

**VYSOKÁ ŠKOLA EKONOMICKÁ V PRAZE**

**FAKULTA INFORMATIKY A STATISTIKY**



## **BAKALÁŘSKÁ PRÁCE**

2014

Nikola Špesová

**VYSOKÁ ŠKOLA EKONOMICKÁ V PRAZE**

**FAKULTA INFORMATIKY A STATISTIKY**



Názov bakalárskej práce:

## **Hedonické modely na trhu nehnuteľností**

|               |                                      |
|---------------|--------------------------------------|
| Autor:        | <b>Nikola Špesová</b>                |
| Katedra:      | <b>Katedra ekonometrie</b>           |
| Obor:         | <b>Matematické metody v ekonomii</b> |
| Vedúci práce: | <b>Ing. Jan Zouhar, Ph.D.</b>        |

**Prehlásenie:**

Prehlasujem, že som bakalársku prácu na tému „Hedonické modely na trhu nehnuteľností“ spracovala samostatne. Všetku použitú literatúru a ďalšie podkladové materiály uvádzam v zozname použitej literatúry.

V Prahe dňa 30. decembra 2013

.....

Nikola Špesová

**Pod'akovanie:**

Rada by som na tomto mieste pod'akovala Ing. Janovi Zouharovi, Ph.D., za vedenie mojej bakalárskej práce a za podnetné návrhy, ktoré ju obohatili. Rovnako d'akujem Jozefovi Mendovi, za odborné konzultácie s programom *Wget* a *Shell*.

## Abstrakt

*Názov práce:* Hedonické modely na trhu nemovitostí

*Autor:* Nikola Špesová

*Katedra:* Katedra ekonometrie

*Vedúci práce:* Ing. Jan Zouhar, Ph.D.

Bakalárska práca sa zaoberá cenami pražských bytov. Zostavuje rôzne ekonometrické modely, ktoré podľa lineárnej regresie determinujú túto cenu. Rozoberá vplyv jednotlivých faktorov, ako je rozloha, počet miestností, poschodie, typ vlastníctva a podobne. Zameriava sa na tri hlavné hypotézy. Prvou je vplyv poschodia, ktorý sa ukazuje mať kvadratickú funkčnú závislosť. Druhou je porovnanie osobného vlastníctva s družstevným a tehlovej konštrukcie s panelovou. Ukázalo sa, že cenový rozdiel medzi tehlovým bytom v osobnom vlastníctve a panelovým družstevným bytom môže byť až skoro 30 %. Poslednou hlavnou hypotézou bol vplyv časového hľadiska medzi rokmi 2006 až 2013. Dáta ukázali, že finančná kríza z rokov 2007 – 2009 zasiahla pražský realitný trh iba v malom meradle.

**Kľúčové slová:** ekonometrický model, pražský realitný trh, lineárna regresia, OLS.

## Abstract

*Title:* Hedonic models on real estate market

*Author:* Nikola Špesová

*Department:* Department of Econometrics

*Supervisor:* Ing. Jan Zouhar, Ph.D.

Thesis is concerned with the Prague apartment prices. It compiles various econometric models determine that price under linear regression. It discusses the influence of individual factors such as size, number of rooms, floor, type of ownership, and so on. It focuses on three main hypotheses. The first is the floor impacts, which is proving to have a quadratic functional dependence. The second is a comparison of personal property with a cooperative and brick and panel construction. It turned out that the price difference between brick privately ownership and cooperative panel construction can be up to nearly 30 %. The last major hypothesis is the impact of time perspective between 2006 and 2013. The data shows that the financial crisis of the years 2007 - 2009 hit the Prague real estate market only on a small scale.

**Keywords:** econometric model, the Prague real estate market, linear regression, OLS.

# Obsah

|                                                          |           |
|----------------------------------------------------------|-----------|
| ÚVOD .....                                               | 0         |
| <b>1 FAKTORY OVPLYVŇUJÚCE CENY PRAŽSKÝCH BYTOV .....</b> | <b>2</b>  |
| 1.1 CHARAKTERISTIKY DANEJ LOKALITY .....                 | 2         |
| 1.2 CHARAKTERISTIKY VLASTNEJ NEHNUTEĽNOSTI .....         | 5         |
| 1.3 FORMULÁCIA HYPOTÉZ .....                             | 8         |
| <b>2 DÁTA A METODOLÓGIA .....</b>                        | <b>10</b> |
| 2.1 ZDROJ DÁT A ICH SPRACOVANIE .....                    | 10        |
| 2.2 PREMENNÉ A ICH CHARAKTERISTIKY .....                 | 14        |
| 2.3 POUŽITÉ METÓDY .....                                 | 19        |
| <b>3 VÝSLEDKY A DISKUSIA .....</b>                       | <b>23</b> |
| 3.1 ZOSTAVENIE MODELU .....                              | 23        |
| 3.2 HYPOTÉZA 1 – POSCHODIE .....                         | 27        |
| 3.3 HYPOTÉZA 2 – KONŠTRUKCIA A VLASTNÍCTVO .....         | 32        |
| 3.4 HYPOTÉZA 3 – ČASOVÝ VÝVOJ .....                      | 34        |
| <b>ZÁVER.....</b>                                        | <b>37</b> |
| <b>PRÍLOHY .....</b>                                     | <b>39</b> |
| <b>LITERATÚRA .....</b>                                  | <b>42</b> |

## Zoznam grafov, obrázkov a tabuliek

|                                                                                                                                                       |    |
|-------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------|----|
| <b>Obrázok 1-1:</b> Cenová mapa priemerných cien nových bytov, podľa pražských obvodov. ....                                                          | 3  |
| <b>Tabuľka 1-2:</b> Priemerné ceny nových bytov, podľa pražských obvodov. ....                                                                        | 3  |
| <b>Obrázok 1-3:</b> Cenová mapa desiatich najdrahších a najlacnejších lokalít v Prahe. ....                                                           | 4  |
| <b>Tabuľka 1-5:</b> Priemerné ceny pražských bytov. Nových, rekonštruovaných aj nerekonštruovaných... ..                                              | 5  |
| <b>Tabuľka 1-6:</b> Priemerné ceny bytov podľa ich veku. ....                                                                                         | 6  |
| <b>Graf 1-7:</b> Vývoj cien pražských bytov podľa českého štatistického úradu v rokoch 2005 až 2013.....                                              | 9  |
| <b>Obrázok 2-1:</b> Ukážka výstupu stiahnutého inzerátu pomocou programu <i>Wget</i> do textového súboru. ....                                        | 10 |
| <b>Obrázok 2-2:</b> Príklad html požiadavku pre aplikáciu <i>Distance Matrix API</i> . ....                                                           | 12 |
| <b>Obrázok 2-3:</b> Príklad HTML výstupu z aplikácie <i>Distance Matrix API</i> .....                                                                 | 12 |
| <b>Tabuľka 2-4:</b> Príklad zobrazenia HTML výstupu <i>Distance Matrix</i> , v programe <i>MS Excel</i> . ....                                        | 13 |
| <b>Graf 2-5:</b> Popisné štatistiky (krabicový graf a histogram) premennej <i>cena</i> , uvádzaná v miliónoch a logaritmus ceny, <i>l_cena</i> . .... | 14 |
| <b>Graf 2-6:</b> Popisné štatistiky (krabicový graf a histogram) premennej <i>plocha</i> a jej logaritmu.....                                         | 15 |

|                                                                                                                                                                                                          |    |
|----------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------|----|
| <b>Graf 2-7:</b> Koláčový graf jednotlivých kategórií premennej <i>dispozícia</i> . ....                                                                                                                 | 15 |
| <b>Graf 2-8:</b> Koláčový graf percentuálne zastúpenia jednotlivých kategórií premennej <i>miestnosti</i> (vľavo) a koláčový graf percentuálneho zastúpenia kategórií premennej <i>KK</i> (vpravo). .... | 16 |
| <b>Graf 2-9:</b> Popisné štatistiky (krabicový graf a histogram) premennej <i>poschodie</i> . ....                                                                                                       | 17 |
| <b>Graf 2-10:</b> Koláčový graf rôznych kategórií stavebnej konštrukcie premennej <i>tehla</i> . ....                                                                                                    | 17 |
| <b>Graf 2-11:</b> Koláčový graf unikátnych kategórií pražských obvodov premennej <i>časťobce</i> . ....                                                                                                  | 18 |
| <b>Graf 2-12:</b> Popisné štatistiky (krabicový graf a histogram) premennej <i>čas_min</i> . ....                                                                                                        | 18 |
| <b>Tabuľka 2-13:</b> Súhrnné štatistiky jednotlivých premenných a ich očakávané znamienka. ....                                                                                                          | 19 |
| <b>Tabuľka 3-1:</b> Odhadnuté parametre modelov (A)-(E) z OLS regresie, vysvetľujúce <i>l_cenu</i> . ....                                                                                                | 24 |
| <b>Tabuľka 3-2:</b> Percentuálne cenové rozdiely mestskej časti Praha 1 oproti ostatným mestským častiam z modelov (A) a (B). ....                                                                       | 25 |
| <b>Graf 3-3:</b> Graf vyrovnaných hodnôt z regresie (3.4), za pomoci robustných štandardných chýb, vysvetľuje premennú <i>patro</i> , ako kvadratickú funkciu. ....                                      | 27 |
| <b>Tabuľka 3-4:</b> Odhadnuté parametre premenných <i>poschodie</i> a <i>poschodie<sup>2</sup></i> , modelov (C1) - (E1). ....                                                                           | 28 |
| <b>Tabuľka 3-5:</b> Odhadnuté parametre premennej <i>prizemie</i> , modelov (C1-1) - (E1-1). ....                                                                                                        | 28 |
| <b>Tabuľka 3-6:</b> Odhadnuté parametre dummy premenných určujúce <i>prvé až dvanáste</i> poschodie, modelov (C2) - (E2). ....                                                                           | 29 |
| <b>Tabuľka 3-7:</b> Odhadnuté parametre premenných <i>poschodie</i> , <i>výtah</i> a ich vzájomné interakcie, modelov (C3) - (E3). ....                                                                  | 30 |
| <b>Graf 3-8:</b> Graf zachycuje vzájomné interakcie premenných <i>poschodie</i> a <i>výtah</i> , modelov (C3) - (E3). ....                                                                               | 31 |
| <b>Tabuľka 3-9:</b> Odhadnuté parametre premenných <i>vlastníctvo</i> a kategoriálnej premennej <i>tehla</i> , modelov (C1) - (E1) ....                                                                  | 32 |
| <b>Graf 3-10:</b> Krabicové grafy porovnávajúce rôzne kategórie premennej <i>tehla</i> a <i>vlastníctvo</i> . ....                                                                                       | 32 |
| <b>Tabuľka 3-11:</b> Odhadnuté parametre premenných <i>vlastníctvo</i> , <i>tehla</i> a <i>tehla_ov</i> , obmedzených na tehlové a panelové byty, modelov (C1-2) - (E1-2). ....                          | 33 |
| <b>Graf 3-12:</b> Graf vyrovnaných hodnôt z regresie (3.10), ktorý vysvetľuje premennú <i>roky2010</i> , za pomoci robustných štandardných chýb, ako kubickú funkciu. ....                               | 34 |
| <b>Tabuľka 3-13:</b> Odhadnuté parametre premenných <i>roky2010</i> , <i>roky2010<sup>2</sup></i> a <i>roky2010<sup>3</sup></i> , modelov (C1-3)-(E1-3) ....                                             | 35 |
| <b>Graf 3-14:</b> Graf vyrovnaných hodnôt z regresie (3.14), ktorý vysvetľuje za pomoci robustných štandardných chýb premennú <i>rok</i> , ako kategoriálnu premennú. ....                               | 36 |
| <b>Tabuľka 3-15:</b> Odhadnuté parametre kategoriálnej premennej <i>rok</i> , modelov (C1-4) – (E1-4). ....                                                                                              | 36 |

# Úvod

Londýn nie je Anglicko, Berlín nie je Nemecko a ani Praha nie je Česká republika. Až absurdný výrok, ktorý poukazuje na obrovské rozdiely medzi hlavným mestom a zbytkom republiky. Rovnaké je to aj s realitným trhom. Praha a jej realitný trh má ohromné množstvo vlastných špecifik. Obyvatelia Prahy majú na bývanie iné nároky, sú ochotní bývať v menších bytoch, v rušných uliciach a aj na obrovských sídliskách, za cenu veľkomesta. Zároveň ich však viac ovplyvňujú nové trendy, ako moderný minimalistický nábytok, spájanie niekoľkých menších izieb do jednej veľkej, ktorá v sebe častokrát obsahuje kuchyňu, jedáleň, obývačku a pracovňu, rovnako aj malé podkrovné byty s veľkými terasami. Z týchto dôvodov, sme sa celú prácu rozhodli venovať iba Prahe.

Otázka bývania sa zároveň dotýka každého z nás a pred zásadnejšou otázkou kúpi vlastného bytu, častokrát na celý život, stojí každoročne niekoľko tisíc ľudí. Podľa Českého štatistického úradu sa v Prahe v roku 2010 dokončilo viac, ako 6 000 bytov<sup>1</sup>. Institut plánování a rozvoje hlavního města Prahy v roku 2010 zverejnil, že až 87 % pražských domácností žije v byte<sup>2</sup>, preto sa obmedzíme iba na bytovú otázku.

Ako však vybrať tú správnu nehnuteľnosť a neprerobiť? Aké charakteristiky vlastne determinujú cenu pražských bytov? A v akej miere? Je to lokalita, poschodie alebo veľká terasa? To sú otázky, ktoré si kupujúci ale aj predávajúci pokladajú veľmi často. V práci sa pokúsime nájsť odpoveď práve na tieto otázky a možno pomôžeme práve Pražanom ale nie len im, aby sa vedeli vo veľkej a neprehľadnej ponuke bytov lepšie orientovať a mali lepšiu predstavu o tom, čo cenu ich nehnuteľnosti zvyšuje, poprípade znižuje a aké je cenové rozmedzie ich milovaného bytu.

Na konkrétnych dátach zostavíme a odhadneme vhodný ekonometrický model, ktorý bude vysvetľovať cenu bytu. Zohľadníme rôzne faktory a činitele, ktoré sa vyskytujú v tlači, publikáciách a odborných štúdiách, zaoberajúcich sa podobnom tematikou. Zistené hodnoty a vplyvy jednotlivých faktorov následne porovnávame s publikovanými hodnotami, kde budeme hľadať zhody ale aj rozpory s týmito tvrdeniami a hypotézami.

Celú analýzu prevedieme v štatistickom programe Stata 12, ktorý ponúka prehľadnejšiu, kompaktnjšiu a krajšiu sadu výstupov, či už vo forme tabuliek alebo obrázkov, oproti klasicky školsky vyučovaným softwarom. Čitateľovi a aj sebe sme tak chceli rozšíriť obzor v oblasti štatistických softwarov. Stata je taktiež široko používaná, má veľkú základňu aktívnych užívateľov, ktorý každý deň diskutujú o rôznych možnostiach tohto programu, preto na internete nebude žiaden problém s vyhľadávaním a názornými ukážkami jednotlivých funkcií,

<sup>1</sup> Zdroj: [http://www.czso.cz/csu/2012edicniplan.nsf/krajkapitola/101011-12-r\\_2012-15](http://www.czso.cz/csu/2012edicniplan.nsf/krajkapitola/101011-12-r_2012-15)

<sup>2</sup> Zdroj: <http://www.iprpraha.cz/cs/clanek/211/bydleni>

ktoré v sebe program obsahuje. Stata má zároveň veľmi dobre spracovaný manuál<sup>3</sup>, ktorý použijeme ako vodítko pre oboznámenie sa a začiatky s týmto programom.

Prácu rozdelíme do troch hlavných kapitol. V prvej kapitole sa podrobnejšie pozrieme do dostupnej literatúry. Zistíme, aké faktory by mohli ovplyvňovať cenu nehnuteľností a stanovíme si hlavné ciele práce. Druhá kapitola bude zameraná na popis dát a metód, ktoré v práci použijeme. Tematicky posledná hlavná kapitola bude venovaná samotným modelom, špecifikám jednotlivých premenných a záverom z nich plynúcich. V závere práce sa čitateľovi pokúsime ukázať ucelený pohľad na faktory, ktoré v našich modeloch skutočne determinujú cenu pražských bytov a v akej miere.

V Prahe dňa 5.12.2013

Nikola Špesová

---

<sup>3</sup> Zdroj: <http://www.stata.com/manuals13/u.pdf>

# 1 Faktory ovplyvňujúce ceny pražských bytov

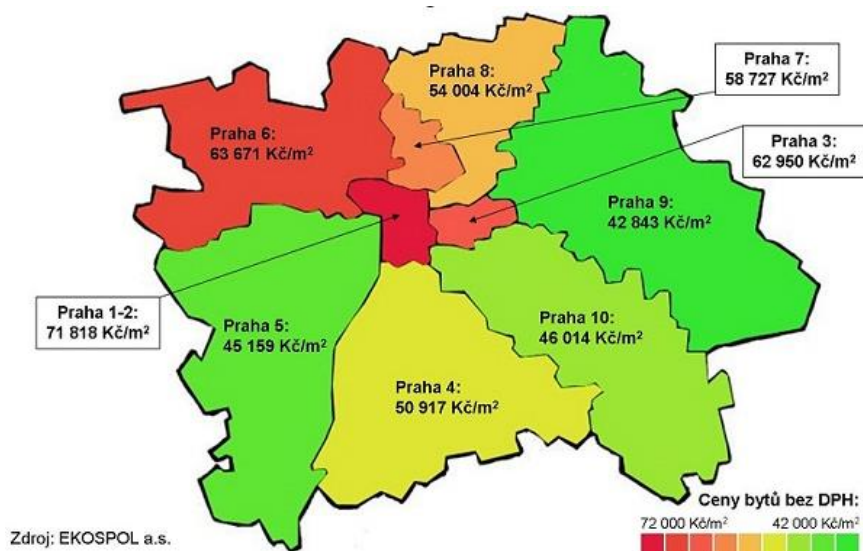
## 1.1 Charakteristiky danej lokality

Ako prvý a najdôležitejší faktor uvádza väčšina zdrojov polohu bytu, alebo takzvanú **lokalitu**. V celorepublikovom pohľade majú na cenu nehnuteľností vplyv najmä makroekonomické ukazovatele jednotlivých regiónov. Hovorí o tom štúdia Hlaváčka a Komárka (2010), ktorí pod hlavičkou Českej národnej banky zostavili zo štvrtročných dát z roku 1998 až 2008 ekonometrický model, skúmajúci závislosť ceny nehnuteľností na rôznych makroekonomických veličinách. Štúdia taktiež zisťuje existenciu cenovej bubliny na českom realitnom trhu. Pri skúmaní časových radov zistili, že rast ceny bytov v Českej republike sa dá najlepšie vysvetliť rastom cien pozemkov a nájomného. V Prahe má na cenu bytov tiež veľký vplyv vývoj miery nezamestnanosti, naproti tomu v zbytku republiky sú významné taktiež faktory migrácie, prirodzeného prírastku a čiastočne aj miera sobášov. Zaujímavým vysvetľujúcim faktorom sa ukázal počet bytov na 1 000 obyvateľov, ktorý so zvyšujúcim sa počtom bytov na 1 000 obyvateľov prispieva k zvyšovaniu cien nehnuteľností v danom regióne. „V tomto prípade však môže ísť aj o opačnú kauzalitu, teda kde sú vyššie ceny bytov, tam sa ich stavia viac“, dodáva dvojica autorov. Po vyradení Prahy sa však tento ukazovateľ javil ako štatisticky nevýznamný. Rozdiely v cenách bytov medzi regiónmi pomáha vysvetliť aj rozvodovosť, ktorá priamo úmerne zvyšuje cenu. Všetko sú to zaujímavé vysvetľujúce faktory, ktoré by stáli za hlbší prieskum, v tejto práci však na tieto makroekonomické vysvetľujúce premenné nemáme priestor a ani potrebné dáta pre analýzu.

