

Platnost Hypotézy očekávání v ČR.
Analýza krátkého konce termínové struktury
PRIBOR

Disertační práce

Vysoká škola ekonomická v Praze

Fakulta financí a účetnictví

Doktorand: Ing. Roman Binter

Školitel: Prof. RNDr. Jan Kodera, CSc.

Prohlášení

Prohlašuji, že disertační práci Platnost Hypotézy očekávání v ČR: Analýza krátkého konce termínové struktury PRIBOR jsem vypracoval samostatně a veškeré použité zdroje uvádím v přiloženém seznamu literatury a použitých softwareů.

V praze dne 4. 9. 2007

Poděkování

Je mi ctí a milou povinností poděkovat Prof. Janu Koderovi za vědeckou inspiraci a morální i materiální podporu, kterou mě v průběhu studia hojně častoval. Rovněž si dovoluji poděkovat akademickému sboru Katedry měnové teorie a politiky Vysoké školy ekonomické v Praze za kvalitní akademické vedení a motivaci.

Abstrakt

Hypotéza očekávání (HO) termínové struktury úrokových sazeb je jednou z nejdéle používaných ekonomických teorií. Již od svého vzniku byla předmětem výzkumu mnoha ekonomických a ekonometrických studií. I přes intenzivní výzkum trvající déle než 100 let jsou důkazy o její platnosti sporné. Důležitými výjimkami v tomto ohledu jsou práce B. Hansena, J. Campbella a R. Shillera, kteří dokládají platnost HO pro případ dlouhodobých "US Treasury bonds", dále A. Longstaffa jehož studie se zaměřuje na krátkodobé instrumenty na amerických trzích a K. Cuthbertsona, který studuje Londýnský trh mezibankovních depozit. Tato práce zkoumá platnost HO pro krátkodobé úrokové sazby Pražského mezibankovního trhu. Vzhledem k nejednoznačnosti výsledků v této oblasti aplikuji řadu statistických metod s cílem podrobného zmapování dynamiky sazeb PRIBOR.

Obsah

1	Úvod	2
2	Hypotéza očekávání a termínová struktura	5
2.1	Základní koncepty termínové struktury	9
2.1.1	Úrokové sazby a čas	9
2.1.2	Zapracování časové dimenze	10
2.2	Oceňování depozit	12
2.2.1	Oceňování na sekundárním trhu	13
2.2.2	Úrokové sazby a výnosy	15
2.3	Hypotéza očekávání	17
2.3.1	Systematické změny sklonu výnosové křivky	23
2.3.2	Sklon výnosové křivky	24
2.3.3	Úrokové riziko a termínová struktura	28
2.3.4	Termínová prémie	29
2.3.5	Atypické tvary výnosové křivky	30
3	Vliv ČNB na formování termínové struktury PRIBOR	33

3.1	Úloha centrálních bank na peněžním trhu	34
3.2	Termínová struktura a inflace	38
3.3	Shrnutí	40
4	Testování hypotézy očekávání na českém mezibankovním trhu	41
4.1	Dosavadní vývoj	41
4.2	Cíl práce	43
4.3	Struktura práce a použité metody	44
4.4	Data	48
5	Spotové a forwardové regrese termínové struktury	50
5.1	Nepodmíněný test	51
5.2	Podmíněný test	54
5.3	Regrese forwardových sazeb	56
5.4	Shrnutí spotových a forwardových regresí	62
6	Vektorová Autoregrese a GARCH modelování termínové struktury	64
6.1	Termínový spread jako předpověď změn úrokových sazeb . . .	65
6.2	Teoretický spread	68
6.3	Testování HO prostřednictvím VAR a VAR-GARCH modelů .	71
6.3.1	VAR model termínové struktury sazeb PRIBOR	73
6.4	Shrnutí	81
7	Prahový autoregresní model termínové struktury (TAR)	85

7.1	Testování nonlinearity	87
7.1.1	BDS test	88
7.1.2	T-VAR model sazeb PRIBOR	90
7.1.3	Shrnutí testování nonlinearity sazeb PRIBOR	93
7.2	Odhad T-VECM	94
7.3	Shrnutí modelování prahové nonlinearity termínové struktury PRIBOR	99
8	Závěrečné shrnutí	100
9	Appendix 1: TAR a SETAR	104
10	Appendix 2: Testy nonlinearity	106
10.1	BDS test	106
10.2	Tsayův F -Test	107

Seznam obrázků

2.1	Typický tvar výnosové křivky: sazby PRIBOR	6
2.2	Výnosová křivka při změně sazby	22
2.3	Výnosová křivka s klesjícím tvarem: sazby PRIBOR	31
2.4	Výnosová křivka ve tvaru obráceného U: sazby PRIBOR	32
6.1	Spread sazeb PRIBOR7 a PRIBOR1	66
6.2	Teoretické (přerušovaná čára) a skutečné (plná čára) spready sazeb PRIBOR7 a PRIBOR1	79
7.1	Nelineární přizpůsobování ve dvou režimech sazeb PRIBOR7 a PRIBOR1	98

Seznam tabulek

5.1	Souhrnná statistika pro termínovou prémii sazeb PRIBOR . . .	54
5.2	Výsledky podmíněného testu formulovaného regresní rovnicí 5.2	57
5.3	ADF test stacionarity časových řad PRIBOR. H_0 : Řada ob- sahuje jednotkový kořen	59
5.4	Výsledky regrese dlouhodobých sazeb na implicitní forwardové sazby	60
5.5	Výsledky regrese dlouhodobých sazeb na implicitní forwardové sazby: Metoda GLS	62
6.1	Odhady parametrů jednoduchého VAR modelu s "Gaussov- skými" rezidui. V závorkách jsou uvedeny P-hodnoty parametrů	76
6.2	Korelace a podíl standardních odchylek jednoduchého VARu .	77
6.3	Monte Carlo upravené parametry VAR modelu	78
6.4	Korelace a podíly standardních odchylek teoretických a sku- tečných spreadů	79
6.5	Odhadnuté parametry GARCH modelu	82
6.6	Korelace a podíly směrodatných odchylek: VAR-GARCH . . .	83

7.1	Nelineární test pro Δr_t	90
7.2	Nelineární test pro $s_t^{(7,1)}$	91
7.3	Nelineární test pro $s_t^{(14,1)}$	91
7.4	Nelineární test pro $s_t^{(30,1)}$	92
7.5	Tsayův test prahové nelinearity sazeb PRIBOR	92
7.6	Tsayův test prahové nonlinearity sazby PRIBOR(30)	93
7.7	Odhady parametrů T-VECM	96

Kapitola 1

Úvod

Vztah mezi krátkodobou a dlouhodobou úrokovou mírou je patrně nejvíce zkoumanou oblastí úrokových sazeb. Termínová struktura, resp. výnosová křivka, jak se tento vztah nazývá, je v centru pozornosti ekonomických subjektů, centrálních i komerčních bank a vládních autorit. Řada ekonomických teorií se pokouší o vysvětlení tvaru a dynamiky výnosové křivky. Patrně nejdéle sloužící z nich je hypotéza očekávání termínové struktury (HO). Tato teorie se pokouší odpovědět na otázky typu: Je možné použít sklon výnosové křivky (úrokový spread) k předpovědi budoucích změn úrokových sazeb? Pokud ano, je predikční schopnost úrokového spreadu v souladu s hypotézou očekávání? Tyto otázky jsou důležité pro předpovídání úrokových sazeb a interpretaci posunů výnosové křivky. Potvrzení platnosti této hypotézy ve své podstatě znamená, že vývoj dlouhodobých úrokových sazeb je řízen racionálním očekáváním ekonomických subjektů.

Ekonomická literatura na toto téma je velmi obsáhlá. Studie zabývající se termínovou strukturou používají širokou škálu ekonometrických technik pomocí nichž testují platnost hypotézy očekávání. V 80.tých a 90.tých letech minulého století vznikla řada prací, ve kterých většinou nedařilo platnost hypotézy potvrdit. Mezi ty nejvýznamnější patří Hamburger a Platt (1975) [17], Fama(1984) [13], Campbell a Shiller (1991) [10], Campell, Lo a Mc Kinlay (1996) [9]. V polovině 90.tých let pak byly publikovány práce Beakert (1993), Beakert, Hodrick, Marshall (1997) [2], ve kterých se do značné míry podařilo objasnit důvody selhání předchozích studií. Posléze následovala řada studií, které více či méně úspěšně prokázaly platnost hypotézy očekávání u různých typů depozit, Longstaff (2000) [27], Cuthbertson (1996) [12], Bredin a Cuthbertson (2000) [5], pro české úrokové sazby pak Kotlán (1999) [26].

V předkládané doktorské práci je použita řada ekonometrických metod, pomocí nichž testujeme platnost hypotézy očekávání na českém mezibankovním trhu¹. Jako první z ekonometrických metod jsou použity tzv. nepodmíněné a podmíněné testy. Tyto dva jednoduché testy podávají první byť zjednodušenou představu o platnosti HO. Podmíněný test lze považovat za obdobu testu použitého v práci Kotlán (1997). Oba testy pracují se spreadem běžných sazeb. Kotlán (1999) [26] ve své práci použil podmíněný typ testu, ve kterém pracoval s forwardovými sazbami. Pro úplnost a případné porovnání výsledků aplikujeme i jeho metodu. Problém podmíněných a nepodmíně-

¹Zejména se zaměřujeme na krátký konec termínové struktury sazeb PRIBOR, i když v rámci první části analýzy sledujeme celé spektrum

ných testů však spočívá v tom, že nejsou považovány za příliš robustní. Za jejich další nevýhodu může být považován i fakt že pracují pouze s jedno-rozměrnými časovými řadami, což znemožňuje detailnější popis komplexních dynamických prvků výnosové křivky.

V další části se proto pokoušíme následovat přístup Campbella a Shillera a termínovou strukturu modelujeme pomocí VAR modelu. Problémem takového postupu je, že úrokové sazby typicky vykazují vysokou perzistenci a VAR model tak následně produkuje rezidua s dynamickou strukturou. Samotný VAR proto není zcela postačujícím modelem a je vhodné doplnit ho o model, který je schopen zmapovat tuto dynamickou reziduální strukturu. Po příkladu Beakerta tak používáme VAR-GARCH model, který je pro tento účel patrně nejvhodnějším kandidátem.

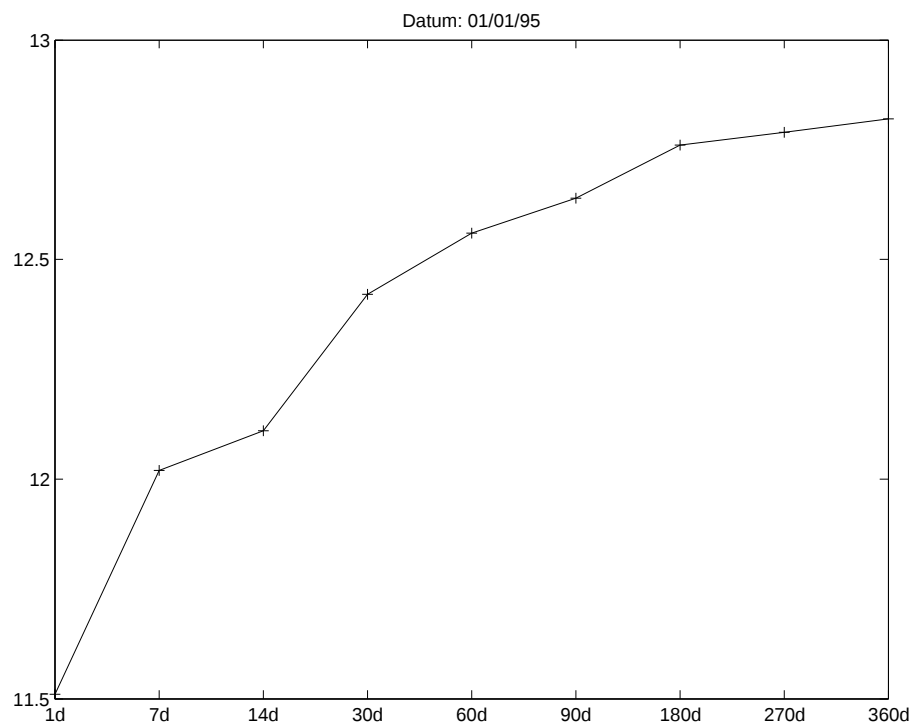
Modely výnosové křivky jsou v drtivé většině založeny na předpokladu linearity úrokových sazeb. Linearita sazeb je však zjednodušující předpoklad, který mnohdy neodpovídá realitě. V závěrečné fázi statistické analýzy proto testujeme případnou nelinearitu sazeb PRIBOR a výnosovou křivku modelujeme pomocí nelineárních prahových autoregresních modelů (TAR). V rámci tohoto modelovacího přístupu pak používáme vektorový chybu korigující model (VECM), který je blízkým příbuzným VAR modelu zmiňovaného v předchozí pasáži. Nelineární modelování pak přináší zajímavé výsledky chování sazeb PRIBOR.

Kapitola 2

Hypotéza očekávání a termínová struktura

Úrokové sazby z úvěrů a cenných papírů představují základní míru atraktivity těchto instrumentů¹. Úloha úrokových sazeb při alokaci aktiv na finančních trzích je podobná úloze, kterou hrají ceny na trzích zboží a služeb. Obdobě jako vysoká cena zboží přitahuje investiční zájem výrobců, vysoká úroková míra aktiva láká nové investice do tohoto aktiva. Lze tedy očekávat, že tak jako je analýza faktorů determinujících cenu je nezbytnou součástí práce ekonomů studujících trh zboží a služeb, tak faktory determinující úroveň úrokové sazby budou hlavním předmětem výzkumu ekonomů působících na finančních trzích.

¹Problematiku úrokových sazeb a jejich termínové struktury přibližuje řada ekonomický učebnic. Kvalitní a přehledný popis lze najít např. v Revenda a kol. (2005) [31]



Obrázek 2.1: Typický tvar výnosové křivky: sazby PRIBOR

Jedním z důležitých faktorů vysvětlujících rozdíly v úrokových sazbách různých depozit jsou rozdíly v dobách jejich splatností. Vztah mezi dobou splatnosti a tržní sazbou je popisován prostřednictvím tzv. **termínové struktury** úrokových sazeb. Termínová struktura úrokových sazeb depozit určitého typu v určitém čase je typicky zobrazována pomocí **výnosové křivky**, jejíž typický tvar je zachycen na obrázku 2.1. Teorie termínové struktury je pak často nazývána teorií výnosové křivky.

Existuje celá řada důvodů proč se ekonomové teorií termínové struktury zabývají. Jedním z nich je fakt, že je poměrně snadné vyhodnotit přesnost,

resp. kvalitu predikce, kterou generují různé verze teorie termínové struktury. Relativní snadnost ohodnocení predikcí je dána především tím, že skutečná termínová struktura úrokových sazeb je dobře pozorovatelná, takže finanční ekonomové mají k dispozici množství kvalitních dat. Je nutné podotknout, že tyto různé teoretické verze termínové struktury jsou postaveny na předpokladech a principech, které platí i v jiných odvětvích ekonomické teorie. Pokud tyto principy prokáží svou platnost při vysvětlování termínové struktury, je možné je použít i v kontextech, kdy ohodnocení relevance určité teorie naráží na problém nedostatku nebo nízké kvality dat.

Dalším důvodem pro zkoumání teorií termínové struktury je, že pomáhají vysvětlit způsob jakým změny krátkodobých sazeb (sazby s krátkou platností) ovlivňují úroveň dlouhodobých sazeb. Ekonomická teorie naznačuje, že měnová politika může mít přímý vliv na krátkodobé sazby, ale jen velmi omezený vliv na sazby dlouhodobé. Dlouhodobé sazby přitom rozhodujícím způsobem ovlivňují rozhodovací procesy ekonomických subjektů. Např. investiční rozhodování firem a spotřební chování domácností je do značné míry ovlivněné právě úrovní dlouhodobých úrokových sazeb. Teorie termínové struktury tak mohou pomoci objasnit mechanismy prostřednictvím, kterých měnová politika ovlivňuje tyto rozhodovací procesy.

Neméně významným důvodem pro studium této oblasti je fakt, že termínová struktura poskytuje informace o **očekávání** účastníků finančních trhů. Očekávání jsou důležitým faktorem při generování ekonomických predikcí a plánování měnově politických opatření. Očekávání účastníků trhu totiž vý-

znamným způsobem formuje jejich současná rozhodnutí a tím determinují budoucí vývoj trhu. Jejich kvalitní znalost je tak velmi důležitou součástí řízení měnové politiky.

Řada ekonomů věří, že lidé, kteří jsou nejlépe schopni predikovat vývoj na daném trhu, jsou především sami účastníci tohoto trhu. Je-li tato teze pravdivá pak se predikce vývoje úrokových sazeb vlastně stává predikcí chování účastníků finančního trhu. **Hypotéza očekávání**² postuluje, že pozorovaná termínová struktura může být použita jako předpověď očekávání účastníků trhu ohledně vývoje budoucích úrokových sazeb. Prostřednictvím těchto očekávání tak podává informaci o možném, budoucím vývoji sazeb a vlivu faktorů které je determinují³.

Cílem této kapitoly je podat stručný popis hypotézy očekávání. První část popisuje základní koncepty a principy chování úrokových sazeb a oceňování deposit. Druhá část pak prezentuje samotnou hypotézu očekávání. Soustřeďuje se zejména na popis dvou základních faktů pozorovaných při studiu termínové struktury:

1. tvar výnosové křivky je typicky rostoucí,
2. strmost a směr jejího sklonu se systematicky mění s poklesem nebo růstem úrokových sazeb.

²jako jedna z teorií termínové struktury

³např. změny v míře ekonomického růstu nebo změny měnové politiky

2.1 Základní koncepty termínové struktury

2.1.1 Úrokové sazby a čas

Na trhu zboží spotřebitelé používají měnu jako prostředek platby, takže placená, resp. inkasovaná cena je počet jednotek dané měny, které spotřebitel zaplatí za dané zboží. Podobně je tomu i na finančním trhu, kde můžeme věřitele považovat za spotřebitele a budoucí platby z úvěru, který poskytnou jsou předmětem jejich zájmu, tedy zboží. Lidé např. půjčují vládě tím, že kupují její pokladniční poukázky, což jsou vlastně vládní přísliby budoucích plateb⁴. Obdobou ceny je v tomto případě množství půjčených (placených) peněz, které budou vráceny v budoucnu. Při každém obchodování nás ani tak nezajímá celková jako především jednotková cena. Depozitum, které dnes stojí 10.000 Kč a v budoucnu přinese 12.500 Kč má jednotkovou cenu 0.80 Kč. Tuto cenu můžeme nazývat **diskontním faktorem**.

Ekonomové většinou přemýšlí o depozitech spíše ve smyslu **návratnosti** než diskontních faktorů. Návratnost je přitom definována jako podíl splacené (tedy vrácené) sumy a sumy investované (tedy půjčené). Obdobně lze návratnost definovat jako podíl platby v době splatnosti k jeho ceně (tedy půjčené částce). Návratnost depozita popsaného v předcházející pasáži tak činí 1.25, což je v podstatě jen reciproční hodnota **diskontního faktoru**.

⁴neboli vrácení úvěru

2.1.2 Zapracování časové dimenze

Návratnost není však ideální analogií tržní ceny. V tržním prostředí cena zachycuje všechny informace, které spotřebitel potřebuje pro své rozhodnutí o uskutečnění nákupu. Jinými slovy, spotřebitel je (teoreticky) indiferentní mezi dvěma nákupními možnostmi, které jsou nabízeny za stejnou cenu. Je otázkou, zda věřitel (spotřebitel) na finančním trhu bude indiferentní mezi poskytnutím dvou různých úvěrů (nákupem dvou různých depozit), které nabízejí stejnou návratnost. Vezměme si, například, věřitele který se může rozhodnout mezi poskytnutím úvěru (koupí depozita) ve výši 10.000 Kč se splatností 12.500 Kč za dva roky a stejným úvěrem, který je však splacen za pět let. Přestože návratnost je stejná, je zřejmé, že racionálně uvažující věřitel si vyber první úvěr, tedy ten se splatností za dva roky. Tento jednoduchý příklad tak demonstruje, že návratnost negarantuje indiferenci věřitele na finančním trhu. Příčinou tohoto selhání je fakt, že návratnost nereflektuje faktor času. Depozitní transakce je výměnou, která se odehrává v rámci určitého časového intervalu, přičemž délka tohoto intervalu je důležitá pro obě strany transakčního vztahu. Věřitelé se především zajímají o návratnost za časovou jednotku, nikoli o návratnost celkovou.

Jakým způsobem tedy můžeme přizpůsobit návratnost tak aby počítala s faktorem času? Pokud by všechny úvěry měli stejnou dobu splatnosti, nebylo by nutné návratnost žádným způsobem přizpůsobovat. Bohužel, finanční realita není takto jednoduchá. Již dávno si však ekonomové uvědomili, že

každý úvěr se splatností delší než jedno období je možné vyjádřit jako sekvenci několika úvěrů poskytnutých na jedno období se stejnou návratností za každé období. Pětiletý úvěr tak může například být vyjádřen jako sekvence pěti jednoletých úvěrů se stejnou roční návratností v každém z pěti období. Tyto roční návratnosti pak lze použít k porovnání návratností úvěrů s různou dobou splatnosti.

Z důvodů větší přesnosti je nutné definovat matematické značení. Aktuální datum bude od tohoto okamžiku nazýváno t_0 a den splatnosti t_N . Splatnost depozita tak bude N období, přičemž za období bude v rámci této kapitoly považován 1 rok. Dále pak definujme V_0 coby zapůjčenou částku a V_N coby částku splacenou. Návratnost úvěru je tak dána jako V_N/V_0 a návratnost za jedno období je:

$$R = \sqrt[N]{\frac{V_N}{V_0}}$$

Návratnost za jedno období je možné vypočítat pro jakýkoli úvěr, za předpokladu, že známe půjčenou a splacenou částku a také splatnost úvěru N . Tento jednoduchý podíl nám umožňuje porovnávat návratnosti jakýchkoli dvou úvěrů bez ohledu na jejich splatnost. Abychom byli plně v souladu s praxí finančních trhů je nutné roční návratnost ještě dále upravit. Účastníci finančních trhů ji typicky rozdělují na **jistinu** a **úrok**. Návratnost úvěrů je pak měřena coby podíl úroku a jistiny. V rámci našeho značení můžeme o tomto typu návratnosti uvažovat jako o **čisté návratnosti**

$$r = \frac{V_N - V_0}{V_0} = \frac{V_N}{V_0}$$

tento podíl však také neuvažuje dimenzi času a je proto nutné ho v tomto smyslu upravit na tvar

$$r = \sqrt[n]{\frac{V_N}{V_0}} - 1 = R - 1$$

čímž získáváme čistou úrokovou sazbu za období. V našem případě, kdy období je jeden rok, hovoříme o čisté anualizované úrokové sazbě. Anualizovaná úroková sazba představuje základní míru atraktivity vybraného depozita. Často je transformována do procentní podoby (vynásobením číslem 100).

