

VYSOKÁ ŠKOLA EKONOMICKÁ V PRAZE
FAKULTA INFORMATIKY A STATISTIKY
KATEDRA EKONOMETRIE



Vícenásobná marginalizace a její dopad
na efektivnost dodavatelských řetězců

Autoreferát k doktorské disertační práci

Doktorand: **Ing. Jan Zouhar**
Obor: **Ekonometrie a operační výzkum**
Školitel: **Prof. RNDr. Ing. Petr Fiala, MBA, CSc.**
Oponenti: **Prof. Ing. Zlatica Ivaničová, PhD.**
Doc. Ing. Tomáš Cahlík, CSc.

Praha, prosinec 2009

Doktorská disertační práce „Vícenásobná marginalizace a její dopad na efektivnost dodavatelských řetězců“ byla vypracována v rámci doktorského studia oboru „Ekonometrie a operační výzkum“ na Fakultě informatiky a statistiky Vysoké školy ekonomické v Praze.

Obhajoba disertační práce se koná **2. prosince 2009** před komisí pro obhajoby doktorských prací v oboru Ekonometrie a operační výzkum na VŠE v Praze, nám. W. Churchilla 4, 130 67 Praha 3.

Abstrakt:

Dvojitá (příp. vícenásobná) marginalizace bývá označována za hlavní zdroj neefektivnosti decentralizovaných dodavatelských řetězců (DŘ). Podstata jevu dvojí marginalizace spočívá v tom, že pokud se články DŘ při rozhodování o cenách svého výstupu řídí postuláty mikroekonomické teorie firmy (které jsou odvozeny pro situaci, kdy firma nezávisle vyrábí a prodává přímo koncovému spotřebiteli), dojde k cenové spirále a výsledná cena koncové produkce (tzv. rovnovážná cena) bude svou přílišnou výší poškozovat jak spotřebitelský užitek, tak i zisk řetězce jako celku.

Cílem této disertační práce je zkoumat a kvantifikovat dopad efektu vícenásobné marginalizace v DŘ, které se liší svou strukturou (tj. počtem článků a vazbami mezi nimi) a povahou nákladových a poptávkových funkcí. Hlavním měřítkem dopadu je efektivnost DŘ, definovaná jako poměr mezi ziskem řetězce, jehož články se chovají podle modelu vícenásobné marginalizace, a nejvyšším ziskem, který by řetězec mohl dosáhnout celkovou koordinací cenové politiky. Kromě efektivnosti jsou sledovány i některé další vlastnosti DŘ, jako např. rozložení celkového zisku mezi jednotlivé články nebo nákladové externality v rámci řetězce.

V práci jsou popsány tři varianty modelu DŘ. První z nich je lineární model vícenásobné marginalizace (tj. model s lineárními poptávkovými a nákladovými funkcemi); pro tento zjednodušený model se podařilo analyticky odvodit vzorce popisující chování sledovaných ukazatelů. Druhý model rozšiřuje předchozí analýzu o nelineární vztahy v poptávce a nákladech; analýza je v tomto případě vedena prostřednictvím počítačových experimentů s numerickými algoritmy pro nalezení rovnovážných hodnot v řetězci. Třetí variantou je dynamický model vícenásobné marginalizace, který pomocí multiagentní simulace zkoumá průběh zmiňované cenové spirály.

Klíčová slova: *dodavatelské řetězce, vícenásobná marginalizace, multiagentní simulace.*

Abstract:

Double (or multiple) marginalization is often identified as the main source of a decentralized supply chain's (SC's) inefficiency. In its core lies the fact that if the agents constituting the SC choose their output prices according to the golden rule of profit maximization (that normally applies to a single firm that produces independently and sells directly to the end consumer), the prices in the SC tend to spiral up to an inefficient (equilibrium) level where both the consumer surplus and the SC's total profit are diminished.

The aim of this paper is to analyze and quantify the impact of multiple marginalization on the behaviour of SC's that vary with respect to their structure (i.e. the number of agents and the links between them) and the shape of their cost and demand functions. The main gauge of this impact is the efficiency of a SC, defined as the ratio of the profit of a SC whose agents behave according to the model of multiple marginalization, and the potential profit of the SC (i.e. the maximum profit attainable under the conditions of complete coordination of prices within the chain). Besides efficiency, some other properties of a SC are studied, e.g. the distribution of the SC's profit among the individual agents or cost externalities within the SC.

Three different models of multiple marginalization are studied in the paper. The first one is a linear model of multiple marginalization (i.e. a model with linear demand and cost functions); in this simplified setting we derived explicit formulae for values of the studied indicators. The second model is analogous to the first one only that it allows for non-linear demand and cost functions; in this case, the analysis is carried out using computer experiments with numeric algorithms. The last one is a dynamic model of multiple marginalization which studies the abovementioned price spiral through multi-agent simulation.

Keywords: *supply chains, multiple marginalization, multi-agent simulation.*

Kurzfassung:

Zweifache (bzw. mehrfache) Marginalisierung wird als die Hauptquelle der Ineffizienz von dezentralisierten Lieferketten bezeichnet. Die Basis der zweifachen Marginalisierung besteht darin, dass wenn sich die Lieferkettenglieder beim Entscheiden über die Outputpreise nach den Postulaten der mikroökonomischen Theorie der Firma richten (die für die Situation abgeleitet werden, wann die Firma unabhängig produziert und direkt an Endverbraucher verkauft), kommt es dann zur Preisspirale und der resultierende Preis der Endproduktion (sogenannter Gleichgewichtspreis) beschädigt mit seiner übermäßigen Höhe sowohl den Verbraucherprofit als auch den Gewinn der ganzen Lieferkette.

Diese Dissertation hat das Ziel, die Auswirkung der mehrfachen Marginalisierung in Lieferketten zu untersuchen und zu quantifizieren, die sich durch ihre Struktur (d.h. Gliedermenge und Beziehungen zwischen einander) und durch ihre Kosten- und Nachfragefunktionenart unterscheiden. Das Hauptkriterium der Auswirkung ist die Effektivität der Lieferkette, die als das Verhältnis zwischen dem Lieferkettegewinn definiert wird, dessen Glieder sich nach dem Modell der mehrfachen Marginalisierung verhalten, und dem höchsten Gewinn, das die Kette durch die gesamte Preispolitikkoordination erreichen könnte. Außer Effektivität werden auch manche andere Eigenschaften der Lieferketten verfolgt, z.B. Gesamtgewinnverteilung unter einzelnen Gliedern oder Kostenexternalitäten im Rahmen der Kette.

In meiner Dissertation werden drei Varianten des Lieferkettenmodells beschrieben. Die

erste Variante ist das lineare Modell mehrfachen Marginalisierung (d.h. das Modell mit linearen Nachfrage- und Kostenfunktionen); für dieses vereinfachte Modell ist es gelungen die Formeln analytisch abzuleiten, die das Verhalten der beobachteten Kennziffern beschreiben. Das zweite Modell erweitert die vorherige Analyse um nichtlineare Verhältnisse bei Nachfrage und Kosten; die Analyse wird geführt bei diesem Fall mittels Computereperimente mit numerischen Algorithmen für das Finden der gleichgewichtigen Werte in der Kette. Die dritte Variante ist das dynamische Modell der mehrfachen Marginalisierung, das mit Hilfe von der Multi-Agenten-Simulation den Verlauf der erwähnten Preisspirale erforscht.

Schlüsselwörter: *Lieferketten, mehrfache Marginalisierung, Multi-Agenten-Simulation.*

Obsah

ÚVOD	8
1 TERMINOLOGIE A POUŽITÉ ZNAČENÍ	8
2 VÍCENÁSOBNÁ MARGINALIZACE V ČESKÉ A SVĚTOVÉ LITERATUŘE	11
3 STRUKTURA A OBSAH PRÁCE	13
4 SHRnutí DOSAŽENÝCH VÝSLEDKŮ	14
4.1 KAPITOLA 2 (LINEÁRNÍ MODELy)	14
4.2 KAPITOLA 3 (NELINEÁRNÍ MODELy)	17
4.3 KAPITOLA 4 (DYNAMICKÉ MULTIAGENTNÍ MODELy)	21
ZÁVĚR	25
LITERATURA	27

Úvod

V tomto autoreferátu se pokusím co nejstručněji přiblížit problematiku, kterou se zabývá moje disertační práce s názvem „Vícenásobná marginalizace a její dopad na efektivnost dodavatelských řetězců“, s důrazem na shrnutí výsledků, kterých se mi podařilo ve zkoumané oblasti dosáhnout.