Z mikroekonomického hľadiska sa však ukazuje dostatok vysvetľujúcich premenných súvisiacich s lokalitou, ktoré by mohli mať veľký vplyv na cenu bytov. Švec (2012), napríklad hovorí o tom, že cenu bytu v Prahe zvyšuje až o 25 % fakt, že sa nachádza v centre. Oproti tomu byt nachádzajúci sa na sídlisku na okraji Prahy, znižuje cenu až o 15 %. Švec taktiež spomína dopravnú dostupnosť danej lokality. V prípade, že sa do 5 minút od daného bytu nachádza metro, stúpa jeho cena o 10 %. Pri potrebe dochádzania k metru iným dopravným prostriedkom ako je autobus alebo električka sa cena bytu znižuje o 10 až 15 %. S lokalitou súvisí aj občianska vybavenosť a autor v článku tvrdí, že blízkosť nákupného centra alebo školy zvyšuje cenu bytu o 5 %. Blízkosť zelene, ako je park, poprípade les cenu taktiež zvyšuje a to o 6 až 10 % a prítomnosť ihriska o 3 %. Mazáčová (2011) v svojom článku uvádza, že poloha daného bytu tvorí niekedy až 90 % ceny. „Například zcela neobyvatelný byt v pražské Pařížské ulici může mít i přes svůj aktuálně nelichotivý technický stav vysokou hodnotu. Nachází-li se nemovitost v pěkném městě a v klidné lokalitě, tak bude její cena vždy vyšší než podobné nemovitosti v nehezkém městě s umístěním nemovitosti v rušné ulici. Toužíte-li po bydlení v pěkném městě a dobré lokalitě počítejte s vyššími pořizovacími náklady. Tato investice se vám jistě vyplatí jak ve kvalitě života tak i v případě následného prodeje. Nemovitosti v dobrých lokalitách stoupají na ceně zpravidla rychleji a proto jsou často pořizovány i za účelem následného prodeje.“, upresňuje Mazáčová. Kotula (2011) považuje lokalitu taktiež za hlavný

faktor ceny bytu. Pre neho je to z pohľadu investora lokalita, ktorá priláka nových nájomníkov. Ide o lokalitu s rezidenčným nádychom, kde sú v blízkosti obchody ako potraviny, pekárne, drogéria a služby ako reštaurácie, doktori, kiná, divadlá a podobne. Ak sa však v lokalite nachádza viac barov a herní, ako klasických služieb a obchodov, z dlhodobého hľadiska to nebude veľmi preferovaná oblasť. Kotula ďalej uvádza, že umiestnenie vo veľmi rušnej lokalite, ako je napríklad hlavná komunikácia mesta, znižuje cenu bytu o 10 až 20 %. Taktiež hovorí o dobrej dopravnej dostupnosti a rozkvetu danej oblasti. Dobrým ukazovateľom obľúbenosti lokality je napríklad vývoj počtu obyvateľov, alebo či hlavní zamestnávateľia v danej oblasti prosperujú, pretože potencionálni nájomníci sa budú rekrútovať prevažne zo zamestnancov týchto podnikov. Zdroj EKOSPOL a.s., dokonca uvádza cenovú mapu nových bytov pre jednotlivé pražské obvody, obrázok 1-1. Pre prehľadnosť a čitateľnosť obrázku 1-1 uvádzame aj tabuľku týchto hodnôt, tabuľka 1-2.

**Obrázok 1-1:** Cenová mapa priemerných cien nových bytov, podľa pražských obvodov.



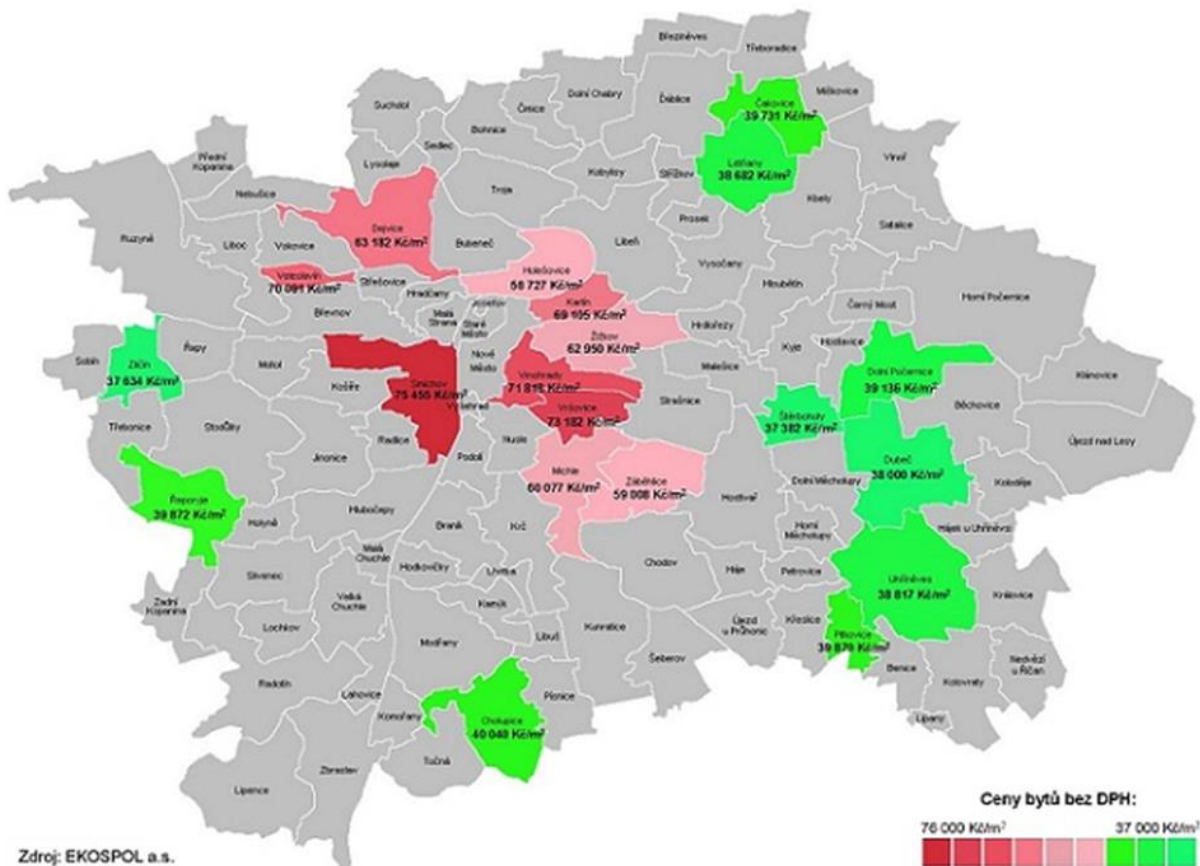
**Tabuľka 1-2:** Priemerné ceny nových bytov, podľa pražských obvodov.

| Mestský obvod | Priemerná cena/ m <sup>2</sup> bez DPH |
|---------------|----------------------------------------|
| Praha 1–2     | 71 818 Kč                              |
| Praha 3       | 62 950 Kč                              |
| Praha 4       | 50 917 Kč                              |
| Praha 5       | 45 159 Kč                              |
| Praha 6       | 63 671 Kč                              |
| Praha 7       | 58 727 Kč                              |
| Praha 8       | 54 004 Kč                              |
| Praha 9       | 42 843 Kč                              |
| Praha 10      | 46 014 Kč                              |

(i) Zdroj: <http://www.ekospol.cz/cs/o-firme/ekospol-v-mediich/praha-kolik-stoji-metr-noveho-bytu>

Ekospol taktiež porovnáva desať najdrahších a desať najlacnejších lokalít v Prahe. Viď obrázok 1-3 a z rovnakých dôvodov, ako tabuľku 1-2, pre lepšiu čitateľnosť uvádzame aj tabuľku 1-4.

**Obrázok 1-3:** Cenová mapa desiatich najdrahších a najlacnejších lokalít v Prahe.



**Tabuľka 1-4:** Desať najlacnejších a najdrahších pražských lokalít.

| Katastrálne územie | priemerná cena/<br>m <sup>2</sup> bez DPH | Katastrálne územie | priemerná cena/<br>m <sup>2</sup> bez DPH |
|--------------------|-------------------------------------------|--------------------|-------------------------------------------|
| Štěrboholý         | 37 382 Kč                                 | Smíchov            | 75 455 Kč                                 |
| Zličín             | 37 634 Kč                                 | Vršovice           | 73 182 Kč                                 |
| Dubeč              | 38 000 Kč                                 | Vinohrady          | 71 818 Kč                                 |
| Letňany            | 38 682 Kč                                 | Veselavín          | 70 091 Kč                                 |
| Uhříněves          | 38 817 Kč                                 | Karlín             | 69 105 Kč                                 |
| Dolní Počernice    | 39 136 Kč                                 | Dejvice            | 63 182 Kč                                 |
| Čakovice           | 39 731 Kč                                 | Žižkov             | 62 950 Kč                                 |
| Pitkovice          | 39 870 Kč                                 | Michle             | 60 077 Kč                                 |
| Řeporyje           | 39 872 Kč                                 | Záběhlce           | 59 008 Kč                                 |
| Cholupice          | 40 040 Kč                                 | Holešovice         | 58 727 Kč                                 |

(i) Zdroj: <http://www.ekospol.cz/cs/o-firme/ekospol-v-mediich/praha-kolik-stoji-metr-noveho-bytu>

Špačková (2013) vo svojej štúdii udáva priemerné ceny bytov bez ohľadu na ich stav, alebo vek. Priemerné ceny sú teda z bytov nových, rekonštruovaných aj starých, nerekonštruovaných, v jednotlivých častiach Prahy, vid' tabuľka 1-5.

**Tabuľka 1-5:** Priemerné ceny pražských bytov. Nových, rekonštruovaných aj nerekonštruovaných.

| Katastrálne územie | Cena / m2 bez DPH | Katastrálne územie  | Cena / m2 bze DPH |
|--------------------|-------------------|---------------------|-------------------|
| 1. Malá Strana     | 87 931 Kč         | 11. Žižkov          | 34 334 Kč         |
| 2. Staré Město     | 72 854 Kč         | 12. Strašnice       | 34 023 Kč         |
| 3. Nové Město      | 58 987 Kč         | 13. Holešovice      | 31 890 Kč         |
| 4. Vinohrady       | 44 550 Kč         | 14. Krč             | 29 847 Kč         |
| 5. Dejvice         | 41 238 Kč         | 15. Stodůlky        | 27 815 Kč         |
| 6. Břevnov         | 41 105 Kč         | 16. Černý Most      | 26 925 Kč         |
| 7. Troja           | 40 593 Kč         | 17. Ďáblice         | 24 920 Kč         |
| 8. Smíchov         | 37 254 Kč         | 18. Horní Počernice | 24 897 Kč         |
| 9. Košíře          | 36 012 Kč         | 19. Chodov          | 24 356 Kč         |
| 10. Liboc          | 35 787 Kč         | 20. Bohnice         | 23 724 Kč         |

(i) Zdroj: [http://bydleni.idnes.cz/reality\\_bdp.aspx?y=reality\\_bdp/vhodnalokalita.htm](http://bydleni.idnes.cz/reality_bdp.aspx?y=reality_bdp/vhodnalokalita.htm)

V práci sa preto zameriame na polohu bytu, či už z pohľadu, ako ďaleko sa daný byt nachádza od centra a taktiež sa pozrieme, ako jeho občianska vybavenosť a okolie pôsobí na cenu.

## 1.2 Charakteristiky vlastnej nehnuteľnosti

Druhým faktorom vplývajúcim na cenu bytu je jeho **rozloha**. Ani tu však neplatí jednoznačné pravidlo, pre stanovenie ceny. Fráňa (2012) dodáva, že stometrový byt nestojí dvojnásobok päťdesiatmetrového. Tvrdí, že metrová cena 2+kk (55 m<sup>2</sup>) bude vždy vyššia ako cena zrovnateľného bytu 4+1 (110 m<sup>2</sup>). Chaloupka (2008) upozorňuje zároveň na nejednotnosť uvádzaných metrov a to v závislosti na tom, či sa do výmery započítava hrúbka stien a priečok, alebo nie. Dôležité je taktiež rozloha príslušenstva bytu, ako napríklad balkón, terasa, či pivnica, ktorú niektorí developeri do celkovej plochy bytu zahŕňajú, iní zas nie. S rozlohou priamo súvisí aj dispozícia bytu a ako Fráňa (2012) hovorí, cenu môžu znižovať aj parametre, ako sú priechodné izby, nevhodné či nelogické usporiadanie miestností, malé izby, napríklad 6 m<sup>2</sup>, rôzne niky, pôvodne technické priestory, skosené stropy, či vstup do kúpeľne, na záchod, alebo do kuchyne z obývacej izby.

V poradí tretí dôležitý faktor pri stanovovaní ceny bytu je **technický stav** jednak samotného bytu, ale aj celého objektu. Pojar (2012) uvádza, že už len samotný stav celého domu veľa napovie, napríklad, že aj my sami budeme musieť v blízkej dobe vložiť nemalé finančné prostriedky do rekonštrukcie a to aj v prípade, že byt už rekonštrukciou prešiel. Do škaredého a zašlého domu sa podľa neho veľa ľudí sťahovať nechce. Rovnaké je to aj so samotným bytom.

Pojar ale dodáva, že fakt samotnej rekonštrukcia nehovorí o všetkom a byt by sme mali preskúmať nie len opticky ale všetko si takzvané ohmatať. Vyskúšať funkčnosť, pozrieť sa do rôznych zakutí, zistiť stav stúpačiek, rozvodov a výhrevného systému, pootvárať dvere a okná. Rovnako dôležitá je aj funkčnosť výťahu. Mazáčová (2011) uvádza konkrétny príklad rozdielu ceny rekonštruovaného a nerekonštruovaného bytu. Vezmime do úvahy dva klasické panelové byty 2+1. Oba sú v rovnakej časti Prahy, v rovnakej ulici a dokonca aj v rovnakom poschodí. Prvý byt je v pôvodnom stave s umakartovým jadrom, drevenými oknami a pôvodnou kuchynskou linkou. Druhý byt prešiel rekonštrukciou bytového jadra, pôvodné okná boli nahradené plastovými a do bytu bola nainštalovaná nová kuchynská linka. Ak teda porovnáme oba byty, tak už aj podľa vyššie uvedeného popisu je na prvý pohľad jasné, že druhý byt bude drahší. Rozdiel ceny bytov môžeme jednoducho odvodiť od výšky investície do rekonštrukcie. Nové bytové jadro cca. 100tis. Kč, nové plastové okná 80tis. Kč a nová kuchynská linka cca. 150tis. Kč. Cenový rozdiel teda bez mála 330tis. Kč. Mazáčová dodáva, že často je lepšie byt ponechať v pôvodnom nerekonštruovanom stave a predávať ho za cenu nižšiu, pretože novému záujemcovi sa nemusíte trafiť do jeho vkusu a to môže výslednú cenu opäť znížiť. Fráňa zas tvrdí, že rekonštrukciou sa cena bytu zvyšuje v priemere iba o 50% ceny rekonštrukcie. Kupčková (2008) naopak uvádza, že na dobre zainvestovanej rekonštrukcii sa dá zarobiť dokonca 150% ceny rekonštrukcie. So samotným stavom objektu bezpochyby súvisí aj fakt, či ide o byt v novostavbe alebo byt v pôvodnej staršej zástavbe, porovnáva Pojar. Novostavby majú nesporne svoje výhody ako je napríklad záručná doba, avšak je pravda, že v najzaujímavejších lokalitách už nie sú dostupné stavebné pozemky a zástavba je tam preto staršia. Preto podľa jeho názoru, ak chcete byt presne podľa vašich predstáv a ste ochotní starší byt sami rekonštruovať, lepšie riešenie neexistuje. Soral (2011) v svojej štúdii dokonca uvádza tabuľku priemerných cien pražských bytov podľa ich veku, tabuľka 1-6. Z dát je vidieť, že ceny podľa veku, majú okrem trojizbových bytov, tvar obrátenej u-krivky, kde maximum je u nových, dokončených bytov, starých do jedného roka, u dvojizbových dokonca do dvoch rokov.

**Tabuľka 1-6:** Priemerné ceny bytov podľa ich veku.

| Vek         | 1 izba       | 2 izby       | 3 izby       | 4 a viac     |
|-------------|--------------|--------------|--------------|--------------|
| Nedokončené | 2 123 250 Kč | 3 215 619 Kč | 4 794 431 Kč | 7 079 662 Kč |
| 0 - 1 rok   | 3 440 843 Kč | 3 896 881 Kč | 6 142 182 Kč | 9 749 170 Kč |
| 1 - 2 roky  | 2 855 456 Kč | 4 377 925 Kč | 5 358 415 Kč | 7 522 787 Kč |
| 2 a viac    | 2 308 775 Kč | 3 251 089 Kč | 5 720 691 Kč | 7 210 990 Kč |

(i) Zdroj: <http://reality.bydleni.cz/clanek/Nove-byty-v-Praze-balance-roku-2011>

Ďalším faktorom je **poschodie** daného bytu. Na prvý pohľad by sa to mohlo zdať bezvýznamné no Mazáčová uvádza, že poschodie môže znamenať aj stotisícové rozdiely. Rovnaký byt v štvrtom nadzemnom poschodí môže mať úplne inú cenu ako byt v prízemí, či poslednom poschodí. Podľa Mazáčovej ľudia spravidla nepreferujú prízemie z dôvodu väčšej hlučnosti vo verejných priestoroch domu a taktiež sa snažia vyvarovať poslednému poschodiu z dôvodu možného netesnenia strechy, či nepríjemného zvuku tiahu sa z výťahovej šachty. Ako ďalší dôležitý faktor, prečo ľudia nevyhľadávajú posledné poschodia, spomína

obavu z možnej poruchy výťahu, či každodenného zdolávania mnoho poschodí s nákupnými taškami v rukách. Chaloupka (2008) uvádza, že čím vyššie poschodie, tým vyššia jednotková cena nemusí byť pravidlom. Poukazuje nato, že existujú projekty, kde byty v prízemí, takzvané seniorské bývanie, majú rovnakú, niekedy dokonca vyššiu cenu ako byty vo vyšších poschodiach. Odôvodňuje to ako dopytovaný produkt. Potvrďuje ale, že vo väčšine prípadov rastie cena s výškou podlažia a to predovšetkým vďaka výhľadu a väčšej svetlosti týchto bytov. Zároveň potvrdzuje úvahu Mazáčovej o negatívnom vplyve posledného poschodia slovami: „Jsou projekty, kde je nejvyšší podlaží cenově redukováno, protože využitelnost posledních podlaží je v podkrovních nebo mezonetových bytech omezená v důsledku zešíkmení stěn nebo kvůli internímu schodišti.“ Švec (2012) uvádza aj percentuálne ovplyvnenie ceny vzhľadom na poschodie, v ktorom sa byt nachádza. Podľa neho prízemie znižuje cenu o 10 %, zvýšené prízemie a posledné poschodie o 5 %. Ostatné podlažia naopak cenu zvyšujú a to až o 25 %. V našej práci sa podrobnejšie zameriame na vplyv prízemia a samotného poschodia. Napriek tomu, že faktor posledného poschodia by bol zaujímavý na skúmanie, naše dáta tento údaj neobsahujú.

Nasledujúcim rozhodujúcim faktorom ceny bytu je **forma jeho vlastníctva**. Fráňa uvádza, že byt v osobnom vlastníctve bude za vyššiu cenu ako identický byt vo vlastníctve družstevnom. Podľa neho je veľkosť cenového rozdielu ovplyvnená predovšetkým tým, či je splatená anuita a či je prevod do osobného vlastníctva možný. Ak sú obe požiadavky splnené je cena porovnateľná s osobným vlastníctvom. V opačnom prípade bude cena nižšia. Jednak z dôvodu komplikovanejšieho financovania v prípade čerpania hypotečného úveru, kedy musí byť splnená podmienka prevedenia bytu do osobného vlastníctva najneskôr do jedného roka, no taktiež vďaka absencii dane z prevodu nehnuteľnosti, ktorá sa pri družstevných bytoch neplatí. Rozdiel medzi družstevným a osobným vlastníctvom môže byť až 10%, uvádza v svojej štúdii Kotula (2011).

**Materiál** stavebnej konštrukcie je ďalším významným faktorom. Pojar pojednáva o dvoch základných materiáloch, tehla alebo panel. Tvrdí, že jedinou známou výhodou bytov v panelových domoch je ich cena a inak panel prináša iba samé problémy. Podľa jeho slov do stien paneláku nezatlčiete klinec a náročné je aj vŕtanie. Panelové bytové domy sa začali stavať v 60. rokoch minulého storočia a ich životnosť bola dimenzovaná na približne 40 rokov. Na väčšine českých sídliskách však stoja dodnes a preto tam často nenájdeme nič iné. Tehlové domy majú lepšiu zvukovú izoláciu, komfort vnútorného prostredia a na jednom poschodí sa nachádza zväčša menej bytov, nahovoriac v priemere o nižšom počte podlaží. Tehlové domy sa taktiež častejšie vyskytujú v lukratívnych lokalitách. Dopyt po týchto bytoch je preto vyšší, čo zvyšuje ich cenu. Švec uvádza rozdiel medzi panelovým a tehlovým domom až 20% v prospech tehlových.

Podľa Chaloupky nesmieme zabúdať ani na **prítomnosť doplnkov**, ako sú balkóny, terasy a pivnice. Do výslednej ceny sa podľa jeho slov najčastejšie započítavajú polovičnou jednotkovou cenou plochy. U pivničných priestorov je to vraj podobné, niekto započítava plnú výmeru plochy, iní redukovanú časť o 30 – 50 %.

## 1.3 Formulácia hypotéz

### Hypotéza 1 – Poschodie

Ako prvá vec, na ktorú sa v samotnej práci zameriame bude vplyv poschodia na cenu bytu. Z predchádzajúceho usudzujeme, že prízemie bude výrazne znižovať cenu. Ostatné poschodia okrem posledného by mali cenu pre zmenu zvyšovať. Tieto tvrdenia sa budeme snažiť overiť na našich dátach. Napriek tomu, že Čajan (2008) popisuje, že medzi podlažím a cenou je priama úmera, skúsime do modelu zahrnúť taktiež kvadratický tvar tejto premennej, ak porovnáme napríklad šieste a dvanáste poschodie, predpokladáme, že ochota bývať vyššie sa bude od určitého poschodia vyrovnávať, dokonca postupne znižovať. Zároveň sa pozrieme aj na jednotlivé rozdiely naprieč poschodiami, takže do modelu zahrnieme premennú poschodie, ako kategoriálnu premennú pre jednotlivé poschodia, nie iba pre prízemie. S poschodím je úzko spätý aj výťah, preto overíme vzájomnú interakciu poschodia s výťahom. Očakávame, že výťah nebude rozhodujúci v nižších poschodiach, pretože jedno až dve poschodia je ochotný zdolať skoro každý zdravý človek. Jeho vplyv predpokladáme od druhého, až po piate poschodie. Pre vyššie poschodie už vplyv naopak neočakávame, pretože v týchto poschodiach je prítomnosť výťahu dokonca nariadená zákonom<sup>4</sup>.