Pokud anualizovaná úroková sazba je skutečně obdobou tržní ceny na trzích zboží a služeb, je možné očekávat, že bude determinována interakcí nabídky a poptávky depozit. Účastníci finančních trhů tak budou tuto sazbu vnímat jako sazbu danou trhem r^* , budou si tedy vědomi, že ji nejsou schopni ovlivnit a v souladu s tímto vnímáním budou formovat i svoje rozhodování ohledně poskytování resp. přijímání úvěrů.

2.2 Oceňování depozit

Anualizovanou úrokovou sazbu lze použít ke stanovení ceny depozita (suma, kterou účastník trhu nabízející jistou budoucí platbu bude schopen obdržet – neboli si ji půjčit). Pokud tedy V_N představuje jistou budoucí platbu, pak

si účastník, který tuto platbu nabízí, bude dnes schopen půjčit částku V_0 . Ta bude dána jako:

$$V_0 = \frac{V_N}{(1 + r^*)^N}$$

Tato rovnice je základním vztahem pro oceňování, resp. diskontování depozit.

Až doposud jsme předpokládali, že všechny úvěry (depozita) přinesou jednorázovou platbu v době jejich splatnosti. Ve skutečnosti však víme, že většina depozit přináší opakované platby v průběhu trvání úvěru (depozita). Pokud jsou termíny těchto opakovaných plateb známy můžeme obdržet celkovou cenu neboli **současnou hodnotu** depozita jako:

$$V_0 = \frac{V_1}{(1 + r^*)} + \frac{V_2}{(1 + r^*)^2} + \frac{V_N}{(1 + r^*)^N}$$

Současná hodnota série budoucích plateb je vlastně současnou tržní hodnotou těchto plateb, přičemž tržní hodnota je dána diskontováním budoucích plateb tržní úrokovou mírou r^* .

2.2.1 Oceňování na sekundárním trhu

Ekonomická realita je velmi komplexní. Je zřejmé, že výše uvedené vztahy je nutné dále rozvinout tak aby ji lépe postihovaly. Jednou ze dvou velmi důležitých otázek, které umožní komplexní vhled do hypotézy očekávání je otázka ceny depozit na sekundárním trhu. Představme si, že majitel (kupu-

jící) úvěru (depozita) se rozhodne nečekat na okamžik jeho splatnosti a bude chtít návrat jeho jistiny a případného úroku uspíšit. Jinými slovy, rozhodne se depozitum prodat na sekundárním trhu. Jakou částku může očekávat za prodej tohoto depozita?

Klíčem pro stanovení této částky je fakt, že z pohledu věřitele je depozitum zakoupené na sekundárním trhu v podstatě identické s depozitem, které by mohl zakoupit na primárním trhu⁵. Aby depozitum zakoupené na primárním trhu bylo skutečně identické je nutné aby mělo dobu splatnosti shodnou se zbývajícím dobou do splatnosti depozita prodáváného na sekundárním trhu a přineslo návratnost shodnou s tou, kterou by majitel získal pokud by své depozitum neprodával a držel ho až do jeho splatnosti.

Tento substituční princip spolu se znalostí oceňování depozit na primárním trhu (viz výše) je možné použít pro ocenění depozita na sekundárním trhu. Nazvěme datum prodeje depozita na sekundárním trhu T a jeho prodejní cenu V_T . Doba zbývajícím do splatnosti je tak $N - T$ a zbývajícím platby by měli být uskutečněny v obdobích $T + 1, T + 2, \dots, N - 1, N$. Jinými slovy, tyto platby by měli být uskutečněny v obdobích $1, 2, \dots, N - T - 1, N - T$ následujících po prodeji. Nazvěme-li r_T^* tržní anualizovanou úrokovou sazbu v čase T , můžeme prodejní cenu depozita na sekundárním trhu vyjádřit jako:

$$V_T = \frac{V_{T+1}}{(1 + r_T^*)} + \frac{V_{T+2}}{(1 + r_T^*)^2} + \frac{V_N}{(1 + r_T^*)^{N-T}}$$

Je nutné podotknout, že r_T^* , tedy anualizovaná tržní sazba v čase prodeje

⁵trh nových emisí depozit

může (a pravděpodobně bude) odlišná od tržní sazby r_0^* která byla realizována v období emise tohoto depozita. Bude-li r_T^* relativně nízká pak cena depozita na sekundárním trhu V_T bude relativně vysoká a obráceně. Tato závislost aktuální ceny sekundárního trhu na aktuální úrovni sazby r_T^* bude hrát významnou úlohu v objasnění sklonu výnosové křivky.

2.2.2 Úrokové sazby a výnosy

Druhou důležitou otázkou je problém stanovení anualizované úrokové míry. Předpokládejme, že vlastního depozitum přinášející opakované platby, které se prodává na trhu za nám známou tržní cenu. Toto depozitum může být buď nově emitované nebo prodané na sekundárním trhu. Jak stanovíme anualizovanou úrokovou sazbu takového depozita?

Vzhledem k tomu, že toto depozitum přináší opakované platby, není možné aplikovat vztah pro anualizovanou sazbu depozita, které přináší jen jednu platbu v okamžiku splatnosti (viz výše). Můžeme však využít faktu, že anualizovaná úroková sazba determinuje aktuální cenu na sekundárním trhu, přičemž tuto cenu dle našeho předpokladu známe. Jinými slovy, aktuální anualizovaná sazba pro depozitum přinášející sérii plateb musí být řešením výše odvozeného vztahu

$$V_T = \frac{V_{T+1}}{(1 + r_T^*)} + \frac{V_{T+2}}{(1 + r_T^*)^2} + \frac{V_N}{(1 + r_T^*)^{N-T}}$$

Nám známá cena depozita na sekundárním trhu není nic jiného než V_T

a $V_{T+1}, V_{T+2}, \dots$ pak představují tok budoucích plateb, které depozitum přináší. V této rovnici známe všechny proměnné s výjimkou hledané r_T^* a není tedy problém ji vyřešit a annualizovanou sazbu najít. Je nutné podotknout, že tato rovnice nemá pro r_T^* řešení v podobě tzv. **uzavřené formy** a je tedy nutné použít numerických metod, které jsou však v tomto konkrétním případě triviální. Annualizovaná úroková sazba vypočítaná tímto způsobem se nazývá **výnos**.

Základní principy popsané v předcházejících odstavcích je nyní možné využít pro deskripci termínové struktury úrokových sazeb. Dobrým odrazovým můstkem k tomuto tématu je konstrukce výnosové křivky. Jak již bylo zmíněno, výnosová křivka je graf zobrazující vztah mezi dobou do splatnosti depozita a výnosem. Problémem je, že výnosy jsou ovlivňovány i jinými faktory, než je doba do splatnosti. Výnos depozita totiž typicky závisí i na rozdílech v kreditním riziku, odlišném zdanění atd. Abychom obdrželi co nejméně zkreslený vztah mezi výnosem a dobou splatnosti je nutné porovnávat depozita, která si jsou podobná. Měli by tedy být zdaňovány stejným způsobem a mít obdobné kreditní riziko. Tyto vlastnosti mají např. státní dluhopisy a pokladniční poukázky a do značné míry i depozita obchodovaná na mezibankovním trhu.

2.3 Hypotéza očekávání

Ekonomická teorie nabízí celou řadu různých pohledů na termínovou strukturu. Hypotéza očekávání je jedním z těchto pohledů. Na rozdíl od většiny ostatních hypotéz je však přijímána většinou ekonomů zabývajících se měnovou a finanční oblastí. Jejím hlavním cílem je objasnění dvou empirických faktů vztahujících se k termínové struktuře, konkrétně pak ke sklonu výnosové křivky:

1. Tvar výnosové křivky: Výnosová křivka obvykle nabývá pozvolna rostoucího tvaru
2. Okolnosti vyvolávající neobvyklý tvar výnosové křivky:
 - Jsou-li krátkodobé sazby relativně vysoké křivka je typicky zakřivena směrem dolů (klesající)
 - Jsou-li krátkodobé sazby relativně nízké, výnosová křivka je typicky ostře rostoucí.

Propojení krátkodobých a dlouhodobých úrokových sazeb Pro navození intuice si představme hypotetický případ dvou věřitelů. První věřitel vlastní pětiletý vládní dluhopis, který tzv. dožrál neboli je v současné době splatný. Věřitel si ale uvědomil, že prostředky, které mu připlynou ze splatnosti jeho dluhopisu momentálně nepotřebuje. V současnosti se tak domnívá, že pro něj mohlo být výhodnější, kdyby před pěti lety zakoupil desetiletý dluhopis. Nic mu však nebrání v tom, aby za prostředky získané splatností dluhopisu

zakoupil další nově emitovaný pětiletý dluhopis. Jediný rozdíl mezi tímto postupem a případným desetiletým dluhopisem zakoupeným před pěti lety je ten, že návratnost pětiletého dluhopisu zakoupeného v současnosti bude determinována současnými podmínkami na trhu.

Na druhou stranu si představme, že jiný věřitel vlastní desetiletý dluhopis zakoupený před pěti lety, ale momentálně nutně potřebuje finanční prostředky a chtěl by tento dluhopis prodat. Existence sekundárního trhu mu tento postup umožňuje. Pokud tedy dluhopis prodá je to jako by byl věřitelem (majitelem dluhopisu) jen pět let a nikoli deset jak původně zamýšlel. Jediný rozdíl mezi jeho postupem a případným setrváním u dluhopisu celých deset let je to, že návratnost, resp. prodejní cena tohoto dluhopisu bude dána aktuálními tržními podmínkami, které se od doby kdy dluhopis kupoval (tedy před pěti lety) změnily.

Dále na okamžik připuštěme nerealistický předpoklad, že neexistuje žádná nejistota ohledně budoucích úrokových sazeb. Věřitelé tak ví jaké výnosy z různých typů dluhopisů v budoucnosti obdrží. Ví i to, že budoucí výnos pětiletého vládního dluhopisu je totožný se současným výnosem pětiletého vládního dluhopisu, řekněme 5%. Jak znalost těchto údajů ovlivní výnos desetiletého vládního dluhopisu? Pokud se nám podaří eliminovat všechny varianty, které nedávají smysl měli bychom odpověď na tuto otázku obdržet.

Začneme tím, že současný výnos na nově emitovaný desetiletý dluhopis bude vyšší než 5%. Pokud druhý věřitel prodá svůj desetiletý dluhopis, první věřitel ho bude ochoten koupit, jen v případě, že výnos tohoto dluhopisu

bude stejný nebo větší než výnos nově emitovaného pětiletého dluhopisu. V předchozím odstavci jsme předpokládali, že výnos pětiletého dluhopisu je 5%. Vzhledem k tomu, že desetiletý dluhopis nabízený druhým věřitelem je větší, první věřitel ho rád zakoupí. Nicméně, je-li možné během pěti let získat vyšší výnos nákupem již existujícího desetiletého dluhopisu než nákupem nově emitovaného dluhopisu, všichni potenciální zájemci o koupi budou popotávat desetileté dluhopisy a nikdo nebude mít zájem o nově emitované dluhopisy. Je zřejmé, že aby nově emitované pětileté dluhopisy měli vůbec šanci na trhu přežít musí nabízet minimálně stejný výnos jako již existující desetileté dluhopisy s pětiletou dobou do splatnosti. Tento poptávko-nabídkový mechanismus tak uvede do souladu výnosy všech dluhopisů se stejnou dobou do splatnosti ať už jsou deseti, pěti nebo tříleté. Jinými slovy, současné dlouhodobé sazby musí být rovny současným krátkodobým sazbám.

Pro komplexní uchopení hypotézy očekávání je dobré uvést ještě jeden příklad. Předpokládejme, že pětiletá sazba zůstane nezměněna ve výši 5% po příštích pět let, ale poté vzroste na 10%. Na jaké úrovni se musí pohybovat současná sazba na desetileté depozitum? Pokud věřitel zakoupí pětiletý dluhopis přinášející 5% během pěti let, po jejichž uběhnutí zakoupí další pětiletý dluhopis, který mu však v průběhu následujících pěti let vynese 10%, jeho průměrný výnos bude činit 7.5% za 10 let. Za těchto okolností by bylo iracionální kupovat desetiletý dluhopis, který by vynášel méně než 7.5%. Na druhé straně si představme, že centrální banka se rozhodne půjčit si prostřednictvím emise pětiletých dluhopisů a po pěti letech obnovit tento úvěr pomocí

další emise pětiletých dluhopisů. Za tuto půjčku bude centrální banka platit úrok ve výši 7.5% a bylo by evidentně nesmyslné aby nabízela úrok vyšší než 7.5% na jí emitované desetileté dluhopisy.

Předchozí argumentaci lze zobecnit následujícím způsobem: Při nulové nejistotě ohledně vývoje budoucích sazeb, současná dlouhodobá sazba musí být dána jako vážený průměr současné a budoucí krátkodobé sazby.

Například dvouletá sazba musí být váženým průměrem současné a budoucí jednoleté sazby. Šestiměsíční sazba musí být váženým průměrem současné a budoucí tříměsíční sazby, atd. Z toho vyplývá, že by bylo dobré mít jednu "základní, velmi krátkou" sazbu a pomocí jí odvozovat, resp. predikovat, úrovně ostatních dlouhodobějších sazeb. Ideální by samozřejmě byla bezriziková sazba s nulovou dobou do splatnosti. Jaký by mohl být příklad depozita s nulovou dobou splatnosti? Mohlo by to být depozitum, za které obdržíme platbu kdykoli, jinými slovy depozitum **na viděnou** jako například běžný účet. O takových depozitech je zároveň možné uvažovat jako o depozitech s nulovým rizikem, a to i přesto, že nejsou emitována vládou ani centrální bankou. Typicky jsou totiž pojištěná, resp. garantovaná vládou nebo centrální bankou. Tím se vlastně dostáváme k ideální bezrizikovému depozitu, které má nulovou dobu splatnosti.

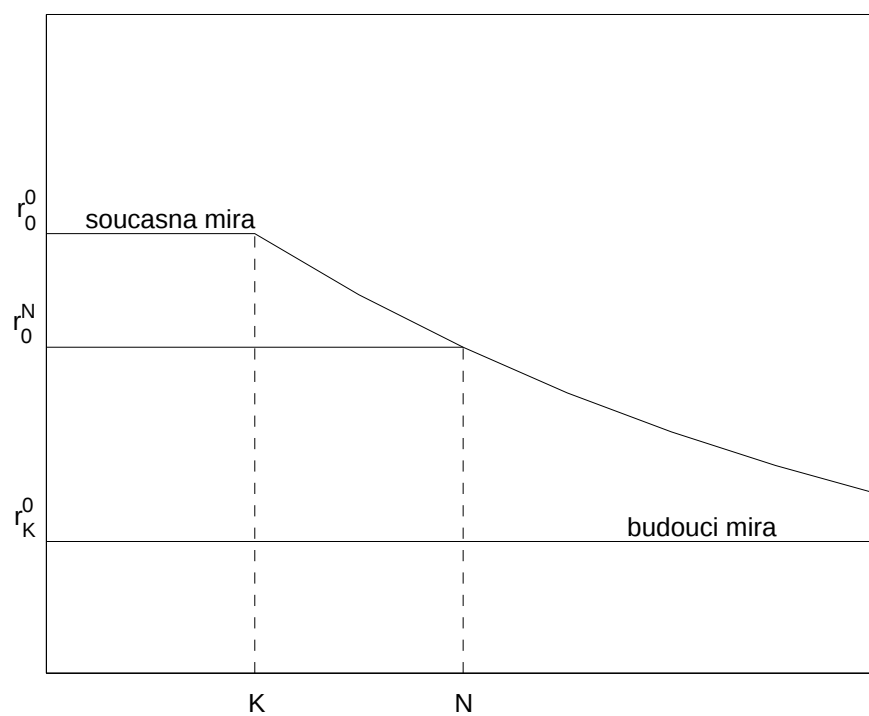
Nyní je možné zformulovat matematické pravidlo determinace úrokové sazby depozita s dobou splatnosti N coby funkci základní úrokové sazby r^0 . Označme současnou sazbu z vládou pojištěných (tedy bezrizikových) depozit na viděnou jako r_0^0 a hodnotu stejné sazby začínající v období K jako

r_K^0 . Předpokládejme, že v období K dojde k jednorázové změně sazby. Dále označme současnou sazbu depozita se splatností v období N jako r_0^N . Pověšme si, že dolní index označuje období a horní index dobu do splatnosti. Můžeme tedy psát

$$\begin{aligned} r_0^N &= r_0^0, 0 < N \leq K \\ r_0^N &= \frac{r_0^0 K + r_K^0 (N - K)}{N}, N > K \end{aligned}$$

Koeficienty K současné sazby r_0^0 a $N - K$ budoucí základní sazby r_K^0 jsou váhy vyplývající ze závěru o hodnotě současné dlouhodobé sazby, který jsme definovali na předcházející stránce. K je tak počet období po které základní sazba zůstává neměnná, tedy na původní úrovni r_0^0 a $N - K$ je tak počet období po, které bude sazba na změněné úrovni r_K^0 . Toto pravidlo postihuje pouze případ, kdy ke změně úrokové sazby dojde jen jednou v průběhu životnosti depozita. Není však složité zobecnit toto pravidlo tak aby reflektovalo případy jakéhokoli množství změn sazby. Výnosová křivka pro případ, kdy v období K dojde ke změně úrokové sazby je zachycena na obrázku 2.2.

Předpoklad, že věřitelé disponují dokonalou znalostí budoucích sazeb je samozřejmě nerealistický. O něco přijatelnější předpoklad by mohl být ten, že existuje určitá nejistota ohledně budoucího vývoje sazeb, ale věřitelé znají jejich očekávané hodnoty, neboli jejich nejlepší předpovědi. Pokud se věřitelé rozhodují na základě těchto nejlepších předpovědí pak výše definované pravidlo je i nadále platným popisem hypotézy očekávání. Investoři, kteří se



Obrázek 2.2: Výnosová křivka při změně sazby

chovají podle tohoto pravidla jsou pak nazývány jako rizikově neutrální.

2.3.1 Systematické změny sklonu výnosové křivky

Nyní je možné přistoupit k teoretickému objasnění jednoho z empirických faktů, tedy, že výnosová křivka je typicky strmě rostoucí v případě nízkých krátkodobých úrokových sazeb a naopak klesající v případě relativně vysokých krátkodobých úrokových sazeb. Nejdříve je však nutné definovat co znamená relativně nízká resp. vysoká sazba. V současné ekonomické situaci ČR je například 10%ní sazba z krátkodobých depozit považována za velmi vysokou. V období do května 1997 však bylo možné tuto úroveň považovat za normální a v období měnové krize a jejího doznívání v letech 1997 a 1998 by bylo možné tuto úroveň dokonce považovat za nízkou. Hovoříme-li o nízké či vysoké sazbě porovnáváme tak vlastně současnou úroveň sazby s úrovní, na které se typicky pohybovala v relativně krátké minulosti. Takže pokud říkáme, že úroková sazba je vysoká, typicky tím myslíme, že je vyšší než v blízké minulosti a tak očekáváme, že v budoucnu poklesne na úroveň, na které se v blízké minulosti pohybovala. Jak jsme právě ilustrovali na obrázku 2.2, hypotéza očekávání předpovídá, že očekáváme-li pokles úrokových sazeb výnosová křivka se sklání směrem dolů, zatímco v období očekávaného růstu sazeb získává rostoucí tvar. Hypotéza očekávání tak představuje velmi flexibilní teoretický nástroj. Pokud jsme ochotni přijmout předpoklady týkající se očekávání věřitelů, jsme pomocí této hypotézy schopni vysvětlit v podstatě jakýkoli tvar výnosové křivky. Je však nutné si povšimnout jistého

problému. Sklon výnosové křivky byl ve většině zemí, pro většinu typů depozit a po většinu období rostoucí. Jednoduchá teorie očekávání je tento fakt schopna vysvětlit pouze přijetím předpokladu, že věřitelé většinou očekávají permanentní růst. To je však velmi nerealistický předpoklad. Vzhledem ke značné variabilitě, která je pro úrokové sazby typická se lze jen stěží domnívat, že sazby v průměru vykazují pouze rostoucí tendenci. Účastníci trhu tedy pravděpodobně neočekávají permanentní růst úrokových sazeb. Naopak je evidentní, že pro případ dlouhodobějších sazeb účastníci trhu typicky očekávají nikoli růst, ale jejich setrvání na určité úrovni. K vysvětlení rostoucího tvaru výnosové křivky při uvažování tohoto faktu je nutné teorii modifikovat.

2.3.2 Sklon výnosové křivky

Opustíme-li předpoklad, že účastníci trhu očekávají permanentní růst sazeb, pak jakékoli alternativní vysvětlení pozitivního (rostoucího) sklonu výnosové křivky musí být založeno na tom, že dlouhodobé úrokové sazby jsou pro věřitele systematicky méně atraktivní. Jedině tak mohou být dlouhodobé sazby spojeny s vyšším úrokem než ty krátkodobé. Jak jsme právě demonstrovali v předchozím textu, pokud věřitel s jistotou ví, že krátkodobé sazby se nezmění, pak je indiferentní mezi nákupem dlouhodobého a krátkodobého depozita, neboť obě dvě by měly přinášet stejný výnos. Z této úvahy následně vyplývá, že pozitivní sklon výnosové křivky musí být nutně spojen s nejistotou ohledně budoucího vývoje sazeb.

Jedním z důvodů proč nejistota spojená s vývojem budoucích sazeb ovliv-

ňuje chování věřitele spočívá v tom, že neočekávaná změna úrokových sazeb ovlivňuje hodnotu jejich depozit na sekundárním trhu. Pro ilustraci použijme předchozí příklad, kdy věřitel zakoupil desetiletý dluhopis s výnosem 5% a za pět let jej prodal na sekundárním trhu. Pokud v průběhu tohoto desetiletého období nedošlo ke změně sazby, pak na sekundárním trhu obdrží cenu rovnající se pětiletému výnosu ve výši 5%. Pokud sazby naopak vzrostli, cena klesla a věřitel tak získá nižší než 5%ní výnos.

