**VYSOKÁ ŠKOLA EKONOMICKÁ V PRAZE**

FAKULTA INFORMATIKY A STATISTIKY

# DIPLOMOVÁ PRÁCE

2016 Michal Navrátil

**VYSOKÁ ŠKOLA EKONOMICKÁ V PRAZE**

FAKULTA INFORMATIKY A STATISTIKY

Název diplomové práce:

# Metoda DEMATEL a její využití při řešení vícekriteriálních rozhodovacích problémů

Autor: **Michal Navrátil**

Katedra: **Katedra ekonometrie**

Obor: **Ekonometrie a operační výzkum**

Vedoucí práce: **prof. Ing. Josef Jablonský, CSc.**

**Prohlášení**:

Prohlašuji, že jsem diplomovou práci na téma „Metoda DEMATEL a její využití při řešení vícekriteriálních rozhodovacích problémů“ zpracoval samostatně. Veškerou použitou literaturu a další podkladové materiály uvádím v seznamu použité literatury.

V Praze dne 7. ledna 2016 .....

Michal Navrátil

**Poděkování**:

Rád bych na tomto místě poděkoval prof. Ing. Josefu Jablonskému, CSc. za vedení mé diplomové práce a za podnětné návrhy, které ji obohatily.

## Abstrakt

*Název práce*: Metoda DEMATEL a její využití při řešení vícekriteriálních rozhodovacích problémů

*Autor*: Michal Navrátil

*Katedra*: Ekonometrie a operační výzkum

*Vedoucí práce*: prof. Ing. Josef Jablonský, CSc.

Tato diplomová práce se věnuje problematice vícekriteriálního rozhodování, konkrétně popisu metody DEMATEL, jejích modifikací a kombinací s jinými metodami. Podrobně jsou zde popsány jednotlivé kroky metod a vybrané části teorie z různých oblastí, které jsou při těchto metodách využity. V každé kapitole nalezneme nejprve teoretické seznámení s danými metodami, poté následuje definice jejich kroků a následně jsou tyto teoretické poznatky aplikovány na příkladu. Nejprve je představena stěžejní metoda, poté se práce věnuje jejím úpravám založených na různých přístupech, které jsou využívány nejen v teorii rozhodování. V samotném závěru se nachází agregace nabytých poznatků a vytvoření vlastní metody.



**Klíčová slova**: Vícekriteriální rozhodování, DEMATEL, ANP, fuzzy teorie, MMDE



## Abstract

*Title*: DEMATEL method and its utilization in multi-criteria decision making

*Author*: Michal Navrátil

*Department*: Econometrics and Operations Research

*Supervisor*: prof. Ing. Josef Jablonský, CSc.

This thesis is concerned with problematics of multi-criteria decision making, especially method DEMATEL, its modifications and combinations with another methods. There is description of particular steps of this methods and selected theory from various areas, which is used in these methods. In every chapter we can find theoretical explanation of these methods, description of their steps and afterwards these theoretical findings are applied on numerical example. Firstly, the crucial method is introduced. Then this thesis is concerned with its adjustments based, on different approaches, which are often used not only in decision making. In the end, all these findings are aggregated and new method is founded.



**Keywords**: Multi-criteria decision making, DEMATEL, ANP, fuzzy theory, MMDE

# Obsah


1. Úvod ..... 7
2. Vícekriteriální rozhodování ..... 9
3. DEMATEL ..... 12
   3.1. Metoda DEMATEL ..... 12
   3.2. Aplikace metody DEMATEL ..... 17
4. Kombinace metody DEMATEL s metodou ANP a její další modifikace ..... 21
   4.1. Metoda DEMATEL-ANP ..... 21
      4.1.1. AHP ..... 21
      4.1.2. ANP ..... 24
      4.1.3. DEMATEL-ANP ..... 27
   4.2. Aplikace metody DEMATEL-ANP ..... 28
   4.3. Metoda fuzzy DEMATEL ..... 32
      4.3.1. Fuzzy teorie ..... 32
      4.3.2. Fuzzy čísla ..... 34
      4.3.3. CFCS ..... 35
      4.3.4. FUZZY DEMATEL ..... 36
   4.4. Aplikace metody fuzzy DEMATEL ..... 41
   4.5. Stanovení prahové hodnoty na základě MMDE algoritmu ..... 46
   4.6. Aplikace stanovení prahové hodnoty na základě MMDE algoritmu ..... 49
5. Vlastní metoda ..... 53
6. Závěr ..... 58

Seznam zdrojů ..... 59

Seznam příloh ..... 61

# 1. Úvod

Na denním pořádku každého člověka je nespočet rozhodování, při kterém zvažuje, která z možností je pro něj nejlepší, a tudíž z ní bude mít největší užitek. Rozhodujeme se, kdy budeme vstávat, co si ráno oblečeme, jaký dopravní prostředek zvolíme při dopravě do práce, co si dáme na oběd a mnoho dalších. Vše děláme jaksi automaticky a ani si při tom neuvědomujeme, že při tomto rozhodování lidský mozek posuzuje jednotlivé varianty a hodnotí je podle nejrůznějších kritérií.

V reálném světě ovšem existuje mnoho rozhodnutí, která je zapotřebí učinit, ale samotný mozek se selským rozumem na ně kvůli své komplexnosti nestačí, což dalo za vznik celému vědnímu oboru zabývajícímu se touto problematikou – teorii rozhodování. Díky teorii rozhodování existuje na tisíce modelů, metod a algoritmů, které lidem pomáhají správně se v dané situaci rozhodnout.

Při studiu předmětu 4EK415 – Teorie rozhodování jsem se setkal s celou řadou těchto metod, což je ale pořád jen malý zlomek ze všech doposud vymyšlených a aplikovaných v reálném světě. Jelikož mě tento obor zajímá a shledávám jej užitečným i pro běžného člověka, rozhodl jsem se napsat svou diplomovou práci na téma „Metoda DEMATEL a její využití při řešení vícekriteriálních rozhodovacích problémů“, ve které je podrobně popsána zmíněná metoda DEMATEL.

Tato metoda již byla aplikována v mnoha oblastech. Existuje také několik jejích modifikací a kombinací s jinými metodami. U nás je ovšem tato metoda zatím neznámá, čemuž odpovídá pouze jedna mnou objevená práce v českém jazyce, která tuto metodu využívá. Viděl jsem tedy jako velkou výzvu věnovat se zcela neznámé metodě a jejím modifikacím, jejichž postup přesahuje poznatky nabyté při vysokoškolském studiu.

Práce je rozdělena na několik kapitol. Začátek je věnován vícekriteriálnímu rozhodování – jsou zde definovány důležité pojmy z tohoto oboru a je zde popsáno základní dělení, aby bylo možné metody použité v práci nějakým způsobem zařadit. Následuje představení a podrobný popis základní metody DEMATEL a jejích jednotlivých kroků. V další kapitole jsou popsány vybrané modifikace této metody a také její kombinace s metodou ANP, která je ve vícekriteriálním rozhodování hojně používána. Veškerá teorie je vzápětí aplikována na

příkladu. V poslední kapitole je potom představena mnou vytvořená nová metoda, která je poskládána právě z modifikací metody DEMATEL.

Tato práce je tedy především teoretická, nicméně pro názorné vysvětlení a popis jednotlivých metod jsem použil aplikaci na reálném příkladu. Jelikož jednou z kapitol mé práce je také vytvoření nové metody, bude tento příklad sloužit jako názorná ukázka, jestli je metoda legitimní a použitelná v realitě. Aplikace je tedy taktéž významnou částí práce.

Protože metoda DEMATEL pracuje s názory expertů, které následně agreguje, tak abych nepracoval s vymyšlenými, fiktivními daty, použil jsem reálná data, která jsou shromážděna formou dotazníku. Velmi často se v běžném životě setkáváme s tím, že někdo z okruhu lidí, s kterými v životě přicházíme do styku, řeší koupi automobilu. Při této koupi zohledňujeme několik různých faktorů, které nakonec ovlivní naši volbu. Vybral jsem tedy několik důležitých kritérií, která jsou relevantní pro koupi auta a zkoumal jsem jejich významnost a vztahy mezi nimi.

Pro všechny výpočty jsem používal tabulkový kalkulátor MS Excel. Vybrané výsledky a výstupy jsou obsaženy v jednotlivých kapitolách. Kompletní výpočty jsou pak v příloze této práce.

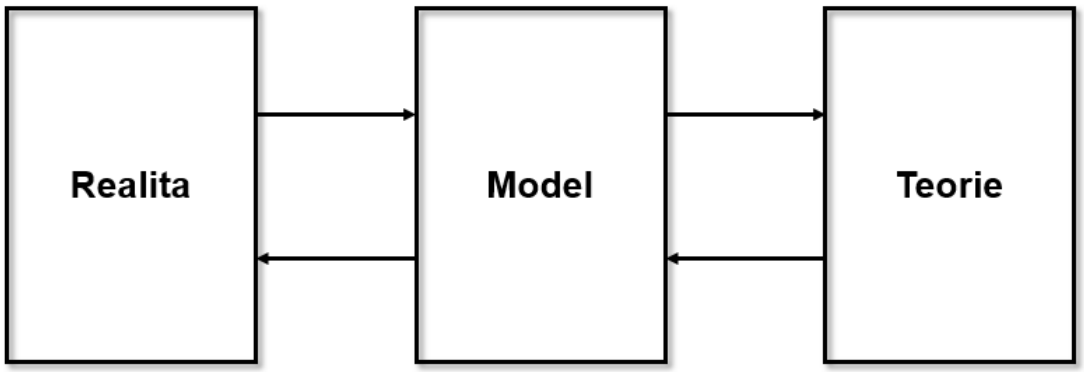
Cíle diplomové práce můžeme tedy vytyčit do několika bodů:

- Sestavení uceleného dokumentu popisující metodu DEMATEL a její modifikace
- Aplikace na příkladu
- Vytvoření vlastní nové metody
- Porovnání výsledků z jednotlivých částí

# 2. Vícekriteriální rozhodování

V této části práce bude stručně nastíněna problematika vícekriteriálního rozhodování a budou zde vysvětleny některé pojmy, které jsou v práci použity.

Prvním krokem každého rozhodování je sestavení modelu. **Model** je zjednodušením reality, za účelem zkoumání, analýzy a experimentování. Zjednodušením rozumíme omezení se pouze na ty vlastnosti reality, které podléhají našemu zkoumání. Model je jakýmsi prostředníkem mezi realitou a teorií (viz obrázek 2-1). Umožňuje tak ověřovat platnost nejrůznějších hypotéz pomocí reálných dat.




**Obrázek 2-1**: Model jako prostředník mezi realitou a teorií

**Rozhodování** je definováno jako proces výběru varianty z několika možných podle jednoho či více kritérií za účelem dosažení vytyčeného cíle. Subjekt, který tento proces provádí, se nazývá **rozhodovatel**. Jestliže mluvíme o **kritériu** (faktoru), máme na mysli určité pravidlo, podle něhož jsou jednotlivé varianty v procesu rozhodování porovnávány. Ve vícekriteriálním rozhodování tedy logicky vybíráme variantu podle více než jednoho kritéria. **Variantou** rozumíme možný výsledek procesu rozhodování. **Cíl** je pak samotný důvod, proč rozhodování vzniklo.

Modely pro rozhodování lze rozdělit do dvou skupin podle množiny variant. **Diskrétní množina variant** je dána konečným, jasně vymezeným počtem variant, zatímco u **spojité množiny variant** jsou varianty vyjádřeny pouze omezujícími podmínkami, takže jich může být nekonečně mnoho. V této práci používám pouze metody, které pracují s diskrétní množinou variant. Spojitým se tedy více nebudu věnovat. Více o nich nalezneme např. v [18].

Diskrétní rozhodovací modely lze dále rozdělit podle modelování preferencí mezi kritérii. Rozlišujeme zde tři přístupy:

- Aspirační úrovně
- Ordinální informace o kritériích
- Kardinální informace o kritériích ve formě vah

V této práci se pracuje pouze s modely, kde jsou preference vyjádřeny pomocí vah jednotlivých kritérií.

$$v = (v_1, v_2, ..., v_k), \quad \sum_{i=1}^{k} v_i = 1 \quad v_i \geq 0.$$

S důležitostí kritéria roste také jeho váha. Rozhodovatel může váhy číselně vyjádřit rovnou sám, ačkoliv to zpravidla bývá velmi obtížné. Upřednostňováno je tedy použití některé z metod pro výpočet vah. Těchto metod existuje několik, např::

- Metoda pořadí
- Bodovací metoda
- Metoda párového srovnání

Nejčastěji používaná je metoda párového srovnání, konkrétně **metoda kvantitativního párového srovnání**. Ta je podrobněji popsána v kapitole 4 u metody AHP. Obecně je metoda párového srovnání v této práci velmi často využívána.

