Vysoká škola ekonomická v Praze

Fakulta financí a účetnictví

BAKALÁRSKA PRÁCA

2013 **Tomáš Grešlík**

Vysoká škola ekonomická v Praze

Fakulta financí a účetnictví

Katedra měnové teorie a politiky

Studijní obor: Bankovnictví a pojišťovnictví

Value at Risk ako základ moderného riadenia rizík

Autor bakalárskej práce: Tomáš Grešlík

Vedúci bakalárskej práce: Ing. Tomáš Čech

Rok obhajoby: 2014

Čestné prehlásenie

Prehlasujem, že bakalársku prácu na tému „Value at Risk ako základ moderného riadenia rizík “ som vypracoval samostatne a všetku použitú literatúru a ďalšie pramene som riadne označil a uviedol v priloženom zozname.

V Prahe dňa 9.1.2014

podpis

Poďakovanie

Na tomto mieste by som chcel poďakovať vedúcemu mojej bakalárskej práce Ing. Tomášovi Čechovi za ústretový prístup, za jeho doporučenia a cenné rady. Taktiež sa chcem poďakovať rodičom za podporu a pomoc počas môjho doterajšieho štúdia.

Abstrakt

Táto práca pojednáva o relatívne modernej metóde merania tržného rizika – Value at Risk, ktorá je široko používaná v oblasti riadenia rizík. Práca sa v prvej kapitole zaoberá rizikom, najmä finančným a jeho delením. Cieľom druhej kapitoly je jednak všeobecné oboznámenie s pojmom Value at Risk, prečo a kde sa metódy Value at Risk používajú, aké sú výhody a nevýhody ich použitia a jednak sú uvedené spôsoby a základné metódy výpočtu Value at Risk. Tretia kapitola obsahuje praktickú časť, v ktorej sú analyzované a porovnávané rôzne metódy výpočtu na reálnych vstupných dátach. Kapitola okrem samotného výpočtu obsahuje i verifikáciu použitého modelu výpočtu.

Abstract

The thesis discusses a relatively modern method of measuring market risk - Value at Risk, which is widely used in the area of risk management. The thesis in the first section deals with risk, particularly financial risk and its dividing. The aim of the second section is to familiarize the reader with the concept of Value at Risk, why and where Value at Risk is used, what are the advantages and disadvantages. This section also includes methods of calculating Value at Risk. Third section contains practical part which analyzes input data and demonstrates application of different methods of calculation. The section also includes verification of the calculation model used.

Obsah

ÚVOD **6**

1. RIZIKO **7**

1.1 DELENIE FINANČNÝCH RIZÍK 7

2. VALUE AT RISK **9**

2.1 DEFINÍCIA VALUE AT RISK 9

2.2 VYUŽITEĽNOSŤ VALUE AT RISK 11

2.3 VÝHODY A NEVÝHODY VALUE AT RISK 12

2.3.1 Výhody *12*

2.3.2 Nevýhody *13*

2.4 VÝPOČET VALUE AT RISK 13

2.4.1 Určenie vstupných parametrov pre výpočet *14*

2.4.2 Rizikové faktory *15*

2.4.3 Odvodzovacia procedúra *15*

2.4.4 Mapovacia procedúra *15*

2.4.5 Transformačná procedúra *16*

2.4.6 Meranie výnosov *16*

2.4.7 Konverzia časového horizontu *17*

2.5 ZÁKLADNÉ METÓDY VÝPOČTU VALUE AT RISK 18

2.5.1 Metóda Delta-Normal *18*

2.5.2 Metóda historickej simulácie *20*

2.5.3 Metóda Monte-Carlo *21*

3. ANALYTICKÁ ČASŤ **22**

3.1 VSTUPNÉ DÁTA 22

3.2 ANALÝZA VSTUPNÝCH DÁT 22

3.3 VYHLADZOVANIE DÁT 24

3.4 VÝPOČET A POROVNANIE 25

3.5 BACKTESTING 28

3.5.1 Verifikácia založená na miere zlyhaní *28*

3.5.2 Verifikácia založená na vierohodnostnom pomere *30*

ZÁVER **32**

ZOZNAM POUŽITEJ LITERATÚRY A ZDROJOV **33**

ZOZNAM TABULIEK, OBRÁZKOV A GRAFOV **34**

Úvod

Riadenie rizík je v súčasnej dobe neoddeliteľnou súčasťou v procese riadenia niektorých podnikov, zvlášť finančného charakteru. U bánk a ďalších veľkých finančných inštitúcií je veľmi dôležité z hľadiska zachovania stability finančného systému a poťažmo ekonomiky ako celku.

Value at Risk je jednou z najmodernejších kvantitatívnych metód používaných v procese riadenia rizík. Tento koncept, ktorý má približne 20-ročnú históriu, je základným kameňom pri riadení tržného, ale i kreditného rizika u mnohých bánk a poisťovní. Je obľúbený vďaka svojej jednoduchej interpretácii, kde všetky riziká sú zahrnuté do jediného čísla, ktoré už nevyžaduje hlbšie matematické a štatistické znalosti.

Práca je delená na dve hlavné časti - teoretickú a analytickú časť.

V teoretickej časti sú vysvetlené základné pojmy, definícia Value at Risk, prečo a kde sa koncept Value at Risk používa, aké sú výhody a nevýhody použitia. V neposlednej rade sú v tejto kapitole rozobraté spôsoby a základné metódy výpočtu Value at Risk.

Cieľom analytickej časti bolo naimplementovať rôzne spôsoby výpočtu Value at Risk, zanalyzovať a porovnať výsledky výpočtu, overiť predpoklady a verifikovať korektnosť použitého modelu. Výpočet bol implementovaný pomocou matematického softvérového nástroja MATLAB vlastnými algoritmami. Pre overenie správnosti boli výsledky vlastného výpočtu zrovnané s výpočtom na portále Bloomberg, kde nedošlo k významným odchýleniam. Na samotné štatistické testovanie predpokladov a verifikáciu modelu bol použitý štatistický softvérový nástroj R.

1. Riziko

Riziko v najširšom poňatí predstavuje možnosť vzniku nejakej udalosti s výsledkom odchyľujúcim sa od očakávaného s určitou pravdepodobnosťou. Ide teda o merateľnú veličinu spojenú s pojmom neistota.

Táto práca sa však vymedzuje na užší pojem – finančné riziko, konkrétne na jeho podskupinu tržné riziko. Bežnou definíciou finančného rizika je, že ide o riziko spojené s finančnými aktivitami a predstavuje pravdepodobnosť, že návratnosť investície bude iná ako očakávaná. Moderná teória portfólia, ktorú predstavil Harry Markowitz v polovici 20. storočia, zachádza v definícií rizika ešte ďalej a definuje ho presnejšie ako smerodajnú odchýlku náhodnej veličiny, ktorá predstavuje výnos portfólia. Pre vysvetlenie pojmu Value at Risk a princípu fungovania metód na jeho výpočet je pre nás táto definícia rizika najpresnejšia.

Ďalším atribútom rizika, ktorý na prvý pohľad nevyplýva z jeho bežnej definície, je jeho zloženie. Podľa Glyna Holtona má riziko vždy 2 komponenty: **neistota** a **vystavenie** (*uncertainty* a *exposure*) (Holton, 2013). Riziko je potom vystavenie voči takej veci alebo javu, ktoré majú nejakú neistú zložku. Pri absencii jedného z týchto komponentov ešte nemožno hovoriť o riziku. Ako príklad sa dá uviesť pravdepodobosť lavíny v Alpách. Ide o takú metriku rizika, ktorá kvantifikuje neistotu. Pokiaľ sa subjekt nachádza mimo Álp, nie je vystavený riziku. A opačne, pokiaľ subjekt čelí následku nejakej nepredvídateľnej udalosti, ktorá už nastala, hovoríme o metrike rizika, ktorá kvantifikuje vystavenie. Subjekt už nečelí riziku, vie, že škoda už nastala, otázny je už iba jej rozmer. Uvedené dvojzložkové rozdelenie rizika uvádzam zámerne kvôli základnej konštrukcii výpočtu Value at Risk, viď kapitola 2.3.

1.1 Delenie finančných rizík

Finančné riziko sa delí na:

- Tržné riziko
  Tržné riziko plynie z volatility tržných cien inštrumentov a ich dopadu na zisk investora. Rozmer tržného rizika závisí na citlivosti jednotlivých aktív a pasív na zmeny tržných cien a zmenových kurzov. Podľa toho, o aký trh sa jedná, sa tržné riziko delí ďalej na:
  - menové
  - úrokové
  - akciové
  - komoditné

- Kreditné riziko
  Kreditným rizikom je riziko, že protistrana nebude schopná splniť svoj záväzok. Ako príklad sa dá uviesť nesplatenie úveru klientom alebo odberateľom neuhradená faktúra. Všeobecne pod kreditným rizikom sa dajú predstaviť transakcie, ktoré v niektorej fáze očakávajú plnenie, či už finančné alebo nefinančné.

- Likvidné riziko

  Toto riziko súvisí s likvidnými prostriedkami protistrany a jej schopnosťou dostať sa v ľubovoľnom čase k svojim splatným záväzkom.

- Operačné riziko

  Operačné riziko súvisí s možnosťou vzniku straty v dôsledku prevádzkových chýb a nedostatkov alebo nesprávne nastaveného systému kontroly a právomocí. Príkladom môže byť nesprávne odoslanie peňazí na nesprávny účet, strata obchodnej zmluvy alebo strata dát v databáze. Tu sa zaradzuje i právne riziko, ktoré môže vzniknúť napr. ako dôsledok zrušenia kontraktu, čo môže viesť k vzniku finančného záväzku.