### Hypotéza 2 – Konštrukcia a vlastníctvo

Druhou sledovanou vlastnosťou bude cenový rozdiel medzi osobným a družstevným vlastníctvom a taktiež medzi panelovou a tehlovou konštrukciou. Predpokladáme, že tieto dva faktory budú spolu vzájomne previazané, pretože väčšina bytov v družstevnom vlastníctve má panelovú konštrukciu. Pozrieme sa nato, aký veľký vplyv má vlastníctvo a materiál konštrukcie na konečnú cenu bytu a porovnáme to s publikovanými hodnotami, 10 % navrch pre osobné vlastníctvo, oproti vlastníctvu družstevnému a -20 % pre panelovú konštrukciu, oproti tej tehlovej, čo spolu dáva -30 % ceny pre družstevné panelové byty.

### Hypotéza 3 – Časový vývoj

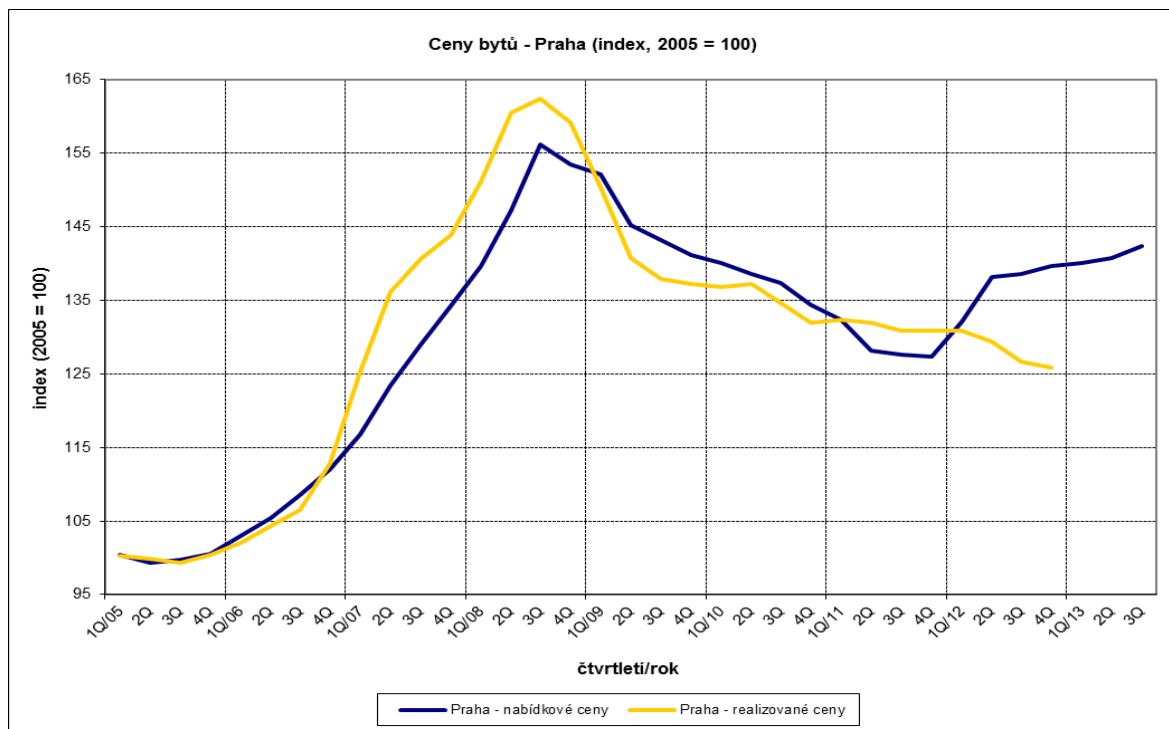
V poradí treťou hlavnou hypotézou bude vplyv časového hľadiska na cenu bytov. Zameriame sa na to, či finančná kríza z rokov 2007 – 2011, ktorá je podľa niektorých odborníkov najhoršia od čias „Svetovej hospodárskej krízy<sup>5</sup>“, mala dopad aj na český realitný trh. Impulzom krízy bola práve kríza realitného trhu v USA, ktorá začala v roku 2007, v dôsledku poskytovania rizikových hypoték skupine obyvateľstva s nižším životným štandardom. Zámečník (2013) v svojej štúdií ukazuje, že český realitný trh sa spomínanej kríze takmer vyhol. „Nebyť nižších objemov predajov nehnuteľností, vyhol by sa jej úplne“, dodáva. Podľa jeho údajov z eurostatu, stratili české nehnuteľnosti za posledné štyri roky iba 10 %

<sup>4</sup> Předpis č. 491/2006 Sb., zdroj: SBÍRKA ZÁKONŮ ročník 2006, částka 161, ze dne 13.11.2006

<sup>5</sup> Svetová hospodárska kríza (1929 - 1933), ktorá začala krachom na americkej burze

reálnej ceny. Ide však o celorepublikové meradlo, kde Zámečník uvádza príklad, že v Libereckom kraji ceny bytov poklesli medzi rokmi 2008 a 2010 o 19 %, naproti tomu v Jihočeském dokonca vzrástli o 2 %. Český statistický úrad v októbri 2013 zverejnil nasledujúci vývoj pražských bytov.

**Graf 1-7:** Vývoj cien pražských bytov podľa českého štatistického úradu v rokoch 2005 až 2013.



Zdroj: [http://www.czso.cz/csu/redakce.nsf/i/ceny\\_bytu](http://www.czso.cz/csu/redakce.nsf/i/ceny_bytu)

V práci sa zameriame nato, ako konkrétne je to s cenou bytov v Prahe medzi rokmi 2006 a 2013. Pozrieme sa, či pražský realitný trh zaznamenal pokles rovnako, ako ten český a pozrieme sa, ako sa poprípade od toho celorepublikového líši. Predpokladáme, že nejaký pokles medzi rokmi 2008 až 2010 bude, ale pravdepodobne iba v menšej miere. Od roku 2011 môžeme taktiež predpokladať slabý nárast, preto sa budeme časový vývoj snažiť zachytiť kubickou funkciou.

## 2 Dáta a metodológia

### 2.1 Zdroj dát a ich spracovanie

#### Server

Kľúčové a zásadné bolo získanie dát. Pôvodnou myšlienkou bolo nadviazať kontakt s niektorou z realitných kancelárií v Prahe a o konkrétne dáta ich požiadať. Po oslovení niekoľko desiatok realitných kancelárií a serverov, ktoré ponúkajú nehnuteľnosti z rôznych realitných kancelárií, sme narazili na problém, či už neochoty akékoľvek dáta poskytnúť, poprípade boli tieto dáta blokované proti hromadnému odberu. Začali sme preto hľadať iný spôsob. Dobrým zdrojom sa nakoniec ukázal server *Eurobydlení.cz*, ktorý ako jeden z mála ponúkal dostatočné množstvo voľne dostupných dát. Tento server navyše v dátach udáva časový údaj o zverejnení daného inzerátu, aj pred rokom 2013, čo sa javila ako dobrá možnosť pre zachytenie časových trendov od roku 2007. Server ponúka okolo 130 000 nehnuteľností, z viac ako 760 realitných kancelárií celej Českej republiky. Jeho štruktúra je pomerne jednoduchá. Na úvodnej strane si klient zvolí o čo má záujem, pričom výber je pestrý. Server ponúka domy, byty, pozemky, rekreačné priestory, komerčné objekty a dokonca i objekty v zahraničí. Každá z hlavných kategórií poskytuje množstvo podkategórií a v neposlednom rade voľbu predaja, či prenájmu. V druhom kroku sa zvolí príslušný kraj, okres alebo mesto Českej republiky. Pre konkrétne účely práce sme volili pražské byty na predaj. Nasledoval zoznam niekoľko tisíc bytov, kde sa po otvorení príslušného inzerátu nachádzali konkrétne údaje o jednom byte.

#### Automatizácia zberu dát

Ďalšou otázkou bolo už konkrétne stiahnutie dát z internetu bez mechanického kopírovania jednotlivých inzerátov, pri ktorom sa človek jednoducho pomýli a v reálnom čase zvládne iba obmedzené množstvo dát. Preto sme sa rozhodli pre akúsi „automatizáciu“ starého dobrého „kopírovať a vložiť“. Na pomoc sme si vzali odborníka v oblasti informatiky, Jozefa Mendu. Situácia vyzerala nasledovne. Daný inzerát obsahoval niekoľko technických údajov, stručný popis a pár obrázkov, pričom všetky inzeráty mali rovnakú štruktúru. Server teda slúžil, ako akýsi katalóg realít, ku ktorému sme pristupovali pomocou programu *Wget*, ktorý slúži práve na sťahovanie internetových stránok. Dostali sme teda veľké množstvo súborov, v ktorých boli potrebné údaje o každom inzeráte vo forme textu. Jeden súbor odpovedal kompletným informáciám z jedného inzerátu a vyzeral zhruba, ako ukazuje obrázok 2-1.

**Obrázok 2-1:** Ukážka výstupu stiahnutého inzerátu pomocou programu *Wget* do textového súboru.

```
<li class="li-img">Byt, <b>82</b> m2</li><tr> <td class="detail-info-tdbrd">Vloženo</td><td>09.10.2013</td></tr> <li class="zahlaví">Základní
```

```

údaje</li> <li class="empty"></li> <li class="li-img">Byt, <b>82</b>
m2</li> <li class="li-img">3+kk</li> <li class="li-img">na prodej</li>
<li class="li-img">Osobní vlastnictví</li><li class="li-img">Velmi dobrý
stav</li></ul> <li class="zhlavi">Technické údaje</li>
<li class="empty"></li> <li class="li-img">Cihlová konstrukce</li><li
class="li-img">7. poschodie</li><li class="li-img">NP: 8, PP: žádné</li><li
class="li-img">Zařízeno nábytkem</li><li class="li-img">Balkón</li><li
class="li-img">Parkování, Garáž</li><li class="li-img">Pivnica</li><li
class="li-img">82 m2 <i>(obytná)</i></li></ul> <li class="zhlavi">Adresa
nemovitosti</li> <li class="empty"></li>
<li class="li-img">Praha <i>(obec)</i></li><li class="li-img">Chodov
<i>(část obce)</i></li><li class="li-img">Praha 11 <i>(MČ)</i></li><li
class="li-img">Praha <i>(okres)</i></li></ul>

```

Cieľom bolo dostať požadované informácie z jedného inzerátu do príslušného riadku tabuľky výslednej databázy. Na spracovanie konkrétneho textu v jednotlivých inzerátoch sme použili unixový program *Shell*. Úprava prebehla pomocou funkcií na prácu s textom, ako je napríklad vyhľadávanie reťazcov, vyhľadávanie a výpis reťazcov podľa regulárneho výrazu a podobne. Výsledkom je databáza o rozsahu 2442 pozorovaní.

### Meranie vzdialeností do centra

Databáza je ďalej rozšírená o dve veličiny, vzdialenosť do centra mestskou hromadnou dopravou v minútach a v kilometroch. Tieto merné údaje sme získali prostredníctvom aplikácie od *Google Maps API*, konkrétne, *Distance Matrix API*. Je to aplikácia, ktorá poskytuje maticu cestovných vzdialeností a časov z počiatku do požadovanej destinácie. Výsledné hodnoty sú založené na doporučenej trase medzi štartovým a koncovým bodom, ako bolo vypočítané pomocou *Google Maps* a pozostáva zo stĺpcov obsahujúcich čas a vzdialenosť pre každý pár. Každý dotaz odoslaný na *Distance Matrix API* je obmedzený počtom povolených prvkov, ktoré sa vypočítajú, ako množstvo počiatkov krát počet koncových destinácií. Limity sú nasledovné:

- 100 prvkov na dotaz;
- 100 prvkov za 10 sekúnd;
- 2 500 prvkov na dobu 24 hodín.

Pre firemných zákazníkov sú limity podstatne vyššie. URL adresa odosielaná na *Distance Matrix API* je zároveň obmedzená na 2000 znakov.

Požiadavka má nasledujúcu štruktúru:

```
http://maps.googleapis.com/maps/api/distancematrix/výstupové_parametre
```

Niektoré parametre sú vyžadované, iné sú voliteľné a oddeľujú sa navzájom znakom ampersandu (&).

Z povinných parametrov je to:

- *Počiatok* – Jedna, alebo viac adries počiatočného bodu oddelených znakom (). Adresu je možné zadať aj pomocou súradníc zemepisnej šírky a dĺžky.

- *Koncové body* – Jedna, alebo viac adries počiatočného bodu oddelených znakom (). Adresu je možné zadať aj pomocou súradníc zemepisnej šírky a dĺžky. Medzery musia byť nahradené znakom (+).
- *Senzor* – Indikuje použitie senzora, ako je napríklad GPS, na určenie polohy užívateľa. Hodnota musí byť buď *pravda* alebo *nepravda*.

Z voliteľných parametrov je to:

- *Mód* – Špecifikuje mód použitej dopravy pre výpočet trasy. Povolené hodnoty sú:
  - Auto – (Predvolené), indikuje trasu autom po cestných komunikáciách
  - Chôdza – Indikuje cestu pre peších po chodníkoch
  - Bicykel – Indikuje trasu na bicykli po cyklotrasách. Momentálne je to však dostupné iba v USA, či niektorých kanadských mestách.
  - Mestská hromadná doprava – Indikuje trasu pomocou mestskej hromadnej dopravy
- *Jazyk* – Jazyk, v ktorom sa výsledok objaví.
- *Vyhnuť sa* – Indikuje obmedzenie, ktoré chcete do výpočtu zahrnúť. V súčasnosti sú to dve možnosti:
  - Vyhnuť sa = Mýto
  - Vyhnuť sa = Diaľnica
- *Jednotky* – Špecifikuje systém jednotiek v prípade zobrazovania vzdialenosti ako text.
- *Čas odchodu* – Špecifikuje požadovaný čas odchodu, ako počet sekúnd od polnoci, 1.1.1970 GMT.

Konkrétny príklad požiadavku, viď obrázok 2-2.

**Obrázok 2-2:** Príklad html požiadavku pre aplikáciu *Distance Matrix API*.

```
http://maps.googleapis.com/maps/api/distancematrix/xml?origins=Prague+Staro
mestske+namesti&destinations=Zeleňý+pruh+Praha|Zrzavého+Praha|Zvolenská+Pra
ha|Zvonková+Praha&mode=public+transport&language=en-EN&sensor=false
```

Aplikácia ponúka dva druhy výstupov, JSON alebo XML. Uvádame príklad XML výstupu, obrázok 2-3, s ktorým sme pracovali.

**Obrázok 2-3:** Príklad HTML výstupu z aplikácie *Distance Matrix API*.

```
<DistanceMatrixResponse>
<status>OK</status>
  <origin_address>Staroměstské náměstí, 110 00 Praha-Praha 1, Česká republika
</origin_address>
  <origin_address>Zeleňý pruh, Praha-Praha 4, Česká republikaeattle
</origin_address>
  <destination_address>Zrzavého, 163 00 Praha-Praha 17, Česká republika
</destination_address>
  <destination_address>Zvolenská, 141 00 Praha-Praha 4, Česká republika
</destination_address>
  <destination_address>
    Zvonková, 106 00 Praha-Praha 10, Česká republika
  </destination_address>
<row>
<element>
  <status>OK</status>
  <duration>
```

```

    <value>956</value>
    <text>16 min</text>
  </duration>
  <distance>
    <value>8329</value>
    <text>8,3 km</text>
  </distance>
</element>
<element>
  <status>OK</status>
  <duration>
    <value>1208</value>
    <text>20 min</text>
  </duration>
  <distance>
    <value>10594</value>
    <text>10,6 km</text>
  </distance>
</element>
</row>
<row>
  <element>
    <status>OK</status>
    <duration>
      <value>1105</value>
      <text>18 min</text>
    </duration>
    <distance>
      <value>10963</value>
      <text>11,0 km</text>
    </distance>
  </element>
  <element>
    <status>OK</status>
    <duration>
      <value>1238</value>
      <text>21 min</text>
    </duration>
    <distance>
      <value>14685</value>
      <text>14,7 km</text>
    </distance>
  </element>
</row>
</DistanceMatrixResponse>

```

Výstup sme zobrazili a spracovali, ako tabuľku v programe MS Excel, ukazuje to tabuľka 2-4.

**Tabuľka 2-4:** Príklad zobrazenia HTML výstupu Distance Matrix, v programe MS Excel.

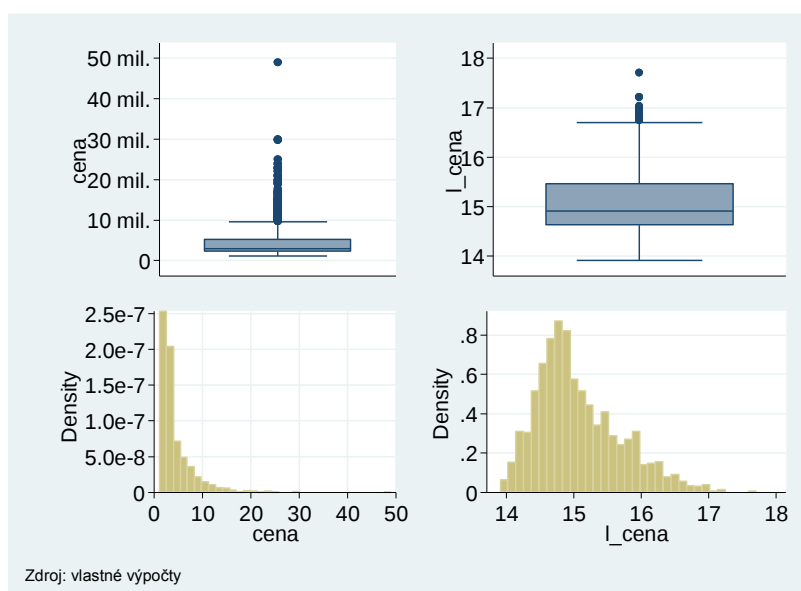
| Distance Matrix Response |                               |             |         |        |        |        |
|--------------------------|-------------------------------|-------------|---------|--------|--------|--------|
| Cieľ                     | Štart                         | Vzdialenosť |         | Čas    |        | Status |
| Zeleňý pruh, Praha 4     | Staroměstské náměstí, Praha 1 | 8,3 km      | 8329 m  | 16 min | 956 s  | OK     |
| Zrzavého, Praha 17       | Staroměstské náměstí, Praha 1 | 10,6 km     | 10594 m | 20 min | 1208 s | OK     |
| Zvolenská, Praha 4       | Staroměstské náměstí, Praha 1 | 11,0 km     | 10963 m | 18 min | 1105 s | OK     |
| Zvonková, Praha 10       | Staroměstské náměstí, Praha 1 | 14,7 km     | 14685 m | 21 min | 1238 s | OK     |

## 2.2 Premenné a ich charakteristiky

Výsledná databáza obsahuje 2442 pozorovaní, jednu vysvetľovanú a 28 vysvetľujúcich premenných. Z toho 9 číselného typu a zvyšných 19 premenných je kategoriálneho typu.

Jedinou vysvetľovanou premennou je *cena*, ktorej jednotky sú české koruny [Kč]. Pre jednoduchšiu interpretáciu a prehľadnejšie výsledky zavedieme taktiež logaritmus tejto premennej, zavedieme značenie *l\_cena*. Výsledky tak môžeme interpretovať v relatívnych (percentuálnych) zmenách. Z obrázku 2-5, ktorý porovnáva premennú *cena* jej logaritmus, je zrejmé, že zavedenie logaritmu tejto premennej je vhodné, pretože logaritmovaná premenná obsahuje menej odľahlých pozorovaní a histogram je viac podobný normálnemu rozdeleniu.

**Graf 2-5:** Popisné štatistiky (krabicový graf a histogram) premennej *cena*, uvádzaná v miliónoch a logaritmus ceny, *l\_cena*.



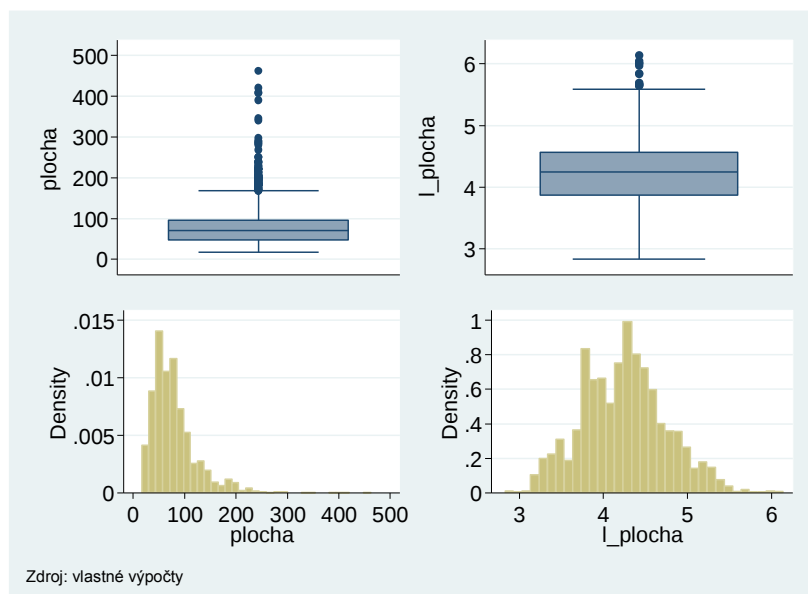
Vysvetľujúce premenné:

*Dátum*, premenná číselného typu, obsahuje údaj o zverejnení inzerátu. Obsahuje dátumy od 12.09.2006 až po 23.10.2013, je teda meraná v dňoch. K výpočtom použijeme jednoduchú transformáciu, kde budeme merať vzdialenosť, presnejšie počet dní, od 1.1.2010 v oboch smeroch. Premenné sa nazýva *roky2010*. Separáciou premennej *dátum* na jednotlivé dni, mesiace a roky vznikli ešte tri premenné, *deň*, *mesiac*, *rok*.