V modelech vícekriteriálního rozhodování je v určité fázi rozhodovacího procesu vyžadována informace o preferencích rozhodovatele. Podle toho, v jaké fázi rozhodovatel poskytne tuto informaci, dělíme modely do tří skupin:

- Modely s informací a priori – rozhodovatel poskytne informace před samotným řešením modelu.
- Modely s informací a posteriori – rozhodovatel vyjádří preference až po řešení modelu
- Modely s průběžnými informacemi – probíhá interaktivní komunikace mezi rozhodovatelem a řešitelem modelu v průběhu jeho řešení

V práci jsou použity metody, které vyžadují průběžné informace od rozhodovatele – preference jsou zjišťovány před samotným řešením a v jeho průběhu jsou vyžadovány dodatečné informace.

Specifickými pojmy, se kterými se pracuje v kapitole 4 u metody DEMATEL-ANP jsou **síť**, **vazba** a **klastr**. Tyto pojmy jsou blíže vysvětleny právě ve 4. kapitole.

Jestliže se v souvislosti s vícekriteriálním rozhodováním pracuje s modely a metodami, kdy je stanoven cíl, kterého se dosahuje výběrem varianty na základě kritérií (faktorů) problému, tak tato práce je zaměřena především na tato kritéria. Mezi kritérii u složitějších rozhodovacích problémů existují často vzájemné vazby a tím pádem se všechny faktory vzájemně ovlivňují.

Níže popsaná metoda DEMATEL a její další modifikace slouží k nalezení a popisu těchto vazeb mezi faktory problému. Pomocí této metody a jejích modifikací lze získat váhy kritérií, a tím pádem se dá kombinovat s dalšími metodami vícekriteriálního rozhodování, které vyžadují kardinální informace o kritériích.

# 3. DEMATEL

Metoda DEMATEL byla vyvinuta mezi roky 1972 a 1976 na Ženevském institutu Science and Human Affairs Program of the Battelle Memorial. Postupně se stala velmi uznávaným nástrojem pro zkoumání kauzálních vlivů mezi kritérii v rozhodovacích problémech. Tato metoda je velmi rozšířená v Asii, především v Japonsku. Její předností je schopnost zmapování všech vlivů a faktorů rozhodovacího problému včetně jejich znázornění do přehledné mapy vlivů. Od svého vzniku byla již mnohokrát využita v nejrůznějších oblastech, jako jsou:

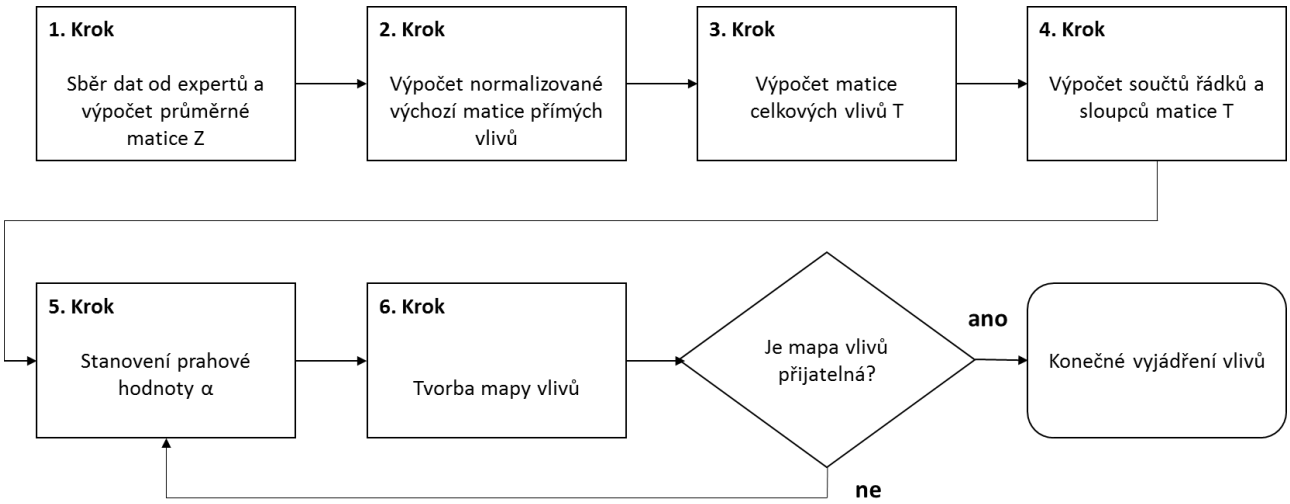
- marketingové strategie,
- kontrolní systémy,
- vývoj manažerských schopností,
- vyhodnocení e-learningu,
- zkoumání bezpečnosti aerolinek,
- plánování a kontrola výroby.

Velmi často je používaná také v kombinaci s jinými metodami vícekriteriálního rozhodování.

## 3.1. Metoda DEMATEL

Tato metoda sama o sobě je poměrně jednoduchá, nicméně všechny její kroky zde budou podrobně popsány, protože jsou základem pro metody uvedené v dalších kapitolách této práce.

Metodu DEMATEL můžeme rozdělit do několika po sobě jdoucích kroků, jak zobrazuje následující schéma:




**Obrázek 3-1**: SCHÉMA METODY DEMATEL

1. Sběr dat od expertů a výpočet průměrné matice **A.**

   Uvažujeme $p$ expertů a $n$ kritérií. Každý z expertů je tázán na určení stupně přímého vlivu jednotlivých kritérií. Stupněm přímého vlivu rozumíme jak kritérium $i$ ovlivňuje kritérium $j$ a to na základě párového srovnání. Tento vliv je určen hodnotou na stupnici od nuly do čtyř, podle míry vlivu:

   0 – žádný vliv

   1 – mírný vliv

   2 – střední vliv

   3 – silný vliv

   4 – velmi silný vliv.

   Pro každého experta je takto stanovena nezáporná matice typu $n$ x $n$:

$$\mathbf{X}^k = \begin{bmatrix} x_{11} & \cdots & x_{1j} & \cdots & x_{1n} \\ \vdots & & \vdots & & \vdots \\ x_{i1} & \cdots & x_{ij} & \cdots & x_{in} \\ \vdots & & & & \vdots \\ x_{n1} & \cdots & x_{nj} & \cdots & x_{nn} \end{bmatrix}$$

   kde $k$ je označení experta, který se účastní hodnotícího procesu, přičemž $1 \leq k \leq p$.

   Zároveň platí $x_{ii}^k = 0$, pro $k = 1, 2, \ldots, p$ a $n = 1, 2, \ldots, n$.

Na závěr tohoto kroku je spočítána průměrná matice **A**, zpravidla na základě aritmetického průměru matic $\mathbf{X}^k$. Její prvky $a_{ij}$ tedy můžeme vyjádřit:

$$a_{ij} = \frac{1}{p}\sum_{k=1}^{p} x_{ij}^{k} \tag{3.1}$$

Matice **A** bývá také nazývána jako výchozí matice přímých vlivů kritérií:

$$\mathbf{A} = \begin{bmatrix} a_{11} & \cdots & a_{1j} & \cdots & a_{1n} \\ \vdots & & \vdots & & \vdots \\ a_{i1} & \cdots & a_{ij} & \cdots & a_{in} \\ \vdots & & & & \vdots \\ a_{n1} & \cdots & a_{nj} & \cdots & a_{nn} \end{bmatrix}.$$

Na základě této matice přímých vlivů je možné také zobrazit přímé vztahy mezi prvky zakreslením do jednoduchého, přehledného schéma.

2. Výpočet normalizované výchozí matice přímých vlivů.

Normalizovaná počáteční matice přímých vlivů **D** obsahující prvky $d_{ij}$, z nichž každý se nachází v intervalu $\langle 0; 1 \rangle$ je vypočítána na základě následujících vztahů:

$$\mathbf{D} = \lambda * \mathbf{A}, \tag{3.2}$$

kde

$$\lambda = \min\left( \frac{1}{\max\limits_{1 \le i \le n} \sum\limits_{j=1}^{n} |a_{ij}|}, \frac{1}{\max\limits_{1 \le j \le n} \sum\limits_{i=1}^{n} |a_{ij}|} \right) \tag{3.3}$$

Tato matice je tedy získána tak, že nejprve spočítáme sumy všech řádků $i$, stejně tak jako sumy všech sloupců $j$ průměrné matice přímých vlivů **A**. Z těchto součtů vybereme maxima pro řádky i pro sloupce, vypočítáme jejich převrácené hodnoty a z těch vybereme minimum. Tímto je vypočítána hodnota $\lambda$, kterou následně vydělíme každý z členů matice **A**, čímž získáme normalizovanou matici **A**.

Součet každého z řádků $i$ matice **A** vyjadřuje celkový vliv, kterým kritérium $i$ ovlivňuje ostatní kritéria a součet každého sloupce $j$ vyjadřuje celkový vliv, kterým kritérium $j$ ovlivňují ostatní kritéria.

3. Výpočet matice celkových vlivů **T**.

   Prvky této matice $t_{ij}$ vyjadřují přímé i nepřímé vlivy, které mají kritéria $i$ na kritéria $j$. Matice **T** tedy zachycuje celkové vztahy mezi každou dvojicí kritérií $i$ a $j$.

Nechť

$$\lim_{m\to\infty} \mathbf{D}^m = 0,$$

kde 0 je nulová matice o rozměrech $n \times n$.

Matice **T** je pak vypočítána následovně:

$$\begin{aligned}
\mathbf{T} &= \lim_{m\to\infty}\left(\mathbf{D}+\mathbf{D}^2+\ldots+\mathbf{D}^m\right) \\
&= \sum_{m=1}^{\infty}\mathbf{D}^i \\
&= \mathbf{D}+\mathbf{D}^2+\ldots+\mathbf{D}^m \\
&= \mathbf{D}\left(\mathbf{I}+\mathbf{D}+\mathbf{D}^2+\ldots+\mathbf{D}^{m-1}\right) \\
&= \mathbf{D}\left(\mathbf{I}-\mathbf{D}\right)^{-1}\left(\mathbf{I}-\mathbf{D}\right)\left(\mathbf{I}+\mathbf{D}+\mathbf{D}^2+\ldots+\mathbf{D}^{m-1}\right) \\
&= \left(\mathbf{I}-\mathbf{D}\right)^{-1}\left(\mathbf{I}-\mathbf{D}^m\right) \\
&= \mathbf{D}\left(\mathbf{I}-\mathbf{D}\right)^{-1}
\end{aligned} \tag{3.4}$$

kde **I** je jednotková matice o rozměrech $n \times n$.

4. Výpočet součtů řádků a sloupců matice **T**.

   Sumy řádků a sloupců matice **T** jsou reprezentovány vektory **r**, resp. **c**:

$$\mathbf{r} = \left[r_i\right]_{n\times 1} = \left(\sum_{j=1}^{n} t_{ij}\right)_{n\times 1}$$
$$\mathbf{c} = \left[c_j\right]_{1\times n} = \left(\sum_{i=1}^{n} t_{ij}\right)_{1\times n}.$$

   Kde $\left[r_i\right]_{1\times n}$ vyjadřuje celkový efekt (přímý i nepřímý), který má kritérium $i$ na ostatní kritéria a tím pádem logicky $\left[c_j\right]_{n\times 1}$ vyjadřuje celkový efekt (dopad), kterým je kritérium $j$ ovlivňován ostatními kritérii.

   V případě, že $i$ je rovno $j$, se také sleduje hodnota $r_i + c_i$, která určuje významnost kritéria v systému a vyjadřuje jeho celkový efekt.

Zkoumá se také hodnota $r_i$ - $c_i$, která v případě, že je pozitivní, vyjadřuje, že dané kritérium ostatní kritéria spíše ovlivňuje a v opačném případě, že je ostatními kritérii spíše ovlivňován.

5. Stanovení prahové hodnoty α.

   Jak již bylo zmíněno, matice **T** zachycuje komplexní vztahy mezi kritérii. Pro přehlednost je třeba očistit ji o nevýznamné vlivy v této matici a tím mít možnost lépe se zaměřit na ty významné. Toho je dosaženo stanovením prahové hodnoty α. Tuto hodnotu lze stanovit několika způsoby. Mohou ji např. stanovit přímo experti, já zde uvádím v praxi často používaný, jednoduchý vypočet pomocí průměru všech hodnot v matici **T**:

$$\alpha = \frac{\sum_{i=1}^{m}\sum_{j=1}^{n} t_{ij}}{N}$$

   kde $N$ je počet prvků v matici **T**.

