných v předchozích statích, potom model efektivnosti zisku definujeme jako:

$$e\bar{y}_o^* - e\bar{x}_o^* = \max_{\bar{x},\bar{y},\lambda} \{\bar{y} - e\bar{x}\} \tag{3.13}$$

za podmínek

$$\begin{aligned} &\bar{x} = \bar{X}\lambda \le \bar{x}_o, \\ &\bar{y} = \bar{Y}\lambda \ge \bar{y}_o, \\ &\lambda \ge 0. \end{aligned} \tag{3.14}$$

3.1.4 Efektivnost ziskové marže

Nejen zisk je určující pro management či akcionáře. Jedním z nejčastějších finančních ukazatelů je zisková marže definována jako poměr příjmů a nákladů. Model je vhodný obzvláště pro situace, kdy společnost či jakákoliv sledovaná jednotka vykazuje vyšší náklady než příjmy.

Vycházíme opět z modelů efektivnosti nákladů a efektivnosti příjmů.

$$\max_{x,y,\lambda} \frac{p_o y}{c_o x} \tag{3.15}$$

za podmínek

$$\begin{aligned} &x = X\lambda \le x_o, \\ &y = Y\lambda \ge y_o, \\ &\lambda \ge 0. \end{aligned} \tag{3.16}$$

V jiném případě můžeme účelovou funkci, resp. efektivnost ziskové marže E_{ZM}, definovat jako

$$E_{ZM} = \frac{p_o y_o / c_o x_o}{p_o y^* / c_o x^*}. \tag{3.17}$$

Takto definovaná E_{ZM} je vhodná především pak v situaci, kde více jednotek vykazuje ztrátu.

3.2 Dekompozice efektivnosti nákladů

Jak již bylo řečeno v úvodu této kapitoly, některé firmy mají konkurenční výhodu v technickém zázemí, jiné společnosti technickou vybavenost nahrazují nižšími náklady. Při rozhodování managementu firmy může být významné zjistit vliv neefektivnosti technické vybavenosti vstupů či vliv cenové neefektivnosti.

V následujících podkapitolách rozdělíme neefektivnost na základní typy dle původu. Nejprve definujeme neefektivnost z důvodu nedostatečné technické vybavenosti, posléze z důvodu rozdílných cen u vstupů (resp. nákladových cen) a z důvodu nevhodné alokace nákladů. V poslední podkapitole najdeme souhrn jednotlivých neefektivností.

3.2.1 Ztráta z důvodu technické neefektivnosti

Předpokládáme, že jednotkové ceny vstupů nejsou identické pro všechny DMU.

Množina produkčních možností je definována jako

$$P = \{x, y \mid x \geq X\lambda, y \leq Y\lambda, \lambda \geq 0\} \tag{3.18}$$

Sledované vstupní náklady pro DMU_o jsou definovány jako suma jednotlivých nákladů:

$$C_o = \sum_{i=1}^{m} c_{io} x_{io} \quad , o = 1, 2, \ldots, n \tag{3.19}$$

Z (3.19) vychází definice technické efektivnosti a její optimální řešení je získáno pomocí základních DEA modelů.

$$C_o^* = \sum_{i=1}^{m} c_{io} x_{io}^* \quad , o = 1, 2, \ldots, n. \tag{3.20}$$

Potom je odvozena prostým rozdílem ztráta na nákladu vstupu z důvodu technické neefektivnosti L_o^*.

$$L_o^* = C_o - C_o^* \geq 0 \tag{3.21}$$

3.2.2 Ztráta z důvodu cenové neefektivnosti vstupů

Podobně jako v předchozí stati definujeme nejprve množinu produkčních možností se zohledněním cen vstupů bez technické neefektivnosti (viz 3.1):

$$\bar{P}_c = \{x, y \mid \bar{x} \geq \bar{X}\lambda, y \leq Y\lambda, \lambda \geq 0\}, \tag{3.22}$$

kde $\bar{X} = \{\bar{x}_1, \bar{x}_2, \ldots, \bar{x}_n\} \in R^{m \times n}$, $\bar{x}_j = \{\bar{x}_{ij}, \ldots, \bar{x}_{mj}\}$, a $\bar{x}_{ij} = c_{ij} x_{ij}^*$.