Již bylo zmíněno, že důvod pro změny cen a výnosů tkví v tom, že depozita prodávaná na sekundárním trhu musí soupeřit s depozity na trhu primárním. Došlo-li k růstu tržní sazby u nově emitovaných depozit (primární trh), výnos depozit obchodovaných na sekundárním trhu musí zaznamenat stejný nárůst. Vzhledem k tomu, že ostatní platby (kupóny) spojené s těmito depozity jsou fixní, nárůst výnosu je možný jen prostřednictvím pohybu ceny. Tento fakt lze snadno objasnit pomocí pravidla udávajícího tržní cenu depozita na sekundárním trhu:

$$V_T = \frac{V_N}{(1 + r_T^*)^{N-T}}$$

V případě, že $r_0^* = r_T^*$, neboli od doby emise depozita nedošlo ke změně sazby, cena tohoto depozita bude dána jako:

$$\hat{V}_T = \frac{V_N}{(1 + r_0^*)^{N-T}}$$

Lze snadno zkontrolovat, že jak ex-post výnos v období T , tak ex-ante vý-

nos v období $N - T$ v okamžiku prodeje tohoto depozita jsou rovny původní, resp. výchozí sazbě r_0^* .

$\hat{V}_T$ budeme nazývat předpokládanou cenou depozita. Pokud skutečná cena depozita V_T převyšuje tu předpokládanou pak věřitel inkasoval kapitálový zisk. Výše jeho zisku je jednoduše dána rozdílem mezi těmito dvěma cenami. V případě, že předpokládaná cena je naopak vyšší než cena skutečná, věřitel inkasuje kapitálovou ztrátu. Z předcházející rovnice je zřejmé, že kapitálové zisky se objeví pokud úroková sazba v čase T , r_T^* je nižší než výchozí sazba r_0^* a obráceně. To znamená, že očekávání věřitelů týkající se budoucích kapitálových výnosů a ztrát musí být propojeny s jejich očekáváním ohledně pohybu budoucích úrokových sazeb.

Jaký závěr bychom tedy mohli vyvodit ohledně očekávání budoucího pohybu úrokových sazeb? Zdá se být rozumné předpokládat, že účastníci trhu si uvědomují, že úrokové sazby se budou měnit, nicméně očekávají, že se budou pohybovat kolem určité úrovně, resp., že v průměru zůstanou stejné. Přijmeme-li tento předpoklad pak můžeme říct, že kapitálové ztráty a výnosy se vzájemně vyruší, resp. že jejich souhrnná hodnota se bude rovnat nule.

V tomto bodě je vhodné udělat malou rekapitulaci. Připomeňme, že dosavadní diskuze sleduje důležitý cíl: objasnění toho proč věřitel preferuje investice do krátkodobých depozit před investicemi do těch dlouhodobých. Jedině tak je možné vysvětlit pozitivní sklon výnosové křivky. Rovněž je dobré připomenout, že ekonomové pracují se zákonem klesajícího užitku. Ten říká že uspokojení z dodatečného množství statku, který spotřebitel zakoupí obecně

klesá s kupovaným množstvím. Jednoduše řečeno, čím více statků má spotřebitel k dispozici, tím je jeho uspokojení z nově zakoupeného statku nižší.

Zákon klesajícího užitku může být použit i v tomto případě. Lze tvrdit, že uspokojení, které věřitel získá nákupem dodatečného zboží v případě financovaným kapitálovým ziskem, je menší než případné neuspokojení (resp. frustrace) ze ztráty spotřeby, která vyplývá z kapitálové ztráty. Jednoduše řečeno, realizace kapitálové ztráty a s ní spojená ztráta užitku investora bolí víc než ho těší realizace kapitálového zisku, který může použít na dodatečnou spotřebu. Proto i za předpokladu, že se kapitálové zisky a ztráty vzájemně vyruší, negativní šoky které investor inkasuje v okamžiku kapitálové ztráty jsou mnohem silnější nežli pozitivní šoky, a proto se investor bude snažit vyvarovat jakéhokoli scénáře, který mu bude přinášet stejné množství ztrát jako zisků, prostě proto, že ztráty bolí více než zisky povzbuzují. Investor, který se podobným scénářům snaží vyhnout se nazývá rizikově averzní investor.

Je zřejmé, že jakýkoli nákup depozit s delší než nulovou dobou splatnosti je spojen s obdobími kapitálových zisků a ztrát. Rizikově averzní investor tak bude upřednostňovat depozita s nulovou nebo krátkou dobou splatnosti před dlouhodobými depozity. Dlouhodobá depozita tak bude ochoten umisťovat do svého portfolia jen v tom případě, že mu přinesou vyšší výnos než ta krátkodobá. Tento fakt, je možné považovat za dobrý argument objasňující rostoucí tvar výnosové křivky.

2.3.3 Úrokové riziko a termínová struktura

V předchozí pasáži jsme popsali proč depozita s nenulovou splatností typicky přinášejí vyšší výnos, než depozita na počkání. Nyní můžeme posunout popis termínové struktury o krok dále a objasnit, jakým způsobem hypotéza očekávání vysvětluje proč dlouhodobé sazby mají vyšší výnos než ty krátkodobé. Začneme opět příkladem. Předpokládejme, že vlastníme dvě depozita, která nesou jednorázovou platbu v různých dobách splatnosti. Tyto depozita byly nicméně emitovány ve stejném období (období 0) se stejnými cenami a shodnými výnosy. Pokud nedojde ke změně tržní sazby, jejich aktuální ceny v čase T budou rovněž identické a to i v případě, že doby jejich splatností jsou rozdílné. Nicméně předpokládejme, že tržní sazba nezůstala na stejné úrovni, ale naopak mezi počátečním obdobím 0 a současným obdobím T došlo k jejímu růstu $r_0^T = r_0^0 + \Delta r$, kde $\Delta r > 0$. Otázkou je, cena kterého depozita poklesne více. Zbývající doba splatnosti krátkodobého depozita bude samozřejmě kratší. Nazvěme dobu splatnosti krátkodobého depozita N_K a toho dlouhodobého N_D . Příslušné doby do splatnosti jsou tak dány jako $N_K - T$ a $N_D - T$. Vzhledem k tomu, že tržní výnosy vzrostli (díky růstu tržní sazby), krátkodobé depozitum musí generovat vyšší výnos aby bylo schopné soupeřit s nově emitovanými depozity, které mají dobu splatnosti shodnou s dobou do splatnosti $N_K - T$ krátkodobého depozita v našem držení. Navýšení výnosu, které musí kratší depozitum vygenerovat navíc aby se udrželo na trhu musí být minimálně ve výši $\Delta r V_T \times (N_K - T)$. Toto je v podstatě navýšení

tržní sazby aplikované na tržní cenu depozit V_T po zbývajících dobu do splatnosti. Dlouhodobé depozitum také musí nabídnout zvýšený výnos (aby se udrželo na trhu). Navýšení výnosu v tomto případě by mělo být minimálně $\Delta r V_T \times (N_D - T)$. Je zřejmé, že depozitum, které má pevně určenou platbu a dobu splatnosti nemůže najednou tuto platbu zvýšit, tak aby dorovnálo vyšší nároky na výnos. Jedinou cestou, jak k navýšení výnosu z depozita může dojít je prostřednictvím poklesu jeho ceny. Pokles ceny musí být tak velký aby tato mohla opět postupně růst s přibližující se dobou splatnosti, tentokrát však při vyšší tržní úrokové míře. Vzhledem k tomu, že cena dlouhodobého depozita se bude vyvíjet (růst) déle než cena krátkodobého depozita (krátké depozitum má kratší dobu zbývajících do splatnosti), bude pokles ceny dlouhodobého depozita výraznější než pokles ceny krátkodobého. Podle hypotézy očekávání, relativní poklesy obou cen pak budou zhruba v poměru jejich zbývajících dob do splatnosti. Tak například pokles ceny depozita, které má šest let zbývajících do splatnosti bude dvojnásobný oproti depozitu, kterému zbývají už jen tři roky do splatnosti.

2.3.4 Termínová prémie

Pokud riziko kapitálových ztrát depozita roste proporcionálně se zbývajících dobou do splatnosti, pak lze očekávat, že investoři budou požadovat za toto riziko kompenzaci. To samozřejmě povede k vyšším výnosům dlouhodobých depozit, což je další argument vysvětlující pozitivní sklon výnosové křivky.

Termínovou prémii depozita lze definovat jako rozdíl mezi výnosem tohoto

depozita a výnosu vládou pojištěných depozit na viděnou r^0 , neboli

$$\tau^N = r^N - r^0,$$

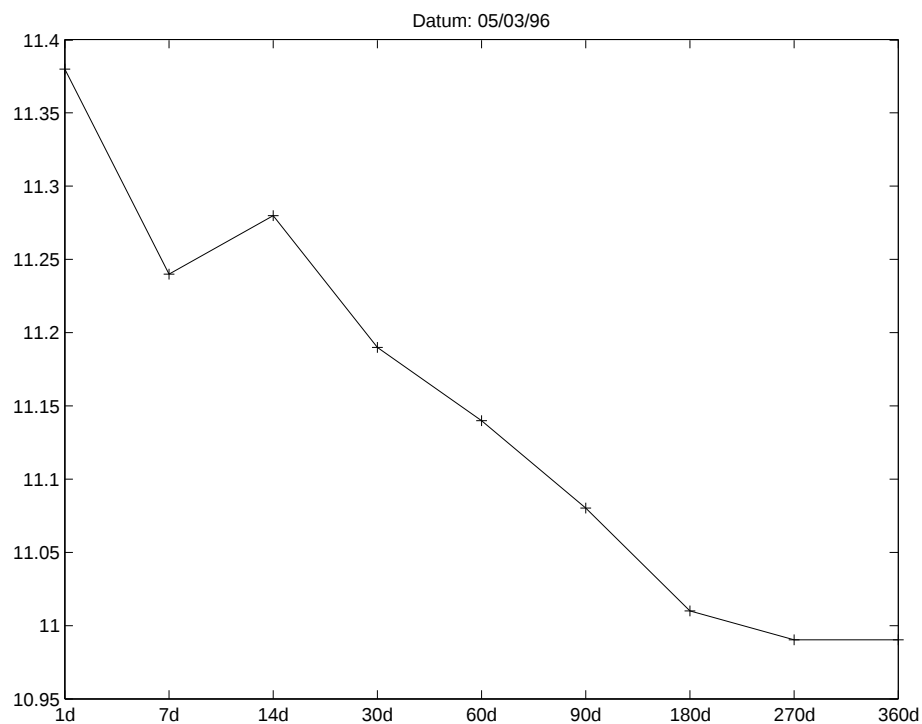
kde r^N představuje výnos depozita s N obdobími do splatnosti. Tato definice v podstatě říká, že termínová prémie by měla růst s dobou splatnosti a to proporcionálně se zbývajícím dobou do splatnosti. Tento vztah je možné formálně zapsat jako:

$$\tau^N = \tau(N) = mN,$$

kde m je pozitivní konstanta proporcionality. Tato konstanta může být nazývána koeficientem rizikové averze. Její různé hodnoty tak indikují různou míru rizikové averze investora. Je-li m relativně vysoká, malý nárůst doby do splatnosti (a tím i rizika kapitálových ztrát) přiměje věřitele požadovat kompenzaci tohoto rizika v podobě relativně vysoké termínové prémie.

2.3.5 Atypické tvary výnosové křivky

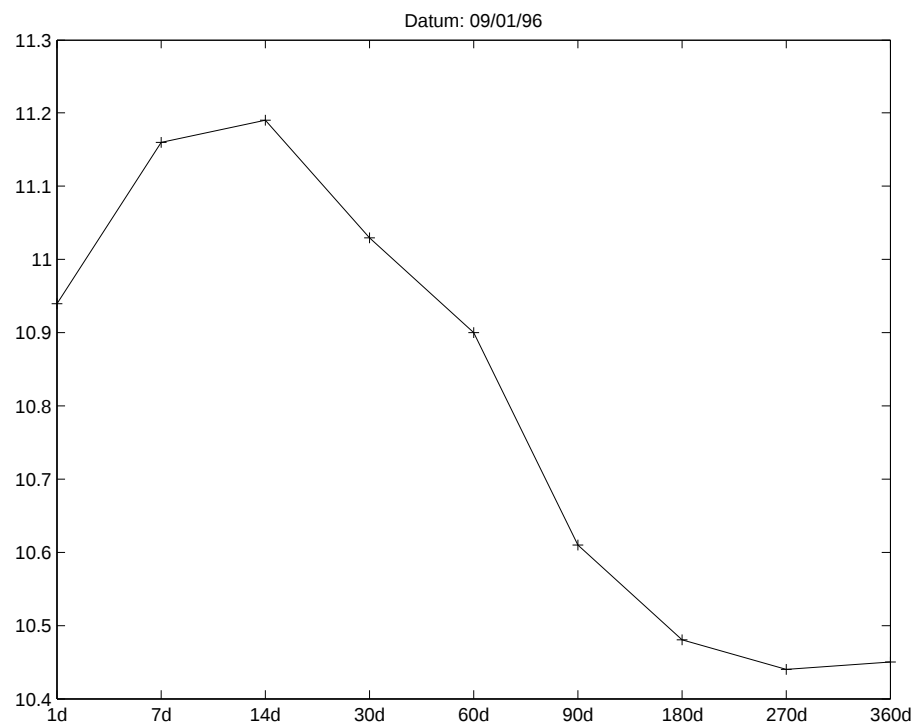
Opustíme-li poněkud omezující předpoklad, že investoři očekávají, že sazba se bude v průměru pohybovat kolem určité rovnovážné úrovně, je možné použít hypotézu očekávání k vysvětlení i jiných než rostoucích tvarů výnosové křivky jak jsme jej pozorovali na obrázku 2.1. V tomto případě je skutečný výnos dán jako souhrn tzv. přizpůsobených sazeb (vážený průměr základní sazby) a odpovídající termínové prémie. Tímto způsobem je možné docílit křivky,



Obrázek 2.3: Výnosová křivka s klesajícím tvarem: sazby PRIBOR

kteřá bude mít klesající sklon v rámci celé termínové struktury (viz obrázek 2.3).

Alternativně může mít výnosová křivka rostoucí tvar v jedné části termínové struktury a naopak klesající tvar v jiné části. Pokud věřitelé budou například očekávat že sazby budou po určité krátké období konstantní a poté prudce poklesnou výnosová křivka získá tvar obráceného písmene U, takže pro krátké sazby bude rostoucí, posléze dosáhne vrcholu v okolí splatností, které jsou časově podobně vzdálené jako horizont očekávaného poklesu a pak začne klesat pro splatnosti delší než horizont poklesu. Tento tvar křivky



Obrázek 2.4: Výnosová křivka ve tvaru obráceného U: sazby PRIBOR

je v případě sazeb PRIBOR zachycen na obrázku 2.4.

Křivky tohoto typu jsou typicky pozorovány krátce před vypuknutím recese, pravděpodobně proto, že úrokové sazby v období recese typicky prudce klesají.

Kapitola 3

Vliv ČNB na formování termínové struktury PRIBOR

V předchozí kapitole jsme se pokusili formování termínové struktury vysvětlit pomocí tržních faktorů, tedy prostřednictvím interakce nabídky a poptávky po zápůjčních zdrojích. Krátkodobé a dlouhodobé úrokové sazby jsou však typicky determinovány poněkud komplexnějšími procesy. Nabídka a poptávka generovaná na finančních trzích je generována interakcí řady subjektů. Nejvýznamnějším subjektem operujícím na mezibankovních trzích je typicky centrální banka. Proč jsou centrální banky pro formování termínové struktury tak významné?

3.1 Úloha centrálních bank na peněžním trhu

Hlavní úkolem drtivé většiny centrálních bank je zajištění měnové stability země a podpora obecné hospodářské politiky vlády tak aby ekonomika dané země směřovala k udržitelnému hospodářskému růstu. Typicky se centrální banky snaží zajistit stabilitu cen v ekonomice a tím přispět k tvorbě stabilního prostředí pro rozvoj podnikatelských aktivit v zemi. ČNB, podobně jako většina centrálních bank, se soustřeďuje především na stabilitu spotřebitelských cen, kterou se snaží zajistit pomocí efektivní kontroly inflace neboli ‘cílování inflace’. V rámci cílování inflace v podstatě centrální banka pokouší udržet inflaci na určité úrovni¹ a v 90. letech minulého století stalo hlavním měnově-politickým cílem většiny centrálních bank ekonomicky vyspělých zemí.² Jak ale ekonomická stabilizace prostřednictvím cílování inflace souvisí s termínovou strukturou? Stabilní ekonomická situace stimuluje investice, spotřebu a další ekonomické veličiny. Jak již bylo uvedeno, stabilita ekonomiky je podle řady ekonomů spojena s nízkou inflací, neboli stabilní cenovou hladinou. Cenová hladina je úzce spjata s cenou peněz, která je v ekonomice dána úrovní úrokových sazeb. Úrokové sazby, zejména ty krátkodobé, jsou tak hlavním nástrojem měnové politiky založené na cílování inflace. Ovlivňováním úrokových sazeb se tedy centrální banka snaží udržet

¹resp. v určitém cílovém pásmu, které si většinou stanovuje sama centrální banka

²Zhruba do poloviny 90 let byla měnová politika většinou prováděna pomocí řízení měnové báze a měnových agregátů. Podrobný přehled transmisních mechanismů v ČR lze nalézt v Kodera a Mandel [25]

inflaci na požadované úrovni³. Jakým způsobem lze vývoj úrokových sazeb ovlivnit? Centrální banka k tomu používá měnověpolitické nástroje. V případě ČNB jsou to:

- Operace na volném trhu
- Automatické facility
- Povinné minimální rezervy

Hlavním měnovým nástrojem jsou operace na volném trhu. Operace na volném trhu jsou většinou prováděny prostřednictvím repo operací, při kterých ČNB od přijímá od bank přebytečnou likviditu a dodává jim cenné papíry coby kolaterál. Obě strany jsou přitom dohodnuty, že po uplynutí určité lhůty provedou reverzní operaci při které banka vrátí ČNB cenné papíry a ta dodá bance původně přijaté finanční zdroje. V případě ČNB se většinou lhůta pro provedení reverzní operace stanoví v délce 14 dní. Tyto operace se proto nazývají *2TREPO*. Jak ale ČNB přiměje banky aby jí dodaly přebytečnou likviditu? Jednoduchou motivací je to, že je odměněno úrokem. Celá REPO operace tak dostává charakter běžného obchodu, při kterém banky kupují od ČNB cenné papíry (půjčují jí své přebytečné zdroje) a ČNB za to bankám platí úrok. Tím ČNB přímo ovlivňuje krátkodobé úrokové sazby na mezibankovním trhu a tedy i tvar výnosové křivky PRIBOR.

Nyní jsme velmi stručně popsali propojení centrální banky a mezibankovního trhu. Ukázali jsme, že ČNB prostřednictvím REPO operací přímo

³Popis mechanismu cílování inflace a jeho aspektů nabízí Mandel (1998) [30]

ovlivňuje krátkodobé sazby a tím i tvar (zejména krátkého konce) termínové struktury sazeb PRIBOR. Je ale nutné mít na paměti, že cílem centrální banky není formování termínové struktury ale udržení stabilní cenové hladiny. Ovlivnění krátkodobých sazeb k zajištění tohoto cíle nestačí. Centrální banky nicméně předpokládají, že se změny krátkodobých sazeb a) přelijí i do sazeb dlouhodobých a b) na změny v termínové struktuře mezibankovního trhu zareagují i další trhy, zejména pak trh depozit. V ideálním případě, by ČNB měla být schopna změnou REPO sazby zajistit a) obdobně velkou změnu krátkodobých sazeb a b) změnu dlouhodobých sazeb v požadovaném směru. V takovém případě centrální banka zasáhne celé spektrum úrokových sazeb peněžního trhu a je velmi pravděpodobné, že změna struktury na tomto trhu se přelije i do návazných trhů (trh depozit apod.). Vedle interakce nabídky a poptávky, motivovanou potřebou doplnění (nebo investování přebytečných) likvidních zdrojů, jsou tak operace na volném trhu velmi důležitým faktorem determinujícím termínovou strukturu.

Na tomto místě je vhodné si položit otázku, jak významný tento faktor na českém mezibankovním trhu vlastně je? V ideálním případě bychom provedli kvantitativní analýzu velikosti objemů REPO operací ve vztahu k běžným obchodům mezi bankami. Vhodnou se zdá být i analýza vzájemného vztahu mezi REPO sazbou, kterou samozřejmě vyhláší centrální banka a úrovní krátkodobých případně dlouhodobých sazeb. Detailní analýza jednotlivých faktorů ovlivňujících sazby PRIBOR není však předmětem této práce. Můžeme se ale pokusit odpověď na výše položenou otázku nalézt v existujících

teoretických pracích Brada, Brůna (2004) [4] a Brůna (2005) [8]. V následujícím textu se přidržíme analytických výsledků publikovaných v pracích . Začneme tím uvedením důležitého faktu: 90% obchodů na českém mezibankovním trhu je provedeno s instrumenty o splatnosti kratší než 3 měsíce. Drtivá část obchodování tak probíhá na krátkém konci termínové struktury. V předchozím textu jsme naznačili, že ČNB je svými REPO operacemi ovlivnit zejména krátkodobé úrokové sazby. Uvedli jsme, že centrální banka se snaží zajistit aby změna REPO sazby znamenala více méně obdobnou změnu krátkodobých sazeb. Je-li drtivá většina obchodování na peněžním trhu soustředěna na krátké splatnosti, je velmi pravděpodobné, ČNB bude svými 2T REPO operacemi schopna ovlivnit většinu obchodů na tomto trhu. Dále znovu připomeňme, že hlavním cílem ČNB je prostřednictvím řízení krátkodobých sazeb ovlivnit stability cenové hladiny. Jinými slovy pro centrální banku je případný neúspěch při ovlivňování termínové struktury vlastně selháním její měnové politiky, které vede k nesplnění jejího hlavního cíle a tím k nenaplnění funkce centrální banky. Takové selhání si centrální banka nemůže dovolit a také typicky dělá vše proto aby k němu nedošlo. Je-li splnění jejího cíle ohroženo z důvodu nedostatečné reakce krátkodobých úrokových sazeb jediné co centrální banka musí udělat je zvýšit intezitu svých aktivit. Jednoduchým opatřením je, že centrální banka postupně zvyšuje objem REPO obchodů, případně REPO sazeb, a to tak dlouho dokud nedojde k požadované změně termínové struktury. ČNB tak hraje velmi důležitou úlohu při determinaci struktury úrokových sazeb PRIBOR.