2. Value at Risk

Value at Risk je takou metrikou rizika, ktorá súčasne kvantifikuje vystavenie i neistotu v nejakej kombinácii.

2.1 Definícia Value at Risk

Najvšeobecnejším vyjadrením pojmu Value at Risk je, že ide o metriku maximálnej potenciálnej straty na množine rizikových aktív za dané obdobie pri danej úrovni spoľahlivosti.

Pr.: pokiaľ je hodnota Value at Risk stanovená na čiastku 10 miliónov USD pre obdobie jedného týždňa na úrovni spoľahlivosti 95%, znamená to, že existuje 5% pravdepodobnosť, že hodnota portfólia rizikových aktív poklesne o viac ako 10 miliónov USD (a zároveň existuje 95% pravdepodobnosť, že potenciálna strata nepresiahne čiastku 10 milionóv USD).

Formálne matematické vyjadrenie pojmu Value at Risk:

Uvažujme portfólio, ktoré ostáva nemenné z hľadiska pozícií obsiahnutých aktív od času t = 0 do času t = 1. Aktuálnu tržnú hodnotu portfólia označme ${}^{0}p$. Pozn.: notácia ${}^{t}p$ znamená hodnotu p v čase t, a teda v prípade hodnoty ${}^{0}p$ ide o pevné číslo. Ďalej označme tržnú hodnotu portfólia v čase t = 1 ako ${}^{1}P$. Táto hodnota je neznáma, ide o náhodnú premennú, ktorá má hustotu pravdepodobnostného rozdelenia, ďalej označenú ako $\boldsymbol{f}$. ($\boldsymbol{f}$ je teda funkcia hustoty pravdepodobnosti premennej ${}^{1}P$). Formálne je potom hodnota Value at Risk funkciou závislou na hodnote ^{0}p a vlastnosti ${}^{1}P$, teda na pravdepodobnostnom rozdelení $\boldsymbol{f}$.

Platí, že pre danú hladinu spoľahlivosti q, je najhoršou možnou realizáciou veličiny ${}^{1}P$ taká hodnota W^*, pre ktorú platí:

$$q = Prob\left({}^{1}P > W^* \right) = \int_{W^*}^{\infty} f(x)\, dx$$

$$1 - q = Prob\left({}^{1}P \leq W^* \right) = \int_{-\infty}^{W^*} f(x)\, dx$$

$$W^* = F^{-1}(1 - q)$$

kde $\boldsymbol{F}$ je kumulatívna distribučná funkcia náhodnej veličiny ${}^{1}P$ a $\boldsymbol{F}^{-1}$ je inverzná funkcia k funkcii $\boldsymbol{F}$.

Hodnota Value at Risk je potom definovaná buď ako *relatívna* - daná rozdielom hodnôt E(^1P) a W^* (E(X) označuje strednú hodnotu):

$$VaR = E\left({}^1P\right) - F^{-1}(1-q)$$

alebo ako *absolútna* – daná rozdielom hodnôt ^0p a W*:

$$VaR = {}^0p - F^{-1}(1-q)$$

Hodnota W* je tzv. kvantilom rozdelenia budúcej hodnoty portfólia na úrovni 1 - q. Z definície je zrejmé, že problém určenia hodnoty Value at Risk v podstate spočíva v určení pravdepodobostného rozdelenia náhodnej veličiny budúcej hodnoty portfólia.

Predošlá definícia Value at Risk sa dá zapísať i v tvare, ktorý obsahuje výnosovú zložku:

Platí, že $^1P = {}^0p * (1 + R)$, kde R je náhodná premenná reprezentujúca výnos za obdobie od 0 do 1. Najhoršou možnou realizáciou veličiny R je hodnota R^*, pre ktorú platí $W^* = {}^0p * (1 + R^*)$. Value at Risk (jeho absolútnu verziu) potom môžeme definovať ako:

$$VaR = {}^0p - W^* =$$

$$= {}^0p - {}^0p(1 + R^*) =$$

$$= {}^0p - {}^0p - {}^0p \times R^* =$$

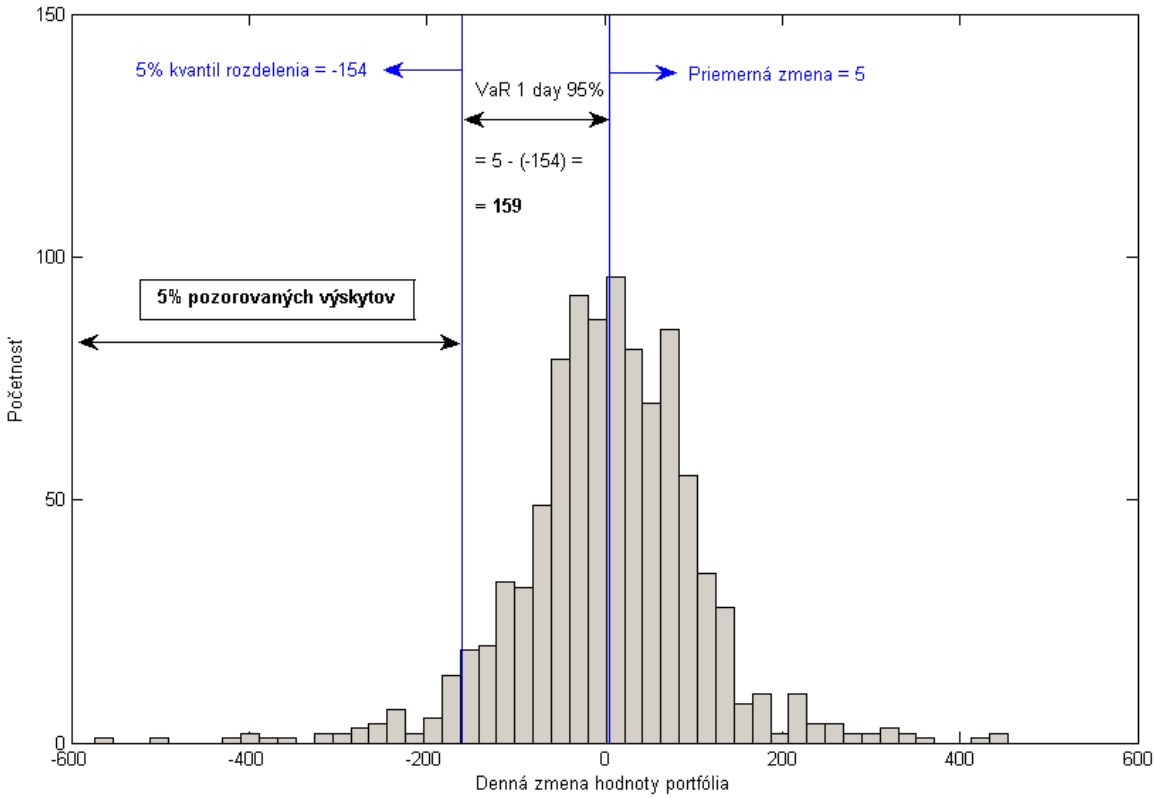
$$= - {}^0p \times G^{-1}(1-q)$$

kde $\boldsymbol{G}$ je kumulatívna distribučná funkcia náhodnej veličiny R a $\boldsymbol{G}^{-1}$ je inverzná funkcia k funkcii $\boldsymbol{G}$ ($G^{-1}(1 - q)$ je kvantil na úrovni 1 - q).

K špecifikácii merania Value at Risk je potrebné mať predom určené nasledujúce parametre:

- Časový horizont, za ktorý meriame riziko
- Úroveň spoľahlivosti
- Mena, v ktorej je potenciálna strata denominovaná

Obrázok 1 - Ilustrácia hodnoty Value at Risk



2.2 Využiteľnosť Value at Risk

Metóda merania rizika pomocou Value at Risk môže byť v podstate použitá akoukoľvek inštitúciou, ktorá je vystavená tržnému riziku. Hlavnou výhodou Value at Risk je jeho jednoduchá interpretácia a fakt, že všetky informácie sú obsiahnuté v jedinom čísle.

Použitie Value at Risk sa rozdeľuje na:

- Pasívne – pre report informácií. Prvotné využitie metódy Value at Risk bolo meranie celkového rizika v rámci organizácie. Slúži pre potreby informovania managementu, prípadne akcionárov o riziku vyplývajúcom z obchodovania a investičných operácií.
- Defenzívne – pre kontrolu rizika. Value at Risk môže stanovovať limity pozícií pre obchodníkov a účastníkov trhu.
- Aktívne – pre riadenie rizika. Value at Risk môže slúžiť na alokovanie kapitálu pre obchodníkov. Tento proces začína prispôsobovaním výnosov na riziko. Tzv. *risk-adjusted performance measures* (miera výkonnosti prispôsobená na riziko) automaticky upravuje snahu obchodníkov o priberanie extra rizika, čo v následku môže viesť organizáciu k lepšiemu výnosovo-rizikovému profilu.

Value at Risk vďaka svojej použiteľnosti a jednoduchej interpretácií je dnes využívaný nasledujúcimi inštitúciami:

- Finančné inštitúcie – banky, ktoré spravujú veľké obchodné portfólia a sú vystavené mnohým zdrojom rizika, dnes implementujú centralizované systémy risk managementu.
- Regulátori – regulácia finančných inštitúcií vyžaduje minimálne hranice kapitálovej primeranosti ako bezpečnostnú rezervu proti finančným rizikám. Regulačné komisie po celom svete prijali Value at Risk ako jedno z merítok rizika.
- Nefinančné spoločnosti – centralizovaný risk management je vhodný i pre nadnárodné spoločnosti, ktorých príjmy a výdaje môžu byť denominované v rôznych menách.
- Správcovia aktív – metóda Value at Risk je dnes prijímaná i napr. správcami penzijných fondov.