   V kapitole 4 bude představena modifikace metody DEMATEL, která spočívá v sofistikovanějším způsobu výpočtu α.

   Logicky pak vlivy, které překročí prahovou hodnotu, považujeme za významné, ostatní pak za nevýznamné.

6. Tvorba mapy vlivů.

   Pro vytvoření mapy vlivů **IRM** (z anglického Impact-Relations Map) se používá grafu v klasické kartézské soustavě souřadnic, přičemž každé kritérium je dáno souřadnicemi [X, Y], kde:

$$\begin{aligned} X &= r_i + c_i \\ Y &= r_i - c_i \end{aligned} \tag{3.5}$$

   Je zřejmé, že u složitějších problémů by mapa vlivů byla příliš komplexní až nepřehledná. Proto se v mapě zobrazují pouze ty vlivy, jejichž hodnota v matici **T** je vyšší než prahová hodnota α, stanovená v předchozím kroku. Rozhodovatel také může tuto hodnotu snižovat či zvyšovat na základě preferencí tak, aby pro něj mapa vlivů byla přijatelná.

## 3.2. Aplikace metody DEMATEL

Jak již bylo zmíněno v úvodu práce, budeme zkoumat závislosti mezi kritérii při výběru ojetého auta. Těchto kritérií, které hrají při výběru roli je mnoho, omezil jsem se tedy na celkem 11 kritérií. Tato kritéria jsem rozdělil do čtyř skupin, jak zobrazuje tabulka 3-1.

| Hlavní kritéria | Sub-kritéria |
|---|---|
| **Karoserie** | Velké<br>Malé<br>Rodinné<br>Terénní |
| **Stav** | Stáří<br>Tachometr |
| **Parametry** | Cena<br>Výkon<br>Spotřeba |
| **Vlastnosti** | Pohodlí<br>Spolehlivost |

**Tabulka 3-1**: Rozdělení kritérií do skupin

Jednotlivé skupiny kritérií pak můžeme považovat za hlavní kritéria a ty následně dělit na sub-kritéria. Toto rozdělení je důležité také pro modifikace metody popsané v dalších částech práce. Pomocí metody DEMATEL budeme v tuto chvíli zkoumat pouze vzájemné vlivy čtyř hlavních faktorů. V tabulkách níže jsou tyto 4 faktory často symbolizovány písmeny:

- K – Karoserie, S – Stav, P – Parametry, V - Vlastnosti

Analogicky bychom mohli aplikovat metodu na jednotlivá sub-kritéria. Vazby mezi těmito kritérii jsou však dále zkoumány v kapitole 4.

Roli expertů převzalo 5 kolegů v práci, kterým jsem vysvětlil, jak mají vyplnit matici, aby tím vyjádřili svoje názory, jak velký je přímý vliv kritéria *i* na kritérium *j*, jak bylo popsáno v 1. kroku metody. Matice $\mathbf{X}^k$ pro každého z experta jsou k nahlédnutí v příloze práce. Tyto

| | K | S | P | V |
|---|---|---|---|---|
| **K** | 0 | 0,8 | 3,2 | 2,4 |
| **S** | 0,8 | 0 | 3,4 | 3,6 |
| **P** | 3 | 3,2 | 0 | 3 |
| **V** | 2,4 | 3 | 2,4 | 0 |

**Tabulka 3-2**: Průměrná matice **A**

matice jsem poté agregoval použitím vzorce (3.1), čímž jsem získal průměrnou matici **A**, která je znázorněna v tabulce 3-2.

Pomocí vzorců (3.2) a (3.3) získáme z matice **A** normalizovanou matici přímých vlivů **D**, kterou zobrazuje tabulka 3-3.

| | K | S | P | V |
|---|---|---|---|---|
| **K** | 0,000 | 0,087 | 0,348 | 0,261 |
| **S** | 0,087 | 0,000 | 0,370 | 0,391 |
| **P** | 0,326 | 0,348 | 0,000 | 0,326 |
| **V** | 0,261 | 0,326 | 0,261 | 0,000 |

**Tabulka 3-3**: Normalizovaná matice **D**

Pomocí vztahu (3.4) pak dostaneme matici celkových vlivů **T**. Ta je spolu s hodnotami $r_i$ a $c_j$ zobrazena v tabulce 3-4. V této tabulce jsou také žlutě zvýrazněny hodnoty $t_{ij}$, které přesáhly prahovou hodnotu α. Tu jsme získali aritmetickým průměrem prvků matice **T**, přičemž α = 1,487.

| | K | S | P | V | $r_i$ |
|---|---|---|---|---|---|
| **K** | 0,971 | 1,169 | 1,499 | 1,460 | 5,099 |
| **S** | 1,238 | 1,301 | 1,749 | 1,794 | 6,082 |
| **P** | 1,501 | 1,667 | 1,635 | 1,903 | 6,705 |
| **V** | 1,309 | 1,490 | 1,649 | 1,462 | 5,910 |
| $c_j$ | 5,020 | 5,627 | 6,531 | 6,619 | |

**Tabulka 3-4**: Matice celkových vlivů **T**

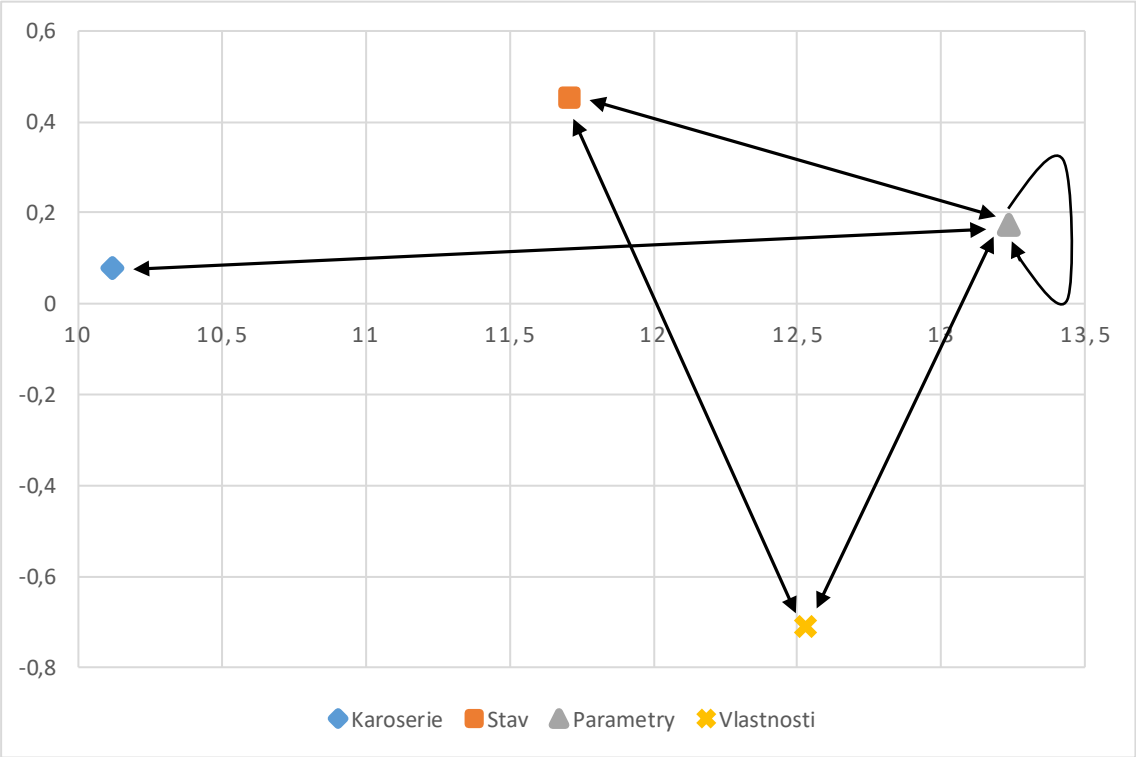
Z této tabulky můžeme také vyčíst, že nejvíce ostatní kritéria ovlivňuje kritérium Parametry s nejvyšší hodnotou $r_i$ = 6,705. Naopak nejvíce ovlivňovaným kritériem je kritérium Karoserie s nevyšší hodnotou $c_i$ = 6,619.

Pro sestavení mapy vlivů IRM je nezbytné stanovit hodnoty X a Y, které určují souřadnice na kartézské soustavě souřadnic. Tyto hodnoty dostaneme pomocí vzorce (3.5) a jsou zobrazeny v tabulce 3-5.

| | $r_i + c_i$ | $r_i - c_i$ |
|---|---|---|
| **Karoserie** | 10,118 | 0,079 |
| **Stav** | 11,709 | 0,455 |
| **Parametry** | 13,236 | 0,175 |
| **Vlastnosti** | 12,530 | -0,709 |

**Tabulka 3-5:** Souřadnice kritérií na mapě vlivů IRM

Mapa vlivů IRM vypadá potom následovně:




**Obrázek 3-2**: Mapa vlivů hlavních kritérií

Na této mapě vidíme, u některých dvojic kritérií obousměrné šipky. To znamená, že se tyto dvojice kritérií ovlivňují navzájem. Jedná se o dvojice:

- Karoserie – Parametry
- Stav - Parametry
- Stav – Vlastnosti

Vyberme tedy jednu z dvojic, např. Stav – Parametry. Dává smysl, že pokud snížím požadavky na stav, musím očekávat zhoršení vlastností. Z pohledu parametrů opět pokud chci lepší parametry, musím se podívat po autu v lepším stavu. Podobně se dají zdůvodnit i ostatní dvojice kritérií, které se navzájem ovlivňují.

Zpětnou vazbu potom můžeme pozorovat u kritéria Parametry. Když se na toto kritérium podíváme detailněji, vidíme, že se skládá ze sub-kritérií Cena, Výkon a Spotřeba. Opět je logické, že se tyto kritéria ovlivňují, tedy existují silné vazby uvnitř, protože např. při snížení výkonu se zlepší spotřeba a naopak, nebo při zvýšení ceny může růst výkon nebo klesat spotřeba.

Metodou DEMATEL jsme tedy získali základní mapu vlivů, kterou můžeme brát jako výchozí a v dalších kapitolách uvidíme, jak se bude měnit aplikací různých modifikací metody.

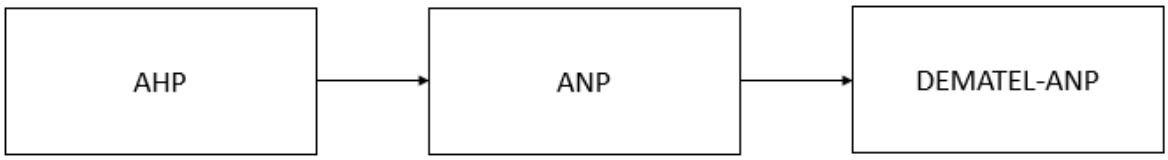
Kompletní výpočet je k nahlédnutí v příloze práce – DEMATEL.xlsx.

# 4. Kombinace metody DEMATEL s metodou ANP a její další modifikace

Jako první se v této kapitole budu věnovat kombinaci metody DEMATEL s metodou ANP. Tuto kombinaci jsem si vybral, protože ANP je v teorii rozhodování často využívanou metodou. Navíc pracuje s vyjádřením vazeb mezi kritérii pomocí sítě, na což lze pohlížet stejně, jako na mapu vlivů IRM, se kterou pracuje DEMATEL.

## 4.1. Metoda DEMATEL-ANP

Abych se mohl podrobněji zabývat kombinací metody DEMATEL s metodou ANP, je nezbytné pochopit metodu ANP. Na začátku této kapitoly je stručný popis metody AHP. Tato metoda je tedy základem a jejím zobecněním získáme metodu ANP, kterou je poté možno rozšířit kombinací s metodou DEMATEL. Na obrázku 4-1 je schéma jak se postupně dostaneme metodě DEMATEL-ANP.