3.2 Termínová struktura a inflace

V předcházející části jsme popsali jakou úlohu centrální banka, resp. ČNB, hraje při ovlivňování úrokových sazeb PRIBOR. Rovněž jsme ukázali, že centrální banka je jedním z hlavních faktorů determinujících termínovou strukturu. Dále víme, že hlavní důvod vstupu ČNB na pražský mezibankovní trh je udržení inflace na předem stanovené úrovni. Z těchto faktů lze dovodit, že mezi inflačním vývojem a termínovou strukturou PRIBOR existuje poměrně silný vztah. Jaký způsobem tedy politika centrální banky sledující stabilní inflační prostředí ovlivňuje sazby PRIBOR? Nejdříve je nutné si uvědomit, že opatření centrální banky (tedy změna REPO sazby) ovlivní úroveň inflace až za relativně dlouhou dobu. Aktuální změny REPO sazby tak nejsou přímo podmíněny aktuální úrovní inflace, ale zejména předpovědí inflačního vývoje v období, kdy změna sazeb začne na inflaci působit. Řekněme, že ČNB ví, že dnešní změna REPO sazby zapůsobí na inflační vývoj až za 2 až 3 měsíce. V takovém případě centrální banka nastaví REPO úroveň REPO sazby podle předpovědi inflačního vývoje za 2 až 3. Termínová struktura PRIBOR, je tak ve svém důsledku ovlivňována předpovědí inflačního vývoje na 2 až 3 měsíce dopředu.

Důležitým momentem je i to jakým způsobem jsou změny REPO sazby prováděny. Vzhledem k tomu, že se centrální banka typicky snaží o udržení stabilního ekonomického vývoje, její politika je tak často prováděna v rámci postupných změn. REPO sazby jsou pak často drženy na konstantní úrovni

po relativně dlouhou dobu a případně změny nejsou skokové. Pokud však inflační předpověď naznačuje dynamičtější kumulaci inflačních rizik může centrální banka přistoupit k výrazné, resp. skokové změně. Lze očekávat, že každý z těchto postupů (pozvolná resp. skoková změna REPO sazby) se ve tvaru termínové struktury projeví různým způsobem. Při drobných úpravách REPO sazby rozvržených do delšího časového období bude úroveň REPO sazby determinovat zejména průměrnou úroveň úrokových sazeb, zatímco tvar úrokové struktury bude ovlivněn především běžnou interakcí nabídky a poptávky generovanou komerčními bankami, které působí na mezibankovním trhu. Pokud však centrální banka bude praktikovat politiku relativně náhlých a razantních změn tvar i průměrná úroveň termínové struktury bude do značné míry formován právě těmito náhlými změnami. Úroveň krátkodobých sazeb PRIBOR je tak do značné míry závislá na tom, zda účastníci trhu očekávají, že inflační prognóza donutí ČNB k serii razantních změn nebo naopak k ustálení REPO sazby na určité úrovni. Je možné se domnívat, že v prvním případě budou účastníci trhu následovat směr kterým centrální banka mění REPO sazbu. Tímto chování tak vlastně účastníci trhu zesilují politiku centrální banky. V ideálním případě by centrální banka nemusela REPO sazbu vůbec používat a krátkodobé sazby by se měnily jen v závislosti na inflační předpovědi. Hnacím motorem změn by byli sami komerční banky. Co se týká dlouhodobých sazeb je možné spekulovat, že ty se v případě očekávané serie změn REPO sazeb budou přizpůsobovat pomaleji než sazby krátkodobé. Jaké je opodstatnění této domněnky? Pokud centrální banka v současnosti

provádí sérii změn účastníci trhu se mohou domnívat, že po provedení těchto změn centrální banka ustálí REPO sazbu na nové stabilní úrovni. V dlouhém období tak úrokové sazby mohou být relativně stabilní. V takovém případě dojde k ostřejšímu zakřivení termínové struktury. V případě série poklesů REPO sazby se tak krátkodobé sazby dostanou na výrazně nižší úroveň zatímco dlouhodobé poklesnou jen relativně málo a termínová struktura tak získá relativně strmý tvar.

3.3 Shrnutí

Cílem této kapitoly bylo naznačit propojení tvaru termínové struktury PRIBOR s opatřeními centrální banky jejímž hlavním cílem je stabilní cenová hladina. Ukázali jsme, že inflace, resp. inflační prognóza může výrazným způsobem ovlivňovat sklon i úroveň termínové struktury. Tento mechanismu má důležité konsekvence pro empirický výzkum. Cílem této práce je mapovat platnost hypotézy očekávání. Hypotéza očekávání na trhu PRIBOR však není determinována jen čistou interakcí účastníků tohoto trhu. Případné neprokázání platnosti této hypotézy tak může souviset s typem politiky, kterou centrální banka na trhu provádí a nepřímo tak i s očekávanou úrovní inflace, resp. inflační prognózy.

Kapitola 4

Testování hypotézy očekávání na českém mezibankovním trhu

4.1 Dosavadní vývoj

Jak již bylo zmíněno empirické výsledky testování HO byly v řadě studií do značné míry ambivalentní a do současné doby existuje ve studiu HO řada neobjasněných problémů. Tak například Campbell a Shiller (1991) [10] dospěli k rozdílným závěrům o platnosti HO v závislosti na specifikaci a době splatnosti sledovaných depozit. Podle jejich studie se dlouhodobé změny sazby amerických státních depozit pohybovaly opačným směrem než jak předpovídá HO. Platnost HO byla v jejich případě navíc velmi silně zamítnuta na krátkém konci termínové struktury. Na druhou stranu pro dlouhý konec termínové struktury byla HO potvrzena. Celá řada dalších autorů dospěla k

podobně ambivalentním závěrům, přičemž právě nejednoznačnost výsledků motivovala finanční ekonomy k dalšímu, ještě intenzivnějšímu výzkumu této oblasti. V následující pasáži přinášíme stručný přehled prací, které lze z hlediska testování HO považovat za významné.

Jak již bylo zmíněno, asi prvními průkopníky v této oblasti byli Campbell a Shiller. Jejich studie pracují se dvěma regresními testy založenými na rozdílu sazeb s různou dobou splatnosti (termínové spready) a dvěma testy formulovanými vektorovou autoregresí (VAR). Fama (1991) [14] pak používá o něco odlišný přístup, kdy pro testování HO používá forwardové sazby. Testování založené na regresi termínových spreadů nebo forwardových sazeb však nepřinášely přesvědčivé výsledky. Podle Beakearta (1997) [2] to bylo způsobeno nedostatečným zohledněním efektu malého datového vzorku (omezené délky časové řady). Beakert proto kvantifikuje bias způsobený krátkostí časové řady a koriguje výsledky Campbella a Shillera. Beakert rovněž rozšiřuje jejich formulaci VAR o GARCH modelování reziduí. Tímto postupem se mu podařilo výsledky pro US depozita dále zpřesnit a dosáhnout většího souladu modelového schématu a HO.

Tito autoři do značné míry definovali metodologii použitelnou pro testování HO. V průběhu 90.let minulého a začátkem tohoto století pak vznikla řada prací, které se pokoušeli tuto metodologii aplikovat na různých trzích. Například pro Londýnský mezibankovní trh to byla práce K. Cuthbertsona (1996) [12], pro německé úrokové sazby pak Boreo a Torricelli (1997) [3], na český mezibankovní trh se zaměřil V. Kotlán (1999) [26], pro trh americk-

kých repo sazeb pak aplikaci vypracoval Longstaff (2000) [27], Corte, Sarno, Thornton (2006) [11] atd. Původní průkopníci testování HO se této oblasti věnují i v současnosti (Fama (2006) [15] a Beakert (2001) [1]), což dokládá že tato oblast je z hlediska aktivity ekonomického výzkumu stále velmi živou.

4.2 Cíl práce

Cílem této práce je detailně prozkoumat termínovou strukturu českého mezibankovního trhu. Zejména se soustředíme na krátký konec termínové struktury, tedy sazby PRIBOR se splatností do jednoho měsíce. Tato práce se tak pokouší nalézt odpovědi na otázky typu:

- "Platí hypotéza očekávání u sazeb PRIBOR?"
- "Existuje termínová premie nebo je její hodnota nulová?"
- "Jaké jsou vztahy mezi sazbami na krátkém konci výnosové křivky?"
- "Existují různé režimy vývoje termínové struktury? Jaká je jejich dynamika?"

Většina výše citovaných aplikací se zaměřuje na omezený okruh aspektů HO. Pro hlubší porozumění dynamiky úrokových sazeb je vhodné studovat je z několika pohledů. Hlavním přínosem této práce je proto využití škály tradičních i méně tradičních statistických metod k detailnímu zmapování dynamické podstaty krátkého konce termínové struktury¹ sazeb PRIBOR.

¹a tím i případné prokázání platnosti hypotézy očekávání

Naším záměrem je tak popis širšího spektra efektů HO než jaký bychom obdrželi použitím jen jedné analytické metody. Vzhledem k tomu, že pracujeme se sazbami českého mezibankovního trhu vycházíme z popisu dynamiky českých úrokových sazeb tak jak byl prezentován v některých studiích mimo jiné například v práci Mandela (1997) [29].

4.3 Struktura práce a použité metody

Hypotézu očekávání termínové struktury lze definovat (Campbell a Shiller (1991) [10]) jako vztah, který říká, že kontinuálně úročené dlouhodobé sazby² jsou vlastně váženými průměry očekávaných současných hodnot kontinuálně úročených krátkodobých sazeb. Tento vztah může být eventuálně vyvážen aditivní v čase neměnou termínovou premií³. Formálně lze tento vztah zapsat jako:

$$r_{t,n} = \frac{1}{n} \sum_{i=0}^{n-1} E_t r_{t+i} + \kappa_n \quad (4.1)$$

kde $r(t, n)$ značí kontinuálně úročenou annualizovanou úrokovou sazbu v čase t na depozitum s n obdobími do splatnosti, $r(t)$, značí krátkodobou sazbu se splatností 1 období a κ_n je konstantní termínová premie.

Existuje řada způsobů jak platnost vztahu 4.1 testovat. Tak například

²výnosy dlouhodobých čistých diskontovaných depozit

³premie, kterou věřitel obdrží za ochotu obejít se bez prostředků (investovaných do depozita) relativně dlouhou dobu

Campbell a Shiller (1991) si povšimli, že rovnice 4.1 implikuje, že termínový spread $r_{t,n} - r_{t,1}$, předpovídá budoucí změny dlouhodobé úrokové sazby. Přesně řečeno, v rovnici

$$r_{t+1,n-1} - r_{t,n} = \alpha_0 + \alpha_1 \frac{1}{(n-1)} \times \beta(r_{t,n} - r_{t,1}) + \epsilon(t+1) \quad (4.2)$$

by sklon regresní přímky α_1 měl být roven 1. Dalším faktem, který je implikován vztahem 4.1 je, že současný termínový spread by měl být schopen předpovídat vážený průměr budoucích změn krátkodobé úrokové sazby. Konkrétně pak v rovnici

$$\left(\frac{1}{n-1} \sum_{i=1}^{n-1} r_{t+i,1} \right) - r_{t+i-1,1} = \delta_0 + \frac{n-1}{n} \times \delta_1(r_{t,n} - r_{t,1}) + \epsilon(t+n-1) \quad (4.3)$$

by parameter zachycující sklon regresní přímky δ_1 měl být roven 1.

Jaký je ekonomický význam těchto rovnic? První rovnice popisuje vztah změn výnosu (za 1 období) dlouhodobého bondu a výnosového spreadu mezi dlouhodobým (n období) a krátkodobým (1 období) bondem. Pokud hypotéza očekávání platí pak koeficient $\beta = 1$. V případě tzv. "čisté" hypotézy očekávání (termínové prémie je nulová) bude koeficient α roven nule. Druhá rovnice pak zachycuje vztah mezi převísem průměrné výnosnosti krátkodobého bondu nad výnosností tohoto bondu v prvním období a výnosovým spreadem. Bohužel pokusy o prokázání platnosti HO pomocí rovnic 4.2 a 4.3 nevedly k uspokojivým výsledkům. Ekonomové se tedy pokusili odvodit

další typy testů, které by byly schopny platnost rovnice 4.1 prokázat. Tato studie postupně pracuje s testy, které v aplikacích na americké nebo evropské úrokové sazby dosahovaly poměrně dobrých výsledků a jejichž formulace byly robustní proti odchylkám od klasických statistických předpokladů jako je nezávislost, normální rozdělení, homoskedasticita, stacionarita dat apod.

Předkládaná práce je budována ve 3 úrovních statistické komplexnosti. V kapitole 5 je použita relativně jednoduchá technika založená na využití lineárního regresního modelu (LRM), který používáme pro formulaci testů podobné rovnicím 4.2 a 4.3. Do této oblasti lze zařadit i práci V. Kotlána, který pro studium termínové struktury sazeb přibor používal LRM a ARMA⁴ regresi forwardových a spotových sazeb. Přestože tyto jednoduché modely jsou často schopny dodat relativně dobré výsledky, je nutné upozornit na jejich nízkou sílu (vypovídací schopnost) v případech kdy se data odchylojí od předpokladů klasického lineárního modelování. Úrokové sazby jsou však typickým reprezentantem skupiny dat u nichž jsou tyto odchylky velmi silné. Je tedy vhodné výsledky dosažené touto metodou potvrdit dalším testováním.

V literatuře často používanou formulací je ta založená na vektorový autoregresní modelu VAR. Tu opakovaně použili i Cambell a Shiller a řada dalších autorů. Tento přístup přinesl o něco silnější důkazy hovořící ve prospěch HO, metoda však evidentně trpěla problémem krátkosti časové řady a zní vyplývajícího biasu. V kapitole 6 proto testujeme HO u sazeb PRIBOR pomocí VAR formulace. Přestože dosažené výsledky ukazují na platnost HO, nejsou zcela

⁴Auto-Regresní Moving (Plovoucí) Average (Průměr) model

přesvědčivé. Faktory stojící za nejednoznačností výsledků mohou spočívat v nedostatečném modelování reziduí, případně nestabilitě termínové prémie (viz kapitola 3. V dalším kroku proto VAR model rozšiřujeme o GARCH⁵ model. VAR-GARCH formulace testu dále zvyšuje kvalitu výsledků. Lze se však domnívat, že dosažené výsledky trpí tzv. problémem "biasu malého vzorku" neboli krátkostí časové řady. Beakert (1997) [2] navrhuje tento problém řešit prostřednictvím metody Monte Carlo, s jejíž pomocí lze dosáhnout úpravy parametrů VAR a tím zvýšit vypovídací schopnost testu. V závěru této části jsou prezentovány výsledky dosažené pomocí Monte Carlo simulací VAR-GARCH modelu. Lze říci, že výsledky druhé části dodávají poměrně silné argumenty pro platnost HO a zároveň popisují některé zajímavé vztahy termínové struktury.

Kapitola 7 se pak pokouší o aplikaci nového přístupu dynamického modelování nonlinearity⁶ úrokových sazeb založeného na práci B. Hansena (2002) [20]. Hansen používá prahový autoregresní model (TAR⁷)⁸. TAR model používá tzv. "chybu korigující" verzi VAR modelu neboli VECM⁹. Tento model

⁵Generalized Autoregressive Conditional Heteroscedasticity

⁶Přestože většina postupů analyzujících úrokové sazby je postavena na předpokladu linearity, je nutné si uvědomit, že v téměř žádný ekonomický proces nelze považovat za lineární. Předpoklad linearity je v drtivé většině případů jen zjednodušením pohledu na dynamiku dané veličiny.

⁷Threshold Autoregressive Model

⁸Hansen se tématu TAR modelování věnoval v řadě prací, zejména pak v Hansen(1999) [19] a Hansen(2001) [21]

⁹Vector Error Correction Model

rozděluje hodnoty PRIBOR do 2 režimů (úrovní), přičemž parametry VECM se mění podle toho v jakém režimu se sazby PRIBOR aktuálně nacházejí. Přestože metodologie tohoto postupu se teprve rozvíjí dosažené výsledky poměrně kvalitním způsobem potvrzují výsledky první a druhé části a zároveň upozorňují na potenciální důležitost vlivu režimů a nutnost s těmito režimy při obdobných aplikacích uvažovat.

4.4 Data

V rámci empirické analýzy používáme údaje o denních a v některých částech měsíčních sazbách PRIBOR¹⁰. Splatnosti, se kterými pracujeme jsou 1 den, 7 dní, 14 dní, 30 dní, 60 dní, 180 dní, 270 dní, a 360 dní. Zdroj dat je internetová stránka České Národní Banky¹¹. V jednotlivých kapitolách pracujeme s různými selekcemi datasetu¹². Typickým důvodem proč není použit vždy celý dataset je numerická náročnost jednotlivých typů analýz. Vzhledem k tomu, že sazby PRIBOR jsou na webu ČNB uváděny v annualizovaném vyjádření, přičemž HO pracuje s kontinuálně úročenými sazbami, byly všechny sazby PRIBOR transformovány do kontinuálního úročení. V první kapitole empi-

¹⁰Pozn: Jeden z nejznámějších datasetů používaných při studiu HO byl vypracován ve studii Hamburger a Platt (1975) [17]. Jejich dataset však obsahuje sazby amerických statních dluhopisů: T-BondsT-Bills

¹¹www.cnb.cz

¹²Z tabulek a diskuse v daných kapitolách zřetelně vyplývá, jaké časové řady jsou předmětem analýzy

rické části (5) používáme denní data pro všechny doby splatnosti v případech podmíněného a nepodmíněného testu. Pro případ regrese forwardových sazeb jsou použity denní údaje vybraných dob splatnosti. V kapitole 6 sledujeme pouze krátký konec termínové struktury, takže používáme denní sazby se splatností do jednoho měsíce. Obdobně je tomu i v kapitole 7 věnované nelineárnímu modelování. Tam však pracujeme s měsíčními údaji. S měsíčními sazbami pracujeme zejména proto, že denní data by bylo nutné analyzovat s větším množstvím režimů než 2, bohužel v současnosti (alespoň dle našich poznatků) neexistuje žádný software, který by byl schopen takovou analýzu provést.

Kapitola 5

Spotové a forwardové regrese termínové struktury

Jako první krok testování hypotézy očekávání je vhodné využít jednoduchých statistických metod. Začneme tedy s lineárním regresním modelem a jednoduchými statistikami založenými na podmíněných a nepodmíněných průměrech. Jednoduchost těchto metod je dána zejména množstvím předpokladů, se kterými pracují. V případě lineárního modelu je patrně nejvíce omezujícím předpoklad normálního rozdělení a nezávislosti dat. Pro úrokové sazby (a většinu ostatních finančních dat) je to předpoklad značně nerealistický, což nutně vede ke snížení kvality, resp. síly testovací metody. Na druhou stranu jednoduché postupy mají výhodu v tom, že umožňují získat první a mnohdy i poměrně kvalitní obrázek o dynamice analyzovaných dat. Tato kapitola používá 2 typy regresních metody postavených na forwardových a spotových

spreadech. První metoda vychází z práce V. Kotlána (1999) [26], který pro testování HO použil lineární regresi forwardových a spotových sazeb. Druhá pak ze studie A. Longstaffa (2000) [27], který konstruuje tzv. nepodmíněný a podmíněný test¹. Oba dva postupy představují různé formulace testu rovnice 4.1 a svou konstrukcí se přibližují formulacím Famy (1990) a Campbella a Shillera (viz rovnice 4.2 a 4.3).

5.1 Nepodmíněný test

Za formulací nepodmíněného testu stojí snaha o odpověď na otázku: "Existuje termínová prémie u sazeb PRIBOR nebo platí tzv čistá forma HO²? Jaká je její výše?". Formulace tohoto testu je založena na porovnání průměrných jednodenních sazeb PRIBOR a sazeb dlouhodobých, přesněji řečeno sazeb s n obdobími do splatnosti $r_{t,n}$. Průměr jednodenních sazeb je kalkulován za období t až $t+n$ a budeme jej značit jako $r_{t,t+n}$. Všimněme si, že rovnici 4.1, lze přepsat ve zjednodušeném tvaru jako:

¹Oba testy jsou v podstatě jednoduché regrese využívající nepodmíněných a podmíněných průměrů sazeb PRIBOR.

²čistá forma Hypotézy očekávání předpokládá, že termínová prémie je nulová

$$\begin{aligned}
r_{t,n} &= E_t\left[\frac{1}{n} \sum_{i=0}^{n-1} r(t, t+i) | \Omega_t\right] + \kappa_n \\
r_{t,n} &= E[r_{t,t+n} | \Omega_t] + \kappa_n \\
E[r_{t,t+n} | \Omega_t] &= r_{t,n} + \alpha_n \\
E[r_{t,t+n} - r_{t,n} | \Omega_t] &= \alpha_n
\end{aligned}$$

kde, α_n představuje termínovou prémii a Ω_t je informační soubor v čase t , na základě kterého se investor rozhoduje. Vezmeme-li očekávání (průměr) přes všechny možné informační soubory, které investor může mít k dispozici pak lze psát,

$$\begin{aligned}
E[E[r_{t,t+n} | \Omega_t] - E[r_{t,n}]] &= \alpha_n \\
E[r_{t,t+n} - r_{t,n}] &= \alpha_n
\end{aligned} \tag{5.1}$$

Pokud se termínová premie bude rovnat nule $\alpha_n = 0$ obdržíme čistou verzi HO tedy rovnici 4.1. Jestliže naopak $\alpha_n \neq 0$, pak máme důvod domnívat se, že termínová premie existuje. Konkrétně je tedy termínová premie počítána jako průměrný rozdíl průměrné jednodenní sazby PRIBOR (1) (resp. $r_{t,t+n}$) a příslušné dlouhodobé sazby PRIBOR (n) (resp. $r_{t,n}$). Pokud se například zajímáme o termínovou premii spojenou se 14 denní splatností, bude výpočet následující:

1. sečteme všechny sazby PRIBOR (1) od času t (řekněme dnešní den)

- do času $t + 14$ (14 dní od dnešního dne) a vydělíme je 14. Tím získáme průměrnou sazbu PRIBOR (1) za období $t, t + 14$,
2. od této sazby odečteme hodnotu PRIBOR (14) v čase t (dnes) a tím obdržíme $\alpha_{t,n}$ neboli 14-ti denní termínovou prémii spojenou s časem t (tedy dneškem),
 3. tento výpočet provedeme pro všechny dny, kdy máme hodnoty PRIBOR k dispozici,
 4. a následně spočítáme průměr těchto premií,
 5. výsledkem je nepodmíněná termínová premie α_n

Hodnoty nepodmíněných premií v tabulce 5.1 se ve všech případech pohybují velmi blízko nuly. P-hodnoty t-testu³ potvrzují že termínová premie je velmi blízká nule. Můžeme tedy říci, že nepodmíněný test implikuje čistou verzi H_0 , neboli neexistenci termínové premie pro celé spektrum sazeb PRIBOR. Na tomto místě je dobré připomenout, že nepodmíněné statistiky mají typicky mnohem nižší sílu než statistiky podmíněné. Na druhou stranu výhodou nepodmíněného testu je, že využívá pouze prvního momentu⁴ dat a tím není ovlivněn perzistencí dat (Fuller (1976)), se kterou se budeme potýkat v dalších částech této práce.