2.3 Výhody a nevýhody Value at Risk

2.3.1 Výhody

Jednoduchosť:

Medzi najväčšie výhody metódy Value at Risk patrí jej jednoduchosť a relatívne ľahká pochopiteľnosť, čo je zrejme aj dôvodom jej celosvetového rozšírenia.

Merná jednotka:

Ďalšou výhodou je transparentnosť mernej jednotky Value at Risk, na rozdiel od iných rizikových mier ide pri presne stanovených podmienkach o výšku straty v peniazoch vyjadrených v niektorej mene.

Univerzálnosť:

Value at Risk môže byť použitý pre meranie rizikovosti ľubovoľného portfólia pri splnení podmienok použitia Value at Risk zloženého či už z akcií, dlhopisov alebo i derivátov.

Globálnosť:

Finančné inštitúcie sú vystavené rôznorodým finančným rizikám, ktoré sú ďalej delené a obecne pri kvantifikovaní rizika za celú finančnú inštitúciu môže byť pomerne náročné jednotlivé riziká „sčítať“. To je možné previesť rôznym spôsobom, najčastejšie pomocou korelačných matích, ktoré určujú mieru súčasného pôsobenia všetkých dvojích rôznych rizík. U Value at Risk tento problém odpadá, sumarizuje a meria všetky riziká naraz. Value at Risk je agregovaná riziková miera (Ambrož, 2011, s. 107).

2.3.2 Nevýhody

Value at Risk nemeria výšku potenciálnej najväčšej straty, napr. 99% Value at Risk vypovedá o tom, že v 1% prípadov bude strata väčšia ako očakávaná, ale nevypovedá vôbec o jej celkovej výške.

Pri výpočte Value at Risk u portfólií je potrebné odhadovať koreláciu medzi jednotlivýcmi aktívami. Pri zvyšujúcom sa počte inštrumentov v portfóliu časová náročnosť výpočtu stúpa exponenciálne.

Value at Risk nie je subaditívna riziková miera. V niektorých prípadoch sa môže stať, že riziko portfólia môže byť väčšie ako súčet rizík portfólií vzniknutých rozdelením pôvodného portfólia. To odporuje intuitívnym predstavám o riziku.

Ďalším nedostatkom metódy Value at Risk je nejednoznačnosť výpočtových postupov, kde rôzne metódy môžu viesť k rôznym výsledkom.

Obecnou nevýhodou metód Value at Risk je fakt, že sú založené na historických dátach, a teda iba simulujú hodnotu v riziku minulého portfólia.

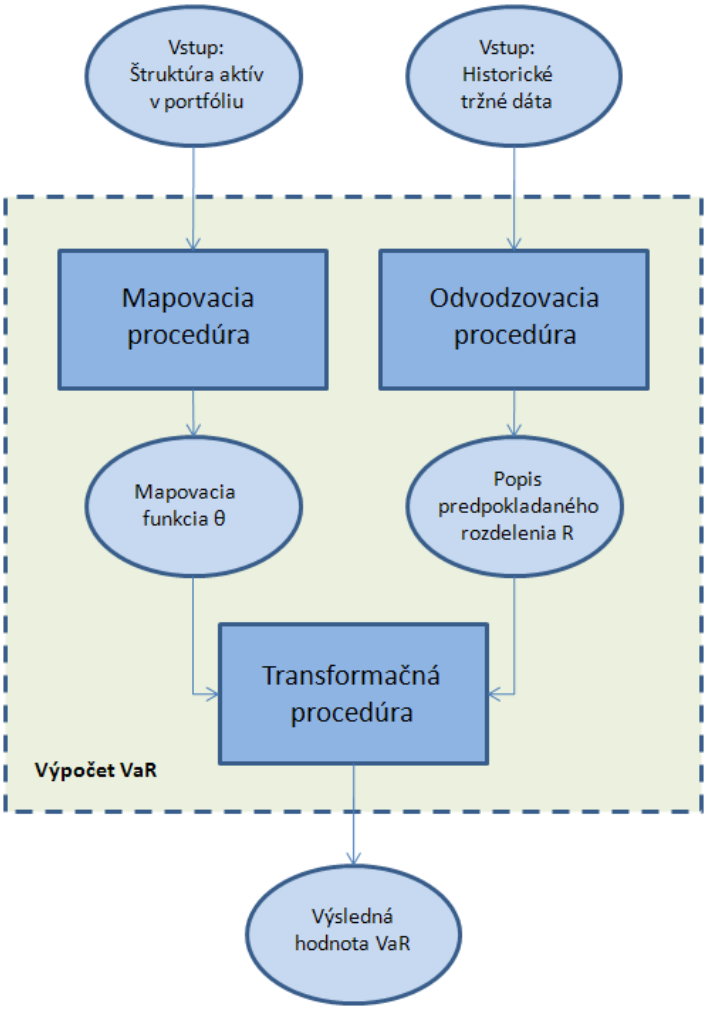
2.4 Výpočet Value at Risk

Všeobecne by sa dal zhrnúť výpočet Value at Risk do nasledujúcich krokov:

1. Určenie parametrov/hodnôt výpočtu uvedených v predošlej kapitole.
2. Určenie tzv. rizikových faktorov, ktoré v rámci zložky rizika vyjadrujú „*neistotu*“.
3. Charakteristika predpokladaných distribučných funkcií rizikových faktorov na základe historických tržných dát – *odvodzovacia procedúra*.
4. Stanovenie spôsobu mapovania jednotlivých zložiek portfólia na množinu rizikových faktorov – *mapovacia procedúra*. Ide o vyjadrenie druhej zložky rizika – „*vystaveniu*“.
5. Stanovenie výslednej hodnoty Value at Risk pre uvažované portfólio – *transformačná procedúra*.

Uvedený postup je schématicky zachytený na nasledujúcom obrázku:

Obrázok 2 - Schéma výpočtu Value at Risk



2.4.1 Určenie vstupných parametrov pre výpočet

Pri určovaní vstupných parametrov záleží na cieli, čo chce risk manager pomocou Value at Risk meriať. Obecne sú parametre hladiny spoľahlivosti a časového horizontu volené ľubovoľne. Avšak napr. pre účely regulátora sú tieto hodnoty stanovené/doporučené. Basilejský výbor pre bankový dohľad napr. stanovuje hladinu spoľahlivosti na úrovni 99% a časový horizont 10 dní.

2.4.2 Rizikové faktory

Pod rizikovým faktorom chápeme nejakú náhodnú veličinu ${}^{1}Q_i$, ktorej hodnota je realizovaná v rámci časového intervalu od času t=0 po čas t=1 a ktorá ovplyvňuje tržné ohodnotenie portfólia v čase t=1. Rizikový vektor ${}^{1}\mathbf{Q}$ je potom náhodný vektor rizikových faktorov:

$$ {}^{1}\boldsymbol{Q} = ({}^{1}Q_1,\ {}^{1}Q_2, \dots,\ {}^{1}Q_n) $$

kde n je počet rizikových faktorov.

V metodológii Value at Risk hrajú dôležitú úlohu 2 rizikové vektory a 1rizikový faktor:

- ${}^{1}P$ – budúca hodnota portfólia (v čase t=1)

  Reprezentuje tržnú hodnotu portfólia v čase t=1, pre ktoré je meraná hodnota Value at Risk.

- ${}^{1}\mathbf{S}$ – vektor aktív

  Reprezentuje vektor hodnôt aktív, ktoré tvoria uvažované portfólio.

- ${}^{1}\mathbf{R}$ – vektor východzích rizikových faktorov

  Reprezentuje vektor východzích alebo tiež tzv. kľúčových rizikových faktorov, ktoré ovplyvňujú vektor ${}^{1}\mathbf{S}$ a následne teda i hodnotu ${}^{1}P$. Pod rizikovými faktormi si môžeme predstaviť napr. ceny aktív, úrokové miery, spready, duráciu alebo implikovanú volatilitu. Pozn.: v niektorých prípadoch pri výpočte hodnoty Value at Risk je vektor ${}^{1}\mathbf{R}$ priamo i vektorom ${}^{1}\mathbf{S}$.

2.4.3 Odvodzovacia procedúra

Pre výsledné určenie hodnoty Value at Risk potrebujeme poznať distribučné rozdelenie náhodnej premennej ${}^{1}P$. Keďže táto veličina je závislá od rizikových faktorov, musíme najprv charakterizovať distribučné rozdelenie vektoru ${}^{1}\mathbf{R}$. Odvodzovacia procedúra pritom nemusí nutne plne špecifikovať distribučné rozdelenie vektoru rizikových faktorov, vyžadovaná môže byť iba informácia, ktorá postačuje na určenie hodnoty vybranej metriky Value at Risk. Niektoré odvodzovacie procedúry napr. charakterizujú distribučné rozdelenie vektoru ${}^{1}\mathbf{R}$ iba kovariančnou maticou.

2.4.4 Mapovacia procedúra

V matematike mapovanie znamená funkciu. V kontexte Value at Risk si pod mapovaním môžeme predstaviť matematickú funkciu medzi rizikovými vektormi.

$$ {}^{1}\boldsymbol{Q} = \varphi({}^{1}\boldsymbol{R}) $$

kde φ je mapovacia funkcia.

Mapovanie portfólia je potom také mapovanie φ, ktoré definuje hodnotu ${}^{1}P$ na základe nejakého rizikového faktoru.