Členění autoreferátu je následující. První část popisuje základní modelový rámec pro zkoumání vícenásobné marginalizace, použitou terminologii a značení. Druhá část se zabývá stavem analýzy problematiky vícenásobné marginalizace v české a světové literatuře a porovnává použitý modelový rámec s některými existujícími modely. Ve třetí části je popsána struktura disertační práce a tematická náplň obsahu jednotlivých kapitol. Ve čtvrté, nejdelší části autoreferátu uvádím přehled dosažených výsledků. Pro přehlednost je tato část dělena do tří pododdílů, které shrnují vždy výsledky za jednu kapitolu disertační práce.

1 Terminologie a použité značení

Dvojitá marginalizace (double marginalization, též překládáno jako dvojitá zisková marže) je pojem, který byl součástí teorie dodavatelských řetězců již takřka od jejich počátků. Důležitost tohoto pojmu spočívá v tom, že popisuje jednu z hlavních slabin dodavatelského řetězce jakožto formy produkčního systému, a sice jeho náchylnost k prudkému snižování alokační efektivnosti a schopnosti přinášet zisk v případě, že spolu jednotlivé články řetězce vzájemně nespolupracují při tvorbě cenové politiky. Dvojitá marginalizace je tak jedním z hlavních hnacích motorů pro hledání prostředků účinného formování a koordinace dodavatelských řetězců. Termín dvojitá marginalizace vznikl při zkoumání dodavatelských řetězců, které jsou tvořeny pouze dvěma navazujícími články (např. vztah dodavatel-odběratel nebo výrobce-distributor). Vzhledem k tomu, že disertační práce zkoumá především řetězce s větším počtem článků, budeme hovořit o **vícenásobné marginalizaci**.

K efektu vícenásobné marginalizace dochází, pokud články řetězce nekoordinují svou cenovou politiku a snaží se maximalizovat individuální zisk způsobem, který je obvyklý pro firmy, které nejsou součástí dodavatelského řetězce – porovnáním funkce poptávky po svém výstupu a funkce nákladové (a následnou aplikací známého mikroekonomického *zlatého pravidla* maximalizace zisku). Při takovém chování článků mají ceny výstupu jednotlivých článků tendenci spirálovitě růst až k hodnotám, které lze označit jako hodnoty **rovnovážné** (viz [1]) a při kterých dosahuje řetězec jako celek nižšího zisku než v případě, že by články koordinovaly svou cenovou politiku (např. prostřednictvím společného vlastnictví článků nebo závazných kontraktů, např. na bázi franchisingu).

Sledovanou vlastností dodavatelského řetězce bude především schopnost vytvářet zisk. Abychom mohli kvantifikovat efekt vícenásobné marginalizace, zavedeme ukazatel, který bude vyjadřovat, nakolik se součet zisků v celém řetězci kvůli marginalizačnímu efektu odchýlí od maximálního zisku, kterého by mohl potenciálně řetězec dosahovat. Situaci, kdy se články chovají podle předpokladů modelu vícenásobné marginalizace (tj. sledují popsáním způsobem výhradně svůj individuální zisk), budeme nazývat **decentralizovaným dodavatelským řetězcem**. Pokud se naopak články rozhodují o cenách tak, aby byl maximalizován zisk řetězce jako celku (což předpokládá nějakým způsobem centralizovanou koordinaci cenové politiky uvnitř řetězce), budeme hovořit o **centralizovaném dodavatelském řetězci** (stejně značení používá např. [15]).

Zisk decentralizovaného řetězce π_{DSC} (*DSC* je zkratkou pro *decentralized supply chain*) pak bude představovat součet individuálních zisků všech článků decentralizovaného řetězce, tj. zisků odpovídajících rovnovážným cenám. Zisk řetězce centralizovaného π_{CSC} je maximální zisk, kterého může řetězec jako celek dosáhnout. Měřítkem efektu vícenásobné marginalizace bude poměr těchto dvou zisků,

$$\varepsilon = \frac{\pi_{DSC}}{\pi_{CSC}},$$

který budeme nazývat **efektivnost decentralizovaného řetězce**.

V modelovém rámci, který je v práci pro analýzu efektu vícenásobné marginalizace použit, je dodavatelský řetězec charakterizován následujícími vlastnostmi:

- počet článků řetězce a vazby mezi nimi (vazby určují **strukturu řetězce**),
- nákladové funkce jednotlivých článků,
- funkce poptávky po koncové produkci.

Poptávku představuje reálná funkce δ , která nezáporné ceně koncové produkce p přiřadí nezáporné poptávané množství q :

$$\delta : R_0^+ \rightarrow R_0^+, q = \delta(p).$$

Nákladovou funkcí i -tého článku je reálná funkce γ_i , která přiřadí nezápornému vyráběnému množství q celkové náklady tc_i :

$$\gamma_i : R_0^+ \rightarrow R_0^+, tc_i = \gamma_i(q).$$

Poznamenejme, že operujeme se stejnými jednotkami produkce v celém řetězci – nákladová funkce vždy vyjadřuje, kolik stojí výroba takového množství výstupu daného článku, které je potřeba na dokončení *jedné jednotky koncové produkce*.

V práci se místy pro jednoduchost pracuje s lineární formou nákladových a poptávkových funkcí, kde můžeme psát:

$$\delta : R_0^+ \rightarrow R_0^+, q = a - b \cdot p,$$

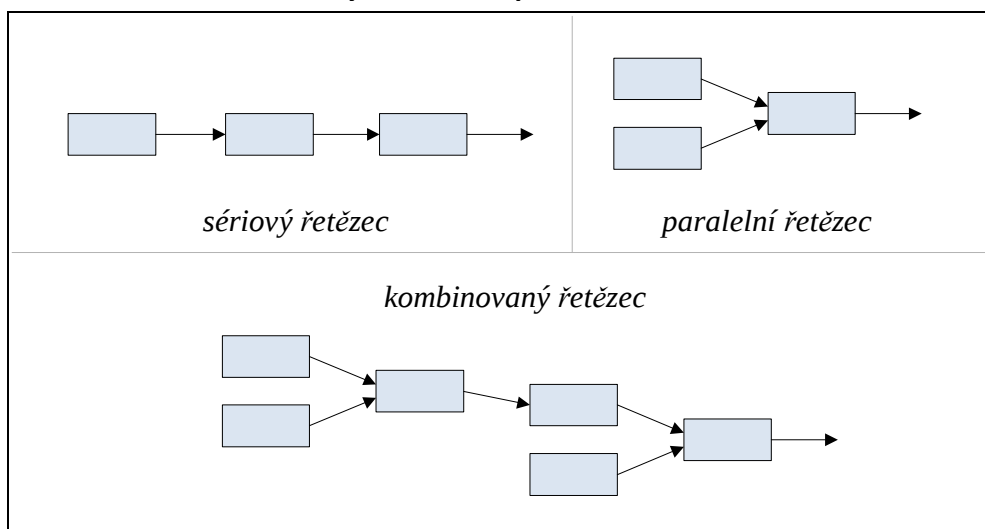
$$\gamma_i : R_0^+ \rightarrow R_0^+, tc_i = c_i \cdot q,$$

kde a , b a c_i jsou nezáporné reálné parametry.

Při rostoucím počtu článků mohou vznikat různé struktury vazeb článků v řetězci. Rozlišujeme základní dva druhy vazeb mezi články: vazby typu one-to-one a vazby typu many-to-one. Podle použitých vazeb pak můžeme rozeznávat následující typy řetězců (příklady struktury všech tří typů ilustruje obrázek 1):

- **sériový** řetězec – obsahuje pouze vazby one-to-one,
- **paralelní** řetězec – je tvořen pouze jednou vazbou typu many-to-one,
- **kombinovaný** řetězec – může kombinovat oba druhy vazeb.