³ H_0 : termínová premie se liší od nuly

⁴průměru

Tabulka 5.1: Souhrná statistika pro termínovou prémie sazeb PRIBOR

splatnost	průměr	průměr	prémie	P-value	N
	PRIBOR (1)	PRIBOR (n)			
7 dní	1.83	1.86	-0.03	0.00	3071
14 dní	1.83	1.86	-0.03	0.00	3071
30 dní	1.83	1.86	-0.03	0.00	3071
60 dní	1.83	1.86	-0.03	0.00	3071
90 dní	1.83	1.87	-0.04	0.00	3071
180 dní	1.84	1.87	-0.03	0.00	3071
270 dní	1.84	1.88	-0.04	0.00	3071
360 dní	1.84	1.89	-0.05	0.00	3071

5.2 Podmíněný test

Přirozeným krokem který následuje po nepodmíněném testování H_0 je podmíněný test. V rámci nepodmíněného testu jsme použili očekávání ("průměr") přes všechny možné informační soubory Ω_t , na základě kterých se investor v čase t rozhoduje o nákupu či prodeji depozita a tím tak o jeho ceně a potažmo termínové prémii. Toto "zprůměrování" informačních souborů vede ke ztrátě resp. "zploštění" informace, která je pro investory a tím i dynamiku termínové struktury podstatná. Proto je vhodné formulovat test podmíněný, který s touto důležitou informací bude pracovat. V podmíněném testu

tak sledujeme vývoj termínové prémie v závislosti na dostupném informačním souboru investorů. Existuje řada možných definicí informačního souboru. Nejjednodušší a pro testovací účely pravděpodobně nejvhodnější je definovat informační soubor jako hodnotu dlouhodobé sazby PRIBOR (n). Pokud HO platí pak by informační soubor Ω_t neměl žádným způsobem ovlivňovat rozhodování investorů. Jinými slovy, chování investora by se mělo řídit jen a pouze logikou HO termínové struktury. Současná úroveň dlouhodobých sazeb by tak investora neměla ovlivnit, protože věří, že tato úroveň je dána pouze jako výsledek váženého průměru očekávaných krátkodobých sazeb. Jako vhodný testovací nástroj se tedy nabízí regrese termínového spreadu $r_{t,t+n} - r_{t,n}$ na příslušnou dlouhodobou sazbu $r_{t,n}$, která reprezentuje informační set. Regresní rovnice je tak dána jako:

$$r_{t,t+n} - r_{t,n} = \alpha_n + \beta_n r_{t,n} + \epsilon_{t+n}$$

Při analýze českého mezibankovního trhu je však nutné zohlednit i efekty měnové krize roku let 1997 a 1998. Poté co sazby PRIBOR v kětnu 1997 strmě vzrostly, jejich návrat k nízkým úrovním trval v podstatě až do roku 2000. Z extrémních hodnot se sazby PRIBOR nicméně dostaly na sice vysokou, ale nikoli extrémní hladinu, už během června 1997. Tento extrémní výkyv je nutné při testování zohlednit. Po vzoru Kotlána tak zavádíme dvě dummy proměnné $d975$ pro květen 97 a $d976$ pro červen 97. Regresní rovnice pro případ podmíněného testování HO sazeb PRIBOR tak nabývá tvaru

$$r_{t,t+n} - r_{t,n} = \alpha_n + \beta_n r_{t,n} + d975 + d976 + \epsilon_{t+n}$$

Pokud HO platí pak termínová prémie je zachycena parametrem α_n a parametr β_n musí být roven nule. Pokud $\alpha_n = 0$, lze argumentovat, že na trhu platí čistá verze HO. Z tabulky 5.2 vyplývá⁵, že hodnoty α_n a stejně tak i hodnoty β_n jsou podobně jako u předchozího testu pro všechny typy splatností PRIBOR velmi blízké nule. Pohled na P-hodnoty provedeného t-testu ukazuje, že s výjimkou β_n v rovnici pro 270 denní splatnost jsou všechny parametry statisticky významné (většinou na 1%ní hladině významnosti). Tento výsledek je opět argumentem hovořícím ve prospěch platnosti čisté verze HO.

5.3 Regrese forwardových sazeb

Tato část čerpá zejména z práce V. Kotlána (1999) [26]⁶⁷. Kotlán testoval HO na českém mezibankovním trhu pomocí regrese implicitních forward sazeb.⁸

⁵Vzhledem k tomu, že hodnoty dummy proměnných nejsou pro interpretaci testu podstatné nejsou v zde uvedeny. Až na hodnotu $d976$ v regrese rovnici 14-ti denních sazeb byly všechny dummy proměnné statisticky významné.

⁶Kotlán pracoval s měsíčními daty za období 1992 – 1998. V této části práce sleduje podobnou část termínové struktury, používá však denní data sledovaného období

⁷Matematické značení této části navazuje na předchozí uzanci, nicméně odlišnost od značení, které ve své práci použil Kotlán je marginální. To by mělo umožnit jednoduchou orientaci mezi oběma studiemi.

⁸Tento postup definoval E. Fama (1984, 1987 a 1990)

Tabulka 5.2: Výsledky podmíněného testu formulovaného regresní rovnicí 5.2

splatnost	α_n	β_n	P-value (α_n)	P-value (β_n)	N
7 dní	0.04	-0.03	0.00	0.00	3071.00
14 dní	0.04	-0.03	0.00	0.00	3071.00
30 dní	0.03	-0.03	0.00	0.00	3071.00
60 dní	0.03	-0.03	0.00	0.00	3071.00
90 dní	0.02	-0.03	0.01	0.00	3071.00
180 dní	-0.02	-0.01	0.01	0.00	3071.00
270 dní	-0.05	0.00	0.00	0.97	3071.00
360 dní	-0.08	0.01	0.00	0.01	3071.00

Test je ve své podstatě obdobou formulace 4.2. Z HO očekávání lze totiž odvodit, že budoucí dlouhodobá sazba je dána váženým průměrem současných sazeb s nižší dobou splatnosti, přičemž tyto nižší doby splatnosti musí ve svém součtu pokrýt celé období od současnosti až do okamžiku splatnosti budoucí dlouhodobé sazby. Tuto poněkud složitou slovní formulaci lze jednoduše zapsat jako

$$r_{t+n,t+n+m} = \frac{m+n}{m} r_{t,t+n+m} - \frac{n}{m} r_{t,t+n} \quad (5.2)$$

kde $m < n$ jsou splatnosti dlouhodobého a "méně" dlouhodobého (krátkodobějšího) depozita, $r_{t+n,t+n+m}$ je hodnota v období $t+n$, sazby, která je splatná v období $t+n+m$. Tak například pokud $n = 30$ a $m = 60$, pak

$r_{t+n,t+n+m}$ je hodnota v období $t + 30$ sazby PRIBOR, která má splatnost v období $t + 90$. Jinými slovy (viz. Kotlán (1999) [26]) je to hodnota PRIBOR (2 měsíce) za 1 měsíc. Výraz na levé straně rovnice 5.2 se pak nazývá **implicitní forwardová sazba** a značíme ho jako $f_{t,t+n,t+m+n}$, takže

$$f_{t,t+n,t+m+n} = \frac{n}{m}r_{t,t+n} - \frac{m+n}{m}r_{t,t+n+m} \quad (5.3)$$

Pokud tedy HO očekávání platí, pak $r_{t+n,t+n+m}$ musí být rovna $f_{t,t+n,t+m+n}$. Tuto hypotézu je jednoduché ověřit pomocí regrese

$$r_{t+n,t+n+m} = \alpha_n + \beta_n f_{t,t+n,t+m+n} + d975 + d976 + \epsilon_{t+n} \quad (5.4)$$

Pokud $\alpha_n = 0$ a $\beta_n = 1$, HO platí a termínová prémie neexistuje, což by vedlo k čisté verzi HO. Dummy proměnné v této regresi opět zohledňují krizový vývoj na jaře 1997. Vzhledem k tomu, že tento a i následující typy testů již nespočívají jen na jednoduchých statistikách využívající jen prvního momentu dat, je nutné testovat případnou nestacionaritu dat. Podobně jako Kotlán (1999) [26] používáme ADF⁹ test ke kontrole stacionarity dat. Tabulka 5.3 shrnuje výsledky testu jednotkového kořene¹⁰.

Je zřejmé, že všechny testované časové řady jsou nestacionární. V případě nestacionarity časové řady jsou porušeny předpoklady lineárního regresního modelu. Aby bylo možné takovou časovou řadu použít je nutné ji transformovat do stacionární podoby. Typickým řešením je filtrování případně differenco-

⁹Augmented Dickey-Fuller

¹⁰V testu byla zakomponována konstanta, nulový trend a nulová sezónnost

Tabulka 5.3: ADF test stacionarity časových řad PRIBOR. H_0 : Řada obsahuje jednotkový kořen

splatnost	statistika	P-value
30 dní	-1.17	0.6894
60 dní	-1.46	0.6996
90 dní	-0.9757	0.7638
180 dní	-0.7738	0.8257
270 dní	-0.6908	0.8472
360 dní	-0.7089	0.8427

vání, což je jen speciálním případem filtrování. Po vzoru Kotlána používáme differencování všech řad zahrnutých v regresních rovnicích, tedy včetně řad implicitních forwardových sazeb $f_{t,t+n,t+m+n}$. Na rozdíl od jeho postupu jsou však časové řady PRIBOR v tomto případě diferencovány tradičním způsobem, tedy $r_t^{diff} = r_t - r_{t-1}$

Tabulka 5.4 shrnuje výsledky regresí pro různé kombinace sazeb PRIBOR. Termínová prémie ve všech případech vychází nulová, nicméně ani jeden z těchto odhadů není statisticky významný. Platnost čisté verze HO tedy nelze potvrdit. Co se termínové premie týká, Kotlán dochází k podobným výsledkům. Jeho odhady termínové premie se všask pohybují ve větší vzdálenosti od nuly, nicméně podobně jako v tomto případě žádný z jím odhadnutých koeficientů není signifikantní. Je možné, že nesignifikantnost odhadů termí-

Tabulka 5.4: Výsledky regrese dlouhodobých sazeb na implicitní forwardové sazby

PRIBOR	α_n	β_n	P-value (α_n)	P-value (β_n)
$r_{t+1,t+2}$	-0.00	0.83	0.46	0.00
$r_{t+1,t+3}$	-0.00	0.89	0.50	0.00
$r_{t+2,t+3}$	-0.00	0.64	0.28	0.00
$r_{t+3,t+6}$	-0.00	0.74	0.26	0.00
$r_{t+3,t+9}$	-0.00	0.91	0.46	0.00
$r_{t+3,t+12}$	-0.00	0.95	0.53	0.00
$r_{t+6,t+12}$	-0.00	0.92	0.55	0.00
$r_{t+9,t+12}$	-0.00	0.73	0.28	0.00

nové prémie je spojena s diferencováním. Parametry β_n jsou až na výjimky relativně blízko hodnotě 1. Kromě toho jsou statisticky významné na 1%ní hladině významnosti. Je zřejmé, že snad kromě rovnice pro sazby r_{t+3} a r_{t+9} tyto odhady nelze považovat za přímé potvrzení HO, nicméně blízkost koeficientů k číslu 1 a jejich vysoká statistická významnost naznačuje, že HO je při tomto způsobu testování potvrzena jen do určité míry.

Nejednoznačnost výsledků může mít souvislost s autokorelací obsaženou v reziduích, což je typicky důsledkem vysoké perzistence úrokových sazeb. Na tento problém poprvé upozornil Beakert (1997). Autokorelace reziduí znamená porušení jednoho ze 4 Gaussových pravidel, které jsou podstatné pro

platnost lineárního modelu. Podle tohoto pravidla je předpokladem správného fungování lineárního modelu nezávislost a identické rozdělení reziduí. Pokud toto není splněno, lineární model vede k nesprávným odhadům koeficientů a standardních chyb, čímž dochází i ke znehodnocení testů koeficientů. Řešení tohoto problému mohou být různá. Dvě z nich budou předmětem následujících dvou kapitol. Kotlán se ve své práci pokouší tento problém řešit použitím zobecněné metody nejmenších čtverců GLS¹¹. Ta v podstatě umožňuje pracovat s rezidui, které nesplňují předpoklady lineárního modelu. Použitím GLS Kotlán docílil vylepšení koeficientů β_n v tom smyslu, že jejich odhady se posunuly směrem k číslu 1 a tím tak zvýšily pravděpodobnost, že HO očekávání je na českém mezibankovním trhu platná. Je však nutné podotknout, že koeficienty (α_n) zůstaly i nadále statisticky nevýznamné, což bránilo ve vyvození jednoznačných závěrů o termínové prémii. Tento problém může souviset s tím, že krátkodobé sazby českého mezibankovního trhu jsou napojeny na operace ČNB. Nejistota ohledně chování ČNB se tak může promítat do nestability termínové premie. Tato studie dochází v podstatě k podobným závěrům. Výsledky obdržené aplikací GLS na rovnici ¹² shrnuje tabulka 5.5.

Je zřejmé, že metoda GLS ve formulaci $AR(1)$ nepřinesla žádné dramatické vylepšení. Výsledky obdržené metodou GLS jsou však o něco lepší než

¹¹Generalized Least Squares

¹²Vzhledem ke poměrně velkému počtu pozorování byla aplikace této metody velmi náročná na výkon počítače. Z tohoto důvodu byl na rezidua aplikován jen nejjednodušší model $AR(1)$. Je pravděpodobné, že jiná definice modelu, by přinesla kvalitnější výsledky.

Tabulka 5.5: Výsledky regrese dlouhodobých sazeb na implicitní forwardové sazby: Metoda GLS

PRIBOR	α_n	β_n	P-value (α_n)	P-value (β_n)
$r_{t+1,t+2}$	-0.00	0.83	0.47	0.00
$r_{t+1,t+3}$	-0.00	0.89	0.51	0.00
$r_{t+2,t+3}$	-0.00	0.65	0.17	0.00
$r_{t+3,t+6}$	-0.00	0.74	0.20	0.00
$r_{t+3,t+9}$	-0.00	0.91	0.42	0.00
$r_{t+3,t+12}$	-0.00	0.95	0.49	0.00
$r_{t+6,t+12}$	-0.00	0.90	0.41	0.00
$r_{t+9,t+12}$	-0.00	0.74	0.13	0.00

ty obdržené pomocí OLS. Zejména u termínové prémie došlo k vylepšení statistické významnosti koeficientů zejména pro sazby $r_{t+9,t+12}$ a $r_{t+2,t+3}$. Koeficienty β_n se nepatrně vylepšily jen u několika splatností.

5.4 Shrnutí spotových a forwardových regresí

Tato kapitola může být považována za jakýsi úvod do testování HO. Použité metody naznačily platnost HO na českém mezibankovním trhu a rovněž naznačily možnou neexistenci termínové prémie. Vypovídací schopnost použitých metod však nelze přeceňovat. Jak již bylo zmíněno, metody sledující

jednoduché statistiky založené na prvním momentu dat (nepodmíněný test) do značné míry zplošťují informaci v datech obsaženou. O něco sofistikovanější metoda OLS, která byla použita v podmíněném testu a v první části regrese implicitních forwardových sazeb zase trpěla problémem autokorelace reziduí. I když tedy výsledky této metody ukazují na platnost HO, je nutné k nim přistupovat s opatrností. Ani metoda GLS nepomohla jednoznačně potvrdit nebo vyvrátit platnost HO u sazeb PRIBOR. Chceme-li tedy získat kvalitnější obrázek o dynamice termínové struktury je dobré pokusit se použít modely, které jsou robustní vzhledem k problémům spojeným s úrokovými sazbami, tedy perzistencí úrokových sazeb a silnou autokorelací reziduí.

Kapitola 6

Vektorová Autoregrese a GARCH modelování termínové struktury

Jak již bylo naznačeno v předchozí kapitole, perzistence obsažená v úrokových sazbách je velkým problémem při testování HO. Ambivalentní výsledky jednoduchých testů typu 4.2 a 4.3, vedly Campbella a Shillera k formulaci testu založeného na vektorové autoregresi (VAR). Jejich metoda tak testuje platnost rovnice 4.1 za použití několika úrokových sazeb najednou. Campbell a Shiller v podstatě studují bivarietní¹ autoregresi změn krátkodobé sazby $\Delta r_t - r_{t-1}$, a termínového spreadu, $s_{t,n} = r_{t,n} - r_t$. Jakkoli tato metoda překonává problémy spojené s nestacionaritou dat, není imunní vůči problémům silné autokorelace reziduí a malého vzorku (krátkosti časové řady). Z tohoto důvodu tak i původní formulace testu nepřinesla přesvědčivé kvan-

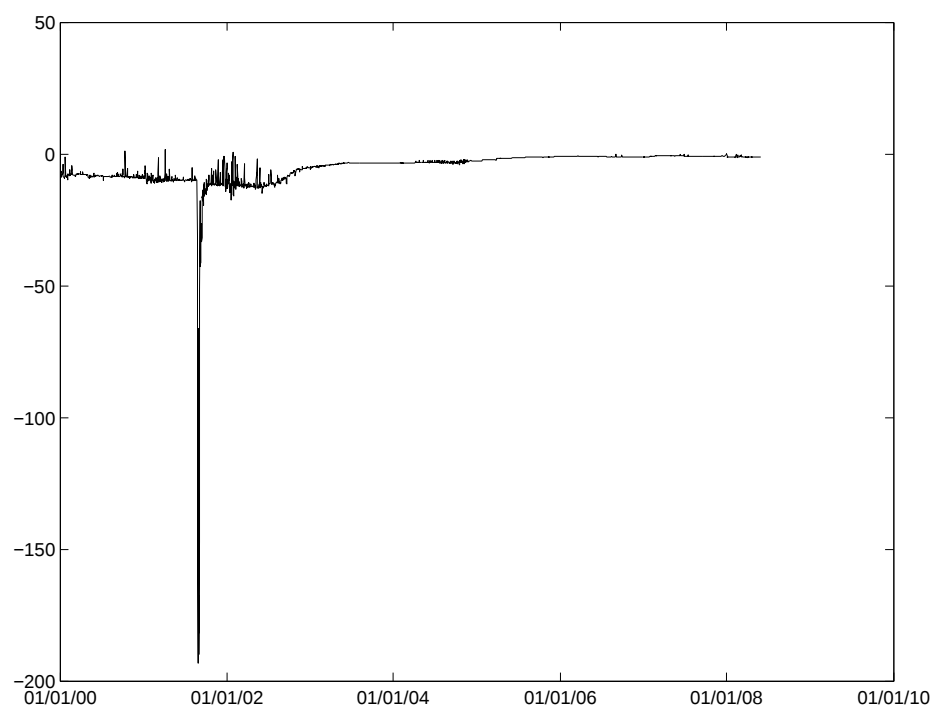
¹použity jsou jen časové řady 2 typů depozit (resp. úrokových sazeb)

titativní důkazy o platnosti či neplatnosti HO. O řešení problémů malého vzorku a autokorelace reziduí se ve své studii pokusil řešit Beakert (1997)[2]. Ten navrhl rezidua modelovat pomocí GARCH modelu a zároveň nastínil Monte Carlo metodu popisující chování tohoto modelu v případě nízkého počtu pozorování. Následující sekce se zabývá detailnějším popisem hlavních myšlenek stojících za formulací VAR modelu Cabmpella a Shilllera a navazujícího VAR-GARCH modelu, představeného Beakertem. Ve druhé části této kapitoly budou dokumentovány výsledky aplikace obou metod na sazby PRIBOR.

6.1 Termínový spread jako předpověď změn úrokových sazeb

Termínový spread mezi sazbou se splatností n a splatností m období je definován jako rozdíl mezi dlouhodobou a krátkodobou úrokovou sazbou $S_t^{n,m} = r_t^n - r_t^m$. Obrázek 6.1 ukazuje hodnoty spreadu kontinuálně úročených sazeb PRIBOR 1 a 7 dní.

Z definice termínové struktury je zřejmé, že spread je proporcionální jejímu sklonu mezi splatnostmi m a n . Jak již bylo uvedeno, termínová struktura je dána jako součet konstatní termínové prémie a optimální předpovědi změn budoucích úrokových sazeb. Na základě tohoto faktu je tedy možné testovat HO regresí změn sazeb na příslušný termínový spread. Pokud odhad regresního koeficientu termínového spreadu bude roven jedné, lze argu-



Obrázek 6.1: Spread sazeb PRIBOR7 a PRIBOR1

mentovat, že HO je pro daný pár úrokových sazeb platná. Existuje několik způsobů jak termínový spread vyjádřit.

Ten první je založen na faktu, že spread předpovídá změnu za m období úrokové sazby se splatností n . Z HO tak vyplývá, že spread lze vyjádřit jako

$$s_t^{(n,m)} = \frac{m}{n-m} S_t^{(n,m)} = E_t r_{t+m}^{(n-m)} - r_t^{(n)} \quad (6.1)$$

Intuice za rovnici 6.1 je následující: Pokud se očekává růst sazby (dlouhodobého) depozita se splatností n pak držitel tohoto depozita utrpí kapitálovou ztrátu. Aby došlo k vyrovnání očekávaných výnosů v průběhu m období, je nutné aby krátkodobé depozitum (splatnost n období) přinášelo vyšší běžný výnos. Rovnice 6.1 je v podstatě obdobou testu založeného na regresi forwardové sazby jak byla popsána v předchozí kapitole. Její testování tak může být založeno na podobném principu. V regresi

$$s_t^{n,m} = \frac{m}{n-m} S_t^{n,m} \quad (6.2)$$

tak očekáváme, že při platnosti HO bude sklon regresní přímky roven jedné.

Druhá možnost testování pak vychází z modifikace rovnice 4.1. Odečteme-li od obou stran hodnotu dlouhodobé úrokové sazby r_t^n , pak po několika úpravách lze ukázat, že termínový spread v podstatě předpovídá vážený průměr $(S_t^{(n,m)*})$ změn krátkodobých sazeb v průběhu n období:

$$\begin{aligned}
S_t^{(n,m)} &= E_t S_t^{(n,m)*} \\
S_t^{(n,m)*} &= \sum_{i=1}^{k-1} \left(1 - \frac{i}{k}\right) \Delta^m r_{t+im}^{(m)}
\end{aligned} \tag{6.3}$$

$S_t^{(n,m)*}$ je tzv. spread dokonalého předvídání (PFS²) neboť je to spread, který bychom obdrželi jako výsledek HO pokud bychom měli k dispozici dokonalý přehled o budoucím vývoji úrokových sazeb. Pokud by investor skutečně měl dokonalý přehled o sazbách pak v případě, že krátkodobé sazby porostou v průběhu životnosti dlouhodobého depozita se splatností n období bude výnosnost tohoto dlouhodobého depozita vyšší než výnosnost krátkodobých depozit. Tím dojde k vykompenzování růstu krátkodobých sazeb v průběhu n období. Rovnice 6.1 a 6.3 kompletně popisují HO. Podobně jako v předchozí kapitole je možné i tyto rovnice a tím i platnost HO testovat pomocí lineární regrese. Existuje však řada důvodů³ proč lineární regrese v tomto případě selhává. V této kapitole proto použijeme poněkud sofistikovanější testovací metody.