Ako jednoduchý príklad sa dá uviesť mapovanie expozície:

Nech vektor ${}^{1}\mathbf{S}$ je vektorom cien akcií a vektor **ω** je vektor predstavujúci počty akcií (obsiahnutých vo vektore ${}^{1}\mathbf{S}$), ktoré tvoria sledované portfólio. Hodnota ${}^{1}P$ bude potom daná:

$$ {}^{1}P = \boldsymbol{\omega}\ {}^{1}\boldsymbol{S} $$

2.4.5 Transformačná procedúra

Úlohou transformačnej procedúry je využiť zistené skutočnosti z odvodzovacej a mapovacej procedúry a charakterizovať distribučné rozdelenie náhodnej veličiny ${}^{1}P$ a následne určiť výslednú hodnotu metriky Value at Risk.

2.4.6 Meranie výnosov

V súvislosti s meraním tržného rizika sa ako náhodné veličiny používajú miery výnosu finančných aktív. Predpokladajme, že mieru výnosu pozorujeme od obdobia t-1 do obdobia t. Existujú dva prístupy ako definovať výnos za toto obdobie – aritmetický a geometrický.

<u>Pozn.:</u> budeme sa držať notácie uvedenej v kapitole 2.1

<u>Aritmetická definícia výnosu:</u>

$$ {}_{t}R = \frac{{}_{t}P + {}_{t}D - {}_{t-1}P}{{}_{t}P} $$

<u>Geometrická definícia výnosu:</u>

$$ {}_{t}R = \ln\left(\frac{{}_{t}P + {}_{t}D}{{}_{t-1}P}\right) $$

kde:

${}_{t}R$	Miera výnosu od obdobia t-1 po obdobie t
${}_{t}P$	Cena finančného aktíva na konci obdobia t

$_{t-1}P$ Cena finančného aktíva na konci obdobia t-1

$_{t}D$ Vedľajšie príjmy z finančného aktíva v čase od t-1 do t

Zložka $_{t}P - _{t-1}P$ tvorí tzv. kapitálový výnos a zložka $_{t}D$ bežný výnos plynúci z držby aktíva, napr. dividenda alebo kupónová platba.

Použitie geometrickej definície výnosu má dve výhody. Prvou je ekonomická interpretácia – pokiaľ má geometrický výnos normálne rozdelenie, nikdy to nevedie k zápornej cene aktíva. U aritmetického výnosu je to opačne. Druhou výhodou je matematicky jednoduché rozšírenie na viacero období. Uvažujme napr. 2 po sebe idúce obdobia od času t-2 po t-1 a od času t-1 po t:

Platí:

$$_{t-2,t}R = \ln\left(\frac{_{t}P}{_{t-2}P}\right) = \ln\left(\frac{_{t}P}{_{t-1}P} \times \frac{_{t-1}P}{_{t-2}P}\right) = \ln\left(\frac{_{t}P}{_{t-1}P}\right) + \ln\left(\frac{_{t-1}P}{_{t-2}P}\right) = {}_{t-2,t-1}R + {}_{t-1,t}R$$

Obecne teda:

$$_{t-n,t}R = \sum_{i=0}^{n-1} {}_{t-n+i,t-n+i+1}R$$

kde notácia $_{x,y}R$ znamená mieru výnosu od obdobia x po obdobie y.

2.4.7 Konverzia časového horizontu

V kapitole 2.1 sme pri definícii hodnoty Value at Risk implicitne uvažovali, že uvažované obdobie, za ktoré meriame potenciálnu stratu, odpovedá perióde, za ktorú máme dáta rizikových faktorov. Tzn. že pokiaľ dáta rizikových faktorov sú dané na dennej báze, uvedenou definíciou získame Value at Risk za 1 deň. V praxi je ale potrebné uvažovať aj iný, dlhší časový horizont. Pri prijatí istého predpokladu je možná jednoduchá transformácia.

Výnos za n dní sa dá vypočítať podľa vzťahu uvedeného v kapitole 2.3.6 ako súčet výnosov za jednotlivé dni. Pre strednú hodnotu a rozptyl veličiny R(t-n, t) teda platí:

$$E\left({}_{t-n,t}R\right) = \sum_{i=0}^{n-1} E\left({}_{t-n+i,t-n+i+1}R\right)$$

$$\sigma^2\left({}_{t-n,t}R\right) = \sum_{i=0}^{n-1} \sigma^2\left({}_{t-n+i,t-n+i+1}R\right) + \sum_{i=0}^{n-1} \sum_{\substack{j=0,\\ j\neq i}}^{n-1} COV\left({}_{t-n+i,t-n+i+1}R, {}_{t-n+j,t-n+j+1}R\right)$$

Pokiaľ prijmeme predpoklad, že náhodné veličiny reprezentujúce výnosy v rôznych časových obdobiach sú na sebe nezávislé a rovnako rozdelené, platilo by nasledujúce transformačné rovnice:

$$E({}_{t-n,t}R) = nE({}_{t-1,t}R)$$

$$\sigma^2\left({}_{t-n,t}R\right) = n\sigma^2\left({}_{t-1,t}R\right)\ resp.\ \sigma\left({}_{t-n,t}R\right) = \sigma({}_{t-1,t}R) \times \sqrt{n}$$

Hodnota Value at Risk pre n dní sa potom dá vypočítať ako:

$$VaR_n = \sqrt{n} \times VaR_1$$

2.5 Základné metódy výpočtu Value at Risk

Najširším delením metód výpočtu Value at Risk je delenie do dvoch skupín – parametrické a neparametrické. Základom u parametrických metód je určenie štatistických parametrov modelovaného rizika. U neparametrických metód sú využívané rôzne simulačné postupy a výpočty založené na historických dátach. Medzi predstaviteľov parametrických metód patrí napr. metóda Delta-Normal, medzi neparametrické potom historická simulácia alebo metóda Monte-Carlo.

2.5.1 Metóda Delta-Normal

Táto metóda má 2 hlavné predpoklady:

- normalitu rozdelení rizikových faktorov **R** [1]
- lineárnu závislosť medzi budúcou hodnotu portfólia P a vektorom rizikových faktorov **R**

<u>Odvodenie výpočtu Value at Risk parametrickou metódou Delta-Normal:</u>

Pre jednoduchosť budeme uvažovať iba jeden rizikový faktor R. Hodnota portfólia je lineárnou funkciou tohto faktoru, teda existuje lineárna funkcia $\boldsymbol{\theta}$ taká, že P = $\boldsymbol{\theta}$(R). Funkcia $\boldsymbol{\theta}$ sa teda dá zapísať v tvare $\boldsymbol{\theta}$(R) = bR + a.

Prvým krokom výpočtu Value at Risk metódou Delta-Normal je stanovenie aktuálnej tržnej hodnoty portfólia:

${}_0$P = $\boldsymbol{\theta}$(${}_0$**R**).

[1] V zmysle, že miera zmeny rizikového faktoru (dR/R) je náhodná veličina s normálnym rozdelením

Ďalej definujeme ${}_0\Delta$ ako prvú deriváciu funkcie $\boldsymbol{\theta}$ podľa rizikového faktoru R vyhodnotenú na aktuálnej tržnej hodnote resp. v čase 0. Ide teda o vyjadrenie sensitivity zmeny hodnoty portfólia voči miere zmeny rizikového faktoru.

Celkovú zmenu v hodnote portfólia teda môžeme vyjadriť ako:

$$dP = \frac{\partial P}{\partial R}|_0 \, dR = \ {}_0\Delta \times dR \ (= a \times dR)$$

Z lineárnosti funkcie $\boldsymbol{\theta}$ plynie, že aj uvedený vzťah medzi zmenou hodnoty portfólia a mierou zmeny rizikového faktoru je lineárny, takže najhoršia možná zmena v hodnote portfólia je dosiahnutá najhoršou možnou mierou zmeny rizikového faktoru, teda:

$$VaR_{portfólio} = \left| \ {}_0\Delta \right| \times VaR_R$$

Z predpokladu o normalite rozdelenia rizikového faktoru (resp. miery zmeny) a z definície uvedenej v kapitole 2.1 ďalej vyplýva, že:

$$VaR_R = - \ {}_0R \times \sigma \times u_{1-q}$$

kde:

${}_0$R	Hodnota rizikového faktoru v čase 0
σ	Smerodajná odchýlka miery zmeny na rizikovom faktore R
$u_{1\text{-}q}$	Kvantil normovaného normálneho rozdelenia na úrovni 1 – q

Celková hodnota Value at Risk je teda daná:

$$VaR_{portfólio} = -u_{1-q} \times \left| \ {}_0\Delta \right| \times R_0 \times \sigma$$

Príkladom rizikového faktoru môže byť u akciových inštrumentov akciový index, kde hodnotu Δ reprezentuje tzv. hodnota *beta*, ktorá popisuje koreláciu zmeny hodnoty v cene akcie voči zmene hodnoty akciového indexu. U inštrumentov s pevným výnosom môže byť rizikovým faktorom výnos do splatnosti, kde hodnotu Δ reprezentuje *durácia*.

Vyššie uvedený vzťah sa dá pretransformovať do obecnejšej podoby, ktorá už uvažuje viac ako jeden rizikový faktor. Smerodajná odchýlka σ vyjadrujúca zložku „*neistoty*“ je nahradená

kovariančnou maticou **Σ** nad rizikovými faktormi a členy Δ a R_0 vyjadrujúce zložku „*vystavenia*“ sú zakomponované do vektoru ***x***, ktorý reprezentuje držané pozície v portfóliu.

$$VaR_{portfólio} = -u_{1-q}\sqrt{x^T \Sigma x}$$

Výhody a nevýhody:

Parametrická metóda (tiež nazývaná analytická alebo variančno-kovariančná) je z hľadiska jej implementácie pomerne jednoduchou metódou pre výpočet hodnoty Value at Risk. V prípade veľkého množstva aktív v portfóliu sú ich pozície nahrádzané lineárnou expozíciou voči rizikovým faktorom, a teda vstupné dáta sú väčšinou rozsahovo pomerne limitované a zároveň pri implementácii metódy nie sú potrebné žiadne simulačné procedúry, takže i z hľadiska časovej náročnosti je táto metóda výhodná.