Obrázek 1: Příklad struktury sériového, paralelního a kombinovaného řetězce



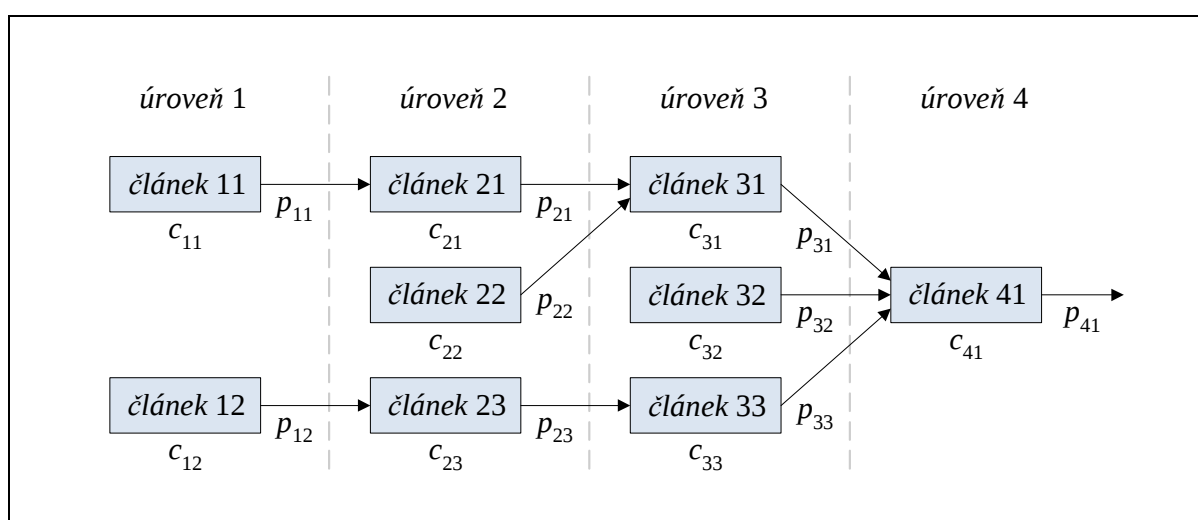
Při zkoumání řetězců paralelních a kombinovaných je velmi podstatné, jakým způsobem jsou definovány vztahy ve vazbách typu many-to-one. V celé práci je vazba many-to-one chápána následovně: články na začátku vazby (nazveme je *dodavatelé*) dodávají článku na konci vazby *různé* komponenty vstupující do jeho výrobního procesu; výstup dodavatelů je tedy v komplementárním postavení, dodavatelé si vzájemně nekonkurují. V rámci dodávky svého výstupu jsou všechny články v *monopolním* postavení.

Víme-li, že zkoumáme řetězec sériový nebo paralelní, stačí pro definitivní popis jeho struktury znát počet článků v řetězci; počet článků sériových a paralelních řetězců je práci

značen n , přičemž index n náleží vždy článku, který prodává konečný výstup řetězce (tj. čelí poptávkové funkci δ).

V případě kombinovaného řetězce je situace poněkud komplikovanější, pro popis řetězce potřebujeme znát počty článků v jednotlivých **úrovních řetězce**. Pojem úroveň řetězce ilustruje obrázek 2. Má-li řetězec m úrovní, popisuje počet článků v jednotlivých úrovních m -složkový vektor $\mathbf{n} = (n_1, n_2, \dots, n_m)$. Pro řetězec z obrázku 2 bychom např. zapsali $m = 4$ a $\mathbf{n} = (2, 3, 3, 1)$. Články kombinovaného řetězce jsou pak určeny dvěma indexy – číslem úrovně, ve které se článek nachází, a dále pořadovým číslem článku v rámci jeho úrovně (viz opět obrázek 2).

Obrázek 2: Úrovně a indexování článků v kombinovaném řetězci



2 Vícenásobná marginalizace v české a světové literatuře

Pojem dvojí marginalizace je ve světové literatuře týkající se dodavatelských řetězců znám již dlouho, zhruba od poloviny dvacátého století. Podrobnou kvantitativní analýzu efektu dvojí marginalizace přinesli v roce 1985 Bresnahan a Reiss v [1]; vycházejí z podobného modelového rámce, jako analýza v disertační práci, omezují se ovšem na dodavatelské řetězce tvořené dvěma články (výrobce a distributor). V tomto článku je odvozen obecný předpis pro poměr mezi ziskovou marží mezi výrobcem a distributorem. Autoři své teoretické závěry potvrzují konfrontací s údaji o firmách z automobilového průmyslu.

O jiný druh verifikace konceptu dvojí marginalizace, tentokrát pomocí laboratorních experimentů, se pokusil kolektiv autorů [2]. Mechanismus nastolení rovnovážných cen v decentralizovaném řetězci zkoumali pomocí ekonomických her se studenty ekonomických fakult. Jejich experimenty jsou základem pro multiagentní simulační modely, kterými se zabývá poslední kapitola disertační práce.

V česky psané literatuře se o problému dvojí marginalizace pouze okrajově zmiňují publikace zaměřené širěji na dodavatelské řetězce, příp. sítovou ekonomiku, viz např. [5].

Klíčovým znakem disertační práce je snaha o rozšíření stávajících modelů dvojí marginalizace na dodavatelské řetězce s více než dvěma články a s různými strukturami vazeb. Kvantitativní mikroekonomická analýza „delších“ dodavatelských řetězců se totiž v literatuře vyskytuje jen sporadicky. V kontextu disertační práce jsou podstatné zejména publikace [4] a [17], kde je uvedeno rozšíření vztahů z [1] na delší sériové řetězce. V obou případech jde o výsledek, který je zmíněn jako speciální případ analýzy širšího problému.

V [17] je možnost induktivního rozšíření vztahu pro poměr ziskových marží následných článků zmíněna při výkladu o modelech řetězců vyrábějících více koncových výrobků a prodávajících na oligopolních trzích. Ve [4] jsou studovány řetězce se strukturou, která by se dala v rámci zde vymezené terminologie nazvat „oligopolní variantou“ sériového řetězce – jedná se o řetězce sériového typu, ve kterých ovšem v jednotlivých úrovních nefiguruje pouze jediný článek v monopolní pozici, nýbrž několik článků v rovnocenném postavení, které vyrábějí *identický* výstup ve vzájemně *oligopolních* podmínkách – formálně vzato se zde tedy objevují vazby typu many-to-one jako u paralelních nebo kombinovaných řetězců, funkčně jde však o zcela rozdílnou architekturu. Připomeňme, že vazba many-to-one v paralelních či kombinovaných řetězcích studovaných v disertační práci představuje dodavatele *různých* komponent koncového výrobku, každý z dodavatelů je tedy v *monopolním* postavení.

Ze vztahů, které autoři [4] odvodili pro oligopolní variantu sériového řetězce, lze jako speciální případ získat některé vztahy pro (monopolní) sériové řetězce, které jsou uvedeny v disertační práci. Modelový přístup, ze kterého jsou tyto vztahy odvozeny, je ovšem zcela odlišný od odvození v disertační práci – ve [4] se pracuje s cournotovským přístupem, při němž se články rozhodují o objemu výroby, oproti rozhodování o cenách, kterým se zabývá disertační práce.

Pokud je mi známo, paralelní a kombinované řetězce v tom smyslu, jak jsou vymezeny v disertační práci, nebyly dosud podrobeny podobné kvantitativní analýze. Všechna předkládaná tvrzení týkající se těchto řetězců jsou tudíž zcela původní.

Disertační práce rovněž rozšiřuje nepříliš rozsáhlou skupinu česky psaných textů, které se zabývají využitím multiagentních simulací pro analýzu socioekonomických jevů – jediným rozsáhlejším textem na toto téma v českém jazyce je teprve nedávno vyšlý titul [3].

3 Struktura a obsah práce

Disertační práce je kromě úvodu a závěru členěna do čtyř hlavních kapitol a dvou příloh. První kapitola disertační práce podává nezbytný úvod do problematiky vícenásobné marginalizace, vytyčuje použitou terminologii a značení a formuluje základní modelový rámec pro analýzu efektu vícenásobné marginalizace. Samotná analýza je předmětem kapitol 2, 3 a 4.