Zde x_{ij}^* představuje technickou efektivnost vstupu, který vyrábí výstup y_j. Abychom rozlišili sledovanou neefektivnost označíme cenu vstupů jako $c_{ij} x_{ij}^*$, eliminujeme tak technickou neefektivnost sledovanou v předchozí části.

K určení optimálního řešení použijeme upravený model 3.2 a 3.3. Nechť ρ je zavedená proměnná, která bude minimalizována, a ρ^* její optimální hodnota, μ je nezáporný vektor a t^-, t^+ představují přebytky / nedostatky technické neefektivnosti cenových vstupů / výstupů.

$$\rho^* = \min_{\rho,\mu,t^-,t^+} \rho \tag{3.23}$$

za podmínek

$$\begin{aligned} \rho\bar{x}_o &= \bar{X}\mu + t^-, \\ y_o &= Y\mu - t^+, \\ \mu \geq 0,\ t^- &\geq 0,\ t^+ \geq 0. \end{aligned} \tag{3.24}$$

Nechť $\rho^*, \mu^*, t^{-*}, t^{+*}$ je optimální řešení úlohy (3.23) a (3.24). Potom $\rho^*\bar{x}_o = \rho^* c_{1o}x_{1o}^*,\ldots,\rho^* c_{mo}x_{mo}^*$ představuje vektor poměrového snížení vstupů na slabě efektivní hranici produkční množiny založené na cenové bázi $\bar{P}_c$ (3.22).

Nyní definujme vektor ceny poměrového snížení vstupů technické efektivnosti vstupů x_o^*, který vyrábí výstup y_o:

$$c_o^* = \rho^* c_o = \rho^* c_{1o},\ldots,\rho^* c_{mo} \tag{3.25}$$

Zakomponováním (3.25) do modelu 3.23 a 3.24 získáme:

$$\bar{x}_o^* = \rho^*\bar{x}_o - t^{-*},\ y_o^* = y_o + t^{+*} \tag{3.26}$$

Nyní můžeme definovat technickou a cenovou efektivnost nákladů C_o^{**} a ztrátu L_o^{**} z důvodu rozdílu z ceny vstupů:

$$C_o^{**} = \sum_{i=1}^{m} \bar{x}_{io}^* = \sum_{i=1}^{m} \rho^*\bar{x}_{io} - t_{io}^- \leq \rho^* \sum_{i=1}^{m} \bar{x}_{io} = \rho^* C_o^* \leq C_o^* \tag{3.27}$$

$$L_o^{**} = C_o^* - C_o^{**} \geq 0 \tag{3.28}$$

3.2.3 Ztráta z důvodu alokační neefektivnosti

Pokud navíc řešíme 3.5 a 3.6 na množině produkčních možností $\overline{P}_c$, kterou jsme definovali v části 3.2.2, získáme následující model:

$$C_o^{***} = \min_{\bar{x},\mu} e\bar{x} \tag{3.29}$$

za podmínek

$$\begin{aligned} \bar{x} &\geq \overline{X}\mu, \\ y_o &\leq Y\mu, \\ \mu &\geq 0. \end{aligned} \tag{3.30}$$

Nechť $(\bar{x}_o^{**}, \tilde{\mu}^*)$ je optimální řešení 3.29 a 3.30. Potom nákladově vázaný pár $(\bar{x}_o^{**}, \tilde{y}_o)$ představuje minimální produkční náklady v předpokládané produkční množině. Tato množina se může výrazně lišit od *P*, pokud jsou jednotkové ceny vstupy výrazně jiné u jednotlivých sledovaných jednotek.

Celková alokační efektivnost α^* referenční jednotky DMU_o je definovaná jako:

$$\alpha^* = \frac{C_o^{***}}{C_o^{**}} \quad (\leq 1). \tag{3.31}$$

Na tomto základě můžeme definovat ztrátu nákladového šumu následovně

$$L_o^{***} = C_o^{**} - C_o^{***} \quad (\geq 0). \tag{3.32}$$

3.2.4 Dekompozice stávajících nákladů

Z definic (3.28), (3.31) a (3.32) lze tvrdit, že platí

$$C_o \geq C_o^* \geq C_o^{**} \geq C_o^{***} \text{ (Tone, Tsutsui; 2004).} \tag{3.33}$$

Dále lze tvrdit o jednotlivých ztrátách následující:

$L_o^* = C_o - C_o^* \geq 0$ ztráta z technické neefektivnosti (3.34)

$L_o^{**} = C_o^* - C_o^{**} \geq 0$ ztráta z cenové neefektivnosti (3.35)