Priamočiarosť tejto metódy je ale aj jej hlavnou nevýhodou. Na jednej strane parametrický prístup požaduje dôležitý predpoklad, že historické výnosy ako i zmeny cien aktív obsiahnutých v portfóliu majú normálne rozdelenie. Tento predpoklad je ale v praxi príliš silný. A na druhej strane, metóda nevyjadruje s dostatočnou presnosťou potenciálnu stratu u inštrumentov s nelineárnym charakterom, napr. opcie alebo hypotekárne záložné listy. Ďalším problémom u tejto metódy môže byť výskyt tzv. *fat tails* – ide o prípad, že uvažované pravdepodobnostné rozdelenie nejakého rizikového faktoru sa bude prejavovať veľkými hodnotami šikomosti alebo špicatosti. Keďže Value at Risk sa snaží podchytiť správanie rozdelenia na ľavom konci, uvedený problém fat tails sa u tejto metódy založenej na predpoklade normality môže prejaviť podcenením skutočného rizika.

2.5.2 Metóda historickej simulácie

Ide o relatívne jednoduchú metódu, či už z hľadiska pochopenia alebo jej samotnej implementácie. Metóda na rozdiel od parametrických nevyžaduje predpoklad o rozdelení podkladových rizikových faktorov. Je založená na predpoklade, že história sa opakuje. Vychádza sa z historických dát rizikových faktorov, pričom na časové rady historických výnosov sa aplikujú aktuálne váhy aktív v portfóliu. Takto získané výnosy portfólia nereprezentujú aktuálne portfólio, ale rekonštruujú históriu hypotetického portfólia pomocou využitia aktuálnych váh. Intuitívne by sa dalo povedať, že pokiaľ by podkladové rizikové faktory splňovali predpoklad normality rozdelenia, výpočítaná hodnota Value at Risk pomocou tejto metódy by mala byť blízka hodnote získanej metódou Delta-Normal.

Výhody a nevýhody:

Metóda na rozdiel od parametrickej metódy nepredpokladá normalitu rozdelenia rizikových faktorov ani lineárnu závislosť medzi hodnotou portfólia a rizikovými faktormi.

Slabou stránkou metódy je, že vyžaduje časovo dostatočne rozsiahle historické dáta, čo môže v niektorých prípadoch aktív znamenať problém (krátka história dát). Metóda sa ďalej spolieha na predpoklad, že história sa bude opakovať, čo v praxi neplatí. Pokiaľ nie je metóda žiadnym spôsobom modifikovaná, každý časový okamih, u ktorého máme zaznamenané dáta, má rovnakú váhu, môže viesť k značným nepresnostiam, pokiaľ dáta majú sklon k nestálosti v čase.

2.5.3 Metóda Monte-Carlo

Metóda Monte-Carlo je simuláciou hodnoty vývoja hodnoty portfólia, ktorá využíva historické dáta k odhadom parametrov rizikových faktorov, následne ich simuluje a výsledkom je simulácia celkovej hodnoty portfólia alebo tiež celkový zisk/strata. Na konci je zo všetkých simulovaných realizácií určené distribučné rozdelenie výnosov, z ktorých je následne možné meriať hodnotu Value at Risk.

Monte Carlo simulácia má mnoho podobného s metodikou historickej simulácie. Hlavný rozdiel je ten, že namiesto uskutočňovania simulácie využitím pozorovaných zmien trhových faktorov počas posledných N periód na generovanie N hypotetických ziskov a strát portfólia sa vyberie štatistické rozdelenie, ktoré adekvátne alebo aspoň približne zachytáva možné zmeny trhových faktorov. Tvorca systému manažmentu rizika môže slobodne zvoliť ľubovoľné rozdelenie, ktoré považuje za vhodné na popísanie budúcich zmien trhových faktorov. Možnosť zvoliť si vhodné rozdelenie a jeho parametre je prvok, ktorým sa simulácia Monte Carlo odlišuje od predchádzajúcich dvoch prístupov.

Nespornou výhodou tejto metódy je jej použiteľnosť i na nelineárne inštrumenty, na druhej strane táto metóda je výpočetne najzložitejšia, a teda i časovo náročnejšia.

3. Analytická časť

Cieľom praktickej časti práce bolo naimplementovať jednu parametrickú a jednu neparametrickú metódu a porovnať výsledky na konkrétnom portfóliu. Súčasťou je i analýza vstupných dát, overenie predpokladov a verifikácia použitého modelu.

3.1 Vstupné dáta

Vstupom bolo portfólio zložené z niekoľkých akcií. Všetky z nich sú vysoko likvidné, aby bola zaručená úplnosť a korektnosť vstupných dát. Zároveň pri ich výbere bola snaha o rôznorodosť odvetví, v ktorých daná firma pôsobí. Do portfólia boli teda zvolené nasledujúce akcie s uvedeným zastúpením v portfóliu:

Tabuľka 1 - Zloženie sledovaného portfólia

Názov firmy	Odvetvie	Aktuálna cena	Expozícia
Exxon Mobil Corporation	Energetický priemysel	87,61 USD	30 ks
Pepsico	Spotrebný tovar (nealkoholické nápoje)	83,33 USD	30 ks
Wells Fargo and Company	Finančný sektor	42,76 USD	60 ks
Pfizer	Zdravotníctvo	30,60 USD	100 ks
General Electric	Priemyselný tovar	25,70 USD	120 ks
United Parcel Service	Služby (preprava)	93,95 USD	30 ks
Microsoft	Technológie	33,76 USD	80 ks
Počiatočná hodnota portfólia		19 357,1 USD	

Zdrojom dát bol finančný server finance.yahoo.com, kde boli zistené ceny jednotlivých aktív od obdobia 4.1.2010 až 23.10.2013. Zistené ceny už zohľadňovali vplyv vyplácaných dividend.

3.2 Analýza vstupných dát

Predpokladom pre správnosť použitej metódy výpočtu Value at Risk je overenie, že vstupné dáta splňujú predpoklad normality. Za týmto účelom bol použitý Kolmogorovov-Smirnovov test, ktorý testuje, či výnosy jednotlivých aktív pochádzajú z normálneho rozdelenia. Na samotný test bol využitý štatistický program R, kde na jednej strane do testu vstupujú výnosy jednotlivých aktív resp. celého portfólia a na strane druhej náhodne vygenerované dáta z normálneho rozdelenia, ktorého parametre strednej hodnoty a rozptylu boli stanovené na výberové stredné hodnoty a rozpytly nami sledovaného vzorku, t.j. výnosov aktív a taktiež celého portfólia.

Nulová hypotéza teda predpokladá, že testovaný výber odpovedá vybranému teoretickému rozloženiu, v našom prípade normálnemu rozdeleniu.

Výsledky testov sú uvedené v následujúcej tabuľke:

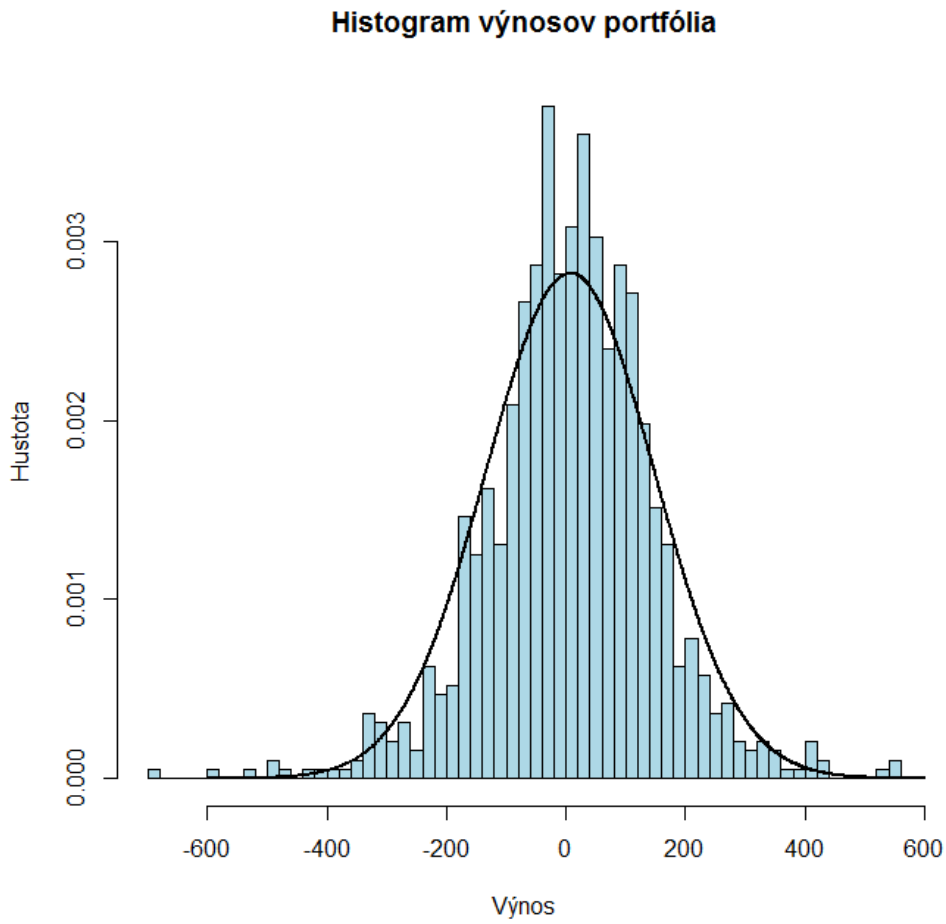
Tabuľka 2 - Test normality vstupných dát