Pro účely zkoumání různých aspektů efektu vícenásobné marginalizace jsem využil tří odlišných metodologických přístupů:

- analýza matematického modelu a následné odvození funkčních vztahů,
- výpočetní experimenty se sestavenými numerickými algoritmy,
- analýza pomocí multiagentní simulace.

Každý z těchto přístupů tvoří metodologické východisko jedné z páteřních kapitol 2, 3 a 4.

Druhá kapitola využívá prvního z uvedených přístupů (matematická analýza). Věnuje se speciálnímu případu popsaného modelu, který se vyznačuje lineárními nákladovými funkcemi a lineární funkcí poptávky po koncové produkci. Díky tomuto zjednodušení lze odvodit některé explicitní vzorce pro kvantitativní popis efektu vícenásobné marginalizace a vlastností uvažovaných dodavatelských řetězců.

Třetí kapitola tematicky přímo navazuje na kapitolu druhou a jejím cílem je zkoumat, do jaké míry zůstanou poznatky z druhé kapitoly relevantní, pokud upustíme od předpokladu linearity uvažovaných nákladových a poptávkových funkcí. Jak je v práci ukázáno, přejdeme-li od funkcí lineárních k funkcím obecnějším, ztrácíme takřka okamžitě možnost odvodit teoreticky jakékoli exaktní výsledky. Pro potřeby zkoumání obecnějšího modelu jsem proto navrhl numerické algoritmy a implementoval je v programovacím jazyce výpočetního prostředí Matlab; výsledné programy jsou součástí příloženého CD. Kapitola obsahuje kromě popisu těchto algoritmů především výsledky a zhodnocení výpočetních experimentů, které byly vykonány za použití zmíněných programů a které poukazují na vlastnosti různých forem řetězců.

Čtvrtá kapitola se zabývá dynamickým modelem vícenásobné marginalizace. Jejím cílem je zkoumat, jakým způsobem dochází k postupnému prosazení efektu vícenásobné marginalizace v dodavatelských řetězcích, jejichž články mají omezené informace o trhu koncové produkce řetězce a o ostatních člancích. Klíčovou otázkou zde je, zda vůbec a případně jak rychle dojde v takovém dodavatelském řetězci k nastolení situace, kterou popisovaly předchozí kapitoly. Za účelem zkoumání dynamiky takovýchto řetězců jsem

proto vytvořil reprezentaci řetězce jakožto multiagentního systému (opět v prostředí Matlab) a pomocí počítačové simulace jsem zkoumal vývoj chování jednotlivých článků v různých scénářích dodavatelských řetězců.

V první příloze se nachází stručný popis ovládání uživatelského rozhraní, které jsem vytvořil v prostředí Matlab pro snadné spouštění připravených numerických algoritmů a multiagentních simulací. Uživatelské rozhraní je součástí přiloženého CD a je díky němu možné snadno zadávat parametry popisující zkoumaný dodavatelský řetězec a pomocí grafických i textových výstupů interpretovat výstupy ze spouštěných funkcí.

Druhá příloha obsahuje zdrojové kódy některých naprogramovaných funkcí. Do výpisu jsou zahrnuty jen ty funkce, které byly v předchozím textu zmíněny či podrobněji rozebrány. Zdrojové kódy jsou opatřeny četnými barevně zvýrazněnými autorskými poznámkami, které dokumentují průběh implementovaného algoritmu.

4 Shrnutí dosažených výsledků

Jak bylo řečeno v předchozí části, všechny podstatné výsledky jsou součástí kapitol 2, 3 a 4; každá je shrnuta v jednom z následujících oddílů.

4.1 Kapitola 2 (lineární modely)

Za předpokladu linearit poptávky a nákladových funkcí se mi podařilo odvodit obecné vzorce pro efektivnost řetězce a některé další ukazatele (např. rovnovážné ceny a zisk). Jak bylo řečeno, pro sériové řetězce byly již některé z uvedených vztahů publikovány; důkazy jednotlivých tvrzení, které v práci předkládám, jsou ovšem původní a koncipované tak, aby vycházely ze stejného modelového rámce a vůbec způsobu uvažování, který je použit pro analýzu řetězců s paralelní nebo kombinovanou architekturou¹; analýza paralelních a kombinovaných řetězců je vesměs původní.

Následuje výčet hlavních tvrzení, která jsou v práci formulována a dokázána.

TVRZENÍ 2.1: *V lineárním modelu dosahuje centralizovaný sériový řetězec zisku*

$$\pi_{CSC}^S = \frac{b}{4} \cdot \left(\frac{a}{b} - \sum_{i=1}^n c_i \right)^2.$$

TVRZENÍ 2.2: *Decentralizovaný sériový řetězec dosahuje v lineárním modelu zisku*

¹ viz komentář v části 2 ohledně různých výchozích modelů pro odvození vztahů pro sériový dodavatelský řetězec.

$$\pi_{DSC}^S = \frac{(2^n - 1) \cdot b}{2^{2n}} \cdot \left(\frac{a}{b} - \sum_{i=1}^n c_i \right)^2.$$

TVRZENÍ 2.3: Zisk i -tého článku v decentralizovaném sériovém řetězci v lineárním modelu je roven

$$\pi_i = \frac{b}{2^{n+i}} \cdot \left(\frac{a}{b} - \sum_{i=1}^n c_i \right)^2, \quad i = 1, 2, \dots, n.$$

TVRZENÍ 2.4: Decentralizovaný paralelní řetězec dosahuje v lineárním modelu zisku

$$\pi_{DSC}^P = \frac{2n-1}{n^2} \cdot \frac{b}{4} \cdot \left(\frac{a}{b} - \sum_{i=1}^n c_i \right)^2.$$

TVRZENÍ 2.5: Zisk posledního článku v decentralizovaném sériovém řetězci v lineárním modelu je roven

$$\pi_n = \frac{b}{4n^2} \cdot \left(\frac{a}{b} - \sum_{j=1}^n c_j \right)^2,$$

zisk ostatních článků lze vyjádřit jako

$$\pi_i = \frac{b}{2n^2} \cdot \left(\frac{a}{b} - \sum_{j=1}^n c_j \right)^2, \quad i = 1, 2, \dots, n-1.$$

TVRZENÍ 2.6: Decentralizovaný kombinovaný řetězec dosahuje v lineárním modelu zisku

$$\pi_{DSC}^C = \frac{2 \prod_{i=1}^m (n_i + 1) - 1}{\prod_{i=1}^m (n_i + 1)^2} \cdot \frac{b}{4} \cdot \left(\frac{a}{b} - \sum_{i=1}^m \sum_{j=1}^{n_i} c_{ij} \right)^2.$$

TVRZENÍ 2.7: Zisk článku ij v decentralizovaném kombinovaném řetězci v lineárním modelu je roven

$$\pi_{ij} = \frac{1}{\prod_{k=1}^i (n_k + 1)} \cdot \frac{b}{\prod_{k=1}^m (n_k + 1)} \cdot \left(\frac{a}{b} - \sum_{k=1}^m \sum_{l=1}^{n_k} c_{kl} \right)^2.$$

Kromě výše uvedených tvrzení jsou v práci ještě odvozeny vzorce, které jsou důsledky buď přímo těchto tvrzení, nebo mezivýsledků formulovaných při jejich důkazech. Uveďme ty nejdůležitější z nich.