**Obrázek 4-1**: Postup pro získání metody DEMATEL-ANP

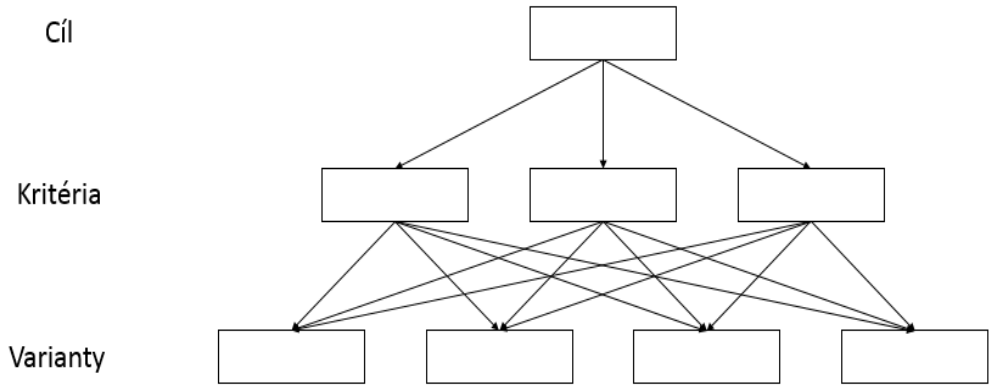
### 4.1.1. AHP

Metoda AHP (Analytic Hierarchy Process) je jedna z nejpoužívanějších a nejznámějších metod vícekriteriálního rozhodování. Byla navržena Saatym v roce 1980 (často nazývána také Saatyho metoda). Je určena pro rozhodovací problémy, které jsou seřazeny do hierarchické struktury, a můžeme ji zařadit mezi metody vycházející z párového srovnání. Její postup se skládá ze tří základních kroků:

1. Definice, analýza a strukturování problému.

   Nejdříve je třeba jasně definovat cíl rozhodování a stanovit všechna významná kritéria a možné varianty. Všechny tyto části systému poté seřadíme do hierarchické struktury. Postupujeme od vrcholu – cíl rozhodovacího problému, až po nejnižší úroveň, která je zpravidla představována jednotlivými variantami.

Nejjednodušší hierarchie je tvořena třemi úrovněmi, jak je znázorněno na obrázku 4-2.




**Obrázek 4-2**: Hierarchická struktura

2. Vyhodnocení jednotlivých částí na základě párových srovnání.

   Na každé úrovni (postupujeme od nejvyšší úrovně po nejnižší) vytvořené hierarchie se vypočítají matice párových srovnání.

3. Agregace výsledků.

   Ze získaných matic jsou vypočítány váhy jednotlivých částí. Syntézou těchto vah dohromady získáme agregované váhy variant a logicky vybereme variantu s největší agregovanou váhou.

Vhodným nástrojem pro získání matic párových srovnání je metoda kvantitativního párového srovnání, kterou navrhl Saaty (odtud také název Saatyho matice). Tento postup spočívá v sestrojení matice **S**, jejíž prvky $s_{ij}$ interpretujeme jako odhady podílů vah prvků úrovní systému. Tyto prvky jsou tvořeny stupnicí 1, 2, …, 9 a jejich reciprokými hodotami.

Platí tedy:

$$
\begin{aligned}
s_{ij} &\approx \frac{v_i}{v_j}, \quad && i, j = 1,2,\ldots,m, \\
s_{ii} &= 1, && i = 1,2,\ldots,m, \\
s_{ji} &= \frac{1}{s_{ij}}, \quad && i, j = 1,2,\ldots,m,
\end{aligned}
$$

kde, $v_i$ a $v_j$ jsou váhy a $m$ je počet prvků dané úrovně systému.

Na základě těchto matic potom získáme váhy jednotlivých částí každé úrovně. Zde je často upředňostňována metoda normalizovaného geometrického průměru – váhy jsou vypočteny jako geometrické průměry řádků každé z matic:

$$v_i = \frac{r_i}{\sum_{i=1}^{m} r_i} = \frac{\sqrt[m]{\prod_{j=1}^{m} s_{ij}}}{\sqrt[m]{\sum_{i=1}^{m}\prod_{j=1}^{m} s_{ij}}}, \quad i = 1,2,\ldots,m$$

kde $v_i$ jsou váhy, $r_i$ jsou geometrické průměry řádků a $s_{ij}$ jsou prvky matice **S**.

Agregace vah se provádí násobením matic jednotlivých úrovní. U nejjednodušší hierarchické struktury bychom matici variant **W** = ($w_{ij}$) vynásobili zprava vektorem vah kritérií, který jsme získali v předchozím kroku. Matice **W** je tvořena vahami jednotlivých variant (řádky) hodnocenými podle jednotlivých kritérií (sloupce). Výpočet agregovaných vah zobrazuje následující vzorec:

$$w_i = \sum_{j=1}^{n} v_j w_{ij}, \quad i = 1,2,\ldots,m$$

Jak již bylo zmíněno, metoda AHP je v rozhodovacích problémech velmi často využívána, což je důsledkem především její jednoduchosti pro rozhodovatele i pro řešitele. Párové srovnávání neklade velké nároky na rozhodovatele v tom smyslu, že je poměrně intuitivní a vyžaduje pouze určení preferovaného prvku ze dvou množných. Matematicky taktéž nevyžaduje žádné speciální znalosti a výpočty, jelikož tak, jak byla popsána výše, pracuje pouze s vektory, maticemi, jejich součiny a geometrickými průměry několika čísel.

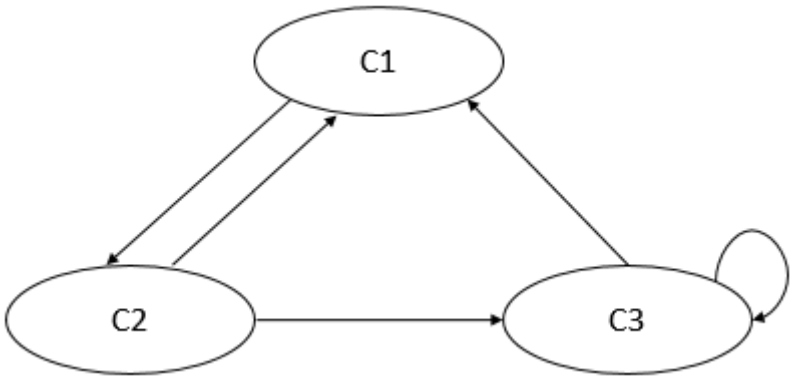
Matematická jednoduchost v sobě však nese úskalí toho, že s každým dalším prvkem (variantou, kritériem) problému roste počet párových srovnání, které je třeba provést. Další nevýhodou je nepochybně nestabilita při zúžení či rozšíření množiny variant. To znamená, že při přidání nebo odebrání varianty se nahodile může měnit i pořadí alternativních variant aniž by byly prováděny změny v párových srovnáních těchto variant. Bylo zjištěno, že tento problém je z velké části způsoben jednosměrnou závislostí úrovní v hierarchickém uspořádáním prvků. V neposlední řadě je také potřeba zmínit, že ne všechny rozhodovací problémy je možné seřadit do hierarchické struktury, aby bylo vůbec možné metodu AHP použít.

### 4.1.2. ANP

Abychom se mohli oprostit od hierarchické struktury, do které v reálném světě není možné rozhodovací problémy často uspořádat, představíme si metodu ANP (Analytic Network Process), která je síťovým zobecněním jednodušší metody AHP. Zde není podmínka pouze jednosměrných závislostí nižších úrovní na vyšších. Naopak tyto závislosti mohou existovat obousměrně a navíc mohou být jednotlivé části závislé i samy na sobě (vnitřní vazby).

Tyto části jsou nazývány **klastry** a jsou do nich seskupeny prvky rozhodovacího problému, které mají podobné vlastnosti (např. varianty, skupiny kritérií). Podmínkou pochopitelně zůstává, že alespoň jeden prvek klastru musí být propojen s prvkem jiného klastru, aby nedošlo k rozdělení problému do více částí. Uskupením prvků do klastrů a jejich propojením vzájemnými závislostmi (**vazbami**) získáme **síť**. O výše zmíněné hierarchické struktuře můžeme mluvit jako o speciálním uspořádání sítě.

Na obrázku 4-3 je zobrazena jednoduchá síť se třemi klastry C1, C2 a C3. V tomto případě je zpětná (oboustranná) vazba mezi klastry C1 a C2. U klastru C3 můžeme pozorovat vnitřní vazbu.




**Obrázek 4-3**: Síť se třemi klastry

**Supermatice**

Speciání matice, zobrazující všechny závislosti prvků na ostatních, je nazývána supermatice. Tyto závislosti jsou stejně jako v případě AHP vyjádřeny metodou párových srovnání, která jsou obsažena v částech sloupců supermatice.

Supermatici značíme **W** a skládá se z $N$ řádků a sloupců. Označme jednotlivé klastry $C_h$, $h = 1, 2, \ldots, N$. Každý klastr se skládá z $n_h$ prvků, které značíme $e_{h1}, e_{h2}, \ldots e_{hn_h}$. Obecně supermatici **W** zobrazuje obrázek 4-4.

$$
\mathbf{W} = \begin{array}{cc}
 & \begin{array}{ccccccccc} & C_1 & & & C_2 & & \cdots & C_N & \end{array} \\
 & \begin{array}{ccccccccc} e_{11} & \cdots & e_{1n_1} & e_{21} & \cdots & e_{2n_2} & & e_{N1} & \cdots & E_{Nn_N} \end{array} \\
\begin{array}{c} C_1 \\ \\ \\ C_2 \\ \\ \\ \vdots \\ \\ \\ C_N \\ \\ \end{array} &
\begin{array}{c} e_{11} \\ \vdots \\ e_{1n_1} \\ e_{21} \\ \vdots \\ e_{2n_2} \\ \\ \\ e_{N2} \\ \vdots \\ e_{Nn_N} \end{array}
\begin{bmatrix}
\mathbf{W}_{11} & & \mathbf{W}_{12} & & \cdots & & \mathbf{W}_{1N} \\
\mathbf{W}_{21} & & \mathbf{W}_{22} & & \cdots & & \mathbf{W}_{2N} \\
\vdots & & \vdots & & & & \vdots \\
\mathbf{W}_{N1} & & \mathbf{W}_{N2} & & \cdots & & \mathbf{W}_{NN}
\end{bmatrix}
\end{array}
$$

**Obrázek 4-4**: Supermatice

Celá supermatice se skládá z bloků $\mathbf{W}_{ij}$ – matic, které porovnávají prvky klastru $i$ s prvky klastru $j$. Příklad takové matice nalezneme níže. Svojí strukturou odpovídají matici **W** z metody AHP. Jestliže je matice $\mathbf{W}_{ij}$ nulová, znamená to, že mezi prvky klastru $i$ a $j$ neexistují žádné vazby. V opačném případě je součet prvků v každém sloupci takové matice roven jedné – jsou sloupcově stochastické. Součet prvků ve sloupcích supermatice je tedy logicky roven počtu porovnávaných klastrů.

$$
\mathbf{W}_{ij} = \begin{bmatrix}
W_{i1}^{(j_1)} & W_{i1}^{(j_2)} & \cdots & W_{i1}^{(jn_j)} \\
W_{i2}^{(j_1)} & W_{i2}^{(j_2)} & \cdots & W_{i2}^{(jn_j)} \\
\vdots & \vdots & \ddots & \vdots \\
W_{in_i}^{(j1)} & W_{in_i}^{(j2)} & \cdots & W_{in_i}^{(jn_j)}
\end{bmatrix}
$$

Výše bylo zmíněno, že hierarchickou strukturu rozhodovacího problému lze chápat jako speciální případ obecnějšího síťového uspořádání. V následujícím obrázku 4-5 je znázorněna obecná supermatice této hierarchické struktury. Jak je na obrázku vidět, nenulové jsou pouze bloky na diagonále pod hlavní diagonálou, což odpovídá uspořádání závislostí od nejvyšší úrovně po nejnižší.

$$
W = \begin{array}{cc}
 & \begin{array}{cccccc} C_1 & C_2 & \cdots & C_{N-2} & C_{N-1} & C_N \\ e_{11}\cdots e_{1n_1} & e_{21}\cdots e_{2n_2} & & e_{(N-2)1}\cdots e_{(N-2)n_{N-2}} & e_{(N-1)1}\cdots e_{(N-1)n_{N-1}} & e_{N1}\cdots e_{Nn_N} \end{array} \\
\begin{array}{c} C_1 \\ \\ \\ C_2 \\ \\ \\ C_N \\ \\ \end{array} \begin{array}{c} e_{11} \\ \vdots \\ e_{1n_1} \\ e_{21} \\ \vdots \\ e_{2n_2} \\ \vdots \\ e_{N1} \\ \vdots \\ e_{Nn_N} \end{array} &
\begin{bmatrix}
0 & 0 & \cdots & 0 & 0 & 0 \\
W_{21} & 0 & \cdots & 0 & 0 & 0 \\
0 & W_{32} & \cdots & 0 & 0 & 0 \\
\vdots & \vdots & \cdots & \vdots & \vdots & \vdots \\
0 & 0 & \cdots & W_{n-1,\,n-2} & 0 & 0 \\
0 & 0 & \cdots & 0 & W_{n,\,n-1} & I
\end{bmatrix}
\end{array}
$$

**Obrázek 4-5**: Supermatice hierarchické struktury

Vyjádřením párových srovnání všech prvků uspořádaných do klastru a jejich zanesením do supermatice jsme získali tzv. neváženou supermatici. Postup, který navrhl Saaty, vyžaduje její vyvážení, což znamená její transformaci do sloupcově stochastické matice – součet každého sloupce musí být roven jedné. Váženou supermatici označme $\mathbf{W}_w$.