Testovaná entita	p-hodnota z testu	Zamietnutie hypotézy na 95% hladine spoľahlivosti?
Exxon Mobil Corporation	0,1804	NIE
Pepsico	0,0243	ÁNO
Wells Fargo and Company	0,07574	NIE
Pfizer	0,05464	NIE
General Electric	0,03948	ÁNO
United Parcel Service	0,05661	NIE
Microsoft	0,05058	NIE
Celé portfólio	**0,06732**	**NIE**

Z prevedených testov vidíme, že v 2 prípadoch sme zamietli nulovú hypotézu o normalite výnosov daného aktíva. V praxi sa to stáva a môže to byť spôsobené napr. problémom rozdelenia s tzv. dlhými koncami, t.j. niekoľko pozorovaní sa značne vychyľuje od strednej hodnoty. Test však potvrdil normalitu rozdelenia výnosov celého portfólia, a teda z hľadiska predpokladu normality budeme predpokladať, že model použitý vo výpočte je prijateľný.

Na nasledujúcom obrázku je uvedené rozdelenie výnosov uvažovaného portfólia, ktoré je preložené hustotou normálneho rozdelenia so strednou odchýlkou a rozptylom z výberového vzorku dát (výnosov portfólia).

Obrázok 3 - Histogram výnosov portfólia



3.3 Vyhladzovanie dát

Najjednoduchšia verzia metód výpočtu prideľuje vstupným dátam rovnakú váhu. Táto skutočnosť môže viesť k určitému skresleniu výsledkov, napr. po období zvýšenej volatility a následnej dlhodobejšej stabilizácii vo výnosoch by výsledky výpočtu Value at Risk by príliš zohľadňovali dáta, ktoré sú historicky najstaršie, čo môže byť nežiaduce. Jedna z možných variant riešenia spočíva v tzv. vyhladzovaní dát - rôznym pozorovaniam sa pridelia rôzne váhy. Pre tento účel je najčastejšie používaná metóda exponenciálne váženého pohyblivého priemeru (Exponentially Weighted Moving Average - EWMA). Táto metóda prideľuje predchádazjúcemu pozorovaniu λ-krát menšiu váhu ako aktuálnemu pozorovaniu. Parameter λ je pritom stanovený pevne predom. Aby súčet váh bol rovný 1, platí, že pri *n* pozorovaniach je koeficient pri *i*-tom pozorovaní rovný:

$$\lambda^{i-1}\frac{1-\lambda}{1-\lambda^n}$$

3.4 Výpočet a porovnanie

Základná verzia implementácie porovnáva vypočítané hodnoty Value at Risk podľa rôzne nastavených parametrov výpočtu a podľa použitej metódy výpočtu. Pri výpočte je pritom zohľadnená celá časová rada od začiatku uvažovaného obdobia.

Tabuľka 3 - Vypočítané hodnoty Value at Risk pre konkrétny dátum

Metóda / **Parametre**	**Delta-Normal**	**Delta-Normal EWMA**	**Historická simulácia**	**Historická simulácia EWMA**
t=1;p=0.95; λ=0.97	336,39 USD	226,06 USD	224,60 USD	164,10 USD
t=1;p=0.99; λ=0.97	475,76 USD	319,72 USD	392,30 USD	267,20 USD
t=10; p=0.95; λ=0.97	1 063,74 USD	714,86 USD	710,24 USD	518,93 USD
t=10;p=0.99; λ=0.97	1 504,47 USD	1 011,05 USD	1240,56 USD	844,96 USD

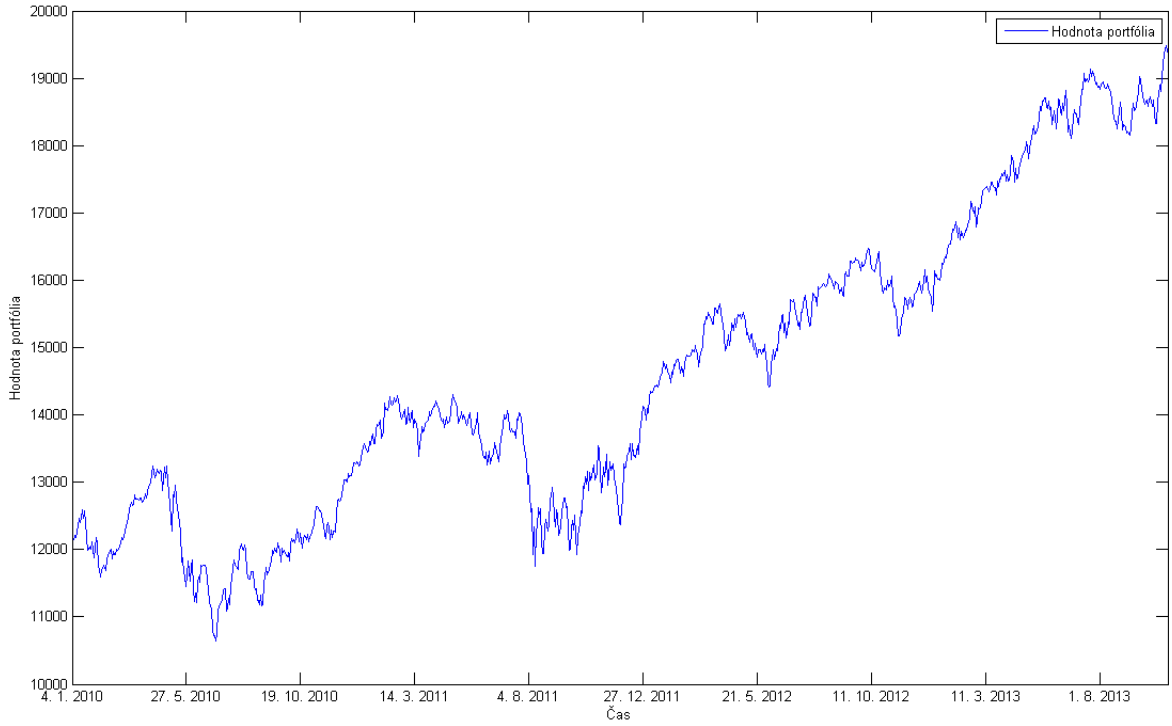
Z uvedených výsledkov vidíme, že rôzne metódy viedli k rôznym výsledkom. Aj samotné vyhladenie dát za použitia rovnakého modelu spôsobilo nezanedbateľný rozdiel vo výsledku. Daná skutočnosť ma motivovala k preskúmaniu ako sa hodnota Value at Risk vyvíja u rôznych modelov v čase.

Za týmto účelom vznikla rozšírená verzia implementácie, v ktorej bude zavedené tzv. posuvné okno s predom danou veľkosťou. Táto veľkosť bude určovať, za aké dlhé obdobie (v dňoch) sa bude hodnota Value at Risk počítať. Výsledkom potom bude historicky vývoj hodnoty Value at Risk.

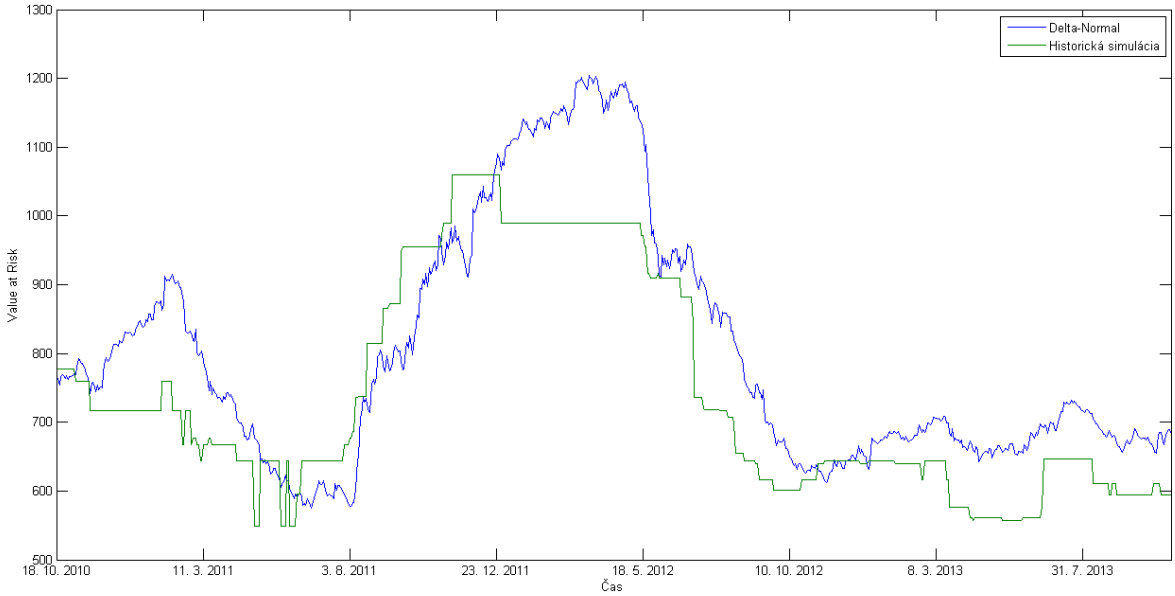
Podkladové dáta ostali rovnaké, veľkosť posuvného okna je zvolená na 200 obchodných dní.