V první řadě se jedná o předpis pro zisk decentralizovaného řetězce π_{CSC}^P , resp. π_{CSC}^C v paralelním, resp. kombinovaném řetězci:

$$\pi_{CSC}^P = \frac{b}{4} \cdot \left(\frac{a}{b} - \sum_{i=1}^n c_i \right)^2,$$

$$\pi_{CSC}^C = \frac{b}{4} \cdot \left(\frac{a}{b} - \sum_{i=1}^m \sum_{j=1}^{n_i} c_{ij} \right)^2.$$

Známe-li pro všechny tři architektury řetězce zisk centralizované i decentralizované varianty (tento zisk popisují předchozí vztahy), můžeme vyjádřit efektivnost řetězce jako poměr těchto zisků:

$$\varepsilon^S = \frac{\pi_{DSC}^S}{\pi_{CSC}^S} = \frac{2^n - 1}{2^{2n-2}},$$

$$\varepsilon^P = \frac{\pi_{DSC}^P}{\pi_{CSC}^P} = \frac{2n - 1}{n^2},$$

$$\varepsilon^S = \frac{\pi_{DSC}^S}{\pi_{CSC}^S} = \frac{2^n - 1}{2^{2n-2}}.$$

Ze získaných vzorců plyne celá řada poznatků o decentralizovaných řetězcích. Shrňme stručně nejdůležitější z nich (všechny hovoří o *decentralizovaných řetězcích v lineárním modelu*):

- efektivnost řetězce prudce klesá s počtem článků.
- efektivnost sériového řetězce je nižší než efektivnost řetězce paralelního se stejným počtem článků, řetězec kombinovaný se podle konkrétního tvaru pohybuje mezi oběma hraničními možnostmi.
- efektivnost řetězce vůbec nezávisí na parametrech poptávkové funkce (a , b) ani výši jednotkových nákladů v řetězci (c_i).
- v řetězci dochází k silným pozitivním externalitám nákladových úspor – při změně jednotkových nákladů jednoho článku dojde ke stejnému proporcionálnímu zvýšení zisku všech článků v řetězci.
- rozdělení celkového zisku řetězce mezi jednotlivé články probíhá v proporcích, které jsou určeny výhradně strukturou řetězce, resp. počtem článků v jednotlivých úrovních; není tedy závislé na rozložení nákladů podél řetězce.

4.2 Kapitola 3 (nelineární modely)

Ze vztahů odvozených ve druhé kapitole je patrné, že dodavatelské řetězce v lineárním modelu vykazují řadu vlastností, které vůbec nezávisí na tvaru poptávkové funkce a rozložení celkových nákladů v řetězci. Jediným určujícím znakem pro tyto vlastnosti je struktura řetězce, tj. počet článků a vazby mezi nimi. Cílem třetí kapitoly je odhalit, nakolik se tyto vlastnosti prosadí u řetězců fungujících v nelineárním prostředí.

Analýza se v tomto případě ubírá cestou výpočetních experimentů s laboratorními daty. Pro účely výpočetních experimentů bylo v první řadě potřeba zkonstruovat algoritmus, který najde rovnovážné ceny pro dodavatelský řetězec s obecným předpisem poptávkové funkce a funkcí nákladových. Pro jednoduchost jsem se v této analýze omezil pouze na řetězce sériové a paralelní – lze očekávat, že vlastnosti řetězců kombinovaných se budou (podobně jako v lineárním modelu) nacházet mezi oběma těmito hraničními variantami. Jak pro řetězce sériové, tak pro řetězce paralelní jsem navrhl algoritmus, který najde numerickou cestou rovnovážné ceny pro řetězce s libovolnými spojitými funkcemi v roli nákladů a poptávky.

Algoritmus pro sériové dodavatelské řetězce víceméně kopíruje způsob, jakým byly tyto ceny analyticky hledány při důkazech tvrzení o sériových řetězcích v lineárním modelu. Jeho stručná forma je následující, v práci je uveden podrobnější komentář k jednotlivým krokům algoritmu i jejich softwarové implementaci.

Krok 1: Formuluj ziskovou funkci článku n :

$$\pi_n(p_n, p_{n-1}) = (p_n - p_{n-1}) \cdot \delta(p_n) - \gamma_n(\delta(p_n)).$$

Krok 2: Nalezni cenovou reakční funkci p_n^{opt} definovanou předpisem

$$p_n^{opt}(p_{n-1}) = \arg \max_{p_n \in R_0^+} \pi_n(p_n, p_{n-1}).$$

Krok 3: Polož $i = n - 1$.

Krok 4: Formuluj funkci ψ jako složené zobrazení

$$\psi = p_{i+1}^{opt} \circ p_{i+2}^{opt} \circ \dots \circ p_n^{opt} \circ \delta.$$

Krok 5: Formuluj ziskovou funkci článku i :

$$\pi_i(p_i, p_{i-1}) = (p_i - p_{i-1}) \cdot \psi(p_i) - \gamma_i(\psi(p_i)).$$

Krok 6: Pokud $i = 1$, jdi na krok 9, jinak pokračuj krokem 7.

Krok 7: Nalezni cenovou reakční funkci p_i^{opt} definovanou předpisem

$$p_i^{opt}(p_{i-1}) = \arg \max_{p_i \in R_0^+} \pi_i(p_i, p_{i-1}).$$

Krok 8: Vrať se na krok 4.

Krok 9: Najdi rovnovážnou cenu prvního článku p_1^{eq} podle vztahu

$$p_1^{eq} = \arg \max_{p_1 \in R_0^+} \pi_1(p_1, 0).$$

Krok 10: Polož $i = i + 1$.

Krok 11: Vypočti rovnovážnou cenu i -tého článku jako

$$p_i^{eq} = p_i^{opt}(p_{i-1}^{eq}).$$

Krok 12: Pokud $i < n$, vrať se na krok 10, jinak skonči.

Při konstrukci algoritmu pro řetězce paralelní činí největší problémy nalezení Nashovy rovnováhy pro kombinaci cen článků z první úrovně řetězce. Existence takové rovnováhy a metoda jejího nalezení je opět podrobně diskutována v disertační práci, zde uvedeme pouze stručný zápis výsledného algoritmu.

Při popisu problému stanovení výše ceny, kterou bude za svůj výstup požadovat i -tý článek z první úrovně paralelního řetězce, potřebujeme často pracovat se součtem cen všech ostatních článků z první úrovně řetězce, který označíme pro větší přehlednost vzorců v algoritmu s_i :

$$s_i = \sum_{\substack{j=1, \\ j \neq i}}^{n-1} p_j, \quad i = 1, 2, \dots, n-1.$$

V algoritmu se dále vyskytuje reálná proměnná s , jejíž hodnotu lze interpretovat jako součet rovnovážných cen všech článků z první úrovně, můžeme tedy psát

$$s = \sum_{j=1}^{n-1} p_j^{eq}, \quad i = 1, 2, \dots, n-1.$$

Celé znění algoritmu pro nalezení rovnovážných cen v paralelním řetězci je následující:

Krok 1: Formuluj ziskovou funkci článku n :

$$\pi_n \left(p_n, \sum_{j=1}^{n-1} p_j \right) = \left(p_n - \sum_{j=1}^{n-1} p_j \right) \cdot \delta(p_n) - \gamma_n(\delta(p_n)).$$

Krok 2: Nalezni cenovou reakční funkci p_n^{opt} definovanou předpisem

$$p_n^{opt} \left(\sum_{j=1}^{n-1} p_j \right) = \arg \max_{p_n \in R_0^+} \pi_n \left(p_n, \sum_{j=1}^{n-1} p_j \right).$$

Krok 3: Formuluj funkci ψ jako složené zobrazení:

$$p_n^{opt} \circ \delta.$$

Krok 4: Polož $i = 1$.

Krok 5: Formuluj ziskovou funkci článku i jako

$$\pi_i(p_i, s_i) = p_i \cdot \psi(p_i + s_i) - \gamma_i(\psi(p_i + s_i)).$$

Krok 6: Nalezni cenovou reakční funkci p_i^{opt} definovanou předpisem

$$p_i^{opt}(s_i) = \arg \max_{p_i \in R_0^+} \pi_i(p_i, s_i).$$

Krok 7: Najdi funkci $\tilde{p}_i^{opt}$ která splňuje

$$\tilde{p}_i^{opt}(p_i^{opt}(s_i) + s_i) = p_i^{opt}(s_i).$$

Krok 8: Pokud $i < n-1$, polož $i = i+1$ a jdi na krok 5.