*Plocha*, premenná číselného typu, ktorá udáva počet m<sup>2</sup> daného bytu. V drtivej väčšine ide o plochu vrátane príslušenstva, ako je balkón, terasa, či pivnica. Jednoznačnosť však nie je zaručená, vzhľadom k pôvodu a spôsobu získania databázy. Keďže ide o spojitú premennú, pozrieme sa aj na transformáciu danej premennej vo forme logaritmu, ktorá nám umožní jednoduchšiu interpretáciu vo forme percentuálnych zmien. Logaritmus premennej označíme *l\_plocha*. Ako aj graf 2-6 ukazuje, premenná *plocha* bude asi nakoniec vhodnejšia vo forme

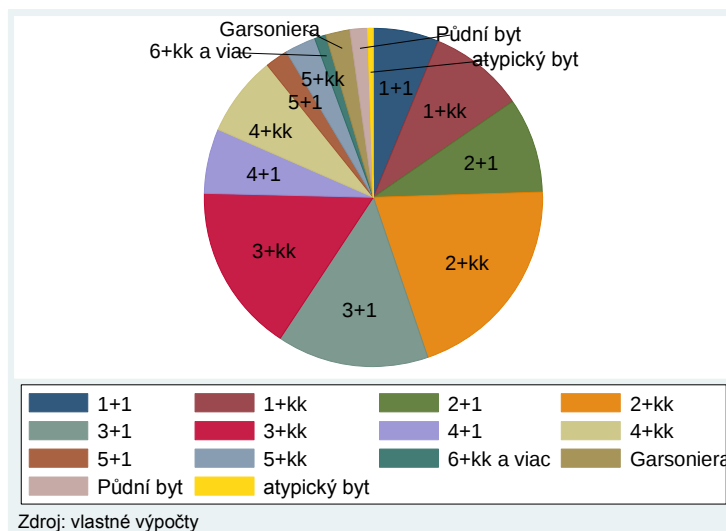
práve spomínaného logaritmu, kedy obsahuje menej odľahlých pozorovaní a histogram sa viac podobá normálnemu rozdeleniu.

**Graf 2-6:** Popisné štatistiky (krabicový graf a histogram) premennej *plocha* a jej logaritmu.



*Dispozícia* je premennou kategoriálneho typu, ktorá charakterizuje jednotlivé dispozície bytu. Obsahuje 14 unikátnych hodnôt od „Garsoniera“, „1+kk“, „1+1“, „2+kk“, „2+1“, ... až po „atypický byt“ a „púdní byt“, podrobnejšie to popisuje graf 2-7.

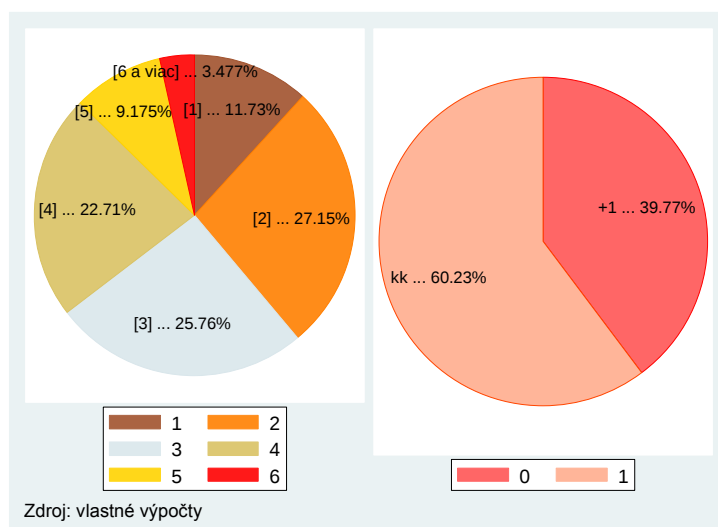
**Graf 2-7:** Koláčový graf jednotlivých kategórií premennej *dispozícia*.



S dispozíciou súvisí bezprostredne premenná *miestnosti*, ktorá je od nej odvodená a zachycuje počet miestností bytu. Môžeme ju chápať ako kategoriálnu premennú s hodnotami 1 až 6 ale taktiež ako spojitú premennú prirodzených čísel. Druhou je premenná *KK*, ktorá determinuje, či je kuchyňa odčlenená, ako kuchynský kút, alebo je súčasťou inej miestnosti.

Ide o takzvanú nula jednotkovú, *dummy*, premennú. Percentuálne zastúpenie jednotlivých kategórií, teda počet izieb, zachycuje graf 2-8 (vľavo) a kuchynských kútov graf 2-8 (vpravo).

**Graf 2-8:** Koláčový graf percentuálneho zastúpenia jednotlivých kategórií premennej *miestnosti* (vľavo) a koláčový graf percentuálneho zastúpenia kategórií premennej *KK* (vpravo).



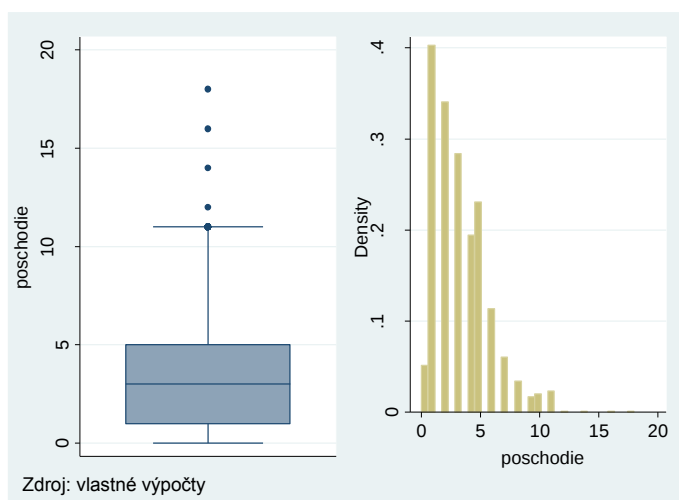
*Vlastníctvo* je *dummy* premenná pre osobné alebo družstevné vlastníctvo v percentuálnom zastúpení 84,45 % pre osobné a 15,55 % pre družstevné vlastníctvo.

*Dummy* premenné doplnkov, *balkón*, *terasa*, *pivnica*, vypovedajú o skutočnosti, tak ako sám názov napovedá, či má alebo nemá príslušný byt balkón, terasu a pivnicu. Percentuálne zastúpenia sú 33,33 % pre balkón, 19,46 % pre terasu a 64,94 % pre byty, ktoré majú pivnicu.

Premenné *rekonštrukcia* a *novy*, majú opäť hodnoty 0 alebo 1 a určujú, či v danom byte prebehla rekonštrukcia alebo prípadne ide o novostavbu. V súbore sa nachádza 17,44 % nových bytov, 57,08 % bytov po rekonštrukcii a 25,48 % bytov v pôvodnom stave, kde sú však započítané aj byty, ktoré tento údaj nemali v inzeráte explicitne udaný, či ide novostavbu, rekonštruovaný alebo byt v pôvodnom stave. Tento údaj preto môže byť mierne nepresný. Vzhľadom k tomu, že disponujem dostatočným množstvom dát predpokladáme, že to nijak zásadne výsledky analýzy neovplyvní.

*Poschodie*, je premenná, ktorá hovorí o poschodí príslušného bytu. Môžeme ju chápať ako kategoriálnu ale aj ako číselnú premennú. Z nej sme separovali premennú *prizemie*, ktorá nadobúda hodnotu 1, ak sa byt nachádza v prízemí, 0 v opačnom prípade. Súbor zároveň neobsahuje byty, ktoré by sa nachádzali v podzemných podlažiach. Popisné štatistiky premennej *poschodie*, vid' graf 2-9.

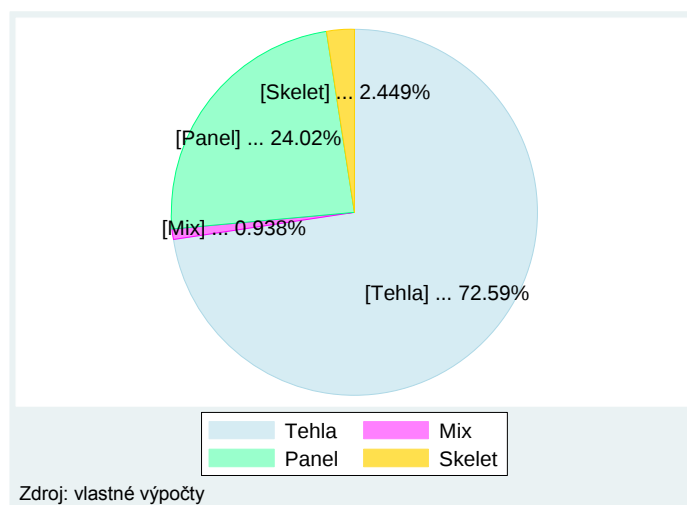
**Graf 2-9:** Popisné štatistiky (krabicový graf a histogram) premennej *poschodie*.



*Výt'ah* je nula jednotková premenná, ktorá nadobúda hodnotu 1 ak sa v objekte nachádza výť'ah a hodnotu 0, ak nie. V súbore má 58,84 % bytov výť'ah.

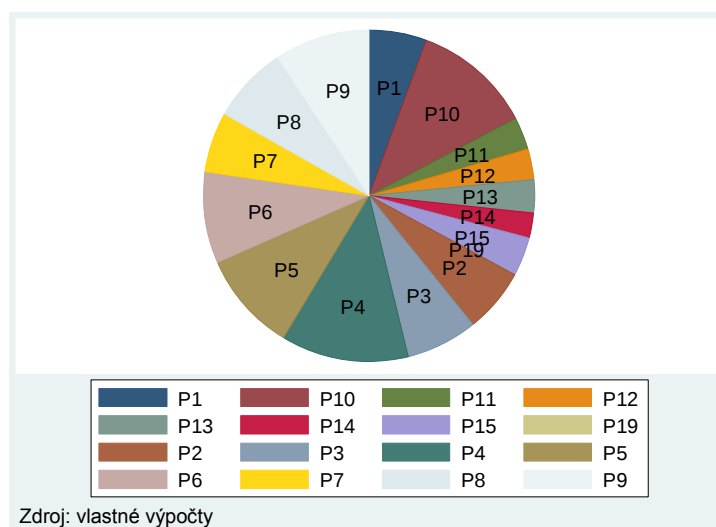
*Tehla* je kategoriálna premenná štyroch kategórií, tehla, panel, skelet a mix. Percentuálne zastúpenie jednotlivých kategórií, vid' graf 2-10.

**Graf 2-10:** Koláčový graf rôznych kategórií stavebnej konštrukcie premennej *tehla*.



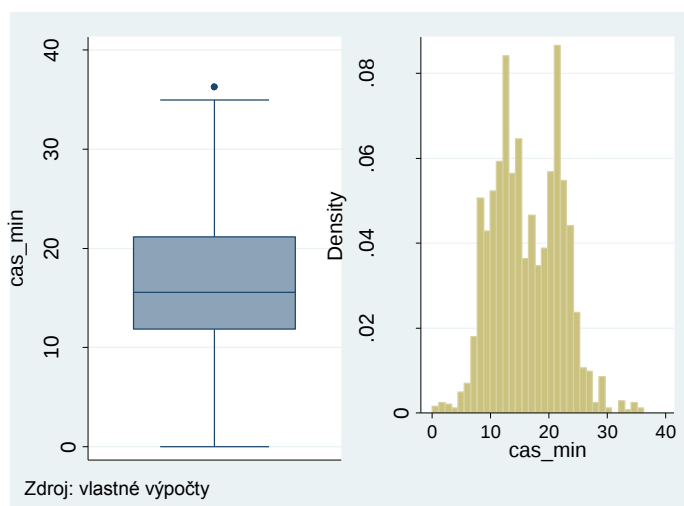
*Časťobce* je kategoriálna premenná pre jednotlivé mestské časti Prahy. Obsahuje 16 jedinečných hodnôt a ich pomerné zastúpenie môžeme vidieť na grafe 2-11.

**Graf 2-11:** Koláčový graf unikátnych kategórií pražských obvodov premennej *časťobce*.



Premenné *čas\_min*, *vzdial\_km*, sú číselné premenné, ktoré vhodne zastupujú kategoriálnu premennú *časťobce*. Prvá premenná je časový údaj v minútach, ako dlho trvá cesta z daného bytu na Staromestské námestie v centre Prahy mestskou hromadnou dopravou. Druhá je premenná, udávaná trasu mestskou hromadnou dopravou z danej nehnuteľnosti na Staromestské námestie, meranú v kilometroch. Tieto dve premenné budú spolu silne previazané, preto uvádzame charakteristiky iba jednej z nich, *čas\_min* na grafe 2-12, pre druhú premennú to bude značne podobné.

**Graf 2-12:** Popisné štatistiky (krabicový graf a histogram) premennej *čas\_min*.



Premenné *tram*, *bus*, *metro*, *potraviny*, *nemocnica*, *škola*, *škôlka*, *zeleň*, sú binárne dummy premenné, ktoré vypovedajú o okolí danej nehnuteľnosti. Ako názov sám napovedá, ukazujú, či sa v danej lokalite do 10 minút chôdze nachádza zastávka metra, autobusu, električky, nejaký supermarket s potravinami, nemocnica, škola, škôlka a nejaká zeleň či už vo forme parku alebo lesa. U týchto premenných však máme veľký počet chýbajúcich pozorovaní,

niekde až takmer 50 %, preto budeme s ich zaradzovaním do modelu trochu opatrnejší. Súhrnné štatistiky jednotlivých premenných obsahuje tabuľka 2-13, ktorá je zároveň rozšírená o stĺpec +/-, ktorý indikuje náš predpoklad o znamienku jednotlivých premenných, teda či daná premenná bude cenu zvyšovať alebo znižovať.

**Tabuľka 2-13:** Súhrnné štatistiky jednotlivých premenných a ich očakávané znamienka.

| PREMENNÁ      | MIN     | MAX      | PRIEMER  | MEDIÁN  | ROZPTYL  | ROZSAH   | POZOROVANÍ | +/- |
|---------------|---------|----------|----------|---------|----------|----------|------------|-----|
| CENA          | 1100000 | 49000000 | 4398446  | 2990000 | 14700000 | 47900000 | 2441       |     |
| DÁTUM         | 17056   | 19654    | 19419.97 | 19639   | 218563.7 | 2598     | 2441       | -   |
| DEŇ           | 1       | 31       | 16.58    | 18      | 48.43    | 30       | 2441       |     |
| MESIAC        | 1       | 12       | 8.67     | 10      | 5.77     | 11       | 2441       |     |
| ROK           | 2006    | 2013     | 2012.49  | 2013    | 1.42     | 7        | 2441       | -   |
| PLOCHA        | 17      | 462      | 79.50    | 70      | 2060.41  | 445      | 2441       | +   |
| BALKÓN        | 0       | 1        | 0.33     | 0       | 0.22     | 1        | 2441       | +   |
| TERASA        | 0       | 1        | 0.19     | 0       | 0.16     | 1        | 2441       | +   |
| POSCHODIE     | 0       | 18       | 3.33     | 3       | 5.56     | 18       | 1764       | +   |
| VÝŤAH         | 0       | 1        | 0.59     | 1       | 0.24     | 1        | 2439       | +   |
| PIVNICA       | 0       | 1        | 0.65     | 1       | 0.23     | 1        | 2436       | +   |
| MIESTNOSTI    | 1       | 9        | 3.02     | 3       | 1.72     | 8        | 2387       | -   |
| DISPOZÍCIA    | 1       | 21       | 6.59     | 6       | 14.45    | 20       | 2441       | -   |
| KK            | 0       | 1        | 0.60     | 1       | 0.24     | 1        | 2438       | +   |
| VLASTNÍCTVO   | 1       | 2        | 1.84     | 2       | 0.13     | 1        | 1919       | -   |
| TEHLA         | 1       | 4        | 1.56     | 1       | 0.87     | 3        | 1211       | +   |
| REKONŠTRUKCIA | 1       | 2        | 1.57     | 2       | 0.25     | 1        | 1215       | +   |
| NOVY          | 1       | 2        | 1.83     | 2       | 0.14     | 1        | 1212       | +   |
| ČASŤOBCE      | 1       | 17       | 10.77    | 12      | 19.85    | 16       | 1212       |     |
| TRAM          | 1       | 2        | 1.39     | 1       | 0.24     | 1        | 1213       | +   |
| METRO         | 1       | 2        | 1.50     | 1       | 0.26     | 1        | 1213       | +   |
| POTRAVINY     | 1       | 2        | 1.27     | 1       | 0.20     | 1        | 1213       | +   |
| BUS           | 1       | 2        | 1.07     | 1       | 0.06     | 1        | 1213       | +   |
| NEMOCNICA     | 1       | 2        | 1.91     | 2       | 0.08     | 1        | 2227       | +   |
| ŠKOLA         | 1       | 2        | 1.42     | 1       | 0.24     | 1        | 2227       | +   |
| ŠKÔLKA        | 1       | 2        | 1.43     | 1       | 0.24     | 1        | 2441       | +   |
| ZELEŇ         | 1       | 2        | 1.20     | 1       | 0.16     | 1        | 1764       | +   |
| ČAS_MIN       | 0       | 36.27    | 16.28    | 15.58   | 33.84    | 36.27    | 2439       | -   |
| VZDIAL_KM     | 0       | 31.62    | 8.83     | 7.91    | 21.15    | 31.62    | 2436       | -   |

Zdroj: vlastné výpočty

## 2.3 Použité metódy

### Kritéria hodnotenia modelu

Pre správne zostavenie regresného modelu potrebujem mať stanovenú metodiku rozhodovanie, ktorou rozhodneme, ktorý zo zostavených modelov je lepší. Zvolili sme metodiku podľa troch hľadísk: ekonomického, ekonometrického a štatistického. Z ekonomického hľadiska porovnáme výsledky s ekonomickou teóriou, či znamienka a hodnoty koeficientov odpovedajú predpokladaným hodnotám. Zo štatistického hľadiska sa pozeráme na

štatistickú významnosť jednotlivých premenných, na základe p-hodnôt t-testov<sup>6</sup>. Významnosť modelu ako celku budeme určovať na základe príslušnej p-hodnoty F-testu<sup>7</sup>. Koeficient determinácie  $R^2$  a upravený koeficient determinácie  $\bar{R}^2$ , udáva, aký podiel rozptylu v pozorovaní závislej premennej sa podarilo regresiou vysvetliť. Väčšie hodnoty teda znamenajú väčšiu zhodu dát s modelom a teda väčšiu úspešnosť modelu. Ekonometrickou verifikáciou modelu je overenie všetkých Gauss-Markovových predpokladov metódy najmenších štvorcov (OLS<sup>8</sup>), a predovšetkým, či v modeli pripúšťame multikolinearitu a heteroskedasticitu. Multikolinearitu overíme príslušnými korelačnými koeficientami a v prípade multikolinearity dvoch premenných jednu z modelu vylúčime alebo budeme uvažovať o vhodnej transformácii. Keďže korelačný koeficient funguje iba pre zisťovanie vzájomnej kolinearitý dvoch premenných, pozrieme sa taktiež na príslušné hodnoty **VIF** faktorov, z anglického *variance inflation factor*. VIF faktor pre príslušný koeficient  $\beta_j$  je definovaný ako:

$$VIF_j = 1 / (1 - R_j^2), \quad (2.1)$$

kde  $R_j^2$  je koeficient determinácie  $R^2$  z regresie  $x_j$  ku všetkým ostatným vysvetľujúcim premenným, vrátane konštanty. Pre detekciu významnej hladiny kolinearitý sa obecné používa pravidlo  $VIF_j > 10$ . Podrobnejšie napríklad Kutner (2004).

Heteroskedasticitu otestujeme Whiteovým a Breusch-Paganovým testom. Prítomnosť heteroskedasticity samozrejme očakávame, keďže pracujeme s prierezovými dátami tohto typu. Preto okrem klasickej metódy najmenších štvorcov použijeme aj robustné štandardné chyby.

### Robustné štandardné chyby

Uvažujeme lineárny regresný model:

$$y = \beta_0 + \beta_1 x_1 + \beta_2 x_2 + \dots + \beta_k x_k + u. \quad (2.2)$$

Heteroskedasticita je porušenie jedného z Gauss-Markovových predpokladov,  $Var(u | x_1, x_2, \dots, x_k) = \sigma^2$ . Jej prítomnosť však v modeli nespôsobuje porušenie neustrannosti alebo konzistentnosti odhadov  $\beta_0, \beta_1, \beta_2, \dots, \beta_k$  a taktiež nemá vplyv na interpretáciu  $R^2$  a  $\bar{R}^2$ . Odhady rozptylov,  $Var(\beta_j)$ , však už nestranné neostávajú. Preto keďže štandardné chyby OLS sú založené na týchto rozptyloch, nie sú vhodné pre konštrukciu intervalov spoľahlivosti a t-štatistik. Za prítomnosti heteroskedasticity už obvyklé  $t$  štatistiky nemajú  $t$  rozdelenia a problém sa nevyrieši zväčšením rozsahu výberu. Podobne už ani  $F$  štatistiky nemajú  $F$

<sup>6</sup> V prípade, že je príslušná p-hodnota t-testu daného koeficientu menšia, ako zvolená hladina významnosti, je koeficient štatisticky významný.