Pre lepšiu predstavu a interpretáciu výsledkov výpočtu Value at Risk v čase je v nasledujúcom grafe znázornený vývoj hodnoty sledovaného portfólia. Vidíme, že obdobie v druhom polroku roku 2011 je charakteristické zvýšenou volatilitou. Trh (resp. portfólio) v tomto období zaznamenal korekciu rastového trendu a následne znovu pomerne prudko stúpal.

Obrázok 4 - Vývoj hodnoty portfólia



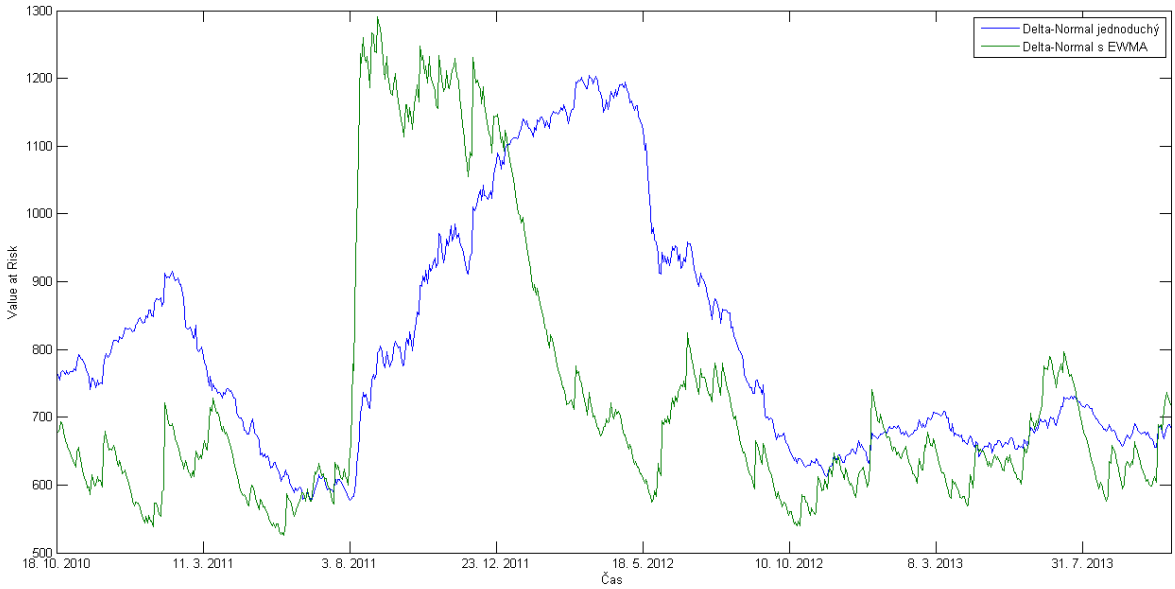
Obrázok 5 - Porovnanie výpočtu Value at Risk metódou Delta-Normal a Historickou simuláciou



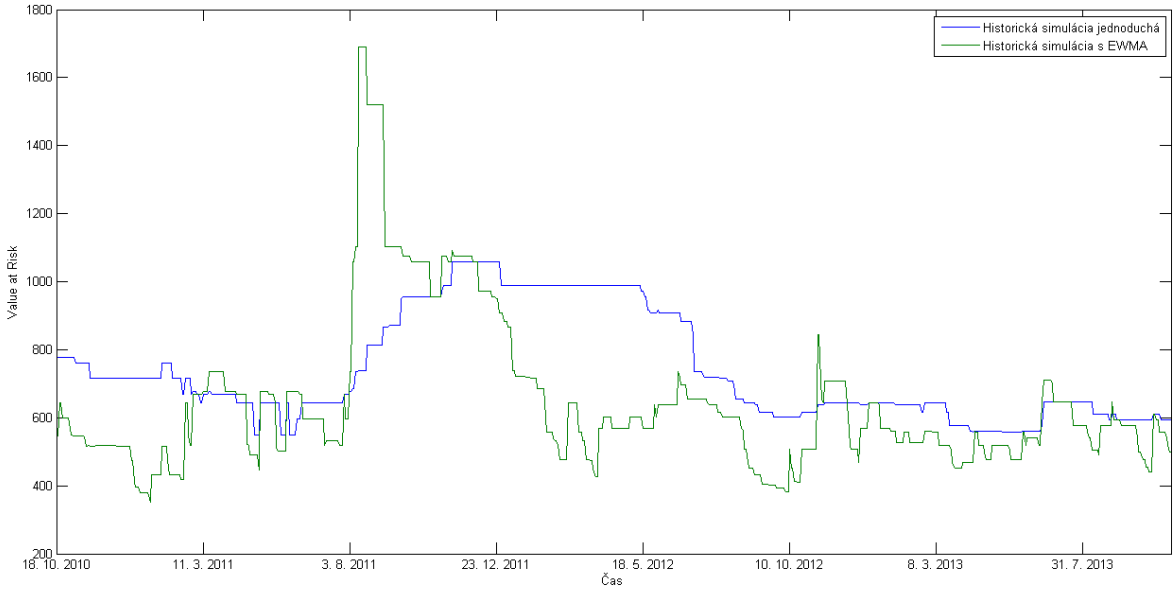
Z obrázku 4 vidieť, že metóda historickej simulácie je v čase stabilnejšia ako metóda Delta-Normal. To vyplýva i z matematickej povahy postupu výpočtu, v ktorom sú u historickej simulácie dáta triedené a vyberaná hodnota je daná poradím a počtom pozorovaní. Takže v krátkych časových intervaloch je vypočítaná hodnota Value at Risk na rovnakých hodnotách. Z tohto dôvodu by sa metóda historickej simulácia hodila na stanovovanie rizikového limitu. Z grafu ale taktiež vidieť, že táto metóda oproti Delta-Normal metóde môže riziko podceňovať.

Ďalej z relatívnej podobnosti grafov plynie potvrdenie teoretického tvrdenia, že za predpokladu splnenia predpokladov normality sledovaných dát sú vypočítané hodnoty pomocou oboch metód približne na rovnakých úrovniach.

Obrázok 6 - Porovnanie výpočtu Value at Risk metódou Delta-Normal a Delta-Normal s využitím EWMA



Obrázok 7 - Porovnanie výpočtu Value at Risk metódou Historickej simulácie (HS) a HS s využitím EWMA



Z obrázkov 5 a 6 jasne vidieť dopad použitia vyhladenia dát pomocou EWMA. U hodnoty Value at Risk s EWMA dochádza k prudkým zvýšeniam hodnôt v čase zvýšenej volatility trhu. Následne dochádza taktiež k rýchlemu korigovaniu týchto hodnôt. Pozorujeme teda, že použitie metód s EWMA je oproti klasickému použitiu znateľne citlivejšie. To je spôsobené práve faktom, že najväčšie váhy sú u posledných pozorovaní a model sa teda rýchlejšie prispôsobuje novým podmienkam. Na druhú stranu oproti klasickému použitiu má tento model kratšiu pamäť, takže ako vyplýva i z grafu taktiež môže hodnotu v riziku v niektorých obdobiach podceňovať. Z pozorovania plynie, že ide najmä o obdobia s menšími výkyvmi trhu, ktorým predchádzalo obdobie so zvýšenou volatilitou. Pri rozhodovaní o použití tej-ktorej metódy je treba brať uvedené skutočnosti v úvahu.

3.5 Backtesting

Metódy výpočtu Value at Risk sú užitočné iba pokiaľ predpovedajú riziko s rozumnou mierou presnosti. To je dôvodom, prečo by použité metódy mali byť doprevádzané overením ich presnosti. Jednou z techník overovania Value at Risk modelov je tzv. backtesting. Ide o formálny štatistický rámec, ktorého úlohou je verifikovať, či skutočné straty sú v súlade so stratami predpokladanými. Je teda potrebné systematickým spôsobom porovnávať predpovede hodnoty Value at Risk v čase s odpovedajúcimi výnosmi resp. stratami v portfóliu. Pokiaľ je použitý model výpočtu správne nastavený, počet pozorovaní neodpovedajúcich predpovedi Value at Risk by mal byť v súlade s definovanou hladinou spoľahlivosti. V prípade, že verifikácia odhalí nepresnosti v odhadoch hodnôt Value at Risk, je treba zvážiť, či sú splnené predpoklady modelu, či sú správne nastavené parametre modelu a či je použitý model ako taký správne zvolený.

3.5.1 Verifikácia založená na miere zlyhaní

Ide o najjednoduchšiu metódu pre overenie presnosti modelu, ktorá zisťuje pomer medzi tým, kedy je predpokladaná hodnota Value at Risk presiahnutá a kedy nie je presiahnutá. Predpokladajme, že hodnota Value at Risk je meraná za obdobie T dní (napr. pre hladinu spoľahlivosti p = 1%), z toho u N dní bola strata vyššia ako predpokladaná. Ide o tzv. výnimky. Miera zlyhania je potom daná ako N/T. Úlohou je zistiť, či nie je hodnota N (počet výnimiek) príliš malá alebo príliš veľká pri nulovej hypotéze $p = 0.01$.