Krok 9: Najdi hodnotu s splňující

$$f(s) = s - \sum_{i=1}^{n-1} \tilde{p}_i^{opt}(s) = 0.$$

Krok 10: Pro $i = 1, 2, \dots, n-1$ vypočti rovnovážnou cenu i -tého článku jako

$$p_i^{eq} = \tilde{p}_i^{opt}(s).$$

Krok 12: Rovnovážnou cenu článku n vypočti jako

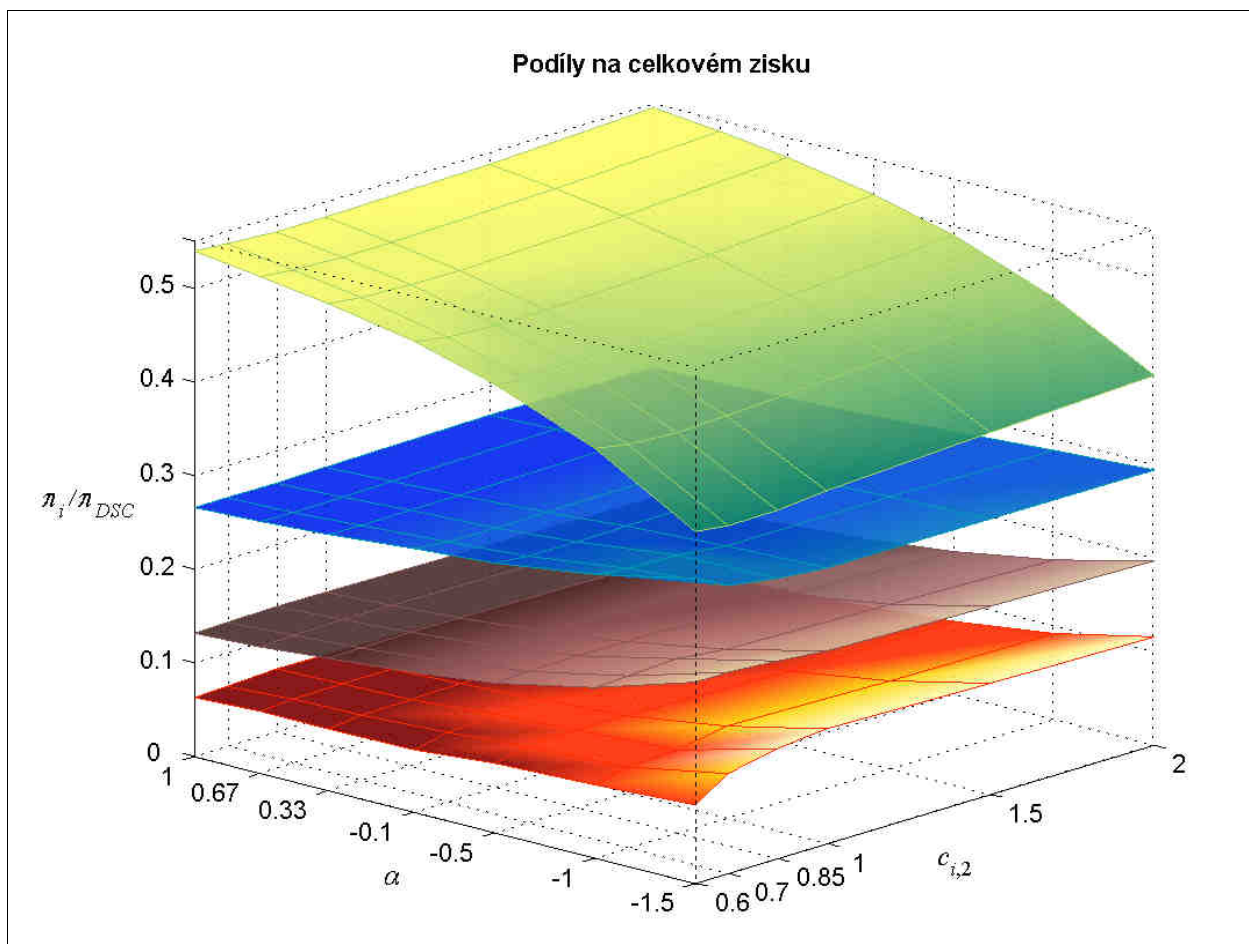
$$p_n^{eq} = p_n^{opt}(s).$$

Oba výše uvedené algoritmy jsem implementoval v prostředí Matlab. Pro snazší ovládání vytvořených funkcí jsem dále vyvinul uživatelské rozhraní, které je součástí CD přiloženého k disertační práci (a jeho ovládání je popsáno v příloze P.1).

S navrženými a implementovanými algoritmy byla provedena celá řada výpočetních experimentů, které se zaměřovaly především na ověření platnosti vztahů odvozených z lineárního modelu pro řetězce fungující v nelineárním prostředí. V práci je obsažen poměrně rozsáhlý oddíl, který popisuje výsledky jednotlivých výpočetních experimentů konstruovaných tak, aby systematicky obsáhly celou škálu zkoumaných vlastností a různé

struktury dodavatelských řetězců. Každý experiment je pro snadné vizuální zhodnocení opatřen grafickým výstupem (viz obrázek 3) a je možné jej zrekonstruovat pomocí skriptů jazyka Matlab, které jsou opět součástí přiloženého CD.

Obrázek 3: Výpočetní experimenty – grafický výstup



Zde je stručný souhrn výsledků všech výpočetních experimentů. Podrobnější shrnutí, které se odkazuje na jednotlivé výpočetní experimenty, se nachází v disertační práci v oddílu 3.3.4. Všechny následující komentáře se opět týkají decentralizovaného řetězce:

- řada poznatků z lineárního modelu je velmi dobře přenositelná na řetězce operující v nelineárním prostředí – např. vliv počtu článků nebo architektury řetězce na jeho efektivnost.
- přítomnost konvexní poptávkové funkce nebo nákladových funkcí vykazujících úspory z rozsahu má negativní vliv na efektivnost řetězce (ve srovnání s lineárními variantami).
- proporcionální rozložení celkového zisku řetězce mezi jednotlivé články je na rozdíl od lineárního modelu ovlivněno jak parametry poptávkové funkce, tak povahou

funkcí nákladových. Seřazení ziskových podílů podle velikosti ovšem ve všech uvedených experimentech odpovídalo pořadí podle lineárního modelu.

- vykazují-li náklady na výrobní proces úspory z rozsahu, lze jeho přesunem směrem ke konci řetězce zpravidla zvýšit celkový zisk (a opačně pro záporné úspory z rozsahu).

V závěru třetí kapitoly je představen model s diskrétními cenami. Cílem zde je zjistit, nakolik jsou předchozí výsledky zkresleny, pokud do úvah týkajících se rozhodování o cenách zahrneme požadavek, že ceny výstupu jednotlivých článků musí být voleny z diskrétní škály.

Pro účely numerické analýzy bylo třeba opět zkonstruovat a implementovat algoritmy pro nalezení rovnovážných cen, tentokrát v podmínkách diskrétních cen. Zatímco pro sériové řetězce bylo možné použít jen lehce upravený algoritmus pro spojitě ceny, v případě paralelních řetězců musela být modifikace výrazně větší.

V souvislosti s použitím diskrétních cen v paralelních řetězcích narazíme na dva podstatné, vzájemně související problémy. Prvním z nich je hrozba kombinatorické exploze při prohledávání prostoru cenových strategií článků z první úrovně ve snaze najít rovnovážnou kombinaci cen. Druhým je pak skutečnost, že zpravidla existuje více rovnovážných kombinací cen výstupu článků první úrovně, a výsledné hodnoty potom nejsou zcela jednoznačné. Algoritmus, který je v disertační práci navržen, umožňuje riziko kombinatorické exploze do značné míry eliminovat (je tedy schopen prohledávat i poměrně rozsáhlé prostory strategií) a zároveň nalezne všechny rovnovážné kombinace cen (a jim odpovídající další rovnovážné hodnoty).

Při výpočetních experimentech s implementovanými algoritmy se ukazuje, že zkreslení předchozích výsledků v důsledku diskretizace cen je citelné především u sériových řetězců, kde se zejména při větším počtu článků můžeme dopracovat k hodnotám, které nemají s výsledky ze spojitěho modelu takřka nic společného. V paralelních řetězcích jsou rozdíly mezi diskrétními a spojitými variantami daleko menší.

4.3 Kapitola 4 (dynamické multiagentní modely)

V modelu vícenásobné marginalizace, který popisují předchozí kapitoly, vznikají rovnovážné ceny v decentralizovaném řetězci prostřednictvím interakce racionálně uvažujících ekonomických subjektů – článků řetězce. Pokud chceme simulovat dynamiku vzniku těchto cen, je proto vhodné sáhnout po prostředcích multiagentní simulace.