6.2 Teoretický spread

Regresní testy HO mají jednoznačnou výhodu ve své jednoduchosti. Nicméně problémy, které jejich použitím vyvstávají mohou v některých případech toto pozitivum zcela eliminovat.

²Perfect Foresight Spread

³některé z nich byly naznačeny již v předchozí kapitole

Prvním problémem je to, že regrese spreadu dokonalého předvídání (PFS) na spread skutečný vede k autokorelaci reziduí. To je samozřejmě způsobeno tím, že pozorované spready nejsou nezávislé, resp. se překrývají. Dokonale nezávislé pozorování je totiž k dispozici pouze každé n -té období. Hodrick (1990) upozorňuje na fakt, že moderní ekonometrie má sice řadu metod schopných tyto problémy korigovat, ty ale nepracují dobře v případech, kdy délka překryvu (resp. nezávislost pozorování) je značná. V předchozí kapitole jsme například studovali případ, kdy délka překryvu byla 1 měsíc. V okamžiku, kdy máme k dispozici zhruba 10-ti letý archiv pozorování, který navíc obsahuje velmi nestandardní pozorování z let období měnové krize, lze očekávat poměrně silnou autokorelaci reziduí.

Druhým problémem je, že lineární regrese nejsou schopny podat informaci o tom, do jaké míry se dynamika skutečných spreadů podobá dynamice předpokládané HO. Jedním z cílů testování HO je ohodnocení toho jak dobře je tato hypotéza schopna vysvětlit tvar termínové struktury. Lineární regresní modely bohužel nejsou ideální pro tento typ úlohy.

Campbell a Shiller se tyto problémy rozhodli řešit pomocí formulace založené na vektorové autoregresi. Jejich VAR modeloval změny krátkodobé sazby (splatnost m období) a příslušného skutečného spreadu. Konkrétně jejich model pracoval se změnou krátkodobé sazby $\Delta r_t^{(m)}$, skutečným spreadem $S_t^{(n,m)}$. Obě tyto proměnné považovali za stacionární, takže výsledný vektor $x_t = [\Delta r_t^{(m)}, S_t^{(n,m)}]$ je stacionární vektorový proces. Tento proces zapíšeme

pomocí tzv. "companion" formy jako VAR řádu jedna⁴,

$$z_t = Az_{t-1} + u_t$$

kde

$$z_t = \begin{bmatrix} \Delta r_t^{(m)} & \dots & \Delta r_{t-p+1}^{(m)} & S_t^{(n,m)} & \dots & S_{t-p}^{(n,m)} \end{bmatrix}'$$

$$A = \begin{bmatrix} A_1 & A_2 & \dots & A_{p-1} & A_p \\ I_k & 0 & \dots & 0 & 0 \\ \vdots & \vdots & \dots & \vdots & \vdots \\ 0 & 0 & \dots & I_k & 0 \end{bmatrix}$$

Přičemž matice $A_1, \dots, A_p$ obsahují koeficienty VAR modelu a matice I_k je jednotková diagonální matice dimenze k . Použitím tohoto zápisu lze ukázat, že předpověď spreadu dokonalého předvídání je modelem dána jako

$$S_t'^{(n,m)} = h' A \left[I - \frac{m}{n} (I - A^n)(I - A^m)^{-1} \right] (I - A)^{-1} z_t \quad (6.4)$$

$S_t'^{(n,m)}$ se nazývá teoretický spread a h' je vector o velikosti $2p \times 1$ s číslem 1 na první pozici a s číslem 0 na ostatních pozicích. Teoretický spread lze tak poměrně jednoduše obdržet tím, že odhadneme parametry VAR modelu (matice $A_1, \dots, A_p$) pro vybrané splatnosti n, m ty následně dosadíme do

⁴Detailní popis problematiky VAR modelů lze nalézt mimo jiné v Green(2003)[16]

předpisu "companion" matice A , kterou použijeme pro výpočet teoretického⁵ spreadu $S_t^{(n,m)}$. Ten lze pak porovnat se spreadem skutečným

$$S_t^{(n,m)} = S_t'^{(n,m)}$$

Všimněme si, že pokud HO platí pak rovnice 6.5 je platná ať se investor rozhoduje na základě jakéhokoli informačního souboru. Tento fakt je dán tím, že HO předpokládá konstatní termínovou prémii. V takovém případě musí být všechny informace, které má investor v době rozhodování k dispozici obsaženy ve skutečném spreadu a ten je součástí definovaného VAR modelu. Pokud tedy HO je pro daný trh relevantní musí rovnice 6.5 platit. Pokud HO na daném trhu platná není VAR model vyprodukuje teoretické spready, které nebudou v souladu s těmi skutečnými.

6.3 Testování HO prostřednictvím VAR a VAR-GARCH modelů

V úvodu této části bych rád uvedl, že všechny výsledky uvedené v této kapitole byly obdrženy pomocí softwarového balíku S-plus FinMetrics 2.0. Tento software vyvinul Prof E. Zivot a J. Wang a je v současnosti patrně nejkvalitnější v oblasti analýzy finančních časových řad. Velmi detailní a intuitivní popis funkčnosti tohoto balíku včetně řady finančních aplikací lze nalézt v

⁵spread, který bychom obdrželi v případě platnosti HO

knize Zivot a Wang (2005)[38].

Campbell a Shiller ve své původní formulaci použili dvourozměrný VAR. Přestože se tato formulace později stala základem četných prací, koncem minulého a začátkem tohoto století se autoři několika významných studií rozhodli tuto dvourozměrnou formulaci rozšířit⁶. Rozšíření typicky přineslo kvalitativně lepší výsledky. V následujícím textu rovněž zavádíme širší formulaci VARu. Konkrétně pracujeme se čtyřrozměrným VAR modelem a dvěma zpožděními ($p = 2$) studovaných sazeb. Beakert a col. (1997)[2] ukázal, že VAR model termínové struktury trpí problémem malého vzorku. Jako řešení tohoto problému navrhl Monte Carlo metodu⁷, mapující rozdělení parametrů obdržených VAR modelem v případě nízkého počtu pozorování. Jejich studie rovněž upozorňuje, že předpoklad normálně rozdělených reziduí, které VAR model uvažuje není zcela realistické. Vzhledem k tomu, že většina finančních dat (včetně úrokových sazeb) je provázena podmíněnou autokorelací a heteroskedasticitou, navrhuji modelovat rezidua VAR pomocí modelu GARCH. Druhá část této sekce tak modeluje HO na českém mezibankovním trhu pomocí VAR-GARCH modelu. Ten je pak ve třetí části použit v kombinaci s Monte Carlo metodou, která výsledky VAR-GARCH modelu dále vylepšuje.

⁶Beakert (1997)[2], Bredin a Cuthbertson (2000)[5], Longstaff (2000)[27] a Corte a kol. (1996)[11]

⁷popis a aplikace Monte Carlo metod lze nalézt např v Hammersley (1964)[18]

6.3.1 VAR model termínové struktury sazeb PRIBOR

Začneme definicí modelu. Jak již bylo zmíněno, v této části používáme VAR model se čtyřmi proměnnými ($k = 4$) a dvěma zpožděními ($p = 2$)⁸. Vzhledem ke značné kalkulační náročnosti problému se tato část zabývá pouze krátkým koncem termínové struktury. Konkrétně tak sledujeme vývoj sazeb se splatnostmi 1, 7, 14 a 30 dní. VAR model má tak následující tvar

$$\begin{aligned}
 \begin{matrix} x_t \\ \Delta r_t^{(1)} \\ S_t^{(1,7)} \\ S_t^{(1,14)} \\ S_t^{(1,30)} \end{matrix} &= \begin{matrix} A^{(1)} \\ \begin{bmatrix} a_{1,1}^{(1)} & a_{1,2}^{(1)} & a_{1,3}^{(1)} & a_{1,4}^{(1)} \\ a_{2,1}^{(1)} & a_{2,2}^{(1)} & a_{2,3}^{(1)} & a_{2,4}^{(1)} \\ a_{3,1}^{(1)} & a_{3,2}^{(1)} & a_{3,3}^{(1)} & a_{3,4}^{(1)} \\ a_{4,1}^{(1)} & a_{4,2}^{(1)} & a_{4,3}^{(1)} & a_{4,4}^{(1)} \end{bmatrix} \end{matrix} \begin{matrix} x_{t-1} \\ \Delta r_{t-1}^{(1)} \\ S_{t-1}^{(1,7)} \\ S_{t-1}^{(1,14)} \\ S_{t-1}^{(1,30)} \end{matrix} \\
 &+ \begin{matrix} \begin{bmatrix} a_{11}^{(2)} & a_{12}^{(2)} & a_{13}^{(2)} & a_{14}^{(2)} \\ a_{21}^{(2)} & a_{22}^{(2)} & a_{23}^{(2)} & a_{24}^{(2)} \\ a_{31}^{(2)} & a_{32}^{(2)} & a_{33}^{(2)} & a_{34}^{(2)} \\ a_{41}^{(2)} & a_{42}^{(2)} & a_{43}^{(2)} & a_{44}^{(2)} \end{bmatrix} \\ A^{(2)} \end{matrix} \begin{matrix} x_{t-2} \\ \Delta r_{t-2}^{(1)} \\ S_{t-2}^{(1,7)} \\ S_{t-2}^{(1,14)} \\ S_{t-2}^{(1,30)} \end{matrix} + \begin{matrix} e_t \\ e_{t,1} \\ e_{t,2} \\ e_{t,3} \\ e_{t,4} \end{matrix}
 \end{aligned}$$

a ve zkrácené formě ho tedy lze tento zapsat jako

$$x_t = A^{(1)}x_{t-1} + A^{(2)}x_{t-2} + e_t \quad (6.5)$$

⁸Zpoždění VAR modelu byla vybrána na základě Akaike informačního kritéria. Toto zpoždění je rovněž shodné se zpožděním v pracích Beakerta, Campbella, Longstaffa a dalších.

V tomto modelu tak studujeme čtyřdimenzionální stochastický proces, který dává do souvislosti změny jednodenní sazby $\Delta r_t^{(1)}$, skutečný spread mezi sazbami 7 a 1 den $S_t^{(1,7)}$, 14 a 1 den $S_t^{(1,14)}$ a 30 a 1 den $S_t^{(1,30)}$. Tato parametrizace tak kompletně pokrývá krátký konec termínové struktury, tedy splatnosti do 1 měsíce. Cílem modelu je popsat proces, který generuje pozorované hodnoty těchto sazeb. Pokud mezi těmito sazbami existuje souvislost musí být generovány jedním procesem. Je-li tento proces v souladu s HO formulace VAR ho musí být schopna popsat. Tento fakt je dán tím, že model je budován na předpokladech HO, kde spready sazeb jsou schopny predikovat krátkodobou dynamiku termínové struktury.

Pro zjednodušení dalšího postupu je vhodné výše uvedený zápis VAR modelu 6.5 převést do tzv. "companion"⁹ tvaru

$$z_t = Az_{t-1} + u_t \quad (6.6)$$

kde

$$z_t = \begin{bmatrix} \Delta r_t^{(m)} & \Delta r_{t-1}^{(m)} & S_t^{(1,7)} & S_{t-1}^{(1,7)} & S_t^{(1,14)} & S_{t-1}^{(1,14)} & S_t^{(1,30)} & S_{t-1}^{(1,30)} \end{bmatrix}'$$

$$A = \begin{bmatrix} A_1 & A_2 \\ I_2 & 0 \end{bmatrix}$$

⁹kompletní popis VAR modelu včetně aplikací lze nalézt v Green (2003)[16] a v Arlt (1999)[22]

Tento tvar pak lze použít k výpočtu teoretických spreadů popsaných v rovnici 6.4. Tabulka 6.1 shrnuje výsledky této analýzy. Odhadnuté parametry modelu však nejsou statisticky významné¹⁰. Podívejme se nicméně jak parametry tohoto modelu generují hodnoty teoretického spreadu.

Pro kalkulaci teoretického spreadu použijeme rovnice 6.4 Tradičním a přitom velmi jednoduchým testem toho zda je teoretický spread v souladu se spreadem skutečným je sledovat korelace a podíl směrodatných odchylek příslušných teoretických a skutečných spreadů. Pokud se korelace (v absolutních hodnotách) a podíly směrodatných odchylek teoretických a skutečných spreadů blíží jedné¹¹ lze to považovat za argument podporující platnost HO. Tyto statistiky jsou zobrazeny v tabulce 6.2

Je zřejmé, že absolutní hodnoty korelací jsou velmi vysoké, ale na druhou stranu se nepohybují v těsné blízkosti čísla 1. Podíly standardních odchylek se hodnotě 1 blíží jen v případě spreadu 14-ti denní a jednodenní sazby, ale nedá se říci, že by byly opravdu blízké číslu jedna. Tento výsledek se tak svým způsobem podobá závěrům forwardových regresí. Určitá argumentace ve prospěch platnosti hypotézy existuje, není však příliš silná. V tomto okamžiku je tedy vhodné pokusit se o vylepšení použité metody a pokusit se o případné vylepšení výsledků.

Prostředkem k tomuto vylepšení je již zmiňovaná metoda Monte Carlo. Tato metoda by teoreticky měla odstranit případné problémy malého vzorku

¹⁰Podobné výsledky obdržel i Beakert a Longstaff.

¹¹viz. Campbell a Shiller 1991

Tabulka 6.1: Odhady parametrů jednoduchého VAR modelu s "Gaussovskými" rezidui. V závorkách jsou uvedeny P-hodnoty parametrů

	Δr_t	$S_t^{(7,1)}$	$S_t^{(14,1)}$	$S_t^{(30,1)}$
$a_{1,1,\dots,4}^{(1)}$	0.07	0.023	0.01	-0.001
	(0.156)	(0.149)	(0.151)	(0.153)
$a_{2,1,\dots,4}^{(1)}$	0.867	0.123	-0.85	-0.907
	(0.285)	(0.273)	(0.277)	(0.279)
$a_{3,1,\dots,4}^{(1)}$	0.198	0.347	1.016	-0.028
	(0.459)	(0.439)	(0.445)	(0.449)
$a_{4,1,\dots,4}^{(1)}$	-0.351	-0.066	0.227	1.311
	(0.331)	(0.317)	(0.322)	(0.325)
$a_{1,1,\dots,4}^{(2)}$	0.07	0.023	0.01	-0.001
	(0.156)	(0.149)	(0.151)	(0.153)
$a_{2,1,\dots,4}^{(2)}$	0.867	0.123	-0.85	-0.907
	(0.285)	(0.273)	(0.277)	(0.279)
$a_{3,1,\dots,4}^{(2)}$	0.198	0.347	1.016	-0.028
	(0.459)	(0.439)	(0.445)	(0.449)
$a_{4,1,\dots,4}^{(2)}$	-0.351	-0.066	0.227	1.311
	(0.331)	(0.317)	(0.322)	(0.325)

Tabulka 6.2: Korelace a podíl standardních odchylek jednoduchého VARu

	$s_t^{(7,1)}$	$s_t^{(14,1)}$	$s_t^{(30,1)}$
korelace	-0.8842771	-0.8566228	-0.8428474
sd-ratio	0.5971056	1.296751	1.470975

spojené s "překrýváním" a tedy závislostí pozorování¹². Tato metoda pracuje následujícím způsobem.

Nejdříve je odhadnut VAR model (stejný jako ten právě analyzovaný). Parametry odhadnutého modelu jsou použity k simulaci dat o stejné délce sledovaného období. Přesněji řečeno, v rámci simulace je vyprodukováno o 100 pozorování více než je počet skutečných pozorování a následně je prvních 100 simulovaných pozorování vyřazeno za účelem eliminace tzv. transientního efektu, který by negativně ovlivnil následnou analýzu. Simulovaná pozorování jsou pak použita k novému odhadu VAR modelu. Nově odhadnuté parametry jsou opět použity k simulování dalších pozorování atd. Těchto rekurzivních kol je provedeno 1000¹³. V rámci těchto 1000 smyček tak obdržíme 1000 různých souborů odhadnutých koeficientů VAR modelu. Jejich průměr je pak přičten k prvotnímu odhadu¹⁴, čímž obdržíme tzv. upravené koeficienty. Takto upravené koeficienty pak použijeme v rovnici 6.4 k vygenerování

¹²Beakert 1997

¹³Optimálně by těchto kol mělo být podstatně více, řekněme 50.000 i více. Kapacita počítače použitého pro analýzu však toto neumožňovala

¹⁴soubor koeficientů, odhadnutých v prvním kole

Tabulka 6.3: Monte Carlo upravené parametry VAR modelu

	Δr_t	$S_t^{(7,1)}$	$S_t^{(14,1)}$	$S_t^{(30,1)}$
$a_{1,1,\dots,4}^1$	0.066	0.026	0.012	0.002
$a_{2,1,\dots,4}^1$	0.87	0.118	-0.855	-0.91
$a_{3,1,\dots,4}^1$	0.183	0.361	1.03	-0.011
$a_{4,1,\dots,4}^1$	-0.341	-0.075	0.217	1.298
$a_{1,1,\dots,4}^2$	0.078	-0.07	-0.076	-0.075
$a_{2,1,\dots,4}^2$	2.966	-3.335	-3.035	-2.896
$a_{3,1,\dots,4}^2$	-2.633	2.541	2.424	2.395
$a_{4,1,\dots,4}^2$	-0.311	0.672	0.502	0.403

teoretických spreadů a vypočteme statistky v podobě korelace a podílu směrodatných odchylek (viz výše). Tabulka 6.3 prezentuje výsledky obdržené po aplikaci Monte Carlo metody.

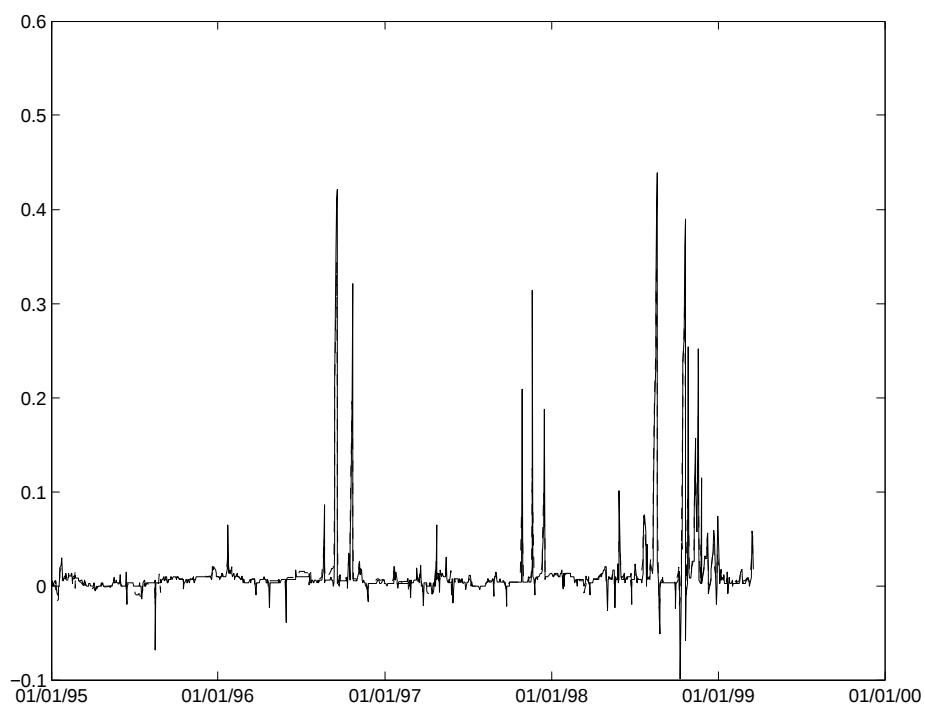
Statistika korelace a podílu standardních odchylek zachycená v tabulce 6.3.1 vykazuje jen drobné změny. Zatímco korelace se v podstatě nezměnila, podíl standardních odchylek se nepatrně vylepšil (posunul směrem k jedné) v časových řadách 14-ti a jednodenního spreadu rovněž i v případě 30-ti a jednodenního spreadu.

Pro ilustraci prezentujeme i graf porovnávající teoretické a skutečné spready (viz. obrázek 6.2)

Z předchozích výsledků je zřejmé, že patrně existuje prostor pro další

Tabulka 6.4: Korelace a podíly standardních odchylek teoretických a skutečných spreadů

statistic	$s_t^{(7,1)}$	$s_t^{(14,1)}$	$s_t^{(30,1)}$
korelace	-0.8834032	-0.856305	-0.8430155
sd-ratio	0.5851565	1.256505	1.400464



Obrázek 6.2: Teoretické (přerušovaná čára) a skutečné (plná čára) spredy sazeb PRIBOR7 a PRIBOR1

zdokonalení postupu testování HO. Poslední metodou této kapitoly tak bude kombinovaný VAR-GARCH model, ve kterém VAR model bude hrát stejnou úlohu jako doposud, nicméně jeho rezidua budou generovány poněkud realističtějším způsobem. Na místo toho abychom rezidua VAR modelu uvažovali nezávislá a identicky rozdělená přijmeme předpoklad, že jejich dynamika může být popsána GARCH modelem. Postup je následující. Nejdříve jsou odhadnuty parametry VAR modelu. Reziduální hodnoty, které jsou produktem tohoto odhadu jsou pak použity jako časová řada pro čtyřdimenzionální "principal component" GARCH(2,2) model. Parametry GARCH modelu jsou pak použity k vygenerování simulovaných hodnot, které v tomto případě představují rezidua VAR modelu. Takto získaná rezidua umožňují realističtější přístup ke generování teoretických spreadů. Konkrétně metoda probíhá takto:

1. odhad VAR parametrů na základě skutečných spreadů,
2. obdržení reziduálního vektoru je použit jako data pro odhad, parametrů modelu GARCH
3. aplikace metody Monte Carlo jejíž výsledkem jsou upravené parametry VAR modelu
4. upravené parametry VAR modelu simulují úrokové spready
5. při simulaci spreadu VAR model nepoužívá identicky rozdělená a nezávislá rezidua, ale očekávané hodnoty reziduů vyprodukované GARCH

modelem

I když konkrétní hodnoty odhadnutých parametrů GARCH modelu nejsou pro vybudování intuice ohledně HO příliš podstatné pro úplnost je uvádíme v tabulce 6.5.

statistiky obdržené touto metodou (tabulka 6.6) jsou ve skutečnosti o něco horší v kategorii podílu směrodatných odchylek než v předcházejících případech. Možným vysvětlením tohoto jevu je, že zvolený typ GARCH modelu reziduí není zcela vhodný. Tento nedostatek může být dále násoben relativně nízkým počtem Monte Carlo simulací, který je dán výpočetními možnostmi PC použitého pro analýzu.