Nejjednodušším postupem je rozdělení každého sloupce mezi počet klastrů, které jsou v něm obsaženy, rovným dílem. To znamená, že všechny klastry jsou stejně významné – jejich váhy jsou si rovny. Sofistikovanějším postupem je sestavení jejich párových srovnání do matice a získanými vahami poté vynásobit příslušné bloky supermatice. Druhý postup je zpravidla upředňostňován, jelikož jednotlivé klastry mají v reálném světě většinou rozdílnou významnost.

Získaná supermatice nám popisuje přímé vazby mezi klastry. Abychom zjistili celkové vlivy všech klastrů, musíme supermatici umocnit na dostatečně velké číslo. Postupným umocňováním se budou v matici projevovat také nepřímé, zprostředkované vlivy. Postupně se

hodnoty v matici ustálí – získáme limitní matici. V této matici jsou si všechny sloupce rovny a vyjadřují globální priority prvků rozhodovacího problému.

Nyní tedy máme položeny základy metody ANP a můžeme se podívat, jak se dá rozšířit využitím metody DEMATEL.

### 4.1.3. DEMATEL-ANP

Na úplném začátku metody ANP bylo popsáno spojení prvků do klastrů a jejich následné propojení vazbami, abychom uspořádali problém do síťové struktury, která nám poskytuje přehledné schéma celého problému.

V kapitole, kde byly popsány kroky metody DEMATEL, byl jedním z výsledků použití této metody sestavení mapy vlivů - IRM. Tato mapa vlivů není nic jiného, než síťové zobrazení rozhodovacího problému, takže pro uspořádání problému do sítě můžeme použít tuto metodu.

Dalším využitím metody DEMATEL v postupu, který nám nabízí metoda ANP, je určení vah klastrů pomocí DEMATEL. Váhy klastrů jsou poté využity k normalizaci supermatice **W**, jak bylo popsáno v předchozí kapitole.

Mapu vlivů jsme sestrojili na základě matice **T**, která představuje celkové vlivy mezi všemi faktory (v případě metody ANP se jedná o klastry) rozhodovacího problému. Tuto matici je nutné nejdříve upravit na matici $\mathbf{T}_\alpha$. To provedeme na základě prahové hodnoty α tak, že všechny prvky této matice $t_{ij}^{\alpha}$ jsou rovny nule v případě, že je jejich hodnota nižší, než α. To znamená, že klastr *i* má na klastr *j* malý, zanedbatelný vliv. Transformace matice **T** na matici $\mathbf{T}_\alpha$ pak vypadá následovně.

$$\mathbf{T}_\alpha = \begin{bmatrix} t_{11}^{\alpha} & \cdots & t_{1j}^{\alpha} & \cdots & t_{1n}^{\alpha} \\ \vdots & & \vdots & & \vdots \\ t_{i1}^{\alpha} & \cdots & t_{ij}^{\alpha} & \cdots & t_{in}^{\alpha} \\ \vdots & & \vdots & & \vdots \\ t_{n1}^{\alpha} & \cdots & t_{nj}^{\alpha} & \cdots & t_{nn}^{\alpha} \end{bmatrix} \quad \rightarrow \quad d_1 = \sum_{j=1}^{n} t_{1j}^{\alpha} \tag{4.1}$$

Platí tedy:

$$t_{ij}^{\alpha} = 0, \quad \text{když} \quad t_{ij} < \alpha, \quad \text{jinak} \quad t_{ij}^{\alpha} = t_{ij} \tag{4.2}$$

Matici $\mathbf{T}_\alpha$ je poté třeba znormalizovat tak, aby součet všech řádků byl roven jedné. Toho dosáhneme vydělením všech prvků na každém řádku hodnotou $d_i$, která je řádkovým součtem prvků této matice:

$$d_i = \sum_{j=1}^{n} t_{ij}^{\alpha} \ .$$

Postup získání normalizované matice $\mathbf{T}_s$ vypadá následovně:

$$\mathbf{T}_s = \begin{bmatrix} t_{11}^{\alpha}/d_1 & \cdots & t_{1j}^{\alpha}/d_1 & \cdots & t_{1n}^{\alpha}/d_1 \\ \vdots & & \vdots & & \vdots \\ t_{i1}^{\alpha}/d_i & \cdots & t_{ij}^{\alpha}/d_i & \cdots & t_{in}^{\alpha}/d_i \\ \vdots & & \vdots & & \vdots \\ t_{n1}^{\alpha}/d_n & \cdots & t_{nj}^{\alpha}/d_n & \cdots & t_{nn}^{\alpha}/d_n \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} t_{11}^{s} & \cdots & t_{1j}^{s} & \cdots & t_{1n}^{s} \\ \vdots & & \vdots & & \vdots \\ t_{i1}^{s} & \cdots & t_{ij}^{s} & \cdots & t_{in}^{s} \\ \vdots & & \vdots & & \vdots \\ t_{n1}^{s} & \cdots & t_{nj}^{s} & \cdots & t_{nn}^{s} \end{bmatrix}. \tag{4.3}$$

Nyní můžeme použít matici $\mathbf{T}_s$ k získání vážené supermatice $\mathbf{W}_w$ a to tak, že každým jejím prvkem $t_{ij}^{s}$ vynásobíme jednotlivé bloky $\mathbf{W}_{ij}$ nevyvážené supermatice $\mathbf{W}$, jak je znázorněno v následující matici:

$$\mathbf{W}_w = \begin{bmatrix} t_{11}^{s} \times W_{11} & t_{21}^{s} \times W_{12} & \cdots & \cdots & t_{1n}^{s} \times W_{1n} \\ t_{12}^{s} \times W_{21} & t_{22}^{s} \times W_{22} & \vdots & & \vdots \\ \vdots & \cdots & t_{ji}^{s} \times W_{ij} & \cdots & t_{in}^{s} \times W_{in} \\ \vdots & & \vdots & & \vdots \\ t_{1n}^{s} \times W_{n1} & t_{2n}^{s} \times W_{n2} & \cdots & \cdots & t_{nn}^{s} \times W_{nn} \end{bmatrix}. \tag{4.4}$$

Umocněním matice $\mathbf{W}_w$ na dostatečně velké číslo pak získáme vektor globálních priorit, stejně jako u klasické metody ANP.

## 4.2. Aplikace metody DEMATEL-ANP

Prvním krokem u této metody je spojení prvků, v mém případě kritérií do klastrů a jejich propojení vzájemnými vazbami. V kapitole 3 bylo uvedeno celkem 11 sub-kritérií, které byly rozděleny do čtyř skupin – hlavní kritéria. Toto rozdělení výborně poslouží při aplikaci DEMATEL-ANP, jelikož hlavní kritéria zde představují klastry, do kterých jsou seskupena jednotlivá sub-kritéria. Jako síťové zobrazení vazeb mezi klastry použijeme mapu vlivů, kterou jsme získali také v předchozí kapitole a je znázorněna na obrázku 3-2.

Nyní přejdeme k sestavení supermatice. K tomu je nezbytné určit párová srovnání pro všechna sub-kritéria, mezi kterými existují vazby. Zde je nutné zmínit, že tato párová srovnání jsem prováděl s kolegy skupinově, jelikož jejich stanovení není někdy jednoduché ani pro člověka, který je v tomto oboru odborníkem. Je třeba stanovit priority mezi sub-kritérii ve vztahu k jiným sub-kritériím a těchto srovnání je zpravidla hodně. V tomto aplikačním příkladu, při využití mapy vlivů jich bylo celkem 24.

Zde uvedu jeden příklad párového srovnání mezi sub-kritérii klastru Karoserie vztažená k sub-kritériu Rodinné z klastru Vlastnosti – viz tabulka 4-1. Ostatní párová srovnání jsou k nahlédnutí v příloze práce.

| **Rodinné** | Cena | Výkon | Spotřeba | ri | vi |
|---|---|---|---|---|---|
| Cena | 1 | 7 | 2 | 2,410 | 0,603 |
| Výkon | 1/7 | 1 | 1/4 | 0,329 | 0,082 |
| Spotřeba | 1/2 | 4 | 1 | 1,260 | 0,315 |
| | | | | 3,999 | |

**Tabulka 4-1**: Ukázka párového srovnání

Vidíme, že u rodinného auta byla vyhodnocena cena jako výrazně důležitější kritérium, než je výkon a jen mírně důležitější než spotřeba. Spotřeba byla potom určena jako důležitější než výkon.

Kompletní sestavenou supermatici **W** pak ukazuje tabulka 4-3.

Nyní je možné přejít k vyvážení supermatice. Nejprve pomocí vzorců (4.1) a (4.2) získáme matici $\mathbf{T}_\alpha$. Ta vypadá následovně:

| | **K** | **S** | **P** | **V** |
|---|---|---|---|---|
| **K** | 0,000 | 0,000 | 1,499 | 0,000 |
| **S** | 0,000 | 0,000 | 1,749 | 1,794 |
| **P** | 1,501 | 1,667 | 1,635 | 1,903 |
| **V** | 0,000 | 1,490 | 1,649 | 0,000 |

**Tabulka 4-2**: Matice $\mathbf{T}_\alpha$

| | | Karoserie | | | | Stav | |
|---|---|---|---|---|---|---|---|
| | | Velké | Malé | Rodinné | Terénní | Stáří | Tachometr |
| **Karoserie** | Velké | 0,000 | 0,000 | 0,000 | 0,000 | 0,000 | 0,000 |
| | Malé | 0,000 | 0,000 | 0,000 | 0,000 | 0,000 | 0,000 |
| | Rodinné | 0,000 | 0,000 | 0,000 | 0,000 | 0,000 | 0,000 |
| | Terénní | 0,000 | 0,000 | 0,000 | 0,000 | 0,000 | 0,000 |
| **Stav** | Stáří | 0,000 | 0,000 | 0,000 | 0,000 | 0,000 | 0,000 |
| | Tachometr | 0,000 | 0,000 | 0,000 | 0,000 | 0,000 | 0,000 |
| **Parametry** | Cena | 0,582 | 0,717 | 0,603 | 0,582 | 0,726 | 0,683 |
| | Výkon | 0,109 | 0,078 | 0,082 | 0,309 | 0,102 | 0,117 |
| | Spotřeba | 0,309 | 0,205 | 0,315 | 0,109 | 0,172 | 0,200 |
| **Vlastnosti** | Pohodlí | 0,000 | 0,000 | 0,000 | 0,000 | 0,167 | 0,200 |
| | Spolehlivost | 0,000 | 0,000 | 0,000 | 0,000 | 0,833 | 0,800 |

| | | Parametry | | | Vlastnosti | |
|---|---|---|---|---|---|---|
| | | Cena | Výkon | Spotřeba | Pohodlí | Spolehlivost |
| **Karoserie** | Velké | 0,134 | 0,308 | 0,185 | 0,000 | 0,000 |
| | Malé | 0,642 | 0,045 | 0,647 | 0,000 | 0,000 |
| | Rodinné | 0,169 | 0,143 | 0,116 | 0,000 | 0,000 |
| | Terénní | 0,056 | 0,503 | 0,052 | 0,000 | 0,000 |
| **Stav** | Stáří | 0,167 | 0,750 | 0,857 | 0,250 | 0,667 |
| | Tachometr | 0,833 | 0,250 | 0,143 | 0,750 | 0,333 |
| **Parametry** | Cena | 0,808 | 0,167 | 0,256 | 0,183 | 0,582 |
| | Výkon | 0,062 | 0,740 | 0,073 | 0,701 | 0,109 |
| | Spotřeba | 0,130 | 0,094 | 0,671 | 0,115 | 0,309 |
| **Vlastnosti** | Pohodlí | 0,414 | 0,889 | 0,750 | 0,000 | 0,000 |
| | Spolehlivost | 0,586 | 0,111 | 0,250 | 0,000 | 0,000 |