Multiagentní simulační model použitý v disertační práci má následující strukturu. Jednotliví agenti představují články řetězce a jejich cílem je maximalizace individuálního zisku. Jedinou akcí, kterou může agent výši svého zisku ovlivnit, je určení výše výstupní ceny. Časový vývoj systému probíhá v kolech představujících po sobě jdoucí období. V každém časovém období určují články cenu svého výstupu následujícím způsobem:

- 1) z historických hodnot cen výstupu a poptávaného množství odhadne každý článek funkci poptávky po svém výstupu,
- 2) konfrontuje tuto funkci poptávky se svou nákladovou funkcí a následně volí takovou cenu, která maximalizuje jeho zisk.

Z ceny, kterou stanoví poslední článek řetězce pro koncovou produkci, je posléze určen (dosazením do poptávkové funkce) objem poptávaného množství a následně výsledný zisk jednotlivých článků.

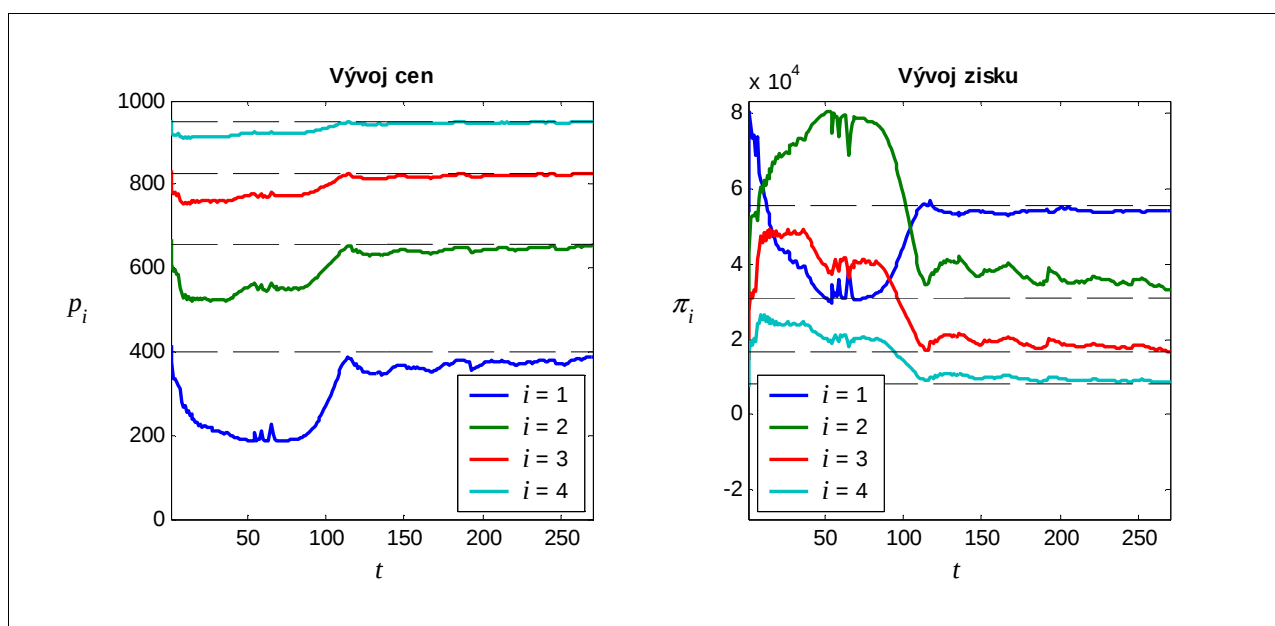
Při tvorbě simulačního modelu bylo potřeba nejprve vhodným způsobem navrhnout model racionálního uvažování jednotlivých článků. Klíčovým bodem je zde odhad individuální funkce poptávky. Hlavní potíže při návrhu algoritmu pro konstrukci „racionálního“ odhadu činí skutečnost, že odezva poptávaného množství na změnu ceny těch článků, které neprodávají přímo na trhu koncové produkce, je v čase značně nestabilní, a odhadování z historických dat je tedy přinejmenším problematické. Je tomu tak proto, že odezva na cenu volenou článkem „uprostřed řetězce“ je ovlivněna vývojem poptávkových představ všech článků, které leží blíže ke konci řetězce (tj. k trhu koncové produkce). Při nahodilé interakci vývoje poptávkových představ navazujících článků se pak může poptávková funkce podle historického vývoje jevit např. jako kladně skloněná křivka, ačkoli ve skutečnosti je sklon záporný. Pro účely konstrukce poptávkových představ z historických hodnot cena-množství tedy nelze např. využít běžných statistických postupů.

V oddílu 4.2 je navržen model racionálního uvažování článků, který zahrnuje některé apriorní ekonomické představy a přisuzuje tak různým novým hodnotám různou „důležitost“. Vývoj představ o individuální poptávce v popsaném modelu racionálního chování prošel běžnými optickými testy, tj. při porovnání historických údajů a výsledných poptávkových představ působily reakce jednotlivých článků „smysluplně“.

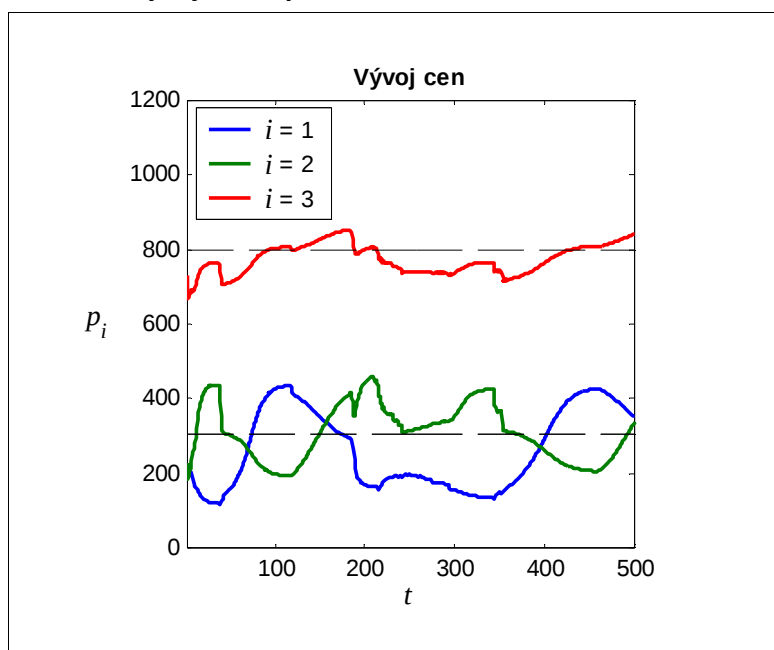
Navržené simulační modely jsem opět implementoval v prostředí Matlab a využil je k experimentům s umělými daty. Podobně jako v kapitole 3, i ve čtvrté kapitole jsem se omezil pouze na zkoumání řetězců sériových a paralelních. Cílem simulačních experimentů bylo určit, zda a případně jak rychle dochází v různých řetězcích k nastolení rovnovážných cen. Následující odstavce stručně shrnou získané výsledky.

V sériových řetězcích docházelo ke konvergenci k rovnovážným cenám v drtivé většině případů. Typický vývoj cen a zisků dokumentuje obrázek 4 (čárkovaně jsou zde naznačeny rovnovážné hodnoty). Mezi délkou řetězce a délkou konvergenčního procesu lze často vysledovat přibližně exponenciální závislost. Výskyt nekonvergujících cen se týkal především delších řetězců (5 článků a více), kde je přenos cenového impulsu prvních článků na výsledné poptávané množství zprostředkovaný několika mezilehlými články, a tudíž velmi slabý.