Na závěr této kapitoly je dobré zmínit, že testování HO pro střední část termínové struktury nepřineslo zcela jednoznačné výsledky ve smyslu jejího potvrzení. Při analýze spreadů dlouhodobých sazeb se splatností 60, 90 a 120 dní a jejich krátkodobým protějškem, který byl zvolen jako sazba se splatností 30 dní, se obdržené korelace mezi teoretickými a skutečnými spready pohybovaly okolo úrovně 0.7, přičemž podíly směrodatných odchylek byly velmi nízké, což naznačovalo, že variabilita teoretických spreadů byla ve srovnání s variabilitou skutečných spreadů příliš vysoká.

6.4 Shrnutí

V této kapitole byla HO předmětem 3 testovacích metod. Hlavním cílem bylo vybudování VAR modelu, který reflektuje požadavky HO. Tento mo-

Tabulka 6.5: Odhadnuté parametry GARCH modelu

coefficients	
C(1)	0.009959725
C(2)	$-4.812141e - 4$
C(3)	$-5.604364e - 5$
C(4)	$1.940775e - 4$
A(1, 1)	0.06517971
A(2, 2)	0.01671917
A(3, 3)	$1.328283e - 4$
A(4, 4)	0.001872635
ARCH(1; 1, 1)	0.2937211
ARCH(1; 2, 2)	0.1185217
ARCH(1; 3, 3)	0.1138078
ARCH(1; 4, 4)	0.187665
GARCH(1; 1, 1)	0.604334
GARCH(1; 2, 2)	0.6434122
GARCH(1; 3, 3)	0.7909421
GARCH(1; 4, 4)	0.6903317
POWER(1)	0.2752103
POWER(2)	0.505403
POWER(3)	1.141502
POWER(4)	0.6898986

Tabulka 6.6: Korelace a podíly směrodatných odchylek: VAR-GARCH

statistic	$s_t^{(7,1)}$	$s_t^{(14,1)}$	$s_t^{(30,1)}$
korelace	-0.884056	-0.8562688	-0.8421633
sd-ratio	0.5965474	1.303274	1.504589

del byl následně použit k simulaci teoretických spreadů, tedy spreadů, které bychom mohli pozorovat na českém mezibankovním trhu PRIBOR v případě, že by HO byla platná. Její platnost jsme se pak pokusili kvantifikovat prostřednictvím korelací teoretických a skutečných spreadů. V případě platnosti hypotézy musí mít teoretická termínová struktura podobnou dynamiku jako ta skutečná.

V první fázi jsme použili metodu VAR, která pracovala s klasickými "Gaussovskými" rezidui. Díky tomuto zjednodušujícímu předpokladu model nebral v úvahu efekty měnící se variability dat. Tato metoda přinesla poměrně dobré výsledky v podobě relativně vysokých hodnot korelace. Podíl standardních odchylek teoretických a skutečných spreadů však naznačovaly určitý nesoulad v jejich míře variability. Tento nesoulad mohl být způsoben jednak tzv. překrýváním pozorování¹⁵ anebo nerealistickým modelováním reziduální struktury.

Ve druhém kroku jsme se pokusili o odstranění problému překrývání pozorování tím, že jsme pomocí metody Monte Carlo pokusili odstranit problém

¹⁵což je problém propojený i s relativní krátkostí časové řady

překryvu. Výsledkem bylo drobné vylepšení korelací a o něco významější vylepšení poměru variabilit teoretických a skutečných spreadů.

V závěrečné části této kapitoly jsme se pokusili modelovat rezidua použitá při generování teoretických spreadů poněkud realističtějším způsobem. Použili jsme "principal component" GARCH se 2 zpožděními jak pro úroveň tak variabilitu. Tento přístup nicméně nepřinesl žádné dodatečné vylepšení výsledků.

Na základě analýzy v této kapitole lze říci, že dosažené výsledky do určité míry podporují platnost HO na českém mezibankovním trhu, nicméně toto potvrzení nelze pokládat za ultimativní. Je možné, že další zdokonalení analytických metod budovaných na podstatě VAR-GARCH modelování přinese přesvědčivější důkazy o platnosti HO u sazeb PRIBOR.

Kapitola 7

Prahový autoregresní model termínové struktury (TAR)

Techniky, které jsme dosud použili k testování H_0 patří do kategorie lineárních modelů. Přestože tyto metody mohou být velmi účinné, existuje řada příkladů jejich selhání. Asi nejvýraznější selhání nastává při použití lineárních metod ke studiu procesu, který je ve své podstatě nelineární.

Řada studií v minulosti prokázala, že finanční časové řady velmi často vykazují nelineární chování. Je tak možné spekulovat, že dynamika časových řad sazeb PRIBOR, rovněž patří do skupiny nelineárních časových řad. Cílem této kapitoly je tedy studium nelineárních aspektů sazeb PRIBOR. V první části této kapitoly tak provádíme test linearity sazeb PRIBOR. Jak uvidíme, výsledky tohoto testu potvrzují nelineární chování.

Při modelování nelineární dynamiky¹ je přirozené předpokládat, že existují různé "stavy světa" (ekonomického procesu, resp. systému), nazýváme je režimy. V takovém případě lze očekávat, že daný systém se bude chovat různě v různých režimech. Poměrně jednoduchý modelovací přístup spočívá v tom, že předpokládáme, že systém v každém z těchto různých režimů vykazuje trochu jiný typ autoregresního chování. Prahový model původně navržený Tongem (1978) [33] a (1983) [34], je pro popis takového chování ideální. V této kapitole se proto pokusíme k testování HO přistoupit pomocí Prahového autoregresního modelu (TAR²).

TAR je postaven na jednoduché úvaze. Můžeme se například domnívat, že pokud se hodnoty sazeb PRIBOR pohybují pod 5%-ní hranicí jejich dynamika se vyvíjí způsobem, který lze například popsat modelem VAR s určitými parametry. Pokud však hodnoty PRIBOR překročí 5%-ní hranici, jejich dynamika se změní. VAR popisující dynamiku sazeb v prvním režimu (sazby pod hranicí 5%) tak již není adekvátním modelem a pro získání kvalitní reprezentace chování sazeb ve druhém režimu bude nutné jeho parametry "přenastavit" (znovu odhadnout), případně použít zcela jiný model.

V rámci této kapitoly se pokoušíme odpovědět na následující otázky:

¹jednou ze základních prací v oboru nelineární dynamiky je Lorenz (1963) [28]. Praktickým úvodem do analýzy nelineárních časových je Kantz a Schreiber (1997) [23] a velmi přehledný úvod do nelineárních systémů v ekonomii podává Kodera(2001) [24]. Dalšími kvalitními texty aplikujícími dynamické přístupy na ekonomické problémy jsou např. Sladký, Kodera a Vošvrda (1999) [32] a Kodera a Vošvrda (2005) [37]

²Threshold Autoregressive Model

1. Dá se chování sazeb PRIBOR považovat za nelineární?
2. Pokud ano, lze typ této nelinearity popsat modelem TAR?
3. Jaké jsou případné režimy ("stavy") chování úrokových sazeb?

Na otázku týkající se případné nelinearity sazeb PRIBOR se pokusíme odpovědět pomocí obecného testu nelinearity. Pro zodpovězení druhé otázky použijeme test, který byl specificky vyvinut pro účely testování prahové nelinearity (viz Tsay (1987) [35]). V rámci hledání odpovědi na třetí otázku pak přijmeme zjednodušující předpoklad. Budeme předpokládat, že existují pouze dva různé režimy, resp. dva různé typy chování sazeb PRIBOR. Chování sazeb v rámci obou režimů pak modelujeme pomocí vektorového chybu opravujícího modelu (VECM). Jeho specifikace je ve své podstatě ekvivalentní specifikaci VAR³, který byl použit v předcházející kapitole a tím je zaručeno že respektuje závěry HO. Výsledkem odhadu parametrů tohoto T-VECM⁴ jsou i tzv. prahy, které definují hranici mezi 2 různými režimy.

7.1 Testování nelinearity

Jak bylo zmíněno v úvodu této kapitoly, v prvním kroku je nutné zjistit, zda myšlenka nelinearity je vůbec aplikovatelná na sazby PRIBOR. Existuje řada

³Připomeňme, že VAR model v předchozí kapitole byl specifikován v diferencích (spread lze považovat za diferenci)

⁴Threshold Vector Error Correction Model

testů, které se pokouší o identifikaci různých typů nelineární dynamiky. Typicky je vhodné zahájit testování obecným testem, který prokáže přítomnost nelinearity ve zkoumané časové řadě, a poté aplikovat specifický test, jehož úkolem je odhalit typ nelinearity. V první části této sekce je tedy použit BDS test, který je vhodným a dostatečně obecným nástrojem k prokázání nelinearity a používá se zejména v případech, kdy neexistuje žádná předchozí informace o typu nelinearity. V následující části pak po vzoru Hansena (2001) [21] a dalších budeme testovat předpoklad, že úrokové sazby obsahují prahový typ nelinearity. K potvrzení tohoto předpokladu použijeme test, který vyvinul Tsay (1989) [36].

7.1.1 BDS test

Pravděpodobně nejpopulárnějším testem nelinearity je BDS test, pojmenovaný po jeho autorech, kterými jsou Brock, Dechert a Scheinkman (1987) [6]. BDS test byl původně vyvinut pro testování nezávislosti a identického rozdělení. Řada studií však prokázala jeho sílu v celé škále lineárních a nelineárních aplikací. Tento test může být mimo jiné použit i jako "portmanteau"⁵ test nesprávné specifikace modelu, v případě, že je použit na rezidua z lineárního modelu. V takovém případě pak testuje přítomnost (modelem) nezachycené závislosti či případně nelinearity reziduí. Nulová hypotéza v takovém případě zní: rezidua z odhadu lineárního modelu jsou nezávislá a identicky rozdělená. Pokud tato nulová hypotéza není zamítnuta, není nutné pochybovat o ade-

⁵resp. kombinovaný

kvátnosti použitého modelu. Pokud však zamítnuta je, lineární model není správným popisem dynamiky procesu a v tomto smyslu lze tento test považovat za test nonlinearity. Jeho postata spočívá ve sledování tzv. korelačního integrálu, který v podstatě měří frekvenci s jakou se (ve sledovaných datech) v čase objevují podobné vzorce chování. Korelační integrál je počítán pro různou velikost tzv. "vložené" dimenze⁶. Jednoduše řečeno, pro každou "vloženou" dimenzi je propočten určitý typ statistiky (korelační integrál) a pokud je tato statistika vyšší než kritická hodnota, lze časovou řadu považovat za nelineární v této vložené dimenzi. Brock, Dechert, Scheinkman a LeBaron (1997) [7] ukázali, že tato statistika asymptoticky konverguje v rozdělení k $N(0, 1)$

$$V_m \xrightarrow{d} N(0, 1) \quad (7.1)$$

kde V_m je hodnota BDS statistiky. Pokud je tedy statistika V_m větší než 1.96 je možné nulovou hypotézu linearity zamítnout.

V našem případě byl BDS test aplikován na spready krátkého konce termínové struktury PRIBOR. Konkrétně jsme sledovali spready, které jsme analyzovali v předchozí kapitole, v tomto případě však studujeme celou časovou řadu, tedy všechna pozorování, která máme k dispozici od roku 1995. Tabulky 7.1, 7.2, 7.3 a 7.4 shrnují výsledky BDS testu pro všechny uvažované

⁶Sledujeme-li časovou řadu (pozorované sazby PRIBOR), můžeme se domnívat, že tato časová řada je produktem systému dimenze m . Tato dimenze je nazývána vložená dimenze. viz Kantz a Schreiber [23]

spready sazeb PRIBOR. Tabulky jsou organizovány tak, že nejdříve jsou uvedeny hodnoty BDS statistik V_m pro různé dimenze m a vždy o řádek níže jsou uvedeny P-hodnoty těchto statistik. Z tabulek je patrné, že pro všechny sledované časové řady a pro všechny testované dimenze jsou statistiky V_m mnohem vyšší nežli hodnota 1.96 daná asymptotickým rozdělením. U všech spreadů lze tedy na vysoké hladině statistické významnosti zamítnout nulovou hypotézu linearity.

Tabulka 7.1: Nelineární test pro Δr_t

	parameter 1	parameter 2	parameter 3	parameter 4
$m = 2$	16.56999	12.70331	10.10983	10.22509
	(0.00)	(0.00)	(0.00)	(0.00)
$m = 3$	16.32052	12.59516	10.07698	10.05879
	(0.00)	(0.00)	(0.00)	(0.00)
$m = 3$	16.48815	12.29584	10.25625	10.64314
	(0.00)	(0.00)	(0.00)	(0.00)

7.1.2 T-VAR model sazeb PRIBOR

Jak bylo uvedeno v úvodu kapitoly, v této části přijmeme předpoklad o typu nelinearity obsažené v úrokových sazbách. Konkrétně budeme předpokládat, že dynamika úrokových sazeb se mění podle toho v jakém režimu se jejich pozorované hodnoty momentálně nacházejí. Přístup, který pro testování pra-

Tabulka 7.2: Nelineární test pro $s_t^{(7,1)}$

	parameter 1	parameter 2	parameter 3	parameter 4
$m = 2$	18.49112	19.1975	18.95864	18.90274
	(0.00)	(0.00)	(0.00)	(0.00)
$m = 3$	17.93822	17.50736	17.67577	17.57774
	(0.00)	(0.00)	(0.00)	(0.00)
$m = 3$	17.01888	16.16795	16.26274	16.08714
	(0.00)	(0.00)	(0.00)	(0.00)

Tabulka 7.3: Nelineární test pro $s_t^{(14,1)}$

	parameter 1	parameter 2	parameter 3	parameter 4
$m = 2$	19.82865	20.16562	20.93672	19.87036
	(0.00)	(0.00)	(0.00)	(0.00)
$m = 3$	19.2637	18.62022	19.1768	18.49047
	(0.00)	(0.00)	(0.00)	(0.00)
$m = 3$	18.20113	17.33241	17.50553	16.93336
	(0.00)	(0.00)	(0.00)	(0.00)

hové nelinearity použijeme je Tsayův test (Tsay (1986) [35]). Tento test kalkuluje statistiku postavenou na vztahu tzv. prahové proměnné⁷ a úrovně

⁷typicky se používají současné (případně zpožděné) hodnoty studovaných sazeb

Tabulka 7.4: Nelineární test pro $s_t^{(30,1)}$

	parameter 1	parameter 2	parameter 3	parameter 4
$m = 2$	27.05193	23.33507	22.71151	21.83407
	(0.00)	(0.00)	(0.00)	(0.00)
$m = 3$	26.83964	21.99061	21.21651	20.31422
	(0.00)	(0.00)	(0.00)	(0.00)
$m = 3$	26.26729	20.58194	19.61423	18.63515
	(0.00)	(0.00)	(0.00)	(0.00)

Tabulka 7.5: Tsayův test prahové nelinearity sazeb PRIBOR

	F-stat	P-val
PRIBOR(1)	152.772	0.0000
PRIBOR(7)	4.33	0.0047
PRIBOR(14)	3.048	0.0276
PRIBOR(30)	0.447	0.7195

autoregresního procesu. Tabulka 7.5 shrnuje výsledky tohoto testu pro sazby PRIBOR 1 – 30 dní. V tomto testu byl použit AR(2) proces a o jedno období zpožděná hodnota sledované sazby PRIBOR coby prahová proměnná.

Z tabulky 7.5 vyplývá, že až na sazbu PRIBOR(30) dní lze u všech zamítnout nulovou hypotézu neexistence prahové nelinearity. Pro sazbu PRIBOR(30)

Tabulka 7.6: Tsayův test prahové nonlinearity sazby PRIBOR(30)

ntout2	F-stat	P-val
PRIBOR(30)	152.772	0.0860

dní se pokusíme pozměnit typ prahové proměnné a sledovat, jestli tato změna povede k případnému zamítnutí nulové hypotézy. Tentokrát použijeme jako prahovou proměnnou o 2 období zpožděnou hodnotu PRIOBR(30). Tabulka 7.6 ukazuje, že změna prahové proměnné vedla k potvrzení prahové nelinearity⁸.

7.1.3 Shrnutí testování nelinearity sazeb PRIBOR

V této části se podařilo prokázat, že předpoklad existence nelineárního chování u sazeb PRIBOR je realistický. Nejdříve jsme použili BDS test, který poněkud obecným způsobem nelinearitu prokázal u všech sazeb PRIBOR krátkého konce výnosové křivky. Jako další krok jsme použili Tsayův přístup, pomocí kterého jsme testovali přítomnost konkrétního typu nelinearity (prahové nelinearity). Tsayův test rovněž potvrzuje přítomnost prahové nelinearity u všech sledovaných sazeb. Na závěr je nutné udělat následující

⁸Obdobný test jsme provedli i pro prahovou proměnnou danou jako sazba PRIBOR(30) se zpožděním 1, 2, 3, přičemž výsledky testu byly ještě více statisticky významné. Nicméně na tomto místě nejsou uvedeny, neboť existenci prahové nelinearity v sazbě PRIBOR(30) dní se již podařilo prokázat

poznámku. Oba testy, které byly použity testují jednodimenzionální časové řady. V našem případě se však zabýváme vektorovým procesem a vhodnějším přístupem by tak byl test stavěný pro časové řady s více než jednou dimenzí. Výsledky této části však dávají dostatečně silný důvod pro předpoklad prahové nestacionarity i u vektorového procesu, který budeme modelovat prostřednictvím T-VECM modelu. Test vektorové prahové nelinearity bude součástí odhadu T-VECM v následující sekci.

7.2 Odhad T-VECM

V této sekci prezentujeme výsledky odhadů T-VECM modelu. Úvodem poznamenejme, že tato část byla motivována prací B. Hansena, který se oblasti TAR modelování a testování věnoval v řadě svých studií mezi lety 1996 a 2004. K odhadům T-VECM modelu byl použit jeho skript⁹ napsaný v jazyce MATLAB.

Připomeňme, že model aplikovaný na sazby PRIBOR předpokládá existenci pouze 2 různých režimů¹⁰. Vektorová část modelu pak používá dvou různých délek zpoždění. Jako první specifikace je použit VECM model odvozený od 4-dimenzionálního VAR modelu řádu jedna (AR proces je definován

⁹http://www.ssc.wisc.edu/~hansen/progsprogs_threshold.html

¹⁰Tento předpoklad však nemusí být zcela realistický. Vzhledem ke komplexnosti dynamiky úrokových sazeb lze předpokládat, že existují více než dva typy režimů. Bohužel k tomuto okamžiku není k dispozici žádný software, který by byl schopen pracovat s větším počtem režimů.

jen s jedním zpožděním). První (jednodušší) specifikace má tedy následující podobu

$$\begin{bmatrix} \Delta r_t^m \\ \Delta r_t^n \end{bmatrix} = \mu + \alpha w_{t-1} \Phi \begin{bmatrix} \Delta r_{t-1}^m \\ \Delta r_{t-1}^n \end{bmatrix} + u_t \quad (7.2)$$

kde $w_{t-1} = r_{t-1}^m - \beta r_{t-1}^n$. Tento model v podstatě říká, že dvě sazby s různými dobami splatnosti (n a m) by měly být kointegrovány, přičemž vektor kointegrace je v tomto případě w_t . Jinými slovy, mezi dvěma sazbami existuje dlouhodobá rovnováha, kterou popisuje kointegrační vektor w_t . V případě, že se sazby od této dlouhodobé rovnováhy odchýlí měli by se k ní opět navrátit. Rychlost tohoto návratu (resp. přizpůsobení) je dána hodnotou parametru α . V případě, že koeficient β bude roven jedné pak se kointegrační vektor vlastně stává spreadem těchto dvou sazeb $w_{t-1} = r_{t-1}^m - r_{t-1}^n = s_t^{m,n}$. Tím v podstatě říkáme, že dlouhodobý vztah dvou sazeb s různými splatnostmi je popsán jejich spreadem, což odpovídá předpokladům HO. Použijeme-li VECM model 7.2 v různých režimech, jeho parametry budou nabývat různých hodnot v závislosti na tom v jakém režimu se momentálně nachází prahová veličina. Tou je v tomto případě zpožděná hodnota w_t .

Přejdeme nyní k odhadu modelu pro jednotlivé sazby. Tabulka 7.7 prezentuje odhady parametrů T-VECM pro jednodušší specifikaci, kdy VECM je definován s délkou zpoždění 1.