$L_o^{***} = C_o^{**} - C_o^{***} \geq 0$ ztráta z alokační neefektivnosti (3.36)

a platí, že

$$C_o = L_o^* + L_o^{**} + L_o^{***} + C_o^{***}. \quad (3.37)$$

3.3 Aplikace alokačních modelů

Alokační modely jsou využívány pro své doplňující informace k naměřené efektivnosti, kterou získáme aplikací základních modelů obalu. Podmínkou aplikace alokačních modelů je znalost cen u všech vstupů a výstupů. To bývá často překážkou samotné aplikace alokačních modelů. Hlavní výhodou alokačních modelů spatřuji v detailním pohledu srovnání sledované jednotky, tedy ve srovnání jednotek z pohledu příjmů, nákladů a zisku.

vstupy: aktiva celkem, vlastní kapitál

výstupy: tržby celkem, provozní zisk

Aktivům přiřadím cenu rovnou úrokové míře spotřebitelského úvěru, tzn. 12%, a vlastnímu kapitálu 4,5%, přibližný průměrný zisk nabízených investičních fondů. Cenu tržeb můžeme definovat jako ziskovou marži[5] a cenu provozního zisku jako poměr provozního zisku ku vlastnímu kapitálu. Na původních datech rozšířených o modifikované ceny byly aplikovány modely efektivnosti nákladů, zisku a příjmů.

porovnávané společnosti: Daimler, Delphi, Fiat, Ford, General Motors, Harley Davidson, Honda, Hyundai, Isuzu, Lear, Mazda, Mitsubishi, Nissan, Porsche, PSA,

[5] poměr mezi provozním ziskem a čistými tržbami

Renault, Shanghai Auto, Subaru, Škoda Auto, Toyota, TRW, Valeo, Visteon, Volvo, VW, Yamaha.

Tab. 3.1 – Alokační modely – aplikace modelu CRS

	efektivnosti nákladů	efektivnosti zisku	efektivnosti příjmů
	γ^*	$e\bar{y}_o^* - e\bar{x}_o^*$	ρ_o^*
Daimler	0,39722	2,51751	0,41276
Delphi	0,70976	1,40893	0,77762
Fiat	0,45305	2,20726	0,50588
Ford	0,27879	1,49606	0,87148
General Motors	0,54010	1,0	1,0
Harley Davidson	1,0	1,0	0,75180
Honda	0,50514	1,97967	0,51497
Hyundai	0,45207	2,21205	0,45819
Isuzu	0,69982	1,31476	0,80090
Lear	1,0	1,0	0,76454
Mazda	0,87746	1,04936	0,95542
Mitsubishi	0,19504	5,12712	0,20080
Nissan	0,45109	2,21689	0,46567
Porsche	0,45838	2,18178	0,32364
PSA	0,41144	2,43051	0,43183
Renault	0,29675	3,36979	0,29623
Shanghai Automotive	0,42333	2,36222	0,41074
Skoda Auto	1,0	1,0	1,0
Subaru	0,58712	1,70327	0,59570
Toyota	0,35226	2,83886	0,33325
TRW	0,60860	1,59460	0,67446
Valeo	0,65704	1,52200	0,67930
Visteon	0,79889	1,0	0,83190
Volvo	0,54790	1,82520	0,56150
VW	0,38038	2,62895	0,38799
Yamaha	0,76723	1,0	1,0

Společnost může snadno ovlivnit náklady a následně tedy i zisk. Strategicky se ale může vydat opačnou cestou, zaměří se tedy na příjmy a následně na zisk. Jen málo společnostem se podaří sladit všechny tři komponenty a tento stav si udržet. V této analýze se ukázala pouze jediná společnost efektivní z pohledu příjmů, nákladů a zisku, jedná se o společnost Škoda Auto. Nákladově (a ziskově) efektivní jsou i společnosti Harley Davidson, Lear. Příjmově (a ziskově) efektivní jsou společnosti General Motors a Yamaha. Pokud společnost vyrábí portfolio produktů, provede se analýza efektivností

za jednotlivé produkty a posléze za průměrné hodnoty. Pokud některé náklady kryjí náklady několika společností, potom je nutná diferenciace nákladů, jinak není možné aplikovat tento přístup. Takto detailní produktová analýza je pomocným nástrojem k určení produktu, který je nákladnější / výnosnější.