Pre samotnú verifikáciu použijeme binomický test parametru p alternatívneho rozdelenia. Počet výnimiek X sa riadi binomickým distribučným rozdelením:

$$f(x) = \binom{T}{x} p^x (1-p)^{T-x}$$

Vieme, že stredná hodnota E(X) = pT a rozptyl V(X) = p(1-p)T. Podľa centrálnej limitnej vety potom pre relatívne veľké T môžeme aproximovať binomické rozdelenie normovaným normálnym rozdelením:

$$z = \frac{x - pT}{\sqrt{p(1-p)T}} \approx N(0,1)$$

Na základe uvedeného budeme testovať hypotézu H_0 o parametri alternatívneho rozdelenia oproti alternatívnej hypotéze, že parameter sa nerovná predpokladanej pravdepodobnosti:

$$H_0 : \theta = \theta_0$$

$$H_1 : \theta \neq \theta_0$$

kde θ_0 je volený parameter modelu, v uvedených testoch bude uvažovaná hodnota v súlade s výpočtami v predošlej kapitole hodnota 5%.

Testovaná štatistika, ktorá sa podľa uvedeného riadi normovaným normálnym rozdelením, je daná:

$$S = \frac{x - \theta_0 T}{\sqrt{\theta_0(1-\theta_0)T}}$$

kde x je výberový počet výnimiek.

V nasledujúcich tabuľkách sú uvedené výsledky testov pre vyššie uvedené implementácie metódy Value at Risk:

Tabuľka 4 - Test pre metódu Delta-Normal

Počet pozorovaní T	759
Počet výnimiek x	31
Vypočítaná hodnota S	-1,157
Kritický obor $W_{0,95}$	(-∞; -1,96) U (1,96; ∞)
Zamietnutie hypotézy H_0	NIE

Tabuľka 5 - Test pre metódu Delta-Normal s použitím EWMA

Počet pozorovaní T	759
Počet výnimiek x	30
Vypočítaná hodnota S	-1,324

Kritický obor $W_{0,95}$	(-∞; -1,96) U (1,96; ∞)
Zamietnutie hypotézy H_0	NIE

Tabuľka 6 - Test pre metódu Historickej simulácie

Počet pozorovaní *T*	759
Počet výnimiek *x*	34
Vypočítaná hodnota *S*	-0,658
Kritický obor $W_{0,95}$	(-∞; -1,96) U (1,96; ∞)
Zamietnutie hypotézy H_0	NIE

Tabuľka 7 - Test pre metódu Historickej simulácie s použitím EWMA

Počet pozorovaní *T*	759
Počet výnimiek *x*	45
Vypočítaná hodnota *S*	1,174
Kritický obor $W_{0,95}$	(-∞; -1,96) U (1,96; ∞)
Zamietnutie hypotézy H_0	NIE

Z uvedených výsledkov testov založených na miere zlyhaní vyplýva, že nezamietame hypotézu o parametri p binomického rozdelenia a tým pádom z hľadiska tohoto testu můžeme považovať implementované metódy za korektné.

3.5.2 Verifikácia založená na vierohodnostnom pomere

Táto verifikácia taktiež overuje korektnosť modelu z hľadiska testovania parametru p. Rozdiel oproti predošlej verifikácii je v použitej štatistike:

$$l = -2\ln[(1-\theta_0)^{T-x}{\theta_0}^{x}] + 2\ln[(1-\frac{x}{T})^{T-x}(\frac{x}{T})^{x}]$$

kde *x* je znovu výberový počet výnimiek a *T* je počet pozorovaní.

Daná štatistika sa riadi chí kvadrát rozdelením s jedným stupňom voľnosti. Nulová hypotéza o parametri *p* sa na hladine spoľahlivosti 95% zamieta v prípade, že $l > 3{,}84$.

Na základe uvedeného je možné zostaviť tabuľku, ktorá pre konkrétne dané hodnoty počtu pozorovaní, uvažované pravdepodobnostné hodnoty parametru *p* bude udávať hranice intervalov pre povolené hodnoty počtu výnimiek.

Tabuľka 8 - Intervaly povolených hodnôt u vierohodnostného testu

Pravdepodobnostná hodnota *p*	Hladina spoľahlivosti použitá u Value at Risk (ide o hodnotu 1 - *p*)	Intervaly povolených hodnôt počtu výnimek		
		T = 255 dní	T = 500 dní	T = 1000 dní
0,01	99%	$x < 7$	$1 < x < 11$	$4 < x < 17$
0,025	97,5%	$2 < x < 12$	$6 < x < 21$	$15 < x < 36$
0,05	95%	$6 < x < 21$	$16 < x < 36$	$37 < x < 65$
0,075	92,5%	$11 < x < 28$	$27 < x < 51$	$59 < x < 92$
0,10	90%	$16 < x < 36$	$38 < x < 65$	$81 < x < 120$

Sú 2 možnosti ako vykonať test pre vyššie implementované metódy:

- prvou je obmedziť počet pozorovaní na štandardizovaný počet dní a riadiť sa vyššie uvedenou (štandardne uvádzanou tabuľkou)
- druhou je odvodiť si interval povolených hodnôt pre nami pozorovaný počet dní

Pri teste som zvolil druhú možnosť, teda $T = 759$ dní. Odvodený interval pre povolené hodnoty x na hladine spoľahlivosti 95% je potom (26;51). Z tabuliek 3-6 vyplýva, že počty výnimek x zapadajú do daného intervalu v každej z implementovaných metód. Aj tento test teda preukázal korektnosť použitých modelov.

Záver

Cieľom tejto práce bolo popísať metodológiu Value at Risk ako celok, implementovať rôzne metódy výpočtu a porovnať výsledky. Boli rozobrané vlastnosti Value at Risk, jej výhody a nevýhody, postup a spôsoby výpočtu.

Analytická časť práce skúmala vývoj hodnoty Value at Risk v čase na portfóliu zloženom z lineárnych inštrumentov. Bolo teda možné naimplementovať jak parametrickú, tak i neparametrickú metódu výpočtu. Ako parametrická metóda bola zvolená Delta-Normal metóda, u ktorej bolo potrebné overiť i predpoklad normality vstupných dát a ako neparametrická metóda bola zvolená Historická simulácia. U oboch metód bol preskúmaný i vplyv vyhladenia vstupných dát na výsledok.

Pri práci s reálnymi dátami sa väčšinou nepodarí splniť všetky predpoklady. Ako sme videli, nie každé aktívum zo sledovaného portfólia splňovalo podmienku normality, napriek tomu sa pre sledované portfólio vzhľadom na výsledky verifikácie zdajú byť použité modely prijateľné. Pri rozhodovaní o výbere tej-ktorej metódy by však užívateľ (risk manažer) mal vziať v úvahu všetky faktory a stanoviť si, za akým účelom daný model bude použitý.

Hoci má dnes metodológia Value at Risk mnoho kritikov a nedostatkov, stále je viac obľúbeným nástrojom risk manažerov.

Zoznam použitej literatúry a zdrojov

Ambrož, L., Měření rizika ve financích, nakladatelství Ekopress, s.r.o., Praha 2011, ISBN 978-80-86929-76-7

Berry, R. An overview of Analytical VaR. [cit. 2013-12-04]. Dostupné z: *intinno.iitkgp.ernet.in/courses/1239/wfiles/249706*

Dai Bo, Value at Risk [online]. 2001. [cit. 2013-11-30]. Dostupné z: *http://www.math.nus.edu.sg/~urops/Projects/valueatrisk.pdf*

Holton, Glyn A., Value-at-Risk: Theory and Practice, 2. vydání [online]. 2013. [cit. 2013-11-28]. Dostupné z: *http://value-at-risk.net*

Holton, Glyn A., Defining Risk. [online]. 2004. [cit. 2013-11-30]. Dostupné z: *http://glynholton.com/wp-content/uploads/2006/10/risk.pdf*

Jorion, P., Value at risk: the new benchmark for managing financial risk, 2. vydání, nakladatelství McGraw-Hill, ISBN 0-07-135502-2

Kondapaneni Rajesh, A study of the Delta Normal Method of MEasuring VaR. 2005. [cit. 2013-12-04]. Dostupné z: *http://www.wpi.edu/Pubs/ETD/Available/etd-050905-104553/unrestricted/Rajesh_Thesis.pdf*

Yahoo Finance. *Yahoo Finance.* [online]. [cit. 2013-12-10]. Dostupné z: *http://finance.yahoo.com*

Yieldcurve.com. An introduction to Value-at-Risk. 2003. [online]. [cit. 2013-11-30]. Dostupné z: *http://www.yieldcurve.com/mktresearch/learningcurve/learningcurve3.pdf*

Zoznam tabuliek, obrázkov a grafov

Tabuľka 1 - Zloženie sledovaného portfólia 22
Tabuľka 2 - Test normality vstupných dát 23
Tabuľka 3 - Vypočítané hodnoty Value at Risk pre konkrétny dátum 25
Tabuľka 4 - Test pre metódu Delta-Normal 29
Tabuľka 5 - Test pre metódu Delta-Normal s použitím EWMA 29
Tabuľka 6 - Test pre metódu Historickej simulácie 30
Tabuľka 7 - Test pre metódu Historickej simulácie s použitím EWMA 30
Tabuľka 8 - Intervaly povolených hodnôt u vierohodnostného testu 31

Obrázok 1 - Ilustrácia hodnoty Value at Risk 11
Obrázok 2 - Schéma výpočtu Value at Risk 14
Obrázok 3 - Histogram výnosov portfólia 24
Obrázok 4 - Vývoj hodnoty portfólia 26
Obrázok 4 - Porovnanie výpočtu Value at Risk metódou Delta-Normal a Historickou simuláciou 26
Obrázok 5 - Porovnanie výpočtu Value at Risk metódou Delta-Normal a Delta-Normal s využitím EWMA 27
Obrázok 6 - Porovnanie výpočtu Value at Risk metódou Historickej simulácie (HS) a HS s využitím EWMA 27