**Tabulka 4-3**: Supermatice W

Z matice $\mathbf{T}_\alpha$ potom pomocí vztahu (4.3) dostaneme váženou matici $\mathbf{T}_s$, která je zobrazena v tabulce 4-4.

| | K | S | P | V |
|---|---|---|---|---|
| **K** | 0,000 | 0,000 | 1,000 | 0,000 |
| **S** | 0,000 | 0,000 | 0,494 | 0,506 |
| **P** | 0,224 | 0,249 | 0,244 | 0,284 |
| **V** | 0,000 | 0,475 | 0,525 | 0,000 |

**Tabulka 4-4**: Matice $\mathbf{T}_s$

Pomocí matice $\mathbf{T}_s$ a vzorce (4.4) je nyní možné spočítat váženou supermatici $\mathbf{W}_w$. Kvůli velikosti zde matici neuvádím, nicméně je k nahlédnutí v příloze. Umocněním této matice na dostatečně velké číslo získáme limitní matici, jejíž sloupce jsou stejné a představují vektor globálních priorit. Tato matice je obsažena v tabulce 4-5.

| | | **Karoserie** | | | | **Stav** | |
|---|---|---|---|---|---|---|---|
| | | Velké | Malé | Rodinné | Terénní | Stáří | Tachometr |
| **Karoserie** | Velké | 0,018 | 0,018 | 0,018 | 0,018 | 0,018 | 0,018 |
| | Malé | 0,052 | 0,052 | 0,052 | 0,052 | 0,052 | 0,052 |
| | Rodinné | 0,015 | 0,015 | 0,015 | 0,015 | 0,015 | 0,015 |
| | Terénní | 0,014 | 0,014 | 0,014 | 0,014 | 0,014 | 0,014 |
| **Stav** | Stáří | 0,105 | 0,105 | 0,105 | 0,105 | 0,105 | 0,105 |
| | Tachometr | 0,118 | 0,118 | 0,118 | 0,118 | 0,118 | 0,118 |
| **Parametry** | Cena | 0,255 | 0,255 | 0,255 | 0,255 | 0,255 | 0,255 |
| | Výkon | 0,088 | 0,088 | 0,088 | 0,088 | 0,088 | 0,088 |
| | Spotřeba | 0,098 | 0,098 | 0,098 | 0,098 | 0,098 | 0,098 |
| **Vlastnosti** | Pohodlí | 0,094 | 0,094 | 0,094 | 0,094 | 0,094 | 0,094 |
| | Spolehlivost | 0,144 | 0,144 | 0,144 | 0,144 | 0,144 | 0,144 |

| | | **Parametry** | | | **Vlastnosti** | |
|---|---|---|---|---|---|---|
| | | Cena | Výkon | Spotřeba | Pohodlí | Spolehlivost |
| **Karoserie** | Velké | 0,018 | 0,018 | 0,018 | 0,018 | 0,018 |
| | Malé | 0,052 | 0,052 | 0,052 | 0,052 | 0,052 |
| | Rodinné | 0,015 | 0,015 | 0,015 | 0,015 | 0,015 |
| | Terénní | 0,014 | 0,014 | 0,014 | 0,014 | 0,014 |
| **Stav** | Stáří | 0,105 | 0,105 | 0,105 | 0,105 | 0,105 |
| | Tachometr | 0,118 | 0,118 | 0,118 | 0,118 | 0,118 |
| **Parametry** | Cena | 0,255 | 0,255 | 0,255 | 0,255 | 0,255 |
| | Výkon | 0,088 | 0,088 | 0,088 | 0,088 | 0,088 |
| | Spotřeba | 0,098 | 0,098 | 0,098 | 0,098 | 0,098 |
| **Vlastnosti** | Pohodlí | 0,094 | 0,094 | 0,094 | 0,094 | 0,094 |
| | Spolehlivost | 0,144 | 0,144 | 0,144 | 0,144 | 0,144 |

**Tabulka 4-5**: Limitní supermatice

V této matici jsou tedy obsaženy výsledné váhy všech kritérií získané metodou DEMATEL-ANP. Nejvyšší váhu zde má kritérium Cena s hodnotou 0,255. To je poměrně logický a očekávaný výsledek, jelikož cena auta ovlivňuje výběr asi nejvíce. Přestože bychom si občas přáli vyšší hodnoty u jiných kritérií, abychom měli z auta vyšší užitek, je cena většinou limitujícím faktorem. Jako další v pořadí je kritérium Spolehlivost s hodnotou váhy 0,144. To je poměrně překvapující výsledek, jelikož jsem očekával, že po ceně budou následovat kritéria

Stáří a Tachometr, které jsou při výběru auta taktéž rozhodující. Tyto kritéria jsou však s vahami 0,105 a 0,118 také poměrně vysoko. Nejnižší váhy mají pak kritéria ze skupiny Karoserie. Jedním z důvodů tohoto výsledku bude zřejmě fakt, že na tato kritéria lze nahlížet spíše jako na varianty než jako na kritéria. Když se podíváme na váhy hlavních kritérií, nejdůležitějším je s celkovou vahou 0,441 jednoznačně kritérium Parametry, což je z mého pohledu poměrně logické. Tento výsledek potvrzuje i zpětná vazba, která zde byla zjištěna u aplikace klasické metody DEMATEL.

Všechna párová srovnání, matice a výsledky jsou obsaženy v příloze této práce – DEMATEL-ANP.xlsx.

## 4.3. Metoda fuzzy DEMATEL

Další modifikací, která je často využívána v souvislosti s metodou DEMATEL, je její propojení s fuzzy teoriemi. Jelikož tato metoda pracuje s pojmy jako fuzzy množiny a fuzzy čísla, je nezbytné si tyto pojmy nejprve vysvětlit. První podkapitola se tedy bude zabývat teorií fuzzy množin. V té další budou tyto poznatky uplatněny v kombinaci s metodou DEMATEL a bude podrobněji popsána její modifikovaná metoda – Fuzzy DEMATEL.

### 4.3.1. Fuzzy teorie

S touto teorií poprvé přišel Lofti A. Zadeh ve své publikaci Fuzzy sets, která přináší jakési rozšírení teorie klasických množin. Výraz **fuzzy**, pocházející z angličtiny, znamená v překladu nejasný, rozmazaný, neostrý. Zadeh věřil, že v reálném světě, není vše striktně rozděleno, jako v klasické teorii množin, která předpokládá, že můžeme s určitostí určit, zdali do množiny nějaký prvek náleží, či nikoliv. U fuzzy množin hovoříme spíše o míře, kterou do ní její prvky náleží. Zatímco tedy u klasických množin rozlišujeme příslušnost prvku k určité množině hodnotami 0 a 1, u fuzzy množin je tato příslušnost prvku k množině dána hodnotou na intervalu $\langle 0, 1 \rangle$.

Hlavním účelem příchodu této teorie je vágnost lidského myšlení a rozhodování. Po rozhodovateli je požadováno určitým způsobem agregovat veškeré získané zkušenosti, poznatky, subjektivní názory a pocity. Vyjádření tohoto je ale beze sporu jednodušší mluveným slovem, než v určité číselné podobě, která je v běžných postupech požadována. Právě pro převod těchto subjektivních postojů do numerické podoby budou použita fuzzy čísla, konkrétně trojúhelníková fuzzy čísla.

V textu níže tedy bude následovat několik definicí a pojmů k fuzzy teorii.

Uvažujme obecnou množinu $X$, kterou také nazýváme univerzum. Nechť $A$ je fuzzy podmnožinou univerza $A$, popsanou funkcí

$$\mu_A : X \to \langle 0,1 \rangle .$$

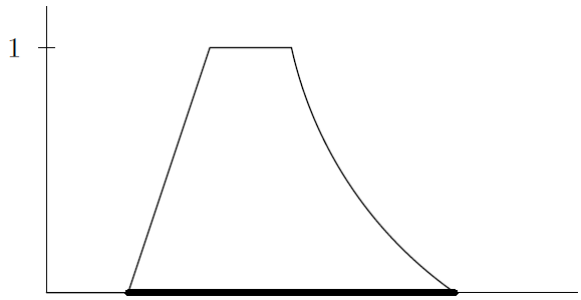
Funkce $\mu_A$ je také nazývána příslušností fuzzy množiny, přičemž funkční hodnotu této funkce $\mu_A(x)$ nazýváme stupeň příslušnosti prvku $x$ k množině $A$. Jinými slovy určuje, do jaké míry prvek $x$ patří do množiny $A$:

$\mu_A(x) = 0$ → prvek nepatří do množiny $A$,

$\mu_A(x) = 1$ → prvek patří do množiny $A$,

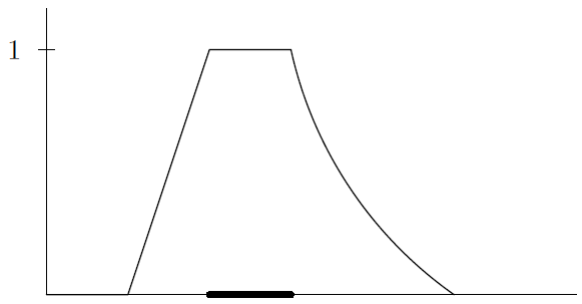
$0 < \mu_A(x) < 1$ → prvek částečně patří do množiny $A$.

- *Supp A* nazýváme nosič fuzzy množiny $A$, přičemž *Supp A* = $\{x, \mu_A(x) > 0\}$. Nosič fuzzy množiny je zobrazen na obrázku 4-4.



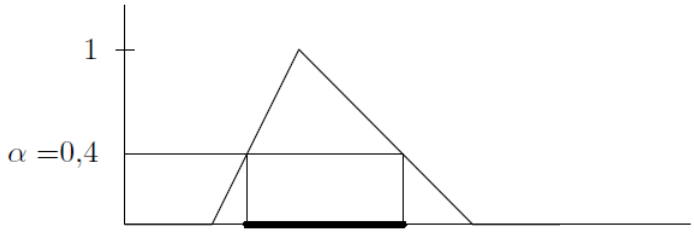

**Obrázek 4-4**: Nosič množiny

- *Ker A* nazýváme jádro fuzzy množiny $A$, přičemž *Ker A* = $\{x, \mu_A(x) = 1\}$. Jádro fuzzy množiny zobrazuje obrázek 4-5.




**Obrázek 4-5**: Jádro fuzzy množiny

- $A_\alpha$ nazýváme $\alpha$-řez fuzzy množiny $A$, přičemž přičemž $A_\alpha = \{x, \mu_A(x) > \alpha\}$ a zároveň $\alpha \in \langle 0, 1 \rangle$ . $\alpha$-řez fuzzy množiny nalezneme na obrázku 4-6.




**Obrázek 4-6**: $\alpha$-řez fuzzy množiny

## 4.3.2. Fuzzy čísla

Fuzzy čísla jsou speciálním případem fuzzy množin na množině reálných čísel. Fuzzy množinu $N$ na množině reálných čísel $R$ můžeme nazývat fuzzy číslem, pokud platí:

a) *Ker C* je neprázdná množina.

b) $C_\alpha$ je uzavřený interval pro všechna $\alpha \in \langle 0, 1 \rangle$.

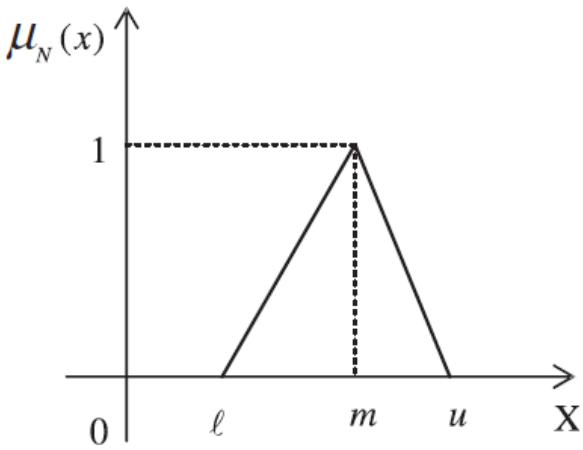
c) *Supp C* je omezená množina.