Obrázek 4: Vývoj cen a zisků v sériovém řetězci



Obrázek 5: Vývoj cen v paralelním řetězci s minimální informací

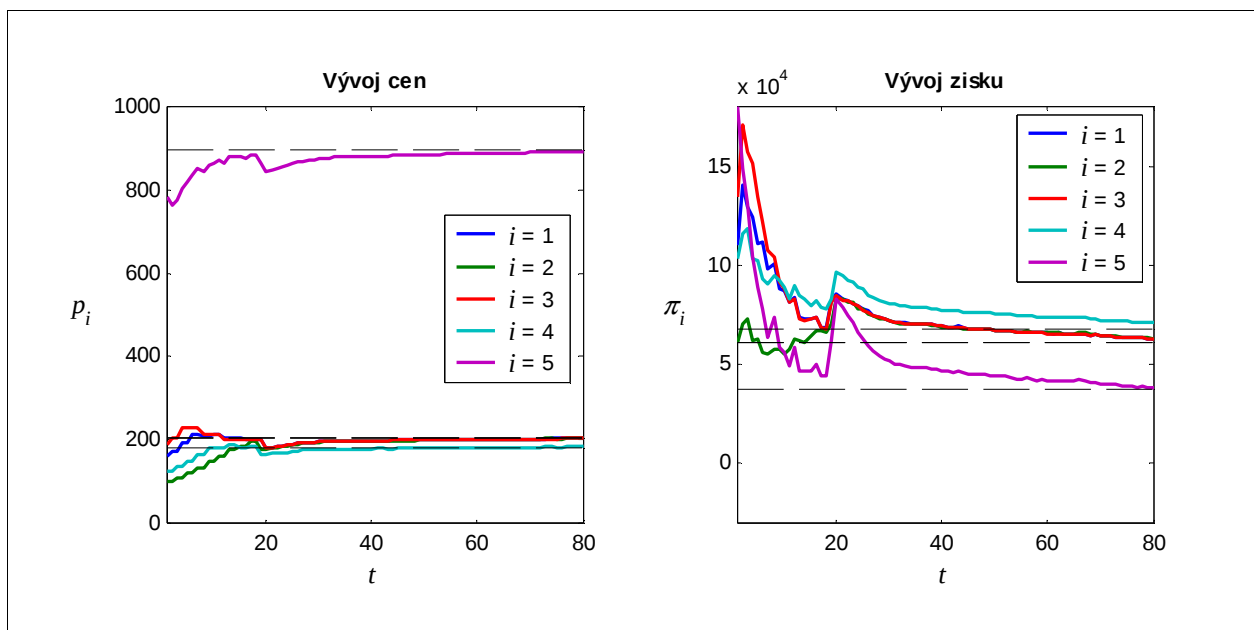


Pro paralelní řetězce jsem porovnal dva alternativní modely: model s **minimální mírou informace** a model s **rozšířenou informací**. V modelu s rozšířenou informací jsou si články v první úrovni řetězce vědomy toho, že stojí v paralelním postavení s ostatními články první úrovně, a zjišťují si proto jejich historické výstupní ceny jako podklady pro svoje rozhodování. Oproti tomu v řetězcích s minimální mírou informace se články rozhodují čistě podle odezvy množství na jimi stanovenou cenu (podobně jako v modelu sériového řetězce).

Pro obě varianty paralelních řetězců jsem získal zcela odlišné výsledky. Ceny v řetězcích s minimální mírou informace konvergovaly k rovnovážným cenám jen zcela ojediněle. Typicky měly ceny oscilační charakter – kmitaly periodicky okolo rovnovážných hodnot (jako na obrázku 5 – rovnovážné ceny jsou opět naznačeny čárkovaně, rovnovážná cena článků 1 a 2 je shodná). Nezřídka se ale chovaly ceny poněkud méně předvídatelně, v některých případech se dokonce celý cenový systém zhroutil a došlo k vynulování poptávaného množství.

Oproti tomu řetězce s rozšířenou mírou informace se vyznačovaly nejčastějším výskytem konvergence cen ze všech tří zkoumaných variant. Konvergence byla navíc vesměs poměrně rychlá a s prodlužováním řetězce její délka výrazněji nerostla.

Obrázek 6: Vývoj cen a zisku v paralelním řetězci s rozšířenou informací



Vzhledem k tomu, že v případě konvergence se ceny v sériovém i paralelním modelu ustálily v blízkém okolí hodnot, které byly pomocí postupů z předchozí kapitoly označeny jako rovnovážné, může výstup z multiagentních simulací sloužit i jako ověření správnosti analytických výpočtů rovnovážných hodnot.

Závěr

Domnívám se, že v rámci vytyčených cílů se mi podařilo za použití různých metod získat poměrně ucelené výsledky. Je však nasnadě, že zpracované téma by šlo dále rozšiřovat o další modelové přístupy. Velmi zajímavou teoretickou oblastí, do které by bylo možné směřovat další výzkum, je například problematika formování dodavatelských řetězců v podmínkách oligopolního postavení článků – koncept popsany v [4] pro sériové řetězce by se dal možná rozšířit pro paralelní a kombinované struktury řetězce. I v oblasti formování řetězců by se dalo patrně využít experimentů s multiagentním modelem.

Další pokračování výzkumu by se mohlo týkat rovněž empirické verifikace získaných výsledků. Předmětem disertační práce bylo zkoumání dodavatelských řetězců v teoretické rovině. Jistě by bylo zajímavé sledovat, zda (resp. nakolik) k popisovaným jevům fakticky dochází v reálné podnikové praxi – v [1] je provedena taková analýza reálných dat pro model sériového řetězce se dvěma články; podobný přístup by bylo možné použít pro řetězce s bohatší strukturou. Je ovšem pravděpodobné, že bychom se při takovém výzkumu narazili na značné potíže se zajištěním adekvátní datové základny.

Literatura

- [1] BRESNAHAN, T., REISS, P.: Dealer and Manufacturer Margins. In: *Rand Journal of Economics*, 1985, Vol. 16, No. 2, pp. 253-238.
- [2] BADASYAN, N., GOEREE, J., MORGAN, J., SERVÁTKA, M. a kol.: Vertical Integration of Successive Monopolists: A Classroom Experiment. In: *Caltech Working Papers*, 2003, 18 s.
- [3] CAHLÍK, T. a kol.: *Multiagentní modely v ekonomii*. Praha: Karolinum, 2006, 155 s.
- [4] CORBETT, C., KARMAKAR, U.: Competition and Structure in Serial Supply Chains with Deterministic Demand. In: *Management Science*, 2001, Vol. 47, No. 7, pp. 966-978.
- [5] FIALA, P.: *Modelování dodavatelských řetězců*. Praha: Professional Publishing, 2005, 168 s.
- [6] GARDNER, M.: The Fantastic Combinations of John Conway's New Solitaire Game "Life". In: *Scientific American*. New York, 1970, Issue 223, pp. 120-123.
- [7] HOFFMANN, A., DELRE, S., VON EJE, J., JAGER, W.: Artificial Multi-Agent Stock Markets: Simple Strategies, Complex Outcomes. In: *Advances in Artificial Economics: The Economy as a Complex Dynamic System*. Heidelberg: Springer Verlag, 2006, pp. 167-176.
- [8] KATZ, M., ROSEN, H.: *Microeconomics*. Boston: Irwin/McGraw-Hill, 1998, 3. vydání, 656 s.
- [9] KUBÍK, A.: *Inteligentní agenty*. Brno: Computer Press, 2004, 280 s.
- [10] MAŘÍK, V., ŠTĚPÁNKOVÁ, O., LAŽANSKÝ, J. a kol.: *Umělá inteligence (2)*. Praha: Academia, 1997, 373 s.
- [11] MAÑAS, M.: *Games and economic decisions: lecture notes*. Praha: Oeconomica, 2003, 87 s.
- [12] PALMER, R., ARTHUR, B., HOLLAND, J., LEBARON, B.: An Artificial Stock Market. In: *Journal of Artificial Life and Robotics*, 1999, Vol. 3, No. 1, pp. 27-31.
- [13] RHODES, E., WARREN, J., CARTER, R.: *Supply Chains and Total Product Systems: A Reader*. Malden: Blackwell Publishing, 2006, 527 s.
- [14] SCHELLING, T.: Dynamic Models of Segregation. In: *Journal of Mathematical Sociology*. 1971, pp. 143-146.

- [15] TAYUR, S., ERHUN, F., KESKINOCAK, P.: *Spot Markets for Capacity and Supply Chain Coordination*. 2000, s. 32. Dostupný z WWW:
<http://citeseer.ist.psu.edu/erhun00spot.html>.
- [16] VESELÝ, J.: *Matematická analýza pro učitele I, II*. Praha: MatfyzPress, 1997, 452 s.
- [17] WATERSON, M.: Vertical Integration, Variable Proportions and Oligopoly. In: *The Economic Journal*, 1982, Vol. 92, No. 365, pp. 129-144.