<sup>7</sup> V prípade, že je príslušná p-hodnota F-testu menšia, ako zvolená hladina významnosti, na ktorej testujeme nulovú hypotézu o celkovej významnosti modelu, zamietame túto hypotézu a model je teda ako celok štatisticky významný.

<sup>8</sup> OLS – z anglického ordinary least square method

rozdelenia a  $LM$  štatistiky už nemajú asymptotické  $\chi^2$  rozdelenie. Inak povedané, štatistiky, ktoré sa bežne používajú na testovanie hypotéz pri splnení Gauss-Markovových predpokladov, nie sú platné v prítomnosti heteroskedasticity. Najprv sa pozrieme nato, ako môžeme odhadovať rozptyl,  $Var(\beta_j)$ , aj za prítomnosti heteroskedasticity. Uvažujme model s jednou nezávislou premennou a indexom  $i$ :

$$y_i = \beta_0 + \beta_1 x_i + u_i. \quad (2.3)$$

Predpokladáme, že všetky Gauss-Markovove predpoklady okrem predpokladu homoskedasticity náhodnej zložky sú splnené. Potom

$$Var(u_i | x_i) = \sigma_i^2, \quad (2.4)$$

kde index  $i$  pri  $\sigma^2$  ukazuje, že rozptyl náhodnej zložky závisí na hodnote  $x_i$ . OLS estimátor tak môžeme napísať, ako:

$$\beta_1 = \beta_1 + \frac{\sum_{i=1}^n (x_i - \bar{x}) u_i}{\sum_{i=1}^n (x_i - \bar{x})^2}. \quad (2.5)$$

Z Gauss-Markovových predpokladov (okrem homoskedasticity) sa dá ukázať, napríklad Wooldridge (2009), že platí:

$$Var(\beta_1) = \frac{\sum_{i=1}^n (x_i - \bar{x})^2 \sigma_i^2}{SST_x^2}, \quad (2.6)$$

kde  $SST_x = \sum_{i=1}^n (x_i - \bar{x})^2$  je celkový súčet štvorcov  $x$ . V prípade, že  $\sigma_i^2 = \sigma^2$  pre všetky  $i = 1 \dots n$ , sa rovnica (2.6) upraví na štandardný tvar  $\sigma^2 / SST_x$ , ktorý poznáme z klasickej metódy najmenších štvorcov. Vzťah zároveň ukazuje, že v prípade heteroskedasticity je tomu inak. Pokiaľ je štandardná chyba  $\beta_1$  priamo závislá na odhade  $Var(\beta_1)$ , potrebujem nájsť spôsob, ako odhadnúť rovnicu (2.6), za prítomnosti heteroskedasticity. White (1980) ukazuje nasledujúce. Nech  $\hat{u}_i$  sú OLS reziduá z regresie  $y$  na  $x$ . Potom vhodný odhad pre  $Var(\beta_1)$ , v prípade akejkoľvek formy heteroskedasticity (vrátane homoskedasticity), je:

$$Var(\beta_1) = \frac{\sum_{i=1}^n (x_i - \bar{x})^2 \hat{u}_i^2}{SST_x^2}, \quad (2.7)$$

ktorý sa jednoducho vypočíta z dát po OLS regresii. Ľahko sa dá ukázať, že po vynásobení rovnice (2.7) veľkosťou rozsahu  $n$ , konverguje výraz v pravdepodobnosti k  $E[(x_i - \mu_x)^2 u_i^2] / (\sigma_x^2)^2$ , čo je pravdepodobnosť limity  $n$  krát (2.6) a to je presne to, čo potrebujeme k zostaveniu intervalov spoľahlivosti a  $t$  štatistik. Zákon veľkých čísel a centrálna

limitná veta hrajú dôležitú úlohu v budovaní týchto konvergencií. Detailnejšie o tom pojednáva aj Wooldridge (2002, Kapitola 4). Obdobne to platí aj pre obecný regresný model

$$y = \beta_0 + \beta_1 x_1 + \beta_2 x_2 + \dots + \beta_k x_k + u. \quad (2.8)$$

Ukáže sa, že vhodný odhad pre  $\text{Var}(\beta_j)$  je

$$\text{Var}(\beta_j) = \frac{\sum_{i=1}^n \hat{r}_{ij}^2 \hat{u}_i^2}{SSR_j^2}, \quad (2.9)$$

kde  $\hat{r}_{ij}$  je  $i$ -té reziduum z regrese  $x_j$  na všetky ostatné vysvetľujúce premenné a  $SSR_j$  je suma štvorcov reziduí z tejto regrese. Odmocnina z (2.9) sa nazýva **robustné štandardné chyby** pre  $\beta_j$ .

Vzťah pre robustné štandardné chyby už máme, preto môžeme jednoducho skonštruovať aj **robustnú  $t$  štatistiku**. Pripomeňme, ako vyzerá obecná forma  $t$  štatistiky.

$$t = \frac{\text{odhad} - \text{hypotetizovaná\_hodnota}}{\text{štandardná\_chyba}} \quad (2.10)$$

Jediný rozdiel medzi robustnou a klasickou  $t$  štatistikou je, akým spôsobom sa odhaduje štandardná chyba. Podobne môžeme skonštruovať aj **robustnú  $F$  a  $LM$  štatistiku**.

Pre ilustrovanie výpočtu  $LM$  štatistiky uvažujme model

$$y = \beta_0 + \beta_1 x_1 + \beta_2 x_2 + \beta_3 x_3 + \beta_4 x_4 + \beta_5 x_5 + u, \quad (2.11)$$

a predpokladajme, že chceme testovať  $H_0: \beta_4 = 0, \beta_5 = 0$ . Pre klasickú  $LM$  štatistiku najprv odhadneme obmedzený model, teda model bez  $x_4$  a  $x_5$ . Získame tak reziduá,  $\tilde{u}$ . Následne prevedieme regresiu  $\tilde{u}$  na všetky vysvetľujúce premenné a  $LM = n \cdot R_u^2$ , kde  $R_u^2$  je klasické  $R^2$  z tejto regrese. Pre verziu robustnú voči heteroskedasticite vyžaduje viac práce. Potrebujeme reziduá, nezvime ich  $\tilde{r}_1$ , z regrese  $x_4$  na  $x_1, x_2, x_3$  a reziduá, nazvime ich  $\tilde{r}_2$ , z regrese  $x_5$  na  $x_1, x_2, x_3$ . Posledným krokom je regresia 1 na  $\tilde{r}_1 \tilde{u}, \tilde{r}_2 \tilde{u}$  bez konštanty. Robustná  $LM$  štatistika je potom  $n - SSR_1$ , kde  $SSR_1$  je klasický súčet štvorcov reziduí z poslednej regrese. Podrobnejšiu diskusiu o robustnej  $LM$  štatistike môžeme nájsť u Davidsona a MacKinnona (1993).

## 3 Výsledky a diskusia

### 3.1 Zostavenie modelu

Pri zostavovaní modelu budeme vychádzať z tabuľky 2.13. Z úvodnej diskusie je zrejmé, že do modelu je vhodné zahrnúť všetky spomínané ukazovatele, ako je napríklad lokalita, poschodia, materiál stavebnej konštrukcie a podobne. Pri voľbe konkrétnych premenných týchto ukazovateľov však musíme byť opatrnejší, pretože niektoré premenné budú spolu silno previazané. Napríklad premenné *dispozícia* a *miestnosti*, už kvôli samotnému faktu, že premenná *miestnosti* vznikla priamo z premennej *dispozícia*. Taktiež premenné *časťobce*, *vzdial\_km* a *čas\_min*, ktoré vypovedajú o veľmi podobnej skutočnosti, ako ďaleko sa daný byt nachádza od centra. Preto vždy vyberieme iba jednu z nich, aby sme zamedzili vzniku multikolinearity, ktorá modelu obecné neprospeje, pretože t-testy odhadovaných parametrov sa stávajú štatisticky nevýznamné, vektor odhadnutých parametrov sa stáva silne náchylný na malé zmeny pozorovaných hodnôt a taktiež komplikuje rozumnú interpretáciu separovaného vplyvu jednotlivých koeficientov.

Pre všetky odhadované modely používame vysvetľovanú premennú logaritmus ceny, teda *l\_cena*. Uvádzame 5 výsledných modelov (A) – (E), v tabuľke 3-1. Modely obsahujú väčšinu premenných rovnakých, konkrétne číselné premenné *roky2010*, *poschodie* a kategoriálne premenné *dispozícia*, *vlastníctvo*, *tehla*, *rekonštrukcia*, *novy*, *metro*, *balkón*, *terasa*, *pivnica*, *výťah*, *tram*, *bus*, *nemocnica*, *škola*, *škôlka*, *zeleň*. Rozdelíme ich do dvoch skupín.

Prvá skupina modelov, modely (A) – (B), obsahuje kategoriálne premenné *časťobce* a *dispozícia*. Tieto dva modely uvádzame z dôvodu názornosti interpretácie cenových rozdielov pražských mestských častí, oproti Prahe 1. Druhým dôvodom je vyšší  $R^2$ , je to však zapríčinené tým, že tieto premenné majú veľké množstvo kategórií, tým pádom tieto modely obsahujú o to viac premenných. Jediný rozdielom medzi modelom (A) a (B) je v premennej *plocha*. Model (A) obsahuje pôvodnú premennú *plocha* a model (B) logaritmickú transformáciu tejto premennej, teda premennú *l\_plocha*.

Druhá skupina modelov, teda modely (C) – (D) už premenné *časťobce* a *dispozícia* neobsahujú. Nahradili sme ich číselnými premennými. Premennú *dispozícia*, premennou *miestnosti*, pre modely (C), (D), (E) a premennú *časťobce*, premennou *vzdial\_km*, pre model (C) a premennou *čas\_min*, pre modely (D) a (E). Taktiež obsahujú premennú *l\_plocha*, namiesto premennej *plocha*. Posledný rozdiel je v modeli (E), oproti ostatným modelom, ktorý ako jediný obsahuje kategoriálnu premennú *KK*, ktorá spolu s premennou *miestnosti* lepšie vysvetľuje dispozičné riešenie daného bytu a kuchyne.

Súhrnné odhadnuté koeficienty popísaných modelov nájdeme v tabuľke 3-1, z ktorej sme vynechali číselné hodnoty premenných *časťobce* a *miestnosti*, ktoré obsahujú veľké množstvo

kategórií, čím sa tabuľka stávala mierne neprehľadná a separovaná interpretácia koeficientov kategórií týchto premenných strácala význam.

**Tabuľka 3-1:** Odhadnuté parametre modelov (A)-(E) z OLS regresie, vysvetľujúce *l\_cenu*

|                | (A)<br>L_CENA         | (B)<br>L_CENA         | (C)<br>L_CENA          | (D)<br>L_CENA          | (E)<br>L_CENA          |
|----------------|-----------------------|-----------------------|------------------------|------------------------|------------------------|
| PLOCHA         | 0.00834***<br>(9.85)  | –                     | –                      | –                      | –                      |
| L_PLOCHA       | –                     | 0.902***<br>(19.03)   | 0.939***<br>(22.49)    | 0.932***<br>(22.37)    | 0.909***<br>(18.51)    |
| ČASŤOBCE       | ✓                     | ✓                     | –                      | –                      | –                      |
| VZDIAL_KM      | –                     | –                     | -0.0328***<br>(-11.08) | –                      | –                      |
| ČAS_MIN        | –                     | –                     | –                      | -0.0270***<br>(-11.38) | -0.0271***<br>(-11.45) |
| KK             | –                     | –                     | –                      | –                      | 0.0297<br>(1.03)       |
| DISPOZÍCIA     | ✓                     | ✓                     | –                      | –                      | –                      |
| MIESTNOSTI     | –                     | –                     | -0.0347*<br>(-2.30)    | -0.0328*<br>(-2.16)    | -0.0199<br>(-0.98)     |
| POSCHODIE      | -0.000756<br>(-0.19)  | 0.000353<br>(0.10)    | -0.00127<br>(-0.35)    | -0.000718<br>(-0.20)   | -0.00104<br>(-0.30)    |
| OV VLASTNÍCTVO | 0.179***<br>(8.84)    | 0.166***<br>(8.30)    | 0.197***<br>(9.15)     | 0.190***<br>(8.74)     | 0.187***<br>(8.57)     |
| TEHLA:         |                       |                       |                        |                        |                        |
| MIX            | -0.126<br>(-1.52)     | -0.119**<br>(-2.76)   | -0.343***<br>(-5.63)   | -0.344***<br>(-5.98)   | -0.353***<br>(-6.06)   |
| PANEL          | -0.0840***<br>(-3.70) | -0.0866***<br>(-3.98) | -0.0621**<br>(-2.72)   | -0.0649**<br>(-2.86)   | -0.0636**<br>(-2.79)   |
| SKELET         | -0.0456<br>(-0.55)    | -0.0515<br>(-0.69)    | 0.0287<br>(0.29)       | 0.0316<br>(0.33)       | 0.0340<br>(0.36)       |
| REKONŠTRUKCIA  | 0.0544*<br>(2.57)     | 0.0597**<br>(3.05)    | 0.0553**<br>(2.65)     | 0.0615**<br>(2.97)     | 0.0604**<br>(2.89)     |
| NOVÝ           | 0.113***<br>(3.82)    | 0.0801**<br>(2.85)    | 0.0597*<br>(2.03)      | 0.0631*<br>(2.17)      | 0.0638*<br>(2.21)      |
| METRO          | 0.0916***<br>(4.37)   | 0.0905***<br>(4.43)   | 0.0671***<br>(3.57)    | 0.0691***<br>(3.71)    | 0.0686***<br>(3.68)    |
| BALKÓN         | 0.0919***<br>(4.57)   | 0.0771***<br>(4.11)   | 0.0617**<br>(3.26)     | 0.0626***<br>(3.33)    | 0.0638***<br>(3.38)    |
| TERASA         | 0.192***<br>(6.11)    | 0.165***<br>(5.62)    | 0.151***<br>(5.61)     | 0.150***<br>(5.51)     | 0.147***<br>(5.40)     |
| PIVNICA        | -0.0447*<br>(-2.10)   | -0.0432*<br>(-2.14)   | -0.0399<br>(-1.93)     | -0.0341<br>(-1.65)     | -0.0328<br>(-1.58)     |
| VÝŤAH          | -0.0178<br>(-0.86)    | -0.00189<br>(-0.09)   | -0.0197<br>(-0.90)     | -0.0148<br>(-0.68)     | -0.0144<br>(-0.67)     |
| TRAM           | 0.109***<br>(4.28)    | 0.112***<br>(4.75)    | 0.0617**<br>(2.84)     | 0.0521*<br>(2.40)      | 0.0540*<br>(2.48)      |
| BUS            | 0.00626<br>(0.19)     | 0.0179<br>(0.55)      | 0.00959<br>(0.24)      | 0.0169<br>(0.42)       | 0.0186<br>(0.46)       |
| NEMOCNICA      | 0.0498<br>(1.56)      | 0.0535<br>(1.75)      | 0.0518<br>(1.51)       | 0.0658*<br>(2.00)      | 0.0654*<br>(1.98)      |
| ŠKOLA          | 0.00477<br>(0.20)     | 0.000850<br>(0.04)    | 0.0389<br>(1.65)       | 0.0421<br>(1.78)       | 0.0435<br>(1.84)       |

|                |                       |                       |                       |                       |                       |
|----------------|-----------------------|-----------------------|-----------------------|-----------------------|-----------------------|
| ŠKÔLKA         | 0.00803<br>(0.31)     | 0.0289<br>(1.14)      | 0.0262<br>(1.00)      | 0.0475<br>(1.81)      | 0.0463<br>(1.76)      |
| ZELEŇ          | 0.0730**<br>(3.07)    | 0.0795***<br>(3.42)   | 0.103***<br>(4.63)    | 0.0858***<br>(3.81)   | 0.0848***<br>(3.77)   |
| ROKY2010       | -0.0282***<br>(-4.62) | -0.0304***<br>(-5.16) | -0.0315***<br>(-5.05) | -0.0321***<br>(-5.10) | -0.0316***<br>(-4.98) |
| _CONS          | 15.03***<br>(155.72)  | 12.00***<br>(58.14)   | 11.60***<br>(73.23)   | 11.79***<br>(72.14)   | 11.83***<br>(69.59)   |
| N              | 824                   | 824                   | 813                   | 813                   | 813                   |
| R <sup>2</sup> | 0.8300                | 0.8458                | 0.8178                | 0.8186                | 0.8189                |

Poznámky: (i) Tabuľka ukazuje odhadnuté parametre modelov (A) – (E) vysvetľujúcich  $l\_cenu$ , za pomoci OLS regresie a robustných štandardných chýb. (ii) Z tabuľky sú vynechané koeficienty kategoriálnych premenných dispozícia a časťobce, pretože obsahujú veľa kategórií, čím sa stáva tabuľka neprehľadná. Znakom ✓ je naznačené, v ktorých modeloch sa nachádzajú. (iii) V zátvorkách sú uvedené *t*-štatistiky. (iv) \*  $p < 0.05$ , \*\*  $p < 0.01$ , \*\*\*  $p < 0.001$ . (v) Zdroj: Vlastné výpočty.

Multikolierita sa v predchádzajúcich modeloch podľa VIF štatistík a korelačnej matice, ktorú uvádzame v prílohe, nepreukázala. Heteroskedasticita však áno, preto sú výsledky, ktoré uvádzame, počítané pomocou robustných štandardných chýb. Z hľadiska veľkosti  $R^2$  sú modely (A) a (B) lepšie oproti ostatným na druhú stranu však obsahujú kategoriálne premenné *dispozícia* a *časťobce*, ktoré majú veľa kategórií a tým celý model stráca na dôveryhodnosti, preto preferujeme modely (C), (D) a (E). Pri týchto modeloch budeme mať dostatok dát aj na testovanie hypotéz, poprípade zavádzanie nových premenných. Všetky nasledujúce výpočty, modely a testy hypotéz budú preto prameniť z modelov (C) – (E).

Najdiskutovanejší faktor ovplyvňujúci cenu bytu, polohu sme odhadli dvoma spôsobmi. Prvý, pomocou kategoriálnej premennej *časťobce*, zachycuje tabuľka 3-2, ktorá porovnáva jednotlivé pražské obvody s Prahou 1.

**Tabuľka 3-2:** Percentuálne cenové rozdiely mestskej časti Praha 1 oproti ostatným mestským častiam z modelov (A) a (B).

|           | (A)                    | (B)                    |
|-----------|------------------------|------------------------|
| Časť obce | Rozdiel oproti Praha 1 | Rozdiel oproti Praha 1 |
| Praha 2   | -29.5%                 | -25.6%                 |
| Praha 3   | -48.9%                 | -48.2%                 |
| Praha 4   | -65.6%                 | -63.3%                 |
| Praha 5   | -57.2%                 | -54.1%                 |
| Praha 6   | -46.0%                 | -42.5%                 |
| Praha 7   | -55.4%                 | -52.1%                 |
| Praha 8   | -57.2%                 | -50.1%                 |
| Praha 9   | -75.8%                 | -69.7%                 |
| Praha 10  | -62.6%                 | -57.7%                 |
| Praha 11  | -74.2%                 | -67.3%                 |
| Praha 12  | -68.5%                 | -65.9%                 |
| Praha 13  | -71.5%                 | -67.5%                 |
| Praha 14  | -82.8%                 | -77.3%                 |
| Praha 15  | -64.3%                 | -51.6%                 |

Zdroj: vlastné výpočty

Druhý spôsobom pomocou premenných, ktoré merajú vzdialenosť od bytu na Staromestské námestie, *vzdial\_km* a *čas\_min*. Dáta ukazujú, že s každou minútou navyše strávenou v mestskej

hromadnej doprave pri ceste do centra a ostatných parametroch rovnakých, klesá cena bytu v priemere o 2,7 %.

V modeloch (C), (D) a (E) je zaujímavé sledovať jednotkovú elasticitu *plochy*. Ak sa pozrieme na bodové odhady tejto premennej v modeloch, prichádzame k hodnotám  $\beta_{l\_plocha} \doteq 0.9$ . Zaujímá nás teda, či sa cena bytu zvyšuje priamo úmerne s nárastom plochy. Pozrieme sa preto na jednoduchú hypotézu:

$$\begin{aligned} H_0 : \beta_{l\_plocha} &= 1 \\ H_1 : \beta_{l\_plocha} &\neq 1 \end{aligned} \quad (3.1)$$

Budeme testovať na hladine významnosti  $\alpha = 5\%$ , obojstranným t-testom. Podľa výslednej p-hodnoty rovnej 0.065 sa nám hypotézu nepodarilo zamietnuť na stanovenej hladine významnosti 5 %, preto pripúšťame, že cena rastie priamo úmerne s plochou bytu. Ak sa teda zvýši o 1 % plocha bytu, v priemere sa zvýši cena tohto bytu približne taktiež o 1 %, pri zachovaní ostatných premenných konštantných. Na hladine významnosti 10 % by sme však už nulovú hypotézu zamietli a koeficient naznačuje, že zvýšenie ceny bude iba okolo 0.9 %.