Trojúhelníkové fuzzy číslo $N$ můžeme definovat jako trojici $(l, m, u)$, přičemž funkce příslušnosti je

$$\mu_N(x) = \begin{cases} 0, & x < l, \\ (x-l)/(m-l), & l \le x \le m, \\ (u-x)/(u-m), & m \le x \le u, \\ 0, & x > u, \end{cases}$$

kde $l$, $m$ a $u$ jsou reálná čísla a zároveň $l \le m \le u$.

Na obrázku 4-6 je obecně znázorněno trojúhelníkové fuzzy číslo $N$ v grafické podobě.




**Obrázek** 4-6: Trojúhelníkové fuzzy číslo

Dále je nezbytné zmínit některé operace s fuzzy čísly, které budou využity níže při metodě fuzzy DEMATEL .

a) Nechť $N = (l, m, u)$ je trojúhelníkové fuzzy číslo a $k > 0$ je jakékoliv kladné číslo. Pak

$$k \times N = (kl, km, ku).$$

b) Nechť $N_1 = (l_1, m_1, u_1)$ a $N_2 = (l_2, m_2, u_2)$ jsou dvě trojúhelníková fuzzy čísla. Pak

$$N_1 \oplus N_2 = (l_1 + l_2, m_1 + m_2, u_1 + u_2)$$

### 4.3.3. CFCS

Při praktických aplikacích fuzzy teorie je často potřeba v některé fázi výpočtů transformovat fuzzy čísla na normální ne-fuzzy hodnoty. Závěrem této podkapitoly se tedy podíváme na CFCS (Converting Fuzzy numbers into Crisp Scores) nejpoužívanější metodu, která je v procesu tzv. deffuzifikace využívána.

Nechť

$$N_k = (l_k, m_k, u_k); \quad k = 1,2,...,n,$$

jsou pozitivní trojúhelníková fuzzy čísla a $N_k^{\text{def}}$ reprezentují jejich ne-fuzzy hodnoty.

Dále vypočteme:

$$L = \min(l_k); \quad R = \max(u_k); \quad k = 1,2,...,n \quad \text{a} \quad \Delta = R - L. \tag{4.5}$$

Pak

$$N_k^{\text{def}} = L + \Delta \times \frac{(m-L)(\Delta+u-m)^2(R-l)+(u-L)^2(\Delta+m-l)^2}{(\Delta+m-l)(\Delta+u-m)^2(R-l)+(u-L)(\Delta+m-l)^2(\Delta+u-m)}. \tag{4.6}$$

## 4.3.4. FUZZY DEMATEL

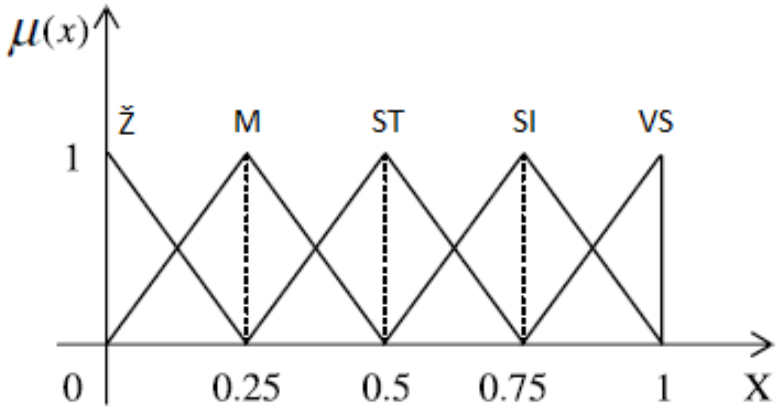
Následující text je se věnuje modifikované metodě DEMATEL s využitím fuzzy teorie a podrobnému popisu jejích jednotlivých kroků.

1. Sběr dat od expertů

   Opět uvažujeme $n$ faktorů a $p$ expertů. Podobně, jako u klasické metody DEMATEL, je po expertech požadováno, aby posoudili, jak velký je přímý vliv faktoru $i$ na faktor $j$. Rozdíl je zde v tom, že tyto vztahy nejsou vyjádřeny čísly na stupnici od nuly do čtyř, jak bylo popsáno v kapitole 3, nýbrž fuzzy čísly. Následující tabulka tedy přiřazuje ke každému slovnímu ohodnocení expertů pozitivní trojúhelníkové fuzzy číslo:

| Hodnocení experta | Fuzzy číslo |
|---|---|
| Žádný vliv (Ž) | (0; 0; 0,25) |
| Mírný vliv (M) | (0; 0,25; 0,5) |
| Střední vliv (ST) | (0,25; 0,5; 0,75) |
| Silný vliv (SI) | (0,5; 0,75; 1) |
| Velmi silný vliv (VS) | (0,75; 1; 1) |

Tuto stupnici můžeme zobrazit také v grafické podobě, jak je možno vidět na obrázku 4-7.




**Obrázek** 4-7: Stupnice míry vlivu podle expertů v grafické podobě

Pro každého experta tedy získáme počáteční matici přímých vlivů **Z**:

$$\mathbf{Z}^{\langle k \rangle} = \begin{bmatrix} 0 & z_{12}^{\langle k \rangle} & \cdots & z_{1n}^{\langle k \rangle} \\ z_{21}^{\langle k \rangle} & 0 & \cdots & z_{2n}^{\langle k \rangle} \\ \vdots & \vdots & \ddots & \vdots \\ z_{n1}^{\langle k \rangle} & z_{n2}^{\langle k \rangle} & \cdots & 0 \end{bmatrix}, \quad k = 1,2,\ldots,p\,.$$

Přičemž každý prvek této matice je pozitivní trojúhelníkové fuzzy číslo:

$$z_{ij}^{\langle k \rangle} = (l_{ij}^{\langle k \rangle}, m_{ij}^{\langle k \rangle}, u_{ij}^{\langle k \rangle})\,.$$

Stejně tak prvky na hlavní diagonále $z_{ii}^{\langle k \rangle}$ jsou fuzzy čísla (0, 0, 0).

2. Získání normalizované fuzzy matice přímých vlivů.

Nejprve vypočteme hodnoty $r^{\langle k \rangle}$, které získáme ze vztahu:

$$r^{\langle k \rangle} = \max_{1 \le i \le n} \left( \sum_{j=1}^{n} u_{ij}^{\langle k \rangle} \right). \tag{4.7}$$

Normalizovaná fuzzy matice $\mathbf{X}^{\langle k \rangle}$, která vyjadřuje přímé vlivy faktorů *k*-tého experta, je dána:

$$\mathbf{X}^{\langle k \rangle} = \begin{bmatrix} x_{11}^{\langle k \rangle} & x_{12}^{\langle k \rangle} & \cdots & x_{1n}^{\langle k \rangle} \\ x_{21}^{\langle k \rangle} & x_{22}^{\langle k \rangle} & \cdots & x_{2n}^{\langle k \rangle} \\ \vdots & \vdots & \ddots & \vdots \\ x_{n1}^{\langle k \rangle} & x_{n2}^{\langle k \rangle} & \cdots & x_{nn}^{\langle k \rangle} \end{bmatrix}, \quad k = 1,2,\ldots,p,$$

kde

$$x_{ij}^{\langle k \rangle} = \frac{z_{ij}^{\langle k \rangle}}{r^{\langle k \rangle}} = \left( \frac{l_{ij}^{\langle k \rangle}}{r^{\langle k \rangle}}, \frac{m_{ij}^{\langle k \rangle}}{r^{\langle k \rangle}}, \frac{u_{ij}^{\langle k \rangle}}{r^{\langle k \rangle}} \right). \tag{4.8}$$

Je zde předpoklad, že existuje alespoň jedno $i$, pro které platí $\sum_{j=1}^{n} u_{ij}^{\langle k \rangle} < r^{\langle k \rangle}$. Tento předpoklad však v praktických úlohách zpravidla bývá splňen.

3. Výpočet průměrné matice X.

Pro výpočet průměrné matice X použijeme vztah

$$\mathbf{X} = \frac{\mathbf{X}^{\langle 1 \rangle} \oplus \mathbf{X}^{\langle 2 \rangle} \oplus \ldots \oplus \mathbf{X}^{\langle p \rangle}}{p}. \tag{4.9}$$

Tato matice pak vypadá následovně:

$$\mathbf{X} = \begin{bmatrix} x_{11} & x_{12} & \cdots & x_{1n} \\ x_{21} & x_{22} & \cdots & x_{2n} \\ \vdots & \vdots & \ddots & \vdots \\ x_{n1} & x_{n2} & \cdots & x_{nn} \end{bmatrix} \quad \text{kde} \quad x_{ij} = \frac{\sum_{k=1}^{p} x_{ij}^{\langle k \rangle}}{p}.$$

Získali jsme tím agregovaná data od expertů. Všimněme si, že na rozdíl od klasické metody DEMATEL, kde se nejprve agregovaly počáteční matice a až poté normalizovaly, je v případě fuzzy DEMATEL zvolen opačný postup.

4. Sestavení matice celkových vlivů T.

Stejně jako v kapitole 3 předpokládáme:

$$\lim_{w \to \infty} \mathbf{X}^{w} = 0$$

Jelikož prvky matice $\mathbf{X}^{w}$ jsou tvořeny trojúhlníkovými fuzzy čísly, neboli $x_{ij} = (l_{ij}, m_{ij}, u_{ij})$, můžeme fuzzy matici $X$ z předchozího kroku rozpadnout na 3 různé, ne-fuzzy matice:

$$\mathbf{X}_l = \begin{bmatrix} 0 & l_{12} & \cdots & l_{1n} \\ l_{21} & 0 & \cdots & l_{2n} \\ \vdots & \vdots & \ddots & \vdots \\ l_{n1} & l_{n2} & \cdots & 0 \end{bmatrix}$$

$$\mathbf{X}_m = \begin{bmatrix} 0 & m_{12} & \cdots & m_{1n} \\ m_{21} & 0 & \cdots & m_{2n} \\ \vdots & \vdots & \ddots & \vdots \\ m_{n1} & m_{n2} & \cdots & 0 \end{bmatrix}$$

$$\mathbf{X}_u = \begin{bmatrix} 0 & u_{12} & \cdots & u_{1n} \\ u_{21} & 0 & \cdots & u_{2n} \\ \vdots & \vdots & \ddots & \vdots \\ u_{n1} & u_{n2} & \cdots & 0 \end{bmatrix}$$

$\mathbf{X}^w$ značíme matici, která může být vyjádřena jako:

$$\mathbf{X}^w = \begin{bmatrix} x_{11}^{(w)} & x_{12}^{(w)} & \cdots & x_{1n}^{(w)} \\ x_{21}^{(w)} & x_{22}^{(w)} & \cdots & x_{1n}^{(w)} \\ \vdots & \vdots & \ddots & \vdots \\ x_{n1}^{(w)} & x_{n2}^{(w)} & \cdots & x_{nn}^{(w)} \end{bmatrix}, \quad \text{kde} \quad x_{ij}^{(w)} = \left(l_{ij}^{(w)}, m_{ij}^{(w)}, u_{ij}^{(w)}\right).$$

Analogicky tato matice může být vyjádřena jako 3 ne-fuzzy matice:

$$\left[l_{ij}^{(w)}\right] = \begin{bmatrix} l_{11}^{(w)} & l_{12}^{(w)} & \cdots & l_{1n}^{(w)} \\ l_{21}^{(w)} & l_{22}^{(w)} & \cdots & l_{1n}^{(w)} \\ \vdots & \vdots & \ddots & \vdots \\ l_{n1}^{(w)} & l_{n2}^{(w)} & \cdots & l_{nn}^{(w)} \end{bmatrix},$$

$$\left[m_{ij}^{(w)}\right] = \begin{bmatrix} m_{11}^{(w)} & m_{12}^{(w)} & \cdots & m_{1n}^{(w)} \\ m_{21}^{(w)} & m_{22}^{(w)} & \cdots & m_{1n}^{(w)} \\ \vdots & \vdots & \ddots & \vdots \\ m_{n1}^{(w)} & m_{n2}^{(w)} & \cdots & m_{nn}^{(w)} \end{bmatrix},$$

$$\left[u_{ij}^{(w)}\right] = \begin{bmatrix} u_{11}^{(w)} & u_{12}^{(w)} & \cdots & u_{1n}^{(w)} \\ u_{21}^{(w)} & u_{22}^{(w)} & \cdots & u_{1n}^{(w)} \\ \vdots & \vdots & \ddots & \vdots \\ u_{n1}^{(w)} & u_{n2}^{(w)} & \cdots & u_{nn}^{(w)} \end{bmatrix}.$$

Tyto jednotlivé matice můžeme také označit $\left[l_{ij}^{w}\right]=\mathbf{X}_{l}^{w}$, $\left[m_{ij}^{w}\right]=\mathbf{X}_{m}^{w}$, a $\left[u_{ij}^{w}\right]=\mathbf{X}_{u}^{w}$.