Z tabulky 7.7 vyplývá několik faktů. Za prvé, všechny kointegrační koeficienty jsou velmi blízké číslu 1, což znamená, že o kointegračním vektoru

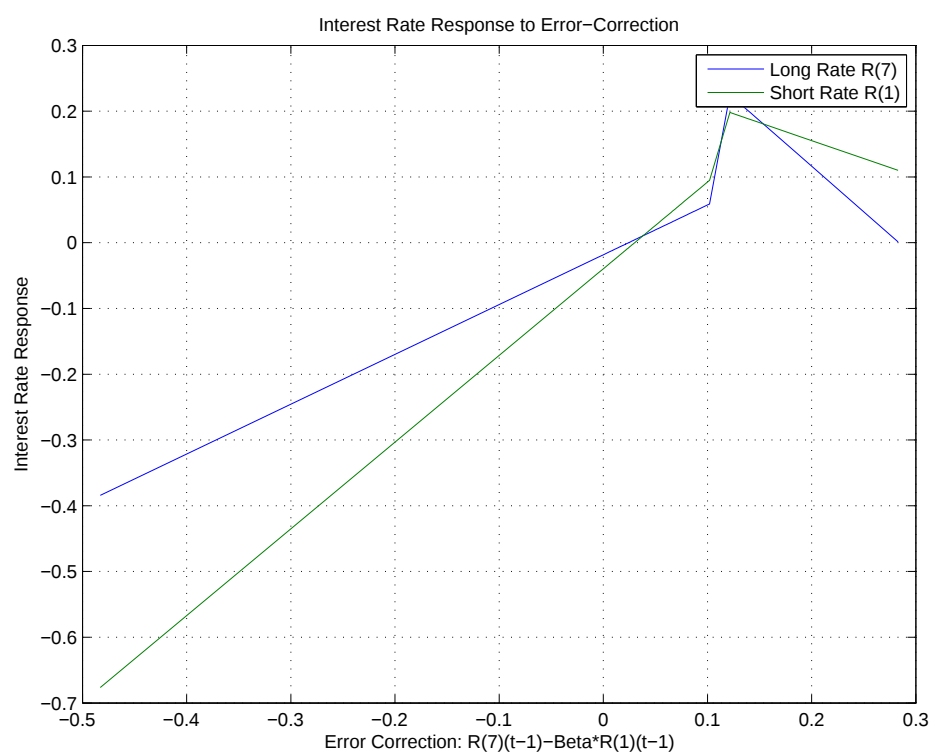
Tabulka 7.7: Odhady parametrů T-VECM

	PRIBOR(1, 7)		PRIBOR(1, 14)		PRIBOR(1, 30)	
koint. koef β	0.992590		0.970669		1.008207	
prahový koef.	0.11898		0.164957		−0.028655	
bootstrap (P-val).	0.018		0.073		0.115	
	režim 1	režim 2	režim 1	režim 2	režim 1	režim 2
% pozorování	92.6	7.4	92.0	8.0	0.056	0.944
korekční koef. 1	−0.018	0.394	−0.032	0.306	0.109	0.007
korekční koef. 2	−0.039	0.265	−0.065	0.243	−0.002	0.001

w_t lze uvažovat jako o skutečném spreadu příslušných sazeb PRIBOR. Tím je splněna HO, která říká, že dlouhodobý vývoj úrokových sazeb je předpověditelný jejich spreadem. Za druhé, na základě P-hodnot "bootstrap" testu vektorové prahové nelinearity lze potvrdit zjištění předchozí sekce o testování nelinearity. Podle tohoto testu pro vícedimenzionální časové řady (Hansen (2002) [20]) se lze domnívat, že prahová nelinearita existuje i v případě vektorového procesu sazeb PRIBOR. Jediným případem, kdy se tento argument ne zcela potvrzuje je vektorový proces sazeb PRIBOR(1) a PRIBOR(30). Odhadnuté prahové koeficienty (řádek "prahový koef.") tak rozdělují hodnoty sazeb PRIBOR na dvě části: hodnoty menší než prahový koeficient a hodnoty větší než prahový koeficient. V obou těchto částech se sazby PRI-

BOR chovají poněkud odlišně. Třetím důležitým faktem je, že režimy se ve všech případech v podstatě dají popsat jako režim typický a režim extrémní. Povšimněme si, že extrémní režim typicky obsahuje poměrně nízké procento všech pozorovaných hodnot. Zajímavé je sledovat korekční mechanismus v jednotlivých režimech. V extrémních režimech evidentně dochází k relativně silnému přizpůsobení. Pokud se tedy úrokový spread ochýlí od dlouhodobé rovnováhy příliš (vstoupí do extrémního režimu), začnou působit přizpůsobovací síly, které spread navrátí zpět k dlouhodobé rovnováze. V typických režimech je korekce v podstatě nulová. Možné vysvětlení je, že v případech extrémního odchýlení sazeb od dlouhodobé rovnováhy vyplývající z HO se investoři rychle snaží tento stav napravit. Pokud se však sazby nacházejí v rámci běžně očekávaných hodnot, snaha o minimalizaci případné odchylky od dlouhodobě rovnovážné úrovně je na trhu minimální.

Ilustraci tohoto procesu přináší obrázek 7.1. Z něj je patrné, že pokud se spread dvou sazeb (v tomto případě PRIBOR7 a PRIBOR1) nachází v extrémním režimu, krátká i dlouhá sazba se k sobě začnou poměrně rychle přibližovat a tím se spread snižuje až k nule (eventuelně může dojít k "přestřelení"). V tomto konkrétním případě je výrazná odchylka od dlouhodobého stavu dána rostoucí (negativní) vzdáleností od nuly, neboli negativním spreadem. Negativní spread je stav kdy krátkodobá sazba převyšuje sazbu dlouhodobou a výnosová křivka tak dostává klesající tvar.



Obrázek 7.1: Nelineární přizpůsobování ve dvou režimech sazeb PRIBOR7 a PRIBOR1

7.3 Shrnutí modelování prahové nelinearity termínové struktury PRIBOR

Výsledky této kapitoly ukázaly řadu důvodů podporujících argument, že dynamika sazeb PRIBOR je nelineární. Rovněž bylo demonstrováno, že prahový typ nelinearity je v tomto případě realistický předpoklad. Prostřednictvím odhadu kointegračních vektorů T-VECM modelu jsme byli schopni potvrdit platnost HO na českém mezibankovním trhu. V rámci odhadů jsme rovněž obdrželi prahové koeficienty rozdělující "prostor" sazeb PRIBOR na typický a extrémní režim. V extrémním režimu byl patrný poměrně silný přizpůsobovací efekt, neboli odchylky od dlouhodobě rovnovážného stavu daného HO jsou poměrně rychle korigovány. V typickém režimu byla tato korekce zanedbatelná.

Kapitola 8

Závěrečné shrnutí

Hlavním cílem této práce bylo zdokumentování dynamiky termínové struktury a zejména pak potvrzení či nepotvrzení Hypotézy očekávání na českém mezibankovním trhu. V úvodu jsme se pokusili definovat a intuitivně přiblížit teorii termínové struktury tak jak ji popisuje hypotéza očekávání. Po teoretickém výkladu jsme přešli k empirické analýze sazeb PRIBOR s dobami splatnostmi 1, 7, 14, 30, 60, 180, 270 a 360 dní. Výchozím bodem empirické části byla definice HO vyjádřená rovnicí 4.1. Jako základ pro testování HO byly zvoleny rovnice 4.2 a 4.3 odvozené Campbellem a Shillerem koncem 80 let minulého století. Tyto rovnice kompletně popisují HO a jsou proto ideálním výchozím bodem pro definici řady testů platnosti HO.

Testování platnosti HO jsme započali pomocí relativně jednoduchých modelů a statistik, které analyzovali lineární vztahy mezi sledovanými úrokovými sazbami. V kapitole 5 jsme tak definovali nepodmíněný test, podmí-

něný test a test využívající regresi forwardových sazeb. Výsledky prvních dvou testů poměrně jednoznačně prokazovaly platnost HO u sazeb PRIBOR. V této souvislosti jsme však upozornili na skrytý problém tzv. "zploštění" informace obsažené v datech. Důsledkem tohoto problému jsou často příliš pozitivní výsledky. Testem, který se tomuto problému do určité míry vyhýbat byla regrese forwardových sazeb. Ta však výsledky podmíněného nepodmíněného test potvrdila jen do určité míry. Jako možné vysvětlení ne zcela přesvědčivého potvrzení HO sazeb PRIBOR jsme zmínili problém autokorelace reziduí. Tento problém se v literatuře jeví jako zásadní.

Možným řešením tohoto problému je komplexnější modelování vztahů úrokových sazeb. Jedním z možných přístupů je formulace vektorového procesu, který by odpovídal požadavkům HO shrnutým rovnicemi 4.2 a 4.3. V následující kapitole 6 jsme tak formulovali vektorový autoregresní model pomocí něhož jsme kalkulovali teoretické spready a ty následně porovnávaly se spready skutečně pozorovanými. Jednoduchý typ VAR modelu přinesl poměrně pozitivní výsledky. Statistiky v podobě korelace a podílu variabilit teoretických a skutečných spreadů však nepřinesly jednoznačný závěr ve smyslu potvrzení či nepotvrzení HO na českém mezibankovním trhu. Následně jsme se po vzoru Beakerta (1997) pokusili VAR model vylepšit použitím Monte Carlo simulací a realističtějšího modelování reziduí pomocí modelu GARCH. Zatímco Monte Carlo simulace vedly k jistému zlepšení sledovaných statistik, VAR-GARCH model žádné další vylepšení nepřinesl. Metody použité v rámci této kapitoly prokázaly, že modelování termínové struktury sazeb PRI-

BOR pomocí vektorových procesů je slibnou a velmi zajímavou možností. Ve smyslu platnosti HO očekávání tyto přístupy vedly k relativně pozitivním výsledkům, její bezpodmínečné potvrzení na českém mezibankovním trhu však ani tyto metody nepřinesly. Existuje řada vysvětlení, proč se nepodařilo sledované statistiky ještě více přiblížit k ideálnímu stavu. Je možné, že alternativní formulace VAR modelu či vyšší výkon počítače potřebný pro dostatečný počet Monte Carlo simulací by přinesly další zkvalitnění výsledků. Dalším možným důvodem je že nedošlo ke správnému zohlednění případné nelineární dynamiky českého mezibankovního trhu. O řešení tohoto problému jsme se pokusili v závěrečné části.

V kapitole 7 jsme se tak pokusili modelovat nelineární termínové struktury sazeb PRIBOR. Nejdříve jsme pomocí BDS testu identifikovali přítomnost nelinearit v jednotlivých sazbách. V dalším kroku byl použit Tsayův test pro identifikaci nelinearit prahového typu. Na základě výsledků obou testů, bylo možné přijmout předpoklad, že proces generující úrokové sazby PRIBOR lze považovat za nelineární přičemž podstata této nelinearity může být popsána pomocí prahového modelu. Jako konkrétní model této kategorie byl zvolen prahový VECM model, přičemž VECM část definice modelu byla v podstatě shodná s definicí VAR modelu v kapitole 6. Hlavním sledovaným ukazatelem byl kointegrační koeficient. Bylo ukázáno, že pokud odhad tohoto parametru nabývá hodnot blízkých jedné lze to považovat za potvrzení HO. Ve všech studovaných případech se tento koeficient skutečně pohyboval ve značné blízkosti čísla 1, což lze brát jako potvrzení HO tímto modelem.

T-VECM model přinesl další zajímavé výsledky. Demonstrovali jsme, že hodnoty sazeb lze rozdělit do dvou typů režimů, které se liší tím, že se v nich sazby chovají do značné míry odlišně. V tzv. typickém režimu, ve kterém se obvykle sazby nacházejí (90% případů) nedochází k výrazné korekci odchylek od dlouhodobé rovnováhy. Naopak v extrémním režimu, ve kterém se sazby nacházejí cca v 10% případů dochází k velmi výrazné korekci odchylek od rovnováhy, sazby se tedy velmi rychle z tohoto režimu navracejí do režimu typického.

Závěrem je možné říci, že metody použité v této studii do značné míry potvrzují platnost HO očekávání na českém mezibankovním trhu. Tyto metody, zejména pak ty nelineární, se tak zdají být poměrně slibným nástrojem v dalším zkoumání termínové struktury sazeb PRIBOR.

Kapitola 9

Appendix 1: TAR a SETAR

Uvažujme jednoduchý $AR(p)$ model časové řady y_t :

$$y_t = \mu + \phi_1 y_{t-1} + \phi_2 y_{t-2} + \dots + \phi_p y_{t-p} + \sigma \epsilon_t$$

kde $\phi_1, \dots, \phi_p$ jsou AR parametry, $\epsilon_t \sim WN(0, 1)$ bílý šum a $\sigma > 0$ je standardní odchylka bílého šumu. Parametry modelu $\phi = (\mu, \phi_1, \phi_2, \dots, \phi_p)$ a σ nejsou závislé na čase t a jsou neměnné (konstantní). Prahový model (TAR) zachycuje nelineární dynamiku systému tím, že umožňuje aby se parametry modelu měnily v závislosti na hodnotě slabě exogenní prahové proměnné z_t :

$$y_t = \mathbf{X}_t \phi^{(j)} + \sigma_{(j)} \epsilon_t \text{ pokud } r_{j-1} < z_t \leq r_j \quad (9.1)$$

kde $\mathbf{X}_t = (1, y_{t-1}, y_{t-2}, \dots, y_{t-p})$, $j = 1, 2, \dots, k$ identifikuje j -tý režim a $-\infty = r_0 < r_1 < \dots < r_k = \infty$. Intuice této rovnice je ta, že $k - 1$

netriviálních prahů $r_0, r_1, \dots, r_{k-1}$ rozdělují doménu prahové veličiny z_t do k různých režimů. V každém režimu pak časová řada sleduje odlišný $AR(p)$ model.

Prahová veličina z_t může být zvolena libovolným způsobem¹. Pokud je zvolena jako zpožděná hodnota sledované veličiny se zpožděním d , takže $z_t = y_{t-d}$, pak je dynamika sledované proměnné y_t určena vlastními zpožděnými hodnotami. V takovém případě se TAR nazývá "samobudící"² neboli SETAR model. Co se značení týká, pak TAR(2) resp. SETAR(2) označuje TAR, resp. SETAR model se dvěma režimy³. Z toho vyplývá, že TAR(1) resp. SETAR(1) je TAR resp. SETAR model pouze s jedním režimem. V případě existence pouze jednoho režimu časová řada sleduje pouze jeden $AR(p)$ proces, čímž se TAR(1) resp. SETAR(1) redukuje na $AR(p)$.

¹samozřejmě se předpokládá, že je korelována se studovanou časovou řadou

²self-exciting

³a tak jedním prahem r_0

Kapitola 10

Appendix 2: Testy nonlinearity

10.1 BDS test

BDS test je postaven na myšlence korelačního integrálu. Korelační integrál je mírou frekvence, se kterou se ve sledované časové řadě opakují časové vzorce. Budeme-li uvažovat časovou řadu x_t pro časy $t = 1, 2, \dots, T$ a definujeme tzv. " m -historii" jako $x_t^m = (x_t, x_{t-1}, \dots, x_{t-m+1})$, pak odhad korelačního integrálu vložené dimenze m je definován jako

$$C_{m,\epsilon} = \frac{2}{T_m(T_m - 1)} m \leq \frac{s}{\Sigma} < \frac{t}{\Sigma} \leq TI(x_t^m, x_s^m; \epsilon) \quad (10.1)$$

kde $T_m = T - m + 1$ a $I(x_t^m, x_s^m; \epsilon)$ je indikační funkce nabývající hodnoty 1 pokud $|x_{t-i} - x_{s-i}| < \epsilon$ a v ostatních případech nabývá hodnotu 0. Korelační integrál tak v podstatě odhaduje pravěpodobnost že vzdálenost dvou bodů umístěné v m -dimenzionálním prostoru je menší než ϵ . Jinak řečeno, tento

integrál je odhadem společné pravděpodobnosti

$$Pr(|x_t - x_s| < \epsilon, |x_{t-1} - x_{s-1}| < \epsilon, \dots, |x_{t-m+1} - x_{s-m+1}| < \epsilon) \quad (10.2)$$

Pokud jsou x_t identicky a nezávisle rozděleny, pak by se tato limitně tato pravděpodobnost měla rovnat

$$C_{1,\epsilon}^m = Pr(|x_t - x_s| > \epsilon)^m \quad (10.3)$$

BDS statistika je pak definována jako

$$V_{m,\epsilon} = \sqrt{T} \frac{C_{m,\epsilon} - C_{1,\epsilon}^m}{s_{m,\epsilon}} \quad (10.4)$$

kde $s_{m,\epsilon}$ je standardní odchylka $\sqrt{T}(C_{m,\epsilon} - C_{1,\epsilon}^m)$, kterou je možné konsistentně odhadnout. Při splnění relativně jednoduchých podmínek regularity BDS statistika konverguje v rozdělení k $N(0, 1)$

$$V_{m,\epsilon} \xrightarrow{d} N(0, 1) \quad (10.5)$$

Takže nulová hypotéza identického a nezávislého rozdělení je zamítnuta na 5% hladině významnosti v případě, že $|V_{m,\epsilon}| > 1.96$.

10.2 Tsayův F -Test

Tsayův test je založen na tzv. uspořádané autoregresi a jako odhadovou metodu používá rekurzivní nejmenší čtverce (RLS). Uvažujme SETAR mo-

del typu 9.1 s prahovou proměnou $z_t = y_{t-d}$. Vzhledem k tomu, že prahy $r_0, r_1, \dots, r_{k-1}$ obvykle nejsou předem známy, Tsay navrhuje uspořádat rovnice v tomto modelu pro $t = \max(d, p) + 1, \dots, n$, kde n je počet pozorování. Uspořádání, které navrhuje je dáno prahovou veličinou y_{t-d} . Tato veličina samozřejmě může nabývat jakýchkoli hodnot obsažených ve vektoru $\mathbf{Y}_d = (y_h, \dots, y_{n-d})$, přičemž $h = \max(1, p+1-d)$. Rovnice SETAR modelu jsou pak uspořádány následujícím způsobem:

$$y_{\pi_i} = \mathbf{X}_{\pi_i} \hat{\phi} + \hat{\sigma} \epsilon_{\pi_i} \quad (10.6)$$

kde π_i koresponduje s indexem v původním vzorku, takže y_{π_i-d} je i -tá nejmenší hodnota ve vektoru $\mathbf{Y}_d$. Pokud je například, y_{10} nejmenší hodnotou v $\mathbf{Y}_d$, pak $\pi_1 = 10 + d$; pokud je y_{20} druhou nejmenší hodnotou v $\mathbf{Y}_d$, pak $\pi_2 = 20 + d$, atd. Takže pokud je původní časová řada generována modelem SETAR(2) a tak existuje $m < n$ hodnot v $\mathbf{Y}_d$, které jsou menší než práh r_1 , pak prvních m rovnic v 10.6 koresponduje s prvním režimem a zbývající rovnice korespondují s druhým režimem.

Existence prahového typu nelinearity lze pak testovat pomocí RLS odhadů vektoru parametrů $= \hat{\phi}$ v rovnici 10.6. Pokud prahová nelinearita v časové řadě přítomna, pak standardizovaná predikční rezidua $e_{\pi_i}^{\hat{\phi}}$ vyplývající z RLS rovnic 10.6 by měla být bílý šum a ortogonální ve vztahu k $\mathbf{X}_{\pi_i}$. Pokud je na druhou stranu časová řada y_t generována SETAR(j) procesem s $j > 1$, pak RLS odhady $= \hat{\phi}$ budou obsahovat bias a $\hat{\Phi}$ v následující rovnici bude statisticky významné:

$$\hat{e}_{\pi i} = \mathbf{X}'_{\pi i} \hat{\Phi} + u_{\pi i} \quad (10.7)$$

Z toho plyne, že pro testování $\hat{\Phi} = 0$ a tím i testování existence prahové nelinearity lze použít klasickou F statistiku.

Literatura

- [1] G. Beakert and J. Hodrick, R. Expectation hypothesis tests. *Journal of Finance*, 56:1357–1394, 2001.
- [2] G. Beakert, J. Hodrick, R., and D. Marshall. On biases in tests of the expectation hypothesis of the term structure of interest rates. *Journal of Financial Economics*, 44:309–348, 1997.
- [3] G. Boero and C. Torricelli. The expectations hypothesis of the term structure: Evidence for germany. *Working Paper CRENoS 1997/4*, 1997.
- [4] Brůna K. Brada J. Analýza citlivosti referenčních úrokových sazeb prior na změny repo sazby České národní banky. *Politická ekonomie*.
- [5] D. Bredin and K. Cuthbertson. Risk premia and long rates in ireland. *Technical paper*, 2000.
- [6] Dechert W. D. Brock W. A. and Scheinkman J. A test for independence based on the correlation dimension. *Econometrica*, 1987.

- [7] LeBaron B. Brock W.A., Dechert W.D. and Scheinkman J. A test for independence based on the correlation dimension. *Econometric Reviews*, 1996.
- [8] K. Brůna. Mechanismus stabilizace ultrakrátkých úrokových sazeb prostřednictvím repo operací České národní banky. *Politická ekonomie*.
- [9] J. Campbell, A. Lo, and C. McKinlay. *The Econometrics of Financial Markets*. Princeton University Press, Princeton, NJ., 1996.
- [10] J. Campbell and R. Shiller. Yield spreads and interest rate movements: a bird's eye view. *Review of Economic Studies*, 58, 1991.
- [11] Sarno L. Corte P. D. and Thronton D. L. Modelling the yield curve. *FRB working paper 2006-061A*, 2006.
- [12] K. Cuthbertson. The expectation hypothesis of the term structure: The uk interbank market. *The Economic Journal*, 106(436):578–592, 1996.
- [13] E. Fama. The information in the term structure. *Journal of Financial Economics*, 13:509–528, 1984.
- [14] E. Fama. Efficient capital markets: Ii. *Journal of Finance*, 96:1575–1617, 1991.
- [15] E. Fama. The behavior of interest rates. *The Review of Financial Studies*, 19:359–379, 2006.

- [16] W. Green. *Econometric Analysis, 5th Edition*. Prentice Hall, 2003.
- [17] J. Hamburger, M. and E. Platt. The expectations hypothesis and the efficiency of the treasury bill market. *Review of Economics and Statistics*, 57:190–199, 1975.
- [18] J. M. Hammersley. *Monte Carlo Methods*. John Wiley & Sons, New York, 1964.
- [19] B. Hansen. Testing for linearity. *Journal of Economic Surveys*, 13:551–576, 1999.
- [20] B. Hansen and S. Byeongseon. Testing for two-regime threshold cointegration in vector error correction models. *Journal of Econometrics*, 110:293–318, 2002.
- [21] B. Hansen and M. Caner. Threshold autoregression with a unit root. *Econometrica*, 69(6):1555–1596, 2001.
- [22] Arlt J. *Moderní metody modelování ekonomických časových řad*. Grada Publishing, 1999.
- [23] H. Kantz and T. Schreiber. *Nonlinear Time Series Analysis*. Cambridge UP, Cambridge, 1997.
- [24] J. Koderá. *Měnová Analýza*. Melandrium, 2001.
- [25] Mandel M. Koderá, J. Transmisní mechanismy měnové politiky v podmínkách české ekonomiky. *Institutu ekonomie, Working Papers*, 1997.

- [26] V. Kotlán. Výnosová křivka v teorii a praxi českého mezibankovního trhu. *Finance a Úvěr*, 30, 1999.
- [27] F. Longstaff. The term structure of very short term rates: New evidence for the expectations hypothesis. *Journal of Financial Economics*, 23:45–54, 2000.
- [28] E.N. Lorenz. Deterministic nonperiodic flow. *Journal of the Atmospheric Sciences*, 1963.
- [29] M. Mandel. Analýza měnové politiky a bankovního vývoje v ČR v letech 1989-1995. *Bankovníctví*, (5), 1997.
- [30] M. Mandel. Cílování inflace a peněžní zásoby při exogenních šocích (komparace z pohledu modelu as-ad-nx). *Finance a Úvěr*, 1998.
- [31] Kodera J. Musílek P. Dvořák P. Brada J. Revenda Z., Mandel M. *Peněžní ekonomie a bankovníctví*, 4 vydání. Management Press, 2005.
- [32] Vosvrda M. Sladky K., Kodera J. Sensitivity and stability in dynamic economic system. *Bulletin of the Czech Econometric Society*.
- [33] H. Tong. On a threshold model. in c. h. chen (ed.). *Pattern Recognition and Signal Processing*, 1978.
- [34] H. Tong. *Threshold Models in Nonlinear Time Series Analysis*. Springer-Verlag, New York, 1983.

- [35] S. Tsay, R. Nonlinearity test for time series. *Biometrika*, 1986.
- [36] S. Tsay, R. Testing and modelling threshold autoregressive processes. *Journal of American Statistical Association*, 1989.
- [37] Kódera J. Vošvrda M. Production, capital stock and price dynamics in a simple model of closed economy (2005). *Working Paper FSV UK*, 2005.
- [38] E. Zivot and J. Wang. *Modelling Financial Time Series with S-PLUS*, 2nd edition. Springer-Verlag, 2005.