Druhou zaujímavosťou, ktorú otestujeme, je vplyv rekonštrukcie, či novostavby na konečnú cenu. Bodové odhady týchto parametrov sú  $\beta_{rekonštrukcia} \doteq 0.06$  a  $\beta_{nový} \doteq 0.06$ . Z odhadnutých koeficientov sa zdá, že medzi rekonštruovaným a novým bytom by vlastne nemusel byť žiaden podstatný rozdiel. Otestujeme teda hypotézu:

$$\begin{aligned} H_0 : \beta_{rekonštrukcia} &= \beta_{nový} \\ H_1 : \beta_{rekonštrukcia} &\neq \beta_{nový} \end{aligned} \quad (3.2)$$

Testovať budeme opäť na hladine významnosti  $\alpha = 5\%$ , obojstranným t-testom. Príslušná p-hodnota pre všetky tri modely (C), (D) a (E) okolo 0.9 však túto hypotézu nezamietla. Pripúšťame teda, že novostavba a rekonštrukcia zvyšujú cenu približne rovnako a to o 6%.

Zaujímavý je taktiež rozdiel medzi balkónom a terasou, kde balkón zvyšuje cenu priemerne o 6 až 9 % a peňažný prínos terasy sa šplhá o viac ako dvojnásobok, na 14 až 19 %, čo môže súvisieť práve s plochou týchto doplnkov, kde práve terasy majú spravidla väčšiu rozlohu. Táto hypotéza by bola zaujímavá pre ďalší výskum, pretože naše dáta nám to overiť nedovoľujú. Ďalšia vec, ktorá stojí za povšimnutie je vplyv pivnice na cenu bytu. Tento faktor cenu bytu znižuje o viac ako 3 %. Pôvodne sme si mysleli, že tento faktor bude cenu zvyšovať, no ukazuje to na skutočnosť, že plocha pivnice bude pravdepodobne započítaná do celkových rozmerov bytu, čo v konečnom dôsledku obytnú plochu a tým aj cenu bytu znižuje, pretože meter štvorcový bytového priestoru bude zrejme drahší, ako meter štvorcový pivnice. Zároveň prítomnosť výťahu cenu bytu znižuje, čo naznačuje, že ľudia považujú výťah za negatívny faktor. Môže to byť spôsobené hlučnosťou výťahu alebo obecnou neochotou bývať vo viacposchodových domoch, v ktorých je výťah samozrejmosťou. Práve vplyvom poschodia a výťahu sa budeme podrobnejšie zaoberať v kapitole 3.2. Dáta taktiež poukazujú na fakt, že

Ľudia momentálne preferujú radšej menej izieb ale väčších, ako izieb viac ale malých, na rovnakej ploche. To môžeme vidieť zo záporného znamienka premennej *miestnosti*. Faktory popisujúce lokalitu ako prítomnosť školy, škôlky, metra, autobusu, električky, potravín, nemocnice a zelene zvyšujú cenu v priemere od jedného do desiatich percent. Z ekonometrického hľadiska by bolo taktiež zaujímavé skúmať napríklad cenu v závislosti na priechodných izbách, prítomnosti rôznych ník a strešných okien a podobne. Naše dáta však nie sú natoľko podrobné a dostatočné, aby sme sa mohli týmito otázkami zaoberať.

### 3.2 Hypotéza 1 – Poschodie

Z dát tabuľky 3.1 vidíme, že s každým vyšším poschodím sa cena znižuje približne o 0.1%, čo nepotvrdzuje žiadnu z predpokladaných hypotéz. Preto sa na vplyv poschodia pozrieme trochu podrobnejšie. Predpokladáme, že poschodie by mohlo mať kvadratický tvar, preto pre zjednodušenie najprv uvažujeme základný model, v ktorom bude ako vysvetľujúca premenná iba poschodie a jej druhá mocnina. Tento model uvádzame z dôvodu názornosti, kedy je funkčný vzťah premennej *poschodie* najviac viditeľný.

$$l\_cena = \beta_0 + \beta_1 patro + \beta_2 patro^2 + u \quad (3.3)$$

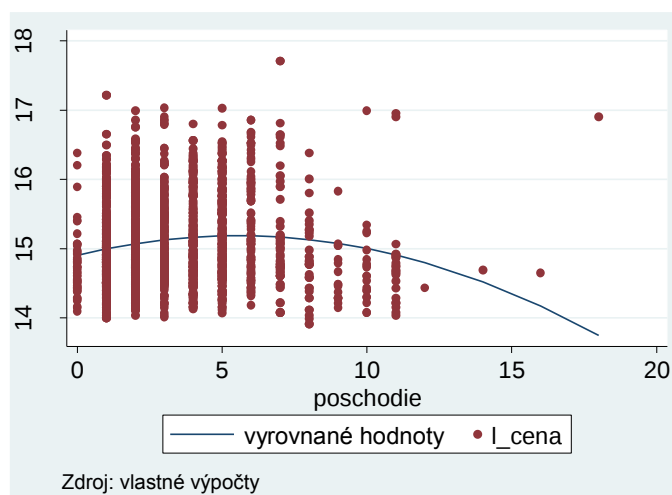
Rovnica odhadnutých parametrov potom vyzerá nasledovne, kde štandardné chyby sú uvedené v zátvorkách:

$$l\_cena = 14.90 + 0.10 patro - 0.01 patro^2 \quad (3.4)$$

(0.05) (0.03) (0.004)

Graf vyrovnaných hodnôt z (3.4) potom zachycuje graf 3-3.

**Graf 3-3:** Graf vyrovnaných hodnôt z regresie (3.4), za pomoci robustných štandardných chýb, vysvetľuje premennú *patro*, ako kvadratickú funkciu.



Z grafu 3-3 môžeme usudzovať, že bod zlomu sa bude nachádzať niekde okolo piateho poschodia a že tento kvadratický funkčný tvar má naozaj zmysel. Počítajme teda konkrétne. Pre

zistenie bodu zlomu danej odhadnutej funkcie (3.4), vlastne hľadáme jej maximum. Rovnicu (3.4) preto parciálne zderivujeme podľa premennej *poschodie* a položíme ju rovnú nule. Dostávame:

$$\frac{\partial l\_cena}{\partial patro} = \beta_1 + 2\beta_2 patro = 0, \text{ z čoho } patro = -\frac{\beta_1}{2\beta_2}. \quad (3.5)$$

kde  $\beta_1, \beta_2, \beta_3$  sú odhadnuté koeficienty z rovnice (3.4). V našom prípade potom z (3.5) dostávame, že  $patro \doteq 4.3$ . Bod zlomu sa preto nachádza niekde medzi štvrtým a piatym poschodím. Aby sme získali korektné výsledky, potrebujem model (3.3) rozšíriť o kontrolné premenné. K modelom (C) – (E) teda pridáme model (3.3). Rozšírené modely potom označme (C1), (D1) a (E1). Výsledné odhadnuté koeficienty rozšírených modelov udáva tabuľka 3-4, z ktorej sú vynechané všetky vysvetľujúce premenné, okrem premennej *poschodie* a *poschodie*<sup>2</sup>. Z (3.5) po dosadení dostávame, že aj pre rozšírené modely je bod zlomu niekde medzi štvrtým a piatym poschodím.

**Tabuľka 3-4:** Odhadnuté parametre premenných *poschodie* a *poschodie*<sup>2</sup>, modelov (C1) - (E1).

|                        | (C1)                 | (D1)                | (E1)                |
|------------------------|----------------------|---------------------|---------------------|
|                        | L_CENA               | L_CENA              | L_CENA              |
| POSCHODIE              | 0.00765<br>(0.67)    | 0.0138<br>(1.23)    | 0.0133<br>(1.19)    |
| POSCHODIE <sup>2</sup> | -0.000965<br>(-0.86) | -0.00157<br>(-1.44) | -0.00155<br>(-1.43) |
| N                      | 813                  | 813                 | 813                 |
| R <sup>2</sup>         | 0.8179               | 0.8190              | 0.8193              |

Poznámky: (i) Tabuľka ukazuje odhadnuté parametre modelov (C1) – (E1) vysvetľujúcich *L\_cenu*, za pomoci OLS regresie a robustných štandardných chýb. (ii) (C1) obsahuje navyše kontrolné premenné: *L\_plocha*, *vzdial\_km*, *miestnosti*, *vlastnictvo*, *tehla*, *rekonštrukcia*, *nový*, *balkón*, *terasa*, *pivnica*, *výťah*, *metro*, *tram*, *bus*, *nemocnica*, *škola*, *škôlka*, *zeleň*, *roky2010*. (iii) (D1) obsahuje rovnaké kontrolné premenné ako C1, namiesto premennej *vzdial\_km* však premennú *čas\_min*. (iv) (E1) obsahuje rovnaké kontrolné premenné ako D1, plus premennú *KK*. (v) V zátvorkách sú uvedené *t*-štatistiky. (vi) \*  $p < 0.05$ , \*\*  $p < 0.01$ , \*\*\*  $p < 0.001$ . (vii) Zdroj: Vlastné výpočty.

Ak chceme zistiť, aký rozdiel je medzi prízemím a ostatnými poschodiami, pridáme do rozšírených modelov (C1), (D1) a (E1) dummy premennú *prízemie*, ktorá indikuje, či je daný byt v prízemí alebo nie. Modely označíme (C1-1), (D1-1), (E1-1) a odhadnuté koeficienty uvádzame v tabuľke 3-5. Koeficient vychádza vo všetkých troch modeloch okolo 12 až 12.6 % a na rozdiel od premennej *poschodie* a jej druhej mocniny je táto premenná štatisticky významná na hladine významnosti 5 %. To potvrdzuje hypotézu, že prízemie znižuje cenu bytu o 10 a v našom prípade, v priemere až o 12 %.

**Tabuľka 3-5:** Odhadnuté parametre premennej *prízemie*, modelov (C1-1) - (E1-1).

|          | (C1-1)              | (D1-1)              | (E1-1)              |
|----------|---------------------|---------------------|---------------------|
|          | L_CENA              | L_CENA              | L_CENA              |
| PRÍZEMIE | -0.126**<br>(-2.84) | -0.124**<br>(-2.74) | -0.122**<br>(-2.69) |

|                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                               |        |        |        |
|---------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------|--------|--------|--------|
| N                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                             | 813    | 813    | 813    |
| R <sup>2</sup>                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                | 0.8196 | 0.8206 | 0.8208 |
| Poznámky: (i) Tabuľka ukazuje odhadnuté parametre modelov (C1-1) – (E1-1) vysvetľujúcich <i>L_cenu</i> , za pomoci OLS regresie a robustných štandardných chýb. (ii) (C1-1) obsahuje navyše kontrolné premenné: <i>L_plocha</i> , <i>poschodie</i> , <i>poschodie</i> <sup>2</sup> , <i>vzdial_km</i> , <i>miestnosti</i> , <i>vlastníctvo</i> , <i>tehla</i> , <i>rekonštrukcia</i> , <i>nový</i> , <i>balkón</i> , <i>terasa</i> , <i>pivnica</i> , <i>výťah</i> , <i>metro</i> , <i>tram</i> , <i>bus</i> , <i>nemocnica</i> , <i>škola</i> , <i>škôlka</i> , <i>zeleň</i> , <i>roky2010</i> . (iii) (D1-1) obsahuje rovnaké kontrolné premenné ako (C1-1), namiesto premennej <i>vzdial_km</i> však premennú <i>čas_min</i> . (iv) (E1-1) obsahuje rovnaké kontrolné premenné ako (D1-1), plus premennú <i>KK</i> . (v) V zátvorkách sú uvedené <i>t</i> -štatistiky. (vi) * $p < 0.05$ , ** $p < 0.01$ , *** $p < 0.001$ . (vii) Zdroj: Vlastné výpočty. |        |        |        |

Ak chceme zistiť vplyv jednotlivých poschodí, upravíme pôvodné modely (C), (D) a (E) tak, že premennú *poschodie* nahradíme dummy premennými pre jednotlivé poschodia, kde vzťahnú kategóriu zvolíme prízemie. Interpretácia jednotlivých koeficientov sa teda vzťahuje na rozdiel medzi daným poschodím a prízemím. Modely označíme (C2), (D2), (E2) a koeficienty sú v tabuľke 3-6. Najväčší cenový nárast je necelých 16 %, teda rozdiel medzi prízemím a druhým poschodím. Najväčší cenový úbytok je medzi prízemím a dvanástym poschodím, v priemere o viac ako 26 %. Keďže z našich dát ale nevieme vyseparovať vplyv posledného poschodia, môže byť táto hodnota pomerne skreslená práve kvôli tomuto faktu.

**Tabuľka 3-6:** Odhadnuté parametre dummy premenných určujúce *prvé až dvanáste* poschodie, modelov (C2) - (E2).

|                | (C2)<br>L_CENA       | (D2)<br>L_CENA       | (E2)<br>L_CENA       |
|----------------|----------------------|----------------------|----------------------|
| PRVÉ           | 0.0873*<br>(2.12)    | 0.0928*<br>(2.20)    | 0.0900*<br>(2.14)    |
| DRUHÉ          | 0.154***<br>(3.60)   | 0.161***<br>(3.71)   | 0.159***<br>(3.67)   |
| TRETIE         | 0.0682<br>(1.59)     | 0.0789<br>(1.81)     | 0.0765<br>(1.75)     |
| ŠTVRTÉ         | 0.0861<br>(1.95)     | 0.0996*<br>(2.23)    | 0.0954*<br>(2.14)    |
| PIATE          | 0.0900<br>(1.92)     | 0.101*<br>(2.15)     | 0.0987*<br>(2.09)    |
| ŠIESTE         | 0.0779<br>(1.43)     | 0.0949<br>(1.74)     | 0.0914<br>(1.67)     |
| SIEDME         | 0.0559<br>(0.88)     | 0.0765<br>(1.20)     | 0.0721<br>(1.14)     |
| ÔSME           | 0.0279<br>(0.54)     | 0.0416<br>(0.81)     | 0.0384<br>(0.74)     |
| DEVIATE        | 0.0465<br>(0.94)     | 0.0629<br>(1.33)     | 0.0529<br>(1.12)     |
| DESIATE        | 0.0429<br>(0.78)     | 0.0402<br>(0.71)     | 0.0382<br>(0.68)     |
| JEDENÁSTE      | 0.167*<br>(2.35)     | 0.150*<br>(2.23)     | 0.145*<br>(2.18)     |
| DVANÁSTE       | -0.256***<br>(-4.46) | -0.263***<br>(-4.58) | -0.274***<br>(-4.71) |
| N              | 813                  | 813                  | 813                  |
| R <sup>2</sup> | 0.8226               | 0.8233               | 0.8236               |

Poznámky: (i) Tabuľka ukazuje odhadnuté parametre modelov (C2) – (E2) vysvetľujúcich  $l\_cenu$ , za pomoci OLS regresie a robustných štandardných chýb. (ii) (C2) obsahuje navyše kontrolné premenné:  $l\_plocha$ ,  $vzdial\_km$ ,  $miestnosti$ ,  $vlastnictvo$ ,  $tehla$ ,  $rekonštrukcia$ ,  $nový$ ,  $balkón$ ,  $terasa$ ,  $pivnica$ ,  $výťah$ ,  $metro$ ,  $tram$ ,  $bus$ ,  $nemocnica$ ,  $škola$ ,  $škôlka$ ,  $zeleň$ ,  $roky2010$ . (iii) (D2) obsahuje rovnaké kontrolné premenné ako (C2), namiesto premennej  $vzdial\_km$  však premennú  $čas\_min$ . (iv) (E2) obsahuje rovnaké kontrolné premenné ako (D2), plus premennú  $KK$ . (v) V zátvorkách sú uvedené  $t$ -štatistiky. (vi) \*  $p < 0.05$ , \*\*  $p < 0.01$ , \*\*\*  $p < 0.001$ . (vii) Zdroj: Vlastné výpočty.

Ostáva nám ešte overiť cenové rozdiely medzi jednotlivými poschodiami v domoch s výťahom a bez výťahu. Skúmať budeme iba poschodia 1 až 5, pretože ako už bolo uvedené vyššie, od šiesteho poschodia je prítomnosť výťahu povinnosťou a to podľa zákona. Datový súbor teda obmedzíme na tieto poschodia. Vzájomnú interakciu kategoriálnych premenných *poschodie* a *výťah* overíme tak, že do modelu zavedieme *interakčný člen*, teda kategoriálnu premennú, ktorá vznikne vynásobením premennej poschodie a výťah. Túto premennú nazveme *poschodie\_výťah*. Zjednodušený model potom vyzerá:

$$l\_cena = \beta_0 + \beta_1 prve + \beta_2 druhe + \beta_3 tretie + \beta_4 stvrte + \beta_5 piate + \\ + \beta_6 vytah + \beta_7 prve\_vytah + \beta_8 druhe\_vytah + \beta_9 tretie\_vytah + \\ + \beta_{10} stvrte\_vytah + \beta_{11} piate\_vytah + u \quad (3.6)$$

Zaujímá nás, či sú cenové rozdiely naprieč poschodiami rovnaké pre domy s výťahom aj bez výťahu. Overíme teda hypotézu:

$$H_0 : \beta_{výťah\_prvé} = \beta_{výťah\_druhé} = \beta_{výťah\_tretie} = \beta_{výťah\_štvrté} = \beta_{výťah\_piate} = 0 \\ H_1 : \beta_{výťah\_prvé} \neq \beta_{výťah\_druhé} \neq \dots \neq \beta_{výťah\_piate} \neq 0 \quad (3.7)$$

Hypotézy (3.7) budeme testovať na hladine významnosti  $\alpha = 5\%$ , celkovým F-testom. Pre korektné výsledky však ešte musím model (3.6) rozšíriť o kontrolné premenné. Vyjdeme opäť z modelov (C), (D), (E) a upravíme ich o model (3.6). Upravené modely označíme postupne (C3), (D3) a (E3). Odhadnuté koeficienty modelu (3.6) zachyčuje tabuľka 3-7.

**Tabuľka 3-7:** Odhadnuté parametre premenných *poschodie*, *výťah* a ich vzájomné interakcie, modelov (C3) - (E3).

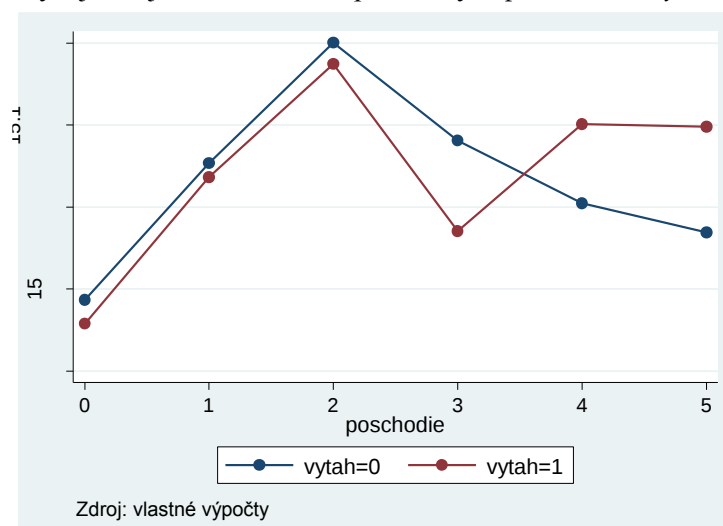
|           | (C3)               | (D3)               | (E3)               |
|-----------|--------------------|--------------------|--------------------|
|           | L_CENA             | L_CENA             | L_CENA             |
| VÝŤAH     | -0.0359<br>(-0.48) | -0.0124<br>(-0.16) | -0.0146<br>(-0.19) |
| POSCHODIE |                    |                    |                    |
| PRVÉ      | 0.0743<br>(1.20)   | 0.0872<br>(1.36)   | 0.0833<br>(1.29)   |
| DRUHÉ     | 0.139*<br>(2.19)   | 0.158*<br>(2.42)   | 0.157*<br>(2.41)   |
| TRETIE    | 0.0893<br>(1.32)   | 0.103<br>(1.48)    | 0.0973<br>(1.39)   |
| ŠTVRTÉ    | 0.0349<br>(0.52)   | 0.0655<br>(0.95)   | 0.0590<br>(0.86)   |
| PIATE     | 0.0289<br>(0.29)   | 0.0466<br>(0.48)   | 0.0412<br>(0.42)   |

| VÝŤAH_POSCHODIE |                    |                    |                    |
|-----------------|--------------------|--------------------|--------------------|
| VÝŤAH_PRVÉ      | 0.0204<br>(0.24)   | 0.00337<br>(0.04)  | 0.00610<br>(0.07)  |
| VÝŤAH_DRUHÉ     | 0.0278<br>(0.31)   | 0.00329<br>(0.04)  | 0.00170<br>(0.02)  |
| VÝŤAH_TRETIE    | -0.0350<br>(-0.39) | -0.0463<br>(-0.50) | -0.0405<br>(-0.44) |
| VÝŤAH_ŠTVRTÉ    | 0.0925<br>(1.04)   | 0.0584<br>(0.65)   | 0.0629<br>(0.70)   |
| VÝŤAH_PIATE     | 0.0921<br>(0.81)   | 0.0747<br>(0.67)   | 0.0790<br>(0.71)   |
| N               | 679                | 679                | 679                |
| R <sup>2</sup>  | 0.8012             | 0.8006             | 0.8008             |

Poznámky: (i) Tabuľka ukazuje odhadnuté parametre modelov (C3) – (E3) vysvetľujúcich  $l\_cenu$ , za pomoci OLS regresie a robustných štandardných chýb. (ii) (C3) obsahuje navyše kontrolné premenné:  $l\_plocha$ ,  $vzdial\_km$ ,  $miestnosti$ ,  $vlastnictvo$ ,  $tehla$ ,  $rekonštrukcia$ ,  $nový$ ,  $balkón$ ,  $terasa$ ,  $pivnica$ ,  $výtah$ ,  $metro$ ,  $tram$ ,  $bus$ ,  $nemocnica$ ,  $škola$ ,  $škôlka$ ,  $zeleň$ ,  $roky2010$ . (iii) (D3) obsahuje rovnaké kontrolné premenné ako (C3), namiesto premennej  $vzdial\_km$  však premennú  $čas\_min$ . (iv) (E3) obsahuje rovnaké kontrolné premenné ako (D3), plus premennú  $KK$ . (v) V zátvorkách sú uvedené  $t$ -štatistiky. (vi) \*  $p<0.05$ , \*\*  $p<0.01$ , \*\*\*  $p<0.001$ . (vii) Zdroj: Vlastné výpočty.

Podľa príslušných p-hodnôt t-testov pre hypotézy (3.7), modelov (C3) – (E3), s hodnotami okolo 0,6 sa nám nulová hypotézu nepodarilo zamietnuť. Interakčný člen teda nie je štatisticky významný a pripúšťame, že rozdiely naprieč poschodiami sú rovnaké pre domy s výťahom aj bez výťahu. Pre názornosť ešte uvádzame graf 3-8, ktorý celú problematiku ešte viac osvetľuje. Z grafu vidíme, že kladné cenové prírastky, v prípade prítomnosti výťahu, sú iba vo štvrtom a piatom poschodí.

**Graf 3-8:** Graf zachycuje vzájomné interakcie premenných *poschodie* a *výtah*, modelov (C3) - (E3).



### 3.3 Hypotéza 2 – Konštrukcia a vlastníctvo

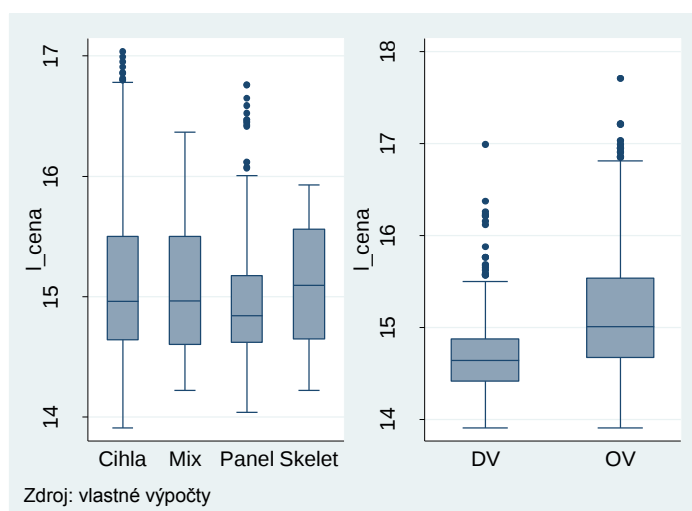
Tabuľka 3-9 ukazuje odhadnuté koeficienty osobného vlastníctva a stavebných materiálov mix, panel a skelet modelov (C1), (D1) a (E1). Je vidieť, že rozdiel medzi osobným a družstevným vlastníctvom je vyšší, ako publikované hodnoty 10 %. V našom prípade je to dokonca necelých 20 %, kde premenná je štatisticky významná na hladine 1 %. Oproti tomu rozdiel medzi tehlovými a panelovými bytmi nie je ani zďaleka 20 %, ide o necelých 7 %. Ukazuje to aj graf 3-10, že rozdiel v stavebnom materiáli nemá tak zásadný vplyv na cenu, oproti forme vlastníctva.

**Tabuľka 3-9:** Odhadnuté parametre premenných *vlastníctvo* a kategóriálnej premennej *tehla*, modelov (C1) - (E1)

|                | (C1)                 | (D1)                 | (E1)                 |
|----------------|----------------------|----------------------|----------------------|
|                | L_CENA               | L_CENA               | L_CENA               |
| OV VLASTNÍCTVO | 0.199***<br>(9.32)   | 0.191***<br>(8.90)   | 0.189***<br>(8.74)   |
| TEHLA:         |                      |                      |                      |
| MIX            | -0.348***<br>(-4.97) | -0.348***<br>(-5.43) | -0.356***<br>(-5.51) |
| PANEL          | -0.0641**<br>(-2.80) | -0.0664**<br>(-2.94) | -0.0652**<br>(-2.87) |
| SKELET         | 0.0302<br>(0.32)     | 0.0332<br>(0.36)     | 0.0354<br>(0.38)     |
| N              | 813                  | 813                  | 813                  |
| R <sup>2</sup> | 0.8196               | 0.8206               | 0.8208               |

Poznámky: (i) Tabuľka ukazuje odhadnuté parametre modelov (C1) – (E1) vysvetľujúcich  $l\_cenu$ , za pomoci OLS regresie a robustných štandardných chýb. (ii) (C1) obsahuje navyše kontrolné premenné:  $l\_plocha$ ,  $vzdial\_km$ ,  $miestnosti$ ,  $poschodie$ ,  $poschodie^2$ ,  $vlastníctvo$ ,  $tehla$ ,  $rekonštrukcia$ ,  $nový$ ,  $balkón$ ,  $terasa$ ,  $pivnica$ ,  $výťah$ ,  $metro$ ,  $tram$ ,  $bus$ ,  $nemocnica$ ,  $škola$ ,  $škôlka$ ,  $zeleň$ ,  $roky2010$ . (iii) (D1) obsahuje rovnaké kontrolné premenné ako (C1), namiesto premennej  $vzdial\_km$  však premennú  $čas\_min$ . (iv) (E1) obsahuje rovnaké kontrolné premenné ako (D1), plus premennú  $KK$ . (v) V zátvorkách sú uvedené  $t$ -štatistiky. (vi) \*  $p < 0.05$ , \*\*  $p < 0.01$ , \*\*\*  $p < 0.001$ . (vii) Zdroj: Vlastné výpočty.

**Graf 3-10:** Krabicové grafy porovnávajúce rôzne kategórie premennej *tehla* a *vlastníctvo*.



Pozrime sa ešte na rozdiely naprieč kategóriami. Zaujímá nás, či je rozdiel medzi osobným a družstevným bytom rovnaký pre tehlové aj panelové domy. Obmedzíme sa preto iba na tehlové a panelové domy, v závislosti na vlastníctve. Zavedieme novú premennú *tehla\_ov*, ktorá vznikne vynásobením dummy premenných *tehla* a *vlastnictvo*, kde *tehla*=1 v prípade tehlového domu, 0 v prípade panelového domu a *vlastnictvo*=1 v prípade osobného vlastníctva, 0 v prípade družstevného. Uvažujme ďalej zjednodušený model:

$$l\_cena = \beta_0 + \beta_1 tehra + \beta_2 vlastnictvo + \beta_3 tehra\_ov + u \quad (3.8)$$

Potom z (3.8) dostávame koeficienty jednotlivých kombinácií tehlových, panelových, družstevných a bytov v osobnom vlastníctve.

$$\begin{aligned} Tehla, OV & \dots \beta_0 + \beta_1 + \beta_2 + \beta_3 \\ Panel, OV & \dots \beta_0 + \beta_2 \\ Tehla, DV & \dots \beta_0 + \beta_1 \\ Panel, DV & \dots \beta_0 \end{aligned} \quad (3.9)$$

Ak chceme zistiť, či je rozdiel medzi osobným a družstevným vlastníctvom rovnaký pre panelové aj tehlové domy, zaujímá nás teda, či sa  $\beta_2 + \beta_3 = \beta_2$ , z toho  $\beta_3 = 0$ . Nulová hypotéza teda  $H0: \beta_3 = 0$ , oproti alternatívnej hypotéze  $H1: \beta_3 \neq 0$ . Testovať budeme na hladine významnosti  $\alpha = 5\%$  t-testom. Pre získanie čo najpresnejších hodnôt daných koeficientov, rozšírime model (3.8) o kontrolné premenné z modelov (C1), (D1), (E1). Výsledné modely označíme postupne (C1-2), (D1-2), (E1-2) a príslušné koeficienty uvádza tabuľka 3-11.

**Tabuľka 3-11:** Odhadnuté parametre premenných *vlastnictvo*, *tehla* a *tehla\_ov*, obmedzených na tehlové a panelové byty, modelov (C1-2) - (E1-2).

|                | (C1-2)<br>L_CENA    | (D1-2)<br>L_CENA    | (E1-2)<br>L_CENA    |
|----------------|---------------------|---------------------|---------------------|
| OV VLASTNÍCTVO | 0.176***<br>(5.19)  | 0.180***<br>(5.33)  | 0.177***<br>(5.25)  |
| TEHLA          | 0.0703**<br>(2.70)  | 0.0689**<br>(2.68)  | 0.0678**<br>(2.63)  |
| TEHLA_OV       | -0.0371<br>(-0.87)  | -0.0201<br>(-0.47)  | -0.0209<br>(-0.49)  |
| _CONS          | 11.62***<br>(71.14) | 11.80***<br>(70.47) | 11.84***<br>(67.65) |
| N              | 802                 | 802                 | 802                 |
| R <sup>2</sup> | 0.8210              | 0.8218              | 0.8221              |

Poznámky: (i) Tabuľka ukazuje odhadnuté parametre modelov (C1-2) – (E1-2) vysvetľujúcich *l\_cenu*, za pomoci OLS regresie a robustných štandardných chýb. (ii) (C1-2) obsahuje navyše kontrolné premenné: *l\_plocha*, *poschodie*, *poschodie<sup>2</sup>*, *vzdial\_km*, *miestnosti*, *rekonštrukcia*, *nový*, *balkón*, *terasa*, *pivnica*, *výťah*, *metro*, *tram*, *bus*, *nemocnica*, *škola*, *škôlka*, *zeleň*, *roky2010*. (iii) (D1-2) obsahuje rovnaké kontrolné premenné ako (C1-2), namiesto premennej *vzdial\_km* však premennú *čas\_min*. (iv) (E1-2) obsahuje rovnaké kontrolné premenné ako (D1-2), plus premennú *KK*. (v) V zátvorkách sú uvedené *t*-štatistiky. (vi) \*  $p < 0.05$ , \*\*  $p < 0.01$ , \*\*\*  $p < 0.001$ . (vii) Zdroj: Vlastné výpočty.

Testovali sme  $H0: \beta_{tehla\_ov} = 0$  a podľa príslušnej p-hodnoty t-testu rovnej 0.386, sa nám nulovú hypotézu nepodarilo zamietnuť. Preto pripúšťame, že cenový rozdiel medzi osobným a družstevným vlastníctvom je pre panelové aj tehlové domy v priemere skoro rovnaký.

### 3.4 Hypotéza 3 – Časový vývoj

Z úvodnej diskusie a grafu 1.1 je zrejmé, že má zmysel uvažovať o časovom hľadisku ako o kubickej funkcii. Podobne ako u kvadratickej závislosti poschodia na cenu bytu, uvažujme pre názornosť najprv zjednodušený model (3.10), ktorý obsahuje časový údaj *roky2010* meraný v počte dní od 1.1.2010, jeho druhú a tretiu mocninu. Druhú mocninu tejto premennej sme pre väčšiu prehľadnosť výstupu vynásobili jednou stotinou a tretiu mocninu z rovnakých dôvodov jednou tisícinou.

$$l\_cena = \beta_0 + \beta_1 roky2010 + \beta_2 roky2010^2 + \beta_3 roky2010^3 + u \quad (3.10)$$

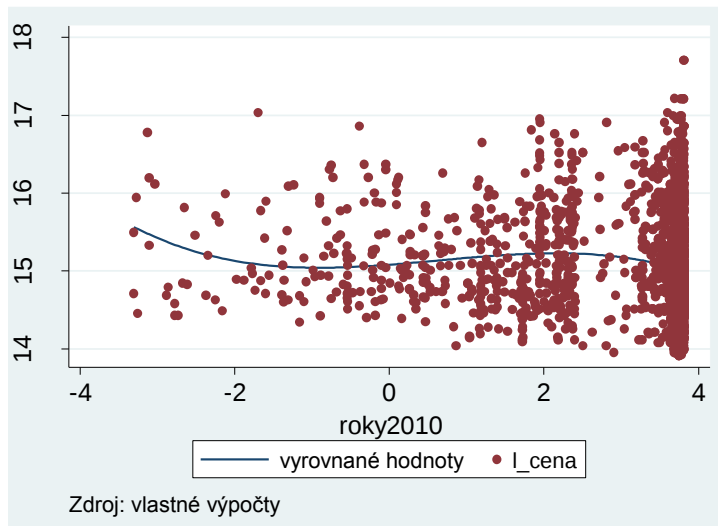
Rovnica odhadnutých parametrov, so štandardnými chybami v zátvorkách (3.16) je potom:

$$l\_cena = 15.08 + 0.08roky2010 + 2.43roky2010^2 - 12.93roky2010^3 \quad (3.11)$$

(0.05)            (0.03)            (1.04)            (3.12)

Vyrovnané hodnoty modelu (3.11) ukazuje graf 3-12.

**Graf 3-12:** Graf vyrovnaných hodnôt z regresie (3.10), ktorý vysvetľuje premennú *roky2010*, za pomoci robustných štandardných chýb, ako kubickú funkciu.



Body zlomu, teda lokálne minimum bude mať funkcia niekde okolo bodu -1 a lokálne maximum niekde okolo bodu 2. Pre presný výpočet rovnicu (3.11) parciálne zderivujeme podľa premennej *roky2010*, položíme rovno 0 a dostávame:

$$\frac{\partial l\_cena}{\partial roky2010} = \beta_1 + 2\beta_2 roky2010 + 3\beta_3 roky2010^2 = 0, \quad (3.12)$$

kde  $\beta_1, \beta_2, \beta_3$ , sú odhadnuté koeficienty z rovnice (3.11), z čoho po upravení a vyriešení kvadratickej rovnice (3.12) dostávame minimum v bode -1.2 a maximum v dobe približne 2. To znamená, že ceny klesajú od roku 2006, kde v roku 2009 dosahovali minimum a do roku 2012 opäť rástli, kde dosahovali lokálne maximum a ďalej zas klesajú až po súčasnosť. Tento model však musíme podobne, ako v prípade poschodia rozšíriť o kontrolné premenné z modelov (C1), (D1), (E1) a výsledné modely, ktorých odhadnuté koeficienty zachytuje tabuľka 3-13, označíme postupne (C1-3), (D1-3) a (E1-3). Lokálne maximá a minimá však ostávajú podobné.

**Tabuľka 3-13:** Odhadnuté parametre premenných  $roky_{2010}$ ,  $roky_{2010}^2$  a  $roky_{2010}^3$ , modelov (C1-3)-(E1-3)

|                       | (C1-3)              | (D1-3)               | (E1-3)              |
|-----------------------|---------------------|----------------------|---------------------|
|                       | L_CENA              | L_CENA               | L_CENA              |
| ROKY2010              | -0.0333*<br>(-2.22) | -0.0391**<br>(-2.61) | -0.0379*<br>(-2.54) |
| ROKY2010 <sup>2</sup> | 0.350<br>(0.57)     | 0.292<br>(0.49)      | 0.274<br>(0.46)     |
| ROKY2010 <sup>3</sup> | -0.848<br>(-0.47)   | -0.352<br>(-0.20)    | -0.357<br>(-0.20)   |
| _CONS                 | 11.63***<br>(73.87) | 11.83***<br>(72.97)  | 11.87***<br>(70.19) |
| N                     | 813                 | 813                  | 813                 |
| R <sup>2</sup>        | 0.8197              | 0.8207               | 0.8209              |

Poznámky: (i) Tabuľka ukazuje odhadnuté parametre modelov (C1-3) – (E1-3) vysvetľujúcich  $l\_cenu$ , za pomoci OLS regresie a robustných štandardných chýb. (ii) (C1-3) obsahuje navyše kontrolné premenné:  $l\_plocha$ ,  $poschodie$ ,  $poschodie^2$ ,  $vzdial\_km$ ,  $miestnosti$ ,  $vlastnictvo$ ,  $tehla$ ,  $rekonštrukcia$ ,  $nový$ ,  $balkón$ ,  $terasa$ ,  $pivnica$ ,  $výťah$ ,  $metro$ ,  $tram$ ,  $bus$ ,  $nemocnica$ ,  $škola$ ,  $škôlka$ ,  $zeleň$ . (iii) (D1-3) obsahuje rovnaké kontrolné premenné ako (C1-3), namiesto premennej  $vzdial\_km$  však premennú  $čas\_min$ . (iv) (E1-3) obsahuje rovnaké kontrolné premenné ako (D1-3), plus premennú  $KK$ . (v) V zátvorkách sú uvedené t-štatistiky. (vi) \*  $p < 0.05$ , \*\*  $p < 0.01$ , \*\*\*  $p < 0.001$ . (vii) Zdroj: Vlastné výpočty.

Druhý spôsob, ako sa môžeme pozerat' na časový trend je pomocou kategoriálnej premennej  $rok$ , pre roky 2006 až 2013. Vzťažnú kategóriu zvolíme rok 2006. Pre zjednodušenie a názornosť najprv opäť uvažujme základný model (3.13), v ktorom sú iba vysvetľujúce dummy premenná pre jednotlivé roky.

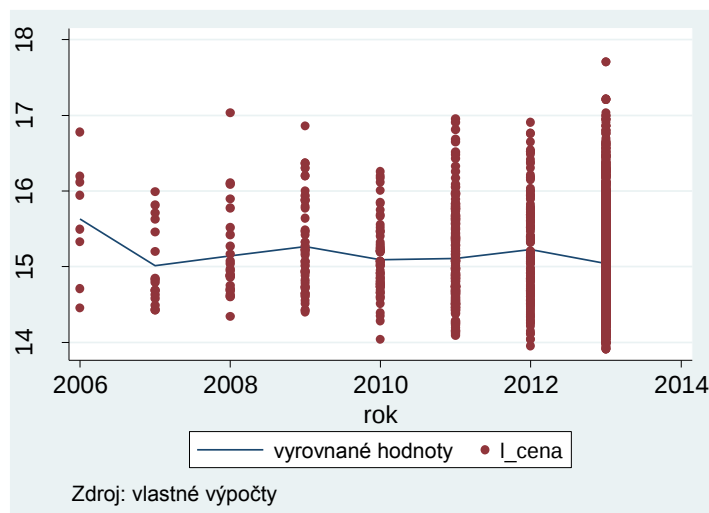
$$l\_cena = \beta_0 + \beta_1 rok_{2007} + \beta_2 rok_{2008} + \beta_3 rok_{2009} + \beta_4 rok_{2010} + \beta_5 rok_{2011} + \beta_6 rok_{2012} + \beta_7 rok_{2013} + u \quad (3.13)$$

Rovnica vyrovnaných hodnôt (3.14) je potom:

$$l\_cena = 15.63 - 0.62rok_{2007} - 0.49rok_{2008} - 0.36rok_{2009} - 0.54rok_{2010} - 0.52rok_{2011} - 0.40rok_{2012} - 0.59rok_{2013} \quad (3.14)$$

Vyrovnané hodnoty môžeme vidieť na grafe 3-14.

**Graf 3-14:** Graf vyrovnaných hodnôt z regresie (3.14), ktorý vysvetľuje za pomoci robustných štandardných chýb premennú *rok*, ako kategoriálnu premennú.



Pre korektnosť odhadnutých parametrov rozšírime model (3.13) o kontrolné premenné z modelov (C1), (D1) a (E1) a výsledné modely označíme postupne (C1-4), (D1-4), (E1-4). Ide v podstate o náhradu spojitej premennej *roky2010*, za kategoriálnu premennú *rok*. Tabuľka 3-15 zachycuje vyrovnané hodnoty príslušných parametrov.

**Tabuľka 3-15:** Odhadnuté parametre kategoriálnej premennej *rok*, modelov (C1-4) – (E1-4).

|                | (24)<br>L_CENA     | (25)<br>L_CENA     | (26)<br>L_CENA     |
|----------------|--------------------|--------------------|--------------------|
| 2007.ROK       | -0.243<br>(-1.42)  | -0.234<br>(-1.44)  | -0.226<br>(-1.38)  |
| 2008.ROK       | -0.0697<br>(-0.41) | -0.0640<br>(-0.40) | -0.0534<br>(-0.33) |
| 2009.ROK       | -0.191<br>(-1.15)  | -0.170<br>(-1.09)  | -0.160<br>(-1.01)  |
| 2010.ROK       | -0.322<br>(-1.94)  | -0.321*<br>(-2.06) | -0.310*<br>(-1.97) |
| 2011.ROK       | -0.314<br>(-1.90)  | -0.320*<br>(-2.06) | -0.308*<br>(-1.96) |
| 2012.ROK       | -0.285<br>(-1.71)  | -0.282<br>(-1.80)  | -0.270<br>(-1.71)  |
| 2013.ROK       | -0.368*<br>(-2.22) | -0.363*<br>(-2.34) | -0.351*<br>(-2.23) |
| N              | 813                | 813                | 813                |
| R <sup>2</sup> | 0.8235             | 0.8251             | 0.8253             |

Poznámky: (i) Tabuľka ukazuje odhadnuté parametre modelov (C1-4) – (E1-4) vysvetľujúcich *l\_cenu*, za pomoci OLS regresie a robustných štandardných chýb. (ii) (C1-4) obsahuje navyše kontrolné premenné: *L\_plocha*, *poschodie*, *poschodie<sup>2</sup>*, *vzdial\_km*, *miestnosti*, *vlastníctvo*, *tehla*, *rekonštrukcia*, *nový*, *balkón*, *terasa*, *pivnica*, *výťah*, *metro*, *tram*, *bus*, *nemocnica*, *škola*, *škôlka*, *zeleň*. (iii) (D1-4) obsahuje rovnaké kontrolné premenné ako (C1-4), namiesto premennej *vzdial\_km* však premennú *čas\_min*. (iv) (E1-4) obsahuje rovnaké kontrolné premenné ako (D1-3), plus premennú *KK*. (v) V zátvorkách sú uvedené *t*-štatistiky. (vi) \*  $p < 0.05$ , \*\*  $p < 0.01$ , \*\*\*  $p < 0.001$ . (vii) Zdroj: Vlastné výpočty.

Z grafov 3-12 a 3-14 a príslušných koeficientov modelov (C1-3) – (E1-3) a (C1-4) – (E1-4), môžeme vidieť, že kríza pražský realitný trh ovplyvnila skutočne iba v malom meradle. Rovnako to ukazovala aj štúdia Zámečníka.

## Záver

Práca bola zameraná na zostavenie ekonometrického modelu, ktorý determinuje cenu pražských bytov. Dátový súbor bol zostavený z jednotlivých inzerátov servera *eurobydleni.cz* a analýza prebehla v programe Stata 12. Aký vplyv majú teda jednotlivé faktory?

Najväčší vplyv má na cenu poloha daného bytu. Jednotlivé mestské časti sme porovnali s Prahou 1 a rozdiely boli až do výšky 82 %. Priemerný cenový pokles oproti Prahe 1 je okolo 50%. Druhým spôsobom zachytenia polohy bytu bolo vzdialenosťou od Staromestského námestia, ktorú sme merali v minútach strávených v mestskej hromadnej doprave. Dáta ukázali, že s každou dodatočnou minútou sa cena zníži v priemere o 2,7 %, pri ostatných parametroch konštantných. To je takmer 6 % pre každú dodatočnú stanicu metrom. Čo sa týka plochy, analýza ukázala, že ak sa plocha zväčší o 1 %, cena sa v priemere zvýši okolo 0,9 %. Poschodie ukázalo kvadratickú závislosť, kde cena do štvrtého poschodia rastie a približne v tretine medzi štvrtým a piatym poschodím začne zas klesať. Cenový pokles medzi prízemím a ostatnými poschodiami je dokonca 12 %. Najväčšie rozdiely oproti publikovaným hodnotám sme zaznamenali pri type vlastníctva a stavebnej konštrukcii. Cenový rozdiel medzi osobným a družstevným bol až 20 %, oproti publikovaným 10 % a cenový rozdiel tehlovej a panelovej konštrukcie bol iba 6 %, oproti publikovanej hodnote 20 %. Zistili sme taktiež veľký rozdiel medzi balkónom a terasou, kde prítomnosť balkóna zvyšuje cenu v priemere o 6 % a prítomnosť terasy, v priemere až o 15 %. Oproti tomu prítomnosť pivnice a výťahu, v priemere cenu znižuje o 1,5 až 2 %, v prípade výťahu a o 3 až 4 % v prítomnosti pivnice. Rekonštrukcia zvyšuje cenu v priemere o 6 %, no novostavba dokonca až o 6 až 11 %. Ak sa v dochádzkovej vzdialenosti nachádza stanica metra, cena bytu stúpa v priemere o 7 až 9 % a prítomnosť zastávky električky zvyšuje cenu o 5 až 10 %. V prípade zelene je to 8 až 10 %. Prítomnosť ostatných ukazovateľov vypovedajúcich o občianskej vybavenosti okolia, ako je škola, škôlka, nemocnica, potraviny a zastávka autobusu, sa neukázali byť štatisticky významné a cenu zvyšujú v priemere od 1 do 6 %. Potvrdil sa aj trend spájania viacerých menších miestností do jednej veľkej o čom svedčí negatívny vplyv každej dodatočnej izby pri nezmenenej ploche. Cena sa tak v priemere znižuje o 2 až 3 %. V práci sa taktiež potvrdili domnienky iba malého vplyvu finančnej krízy na pražský realitný trh.

Táto bakalárska práca priniesla mnoho podnetných myšlienok a zistení, stále však zostalo mnoho nepreskúmaného, čím by sa dala práca vylepšiť, poprípade v budúcnosti rozšíriť. Danými podnetmi môže byť:

- Rozšírenie databázy o premennú, ktorá by determinovala celkový počet podlaží budovy, v ktorej sa byt nachádza a tým by bolo možné zistiť cenový rozdiel posledného poschodia oproti ostatným. Preferujú ľudia radšej prízemie alebo posledné poschodie? Aký veľký cenový rozdiel je medzi posledným poschodím oproti zvyšku poschodí?

- Databáza by sa taktiež mohla rozšíriť o spojitú číselnú premennú, ktorá by určovala plochu príslušenstva ako je balkón, terasa, pivnica, aby bol vplyv týchto činiteľov ešte presnejší. O koľko by sa líšila jednotková cena obytnej plochy a plochy doplnkov?
- Ďalším podnetom by mohlo byť spojenie viacerých databáz, z rôznych serverov a zahrnúť tam aj také, ktoré sa špecializujú na predaj nehnuteľností bez pomoci realitnej kancelárie. Zaujímavé by bolo sledovať cenové rozdiely práve medzi týmito dvoma skupinami ponúk. Boli by ceny realít ponúkané bez realitných kancelárií nižšie z dôvodu neplatenia provízie realitnej kancelárii? Alebo by boli naopak vyššie, pretože ľudia nevedia reálne ohodnotiť svoj byt, ku ktorému majú citový vzťah a cenu nadhodnocujú?
- Zaujímavým rozšírením by bolo aj obohatenie databázy o dotazníkové ceny bytov. Konkrétne by šlo o zostavenie dotazníka, ktorý by sa ľudí pýtal, za akú cenu by sa podľa ich názoru ich konkrétny byt s konkrétnymi parametrami v danej lokalite predal. Boli by ľudia schopní tržne ohodnotiť svoj byt? Majú teda dostatok korektných informácií o tejto problematike?
- V ďalšom výskume by bolo vhodné zohľadniť taktiež realizované ceny, pretože v našom dátovom súbore sme pracovali iba s cenami ponukovými, ktoré boli v jednotlivých inzerátoch. Aký by bol teda rozdiel medzi dopytovými a ponukovými cenami?

Prínos tejto práce vidím najmä vo svojom osobnom rozvoji, prehĺbení a získaní nových poznatkov v oblasti ekonometrie a štatistického softwaru Stata. Zároveň však vidím, že v práci je ešte veľa vecí nepreskúmaných, ktoré by stáli za dodatočné rozšírenie práce. Verím, že práca splnila vytýčené ciele a že bude prínosom aj ostatných čitateľov, ako bola prínosom pre mňa.

# Prílohy

### Matica korelačných koeficientov

[illegible]

| cas_min | zelen   | skolka  | skola   | nemoc   | bus     | potravi | metro   | tram    | castobce | novy    | rekonstr | cihla   | vlastnict |
|---------|---------|---------|---------|---------|---------|---------|---------|---------|----------|---------|----------|---------|-----------|
| -0.4258 | -0.1582 | 0.0544  | 0.0864  | -0.0674 | 0.0841  | -0.0875 | -0.1889 | -0.2626 | -0.0736  | -0.1503 | 0.0569   | -0.2101 | 0.2169    |
| -0.0027 | -0.2741 | -0.3513 | -0.3115 | -0.0110 | -0.0668 | -0.2469 | 0.0238  | -0.0136 | -0.0398  | 0.0615  | 0.0914   | -0.0667 | 0.1624    |
| -0.2051 | -0.1131 | 0.0030  | 0.0355  | -0.0283 | 0.0437  | -0.0605 | -0.0398 | -0.1134 | -0.0253  | -0.1337 | 0.1057   | -0.1130 | 0.1410    |
| 0.0005  | -0.0818 | -0.0144 | 0.0207  | -0.0068 | -0.0175 | 0.0699  | -0.0017 | 0.0449  | 0.0780   | -0.2260 | 0.1028   | -0.1803 | 0.1950    |
| 0.1231  | 0.1330  | -0.0502 | -0.1058 | 0.0024  | -0.0725 | 0.0245  | 0.0772  | 0.0981  | -0.0008  | 0.0672  | -0.0111  | 0.1992  | -0.0312   |
| -0.0080 | -0.0576 | 0.0453  | 0.0328  | 0.0600  | -0.0238 | 0.0237  | 0.0452  | 0.0668  | 0.0248   | -0.3114 | 0.1974   | -0.1239 | 0.1739    |
| -0.0082 | 0.0834  | -0.1102 | -0.0914 | -0.0086 | -0.0452 | -0.1290 | -0.1166 | 0.0219  | 0.0305   | 0.0182  | -0.0115  | 0.1472  | -0.0459   |
| 0.0878  | -0.0279 | 0.0173  | 0.0246  | 0.0409  | -0.0541 | 0.1097  | 0.1482  | 0.1183  | 0.0725   | -0.0591 | 0.0230   | -0.0542 | 0.0035    |
| 0.0242  | 0.0813  | -0.0956 | -0.0075 | -0.0349 | -0.0348 | -0.1373 | -0.0614 | -0.0080 | 0.0050   | -0.0227 | 0.0392   | 0.1403  | -0.0315   |
| 0.1472  | 0.1075  | -0.0643 | 0.0284  | 0.0215  | -0.0067 | 0.0126  | 0.0630  | 0.0474  | -0.0280  | 0.1608  | -0.0831  | 0.1670  | -0.0857   |
| -0.0849 | -0.0085 | -0.0201 | -0.0379 | 0.0000  | 0.0517  | -0.0931 | -0.0177 | -0.0326 | -0.0298  | 0.0898  | -0.0424  | 0.0769  | -0.0158   |
| -0.1012 | -0.0647 | -0.0457 | -0.0323 | 0.0081  | 0.0367  | -0.0488 | -0.0295 | -0.0108 | 0.0248   | -0.0615 | 0.0310   | -0.0407 | 0.1053    |
| -0.1103 | -0.1061 | -0.0089 | 0.0033  | -0.0328 | -0.0293 | -0.0180 | 0.0052  | -0.0518 | -0.0437  | -0.1656 | 0.0806   | -0.2098 | 1.0000    |
| 0.2755  | 0.1409  | -0.0564 | -0.0774 | 0.0209  | -0.0650 | 0.0164  | 0.0948  | 0.1856  | 0.0403   | 0.2820  | -0.1427  | 1.0000  |           |
| 0.0898  | -0.0907 | -0.0097 | 0.0273  | 0.0736  | 0.0106  | 0.0139  | 0.0968  | 0.0711  | 0.0354   | -0.5651 | 1.0000   |         |           |
| -0.0896 | 0.0927  | -0.0865 | -0.0790 | -0.0647 | 0.0069  | -0.0745 | -0.0578 | -0.1265 | -0.0741  | 1.0000  |          |         |           |
| -0.0933 | 0.0810  | 0.0629  | -0.1646 | 0.0794  | 0.0359  | 0.0578  | -0.0770 | 0.0584  | 1.0000   |         |          |         |           |
| 0.6120  | 0.0585  | -0.1204 | -0.0749 | 0.1273  | -0.2102 | 0.1699  | 0.3169  | 1.0000  |          |         |          |         |           |
| 0.3854  | -0.0894 | -0.1018 | 0.0094  | 0.0323  | -0.1199 | 0.3299  | 1.0000  |         |          |         |          |         |           |
| 0.1500  | 0.0013  | 0.1999  | 0.2288  | 0.0730  | -0.0251 | 1.0000  |         |         |          |         |          |         |           |
| -0.2330 | -0.0320 | 0.1908  | 0.1406  | 0.0234  | 1.0000  |         |         |         |          |         |          |         |           |
| 0.0772  | 0.0113  | -0.0754 | -0.0538 | 1.0000  |         |         |         |         |          |         |          |         |           |
| -0.0520 | 0.0530  | 0.5030  | 1.0000  |         |         |         |         |         |          |         |          |         |           |
| -0.1346 | 0.1994  | 1.0000  |         |         |         |         |         |         |          |         |          |         |           |
| 0.1638  | 1.0000  |         |         |         |         |         |         |         |          |         |          |         |           |
| 1.0000  |         |         |         |         |         |         |         |         |          |         |          |         |           |
|         |         |         |         |         |         |         |         |         |          |         |          |         |           |
|         |         |         |         |         |         |         |         |         |          |         |          |         |           |
|         |         |         |         |         |         |         |         |         |          |         |          |         |           |

|          | l_ploch | vzdal_k |
|----------|---------|---------|
| cena     | 0.7253  | -0.3980 |
| rok      | -0.0181 | -0.0040 |
| plocha   | 0.9490  | -0.1833 |
| KK       | -0.1017 | 0.0164  |
| balkon   | 0.1154  | 0.1089  |
| terasa   | 0.3642  | 0.0145  |
| patro    | 0.1351  | -0.0369 |
| prizemie | -0.1124 | 0.1067  |
| vytah    | 0.0133  | -0.0098 |
| sklep    | -0.0313 | 0.1174  |
| misto~i  | 0.8089  | -0.0872 |
| dispoz~e | 0.7801  | -0.0956 |
| vlastn~o | 0.1266  | -0.0850 |
| cihla    | -0.0825 | 0.2630  |
| rekons~e | 0.0987  | 0.1193  |
| novy     | -0.1418 | -0.1125 |
| castobce | -0.0200 | -0.0991 |
| tram     | -0.0865 | 0.5948  |
| metro    | -0.0381 | 0.3975  |
| potrav~y | -0.0337 | 0.1805  |
| bus      | 0.0567  | -0.2066 |
| nemocn~  | -0.0173 | 0.1002  |
| skola    | 0.0475  | -0.0262 |
| skolka   | 0.0241  | -0.0732 |
| zelen    | -0.0820 | 0.1245  |
| cas_min  | -0.1804 | 0.9543  |
| vzdal_k  | -0.1664 | 1.0000  |
| l_plocha | 1.0000  |         |

# Literatúra

- [1] DAVIDSON, Russell a James G MACKINNON. *Estimation and inference in econometrics*. New York: Oxford University Press, 1993, xx, 874 p. ISBN 01-950-6011-3.
- [2] FRÁŇA, Tomáš. *Co má vliv na cenu bytu* [online]. leden 2012 [cit. 2013-12-12]. Dostupné z: <http://www.remaxpro.cz/co-ma-vliv-na-cenu-bytu/683>
- [3] HLAVÁČEK, Michal a Luboš KOMÁREK. Regional Analysis of Housing Price Bubbles and Their Determinants in the Czech Republic. *Czech Journal of Economics and Finance: Finance a úvěr* [online]. Praha: SNTL-Nakladatelství technické literatury, 2011 [cit. 2013-12-09]. Dostupné z: [http://journal.fsv.cuni.cz/storage/1205\\_1205\\_hlavacek\\_upr.graf\\_10\\_resume.pdf](http://journal.fsv.cuni.cz/storage/1205_1205_hlavacek_upr.graf_10_resume.pdf)
- [4] CHALOUPKA, Přemysl. *Jak se orientovat v cenových nabídkách nemovitostí* [online]. 7. března 2008 [cit. 2013-12-12]. Dostupné z: <http://www.novinky.cz/bydleni/reality-a-finance/134565-jak-se-orientovat-v-cenovych-nabidkach-nemovitosti.html>
- [5] KOTULA, Daniel. *Reality show: Jak se dobrat tržní ceny bytu* [online]. 24. 8. 2011 [cit. 2013-12-12]. Dostupné z: <http://www.penize.cz/nakup-a-prodej-nemovitosti/218164-reality-show-jak-se-dobrat-trzni-ceny-bytu>
- [6] KRÁLOVÁ, Silvie. *Cena nezávisí jen na lokalitě* [online]. 4. března 2008 [cit. 2013-12-12]. Dostupné z: [http://www.lidovky.cz/cena-nezavisi-jen-na-lokalite-djd-/design.aspx?c=A080304\\_153801\\_home-legislative\\_glu](http://www.lidovky.cz/cena-nezavisi-jen-na-lokalite-djd-/design.aspx?c=A080304_153801_home-legislative_glu)
- [7] KUPČEKOVÁ, Alice. *Deset věcí, které ovlivňují cenu vašeho bytu* [online]. 2008 [cit. 2013-12-28]. Dostupné z: [http://ekonomika.idnes.cz/deset-veci-ktere-ovlivnuji-cenu-vaseho-bytu-fzm-/ekonomika.aspx?c=A081009\\_153225\\_cbclanky\\_web](http://ekonomika.idnes.cz/deset-veci-ktere-ovlivnuji-cenu-vaseho-bytu-fzm-/ekonomika.aspx?c=A081009_153225_cbclanky_web)
- [8] KUTNER MH., CJ. NACHTSHEIM, J. NETER, *Applied Linear Regression Models*, 4th edition, McGraw-Hill Irwin, 2004.
- [9] MAŠEK, Jaroslav. *Pád cen panelákových bytů se zastavil, v Praze developereři dále válčí* [online]. 23. března 2013 [cit. 2013-12-12]. Dostupné z: [http://ekonomika.idnes.cz/propad-cen-panelaku-se-zastavil-d3v-/ekonomika.aspx?c=A130322\\_194155\\_ekonomika\\_brm](http://ekonomika.idnes.cz/propad-cen-panelaku-se-zastavil-d3v-/ekonomika.aspx?c=A130322_194155_ekonomika_brm)
- [10] MAZÁČOVÁ, Lucie. *Nejčastější faktory ovlivňující cenu nemovitostí* [online]. 21.7.2011 [cit. 2013-12-09]. Dostupné z: <http://www.realitymorava.cz/realitni-zpravodaj/401-nejcastejsi-faktory-ovlivnujici-cenu-nemovitosti>
- [11] POJAR, Petr. *Jak si vybrat byt a neprodlát v 8 krocích* [online]. 17.02.2012 [cit. 2013-12-12]. Dostupné z: <http://www.ceskestavby.cz/clanky/jak-si-vybrat-byt-a-neprodelat-v-8-krocich-20738.html>
- [12] SOURAL, Marcel. *Kolik stojí byty v Praze?* [online]. 02.03.2011 [cit. 2013-12-12]. Dostupné z: <http://www.bydleni.cz/clanek/Kolik-stoji-byty-v-Praze>

- [13] SOURAL, Marcel. *Nové byty v Praze - bilance roku 2011* [online]. 25.01.2012 [cit. 2013-12-12]. Dostupné z: <http://reality.bydleni.cz/clanek/Nove-byty-v-Praze-bilance-roku-2011>
- [14] ŠPAČKOVÁ, Kamila. *Jak vybrat vhodnou lokalitu* [online]. 2013 [cit. 2013-12-12]. Dostupné z: [http://bydleni.idnes.cz/reality\\_bdp.aspx?y=reality\\_bdp/vhodnalokalita.htm](http://bydleni.idnes.cz/reality_bdp.aspx?y=reality_bdp/vhodnalokalita.htm)
- [15] ŠVEC, Pavel. *Nákup novostavby v Praze: spočítejte si cenu bytu a tvrdě smlouvejte* [online]. 23. dubna 2012 [cit. 2013-12-12]. Dostupné z: [http://bydleni.idnes.cz/nakup-novostavby-v-praze-0h4-/reality\\_bdp.aspx?c=A120406\\_134623\\_architektura\\_web](http://bydleni.idnes.cz/nakup-novostavby-v-praze-0h4-/reality_bdp.aspx?c=A120406_134623_architektura_web)
- [16] WHITE, Halbert. A Heteroskedasticity-Consistent Covariance Matrix Estimator and a Direct Test for Heteroskedasticity. *Econometrica* 48 [online]. 1980, s. 817-838 [cit. 2013-12-16].
- [17] WOOLDRIDGE, Jeffrey M. *Introductory econometrics: a modern approach*. 4th ed. Mason, OH: South Western, Cengage Learning, c2009, s. 265-276. ISBN 0324660545.
- [18] ZÁMEČNÍK, Petr. *Realitní trh v Česku: Krize se nekonala* [online]. 21.10.2013 [cit. 2013-12-12]. Dostupné z: <http://www.hypoindex.cz/realitni-trh-v-cesku-krize-se-nekonala/>

### Internetové zdroje:

- [19] ČESKÝ STATISTICKÝ ÚŘAD. *Statistická ročenka hl.m. Prahy 2012: 15-2. Bytová výstavba v Hlavním městě Praze* [online]. [cit. 2014-01-06]. Dostupné z: [http://www.czso.cz/csu/2012edicniplan.nsf/krajkapitola/101011-12-r\\_2012-15](http://www.czso.cz/csu/2012edicniplan.nsf/krajkapitola/101011-12-r_2012-15)
- [20] EKOSPOL. *Praha: kolik stojí metr nového bytu?* [online]. [cit. 2014-01-06]. Dostupné z: <http://www.ekospol.cz/cs/o-firme/ekospol-v-mediich/praha-kolik-stoji-metr-noveho-bytu>
- [21] EUROBYDLENÍ.CZ. *Byty, domy, pozemky*. [online]. [cit. 2014-01-06]. Dostupné z: <http://www.eurobydleni.cz/>
- [22] GNU. *GNU wget Manual* [online]. [cit. 2014-01-06]. Dostupné z: <http://www.gnu.org/software/wget/manual/wget.html>
- [23] GOOGLE. *The Google Distance Matrix API* [online]. [cit. 2014-01-06]. Dostupné z: <https://developers.google.com/maps/documentation/distancematrix/>
- [24] INSTITU PLÁNOVÁNÍ A ROZVOJE HLAVNÍHO MĚSTA PRAHY. *Bydlení* [online]. [cit. 2014-01-06]. Dostupné z: <http://www.iprpraha.cz/cs/clanek/211/bydleni>
- [25] STATA CORP. *Stata features: Documentation* [online]. [cit. 2014-01-06]. Dostupné z: <http://www.stata.com/manuals13/u.pdf>