Nyní přejdeme k samotnému výpočtu matice celkových vlivů **T**. Stejně, jako u klasické metody DEMATEL, předpokládáme:

$$\mathbf{T}=\lim_{w\to\infty}\left(\mathbf{X}+\mathbf{X}^{2}+\ldots+\mathbf{X}^{w}\right).$$

Takže:

$$\mathbf{T}=\mathbf{X}\left(\mathbf{I}-\mathbf{X}\right)^{-1}.$$

Matice **T** je tvořena prvky $t_{ij}$ následnovně:

$$\mathbf{T}=\begin{bmatrix} t_{11} & t_{12} & \cdots & t_{1n} \\ t_{21} & t_{22} & \cdots & t_{2n} \\ \vdots & \vdots & \ddots & \vdots \\ t_{n1} & t_{n2} & \cdots & t_{nn} \end{bmatrix},$$

Kde $t_{ij}=\left(l_{ij}'',m_{ij}'',u_{ij}''\right)$.

Jestliže uvažujeme vyjádření fuzzy matice **X** pomocí tří různých ne-fuzzy matic $\mathbf{X}_l$, $\mathbf{X}_m$ a $\mathbf{X}_u$, můžeme vztah $\mathbf{T}=\mathbf{X}\left(\mathbf{I}-\mathbf{X}\right)^{-1}$ rozpadnout na:

$$\begin{aligned} \left[l_{ij}''\right]&=\mathbf{X}_{l}\times\left(\mathbf{I}-\mathbf{X}_{l}\right)^{-1}, \\ \left[m_{ij}''\right]&=\mathbf{X}_{m}\times\left(\mathbf{I}-\mathbf{X}_{m}\right)^{-1}, \\ \left[u_{ij}''\right]&=\mathbf{X}_{u}\times\left(\mathbf{I}-\mathbf{X}_{u}\right)^{-1}. \end{aligned} \tag{4.10}$$

5. Výpočty řádkových a sloupcových součtů matice **T**.

   Při výpočtu součtů jednotlivých řádků a sloupců u matice **T** je jediným rozdílem fakt, že v tomto případě pracujeme stále s trojúhelníkovými fuzzy čísly. To znamená, že i hodnoty $(r_i + c_i)$ a $(r_i - c_i)$ jsou fuzzy čísla.

6. Sestavení mapy vlivů IRM.

   Abychom mohli sestrojit IRM, musíme hodnoty $(c_i + r_i)$ a $(r_i - c_i)$, které nám představují souřadnice na osách X a Y, nechat projít procesem deffuzifikace. Pro tento účel nám výborně poslouží nejpoužívanější metoda CFCS, která je popsána výše.

## 4.4. Aplikace metody fuzzy DEMATEL

V této podkapitole aplikuji fuzzy teorii na příklad z kapitoly 3 – sestavím mapu vlivů hlavních faktorů.

Prvním krokem je vyjádření názorů expertů pomocí trojúhelníkových fuzzy čísel. Použiju tedy stejné matice jako v u klasické metody DEMATEL v kapitole 3 – matice $\mathbf{X}^k$. Všechny hodnoty v těchto maticích jen musím převést na trojúhelníková fuzzy čísla.

Jako příklad zde uvedu matici přímých vlivů prvního experta, která je zobrazena v tabulce 4-6.

| $\mathbf{X}^1$ | **K** | **S** | **P** | **V** |
|---|---|---|---|---|
| **K** | 0 | 1 | 3 | 2 |
| **S** | 0 | 0 | 3 | 4 |
| **P** | 3 | 3 | 0 | 3 |
| **V** | 3 | 4 | 2 | 0 |

**Tabulka 4-6**: Matice přímých vlivů prvního experta

V této tabulce jsou vyjádřeny slovní ohodnocení přímých vlivů faktorů pomocí čísel. Nyní je tedy třeba je převézt na trojúhelníková fuzzy čísla. Výsledná fuzzy matice je zobrazena v tabulce 4-7.

| $\mathbf{Z}^1$ | **K** | | | **S** | | | **P** | | | **V** | | |
|---|---|---|---|---|---|---|---|---|---|---|---|---|
| **K** | 0 | 0 | 0 | 0 | 0,25 | 0,5 | 0,5 | 0,75 | 1 | 0,25 | 0,5 | 0,75 |
| **S** | 0 | 0 | 0,25 | 0 | 0 | 0 | 0,5 | 0,75 | 1 | 0,75 | 1 | 1 |
| **P** | 0,5 | 0,75 | 1 | 0,5 | 0,75 | 1 | 0 | 0 | 0 | 0,5 | 0,75 | 1 |
| **V** | 0,5 | 0,75 | 1 | 0,75 | 1 | 1 | 0,25 | 0,5 | 0,75 | 0 | 0 | 0 |

**Tabulka 4-7**: Fuzzy matice přímých vlivů prvního experta

Tento převod je třeba udělat pro každého z pěti expertů. Všechny tyto matice jsou uvedeny v příloze.

Pomocí vzorců (4.7) a (4.8) může být vypočítána normalizovaná fuzzy matice přímých vlivů. Jako příklad zde opět uvádím tuto matici pro prvního experta – viz tabulka 4-8.

| $X^1$ | K | | | S | | | P | | | V | | |
|---|---|---|---|---|---|---|---|---|---|---|---|---|
| **K** | 0,000 | 0,000 | 0,000 | 0,000 | 0,083 | 0,167 | 0,167 | 0,250 | 0,333 | 0,083 | 0,167 | 0,250 |
| **S** | 0,000 | 0,000 | 0,083 | 0,000 | 0,000 | 0,000 | 0,167 | 0,250 | 0,333 | 0,250 | 0,333 | 0,333 |
| **P** | 0,167 | 0,250 | 0,333 | 0,167 | 0,250 | 0,333 | 0,000 | 0,000 | 0,000 | 0,167 | 0,250 | 0,333 |
| **V** | 0,167 | 0,250 | 0,333 | 0,250 | 0,333 | 0,333 | 0,083 | 0,167 | 0,250 | 0,000 | 0,000 | 0,000 |

**Tabulka 4-8**: Normalizovaná fuzzy matice přímých vlivů prvního experta

Dalším krokem je agregovat matice všech expertů do jedné matice. Toho dosáhneme vypočtením průměrné fuzzy matice **X** podle vzorce (4.9). Výsledná matice je obsažena v tabulce 4-9.

| X | K | | | S | | | P | | | V | | |
|---|---|---|---|---|---|---|---|---|---|---|---|---|
| **K** | 0,000 | 0,000 | 0,000 | 0,000 | 0,070 | 0,156 | 0,191 | 0,277 | 0,345 | 0,123 | 0,209 | 0,295 |
| **S** | 0,000 | 0,070 | 0,156 | 0,000 | 0,000 | 0,000 | 0,208 | 0,294 | 0,345 | 0,226 | 0,312 | 0,345 |
| **P** | 0,173 | 0,259 | 0,327 | 0,188 | 0,274 | 0,327 | 0,000 | 0,000 | 0,000 | 0,171 | 0,258 | 0,327 |
| **V** | 0,121 | 0,208 | 0,294 | 0,171 | 0,258 | 0,327 | 0,120 | 0,206 | 0,292 | 0,000 | 0,000 | 0,000 |

**Tabulka 4-9**: Průměrná matice přímých vlivů

Nyní můžeme přejít k sestavení fuzzy matice celkových vlivů **T.** Aby bylo možné ji sestavit, je nutné rozpadnout fuzzy matici na 3 různé ne-fuzzy matice, jak je popsáno ve 4. kroku metody fuzzy DEMATEL.

Tyto matice pak vypadají následovně:

| $X_l$ | K | S | P | V |
|---|---|---|---|---|
| **K** | 0,000 | 0,000 | 0,191 | 0,123 |
| **S** | 0,000 | 0,000 | 0,208 | 0,226 |
| **P** | 0,173 | 0,188 | 0,000 | 0,171 |
| **V** | 0,121 | 0,171 | 0,120 | 0,000 |

| $X_m$ | K | S | P | V |
|---|---|---|---|---|
| **K** | 0,000 | 0,070 | 0,277 | 0,209 |
| **S** | 0,070 | 0,000 | 0,294 | 0,312 |
| **P** | 0,259 | 0,274 | 0,000 | 0,258 |
| **V** | 0,208 | 0,258 | 0,206 | 0,000 |

| $X_u$ | K | S | P | V |
|---|---|---|---|---|
| **K** | 0,000 | 0,156 | 0,345 | 0,295 |
| **S** | 0,156 | 0,000 | 0,345 | 0,345 |
| **P** | 0,327 | 0,327 | 0,000 | 0,327 |
| **V** | 0,294 | 0,327 | 0,292 | 0,000 |

Výsledná matice celkových vlivů **T**, vypočítaná pomocí vztahu (4.10), je zobrazena v tabulce 4-10.

| **T** | **K** | | | **S** | | | **P** | | | **V** | | |
|---|---|---|---|---|---|---|---|---|---|---|---|---|
| **K** | 0,065 | 0,291 | 1,554 | 0,078 | 0,390 | 1,748 | 0,242 | 0,584 | 2,083 | 0,190 | 0,542 | 2,040 |
| **S** | 0,086 | 0,413 | 1,772 | 0,106 | 0,389 | 1,700 | 0,283 | 0,665 | 2,179 | 0,309 | 0,691 | 2,170 |
| **P** | 0,229 | 0,575 | 2,047 | 0,261 | 0,628 | 2,115 | 0,132 | 0,488 | 2,128 | 0,281 | 0,700 | 2,359 |
| **V** | 0,171 | 0,493 | 1,929 | 0,230 | 0,568 | 2,016 | 0,213 | 0,599 | 2,240 | 0,109 | 0,435 | 2,000 |

**Tabulka 4-10**: Fuzzy matice celkových vlivů **T**.

Pro sestrojení mapy vlivů jsou stěžejní hodnoty $r_i + c_i$ a $r_i - c_i$, které nám určují souřadnice X, Y kritérií. Tyto hodnoty jednoduše spočítáme z fuzzy matice **T** stejným způsobem, jako u metody DEMATEL ve 3. kapitole. Jejich hodnoty jsou však stále fuzzy čísla, jak můžeme vidět v tabulce 4-11.

| | $r_i + c_i$ | | | $r_i - c_i$ | | |
|---|---|---|---|---|---|---|
| **K** | 1,127 | 3,578 | 14,727 | 0,023 | 0,036 | 0,121 |
| **S** | 1,459 | 4,134 | 15,400 | 0,109 | 0,183 | 0,242 |
| **P** | 1,772 | 4,728 | 17,280 | 0,032 | 0,054 | 0,020 |
| **V** | 1,613 | 4,463 | 16,753 | -0,165 | -0,273 | -0,383 |

**Tabulka 4-11**: Výsledné hodnoty $r_i + c_i$ a $r_i - c_i$ představující souřadnice X a Y jednotlivých kritérií

V této fázi výpočtu je potřeba aplikovat proces deffuzifikace, abychom z fuzzy čísel získali ne-fuzzy hodnoty. Pro tento účel využijeme metodu CFCS.

Nejprve pomocí vztahu (4.5) vypočteme hodnoty L, R a Δ pro každou z množin fuzzy čísel $r_i + c_i$ a $r_i - c_i$, poté pomocí vzorce (4.6) dostaneme jejich ne-fuzzy hodnoty, které značíme $(r_i + c_i)^{def}$ a $(r_i - c_i)^{def}$. Tyto hodnoty nalezneme v tabulce 4-12.

| | $(r_i + c_i)^{def}$ | $(r_i - c_i)^{def}$ |
|---|---|---|
| **K** | 5,413 | 0,032 |
| **S** | 5,936 | 0,184 |
| **P** | 6,646 | 0,058 |
| **V** | 6,377 | -0,272 |

**Tabulka 4-12**: Hodnoty $r_i + c_i$ a $r_i - c_i$ po procesu deffuzifikace

Posledním problémem, který v tuto chvíli brání sestrojení mapy vlivů je určení hodnoty α, abychom mohli extrahovat nevýznamné vlivy. Proto je třeba aplikovat metodu CFCS také na fuzzy čísla obsažená v matici **T**. Tato matice po deffuzifikaci je znázorněna v tabulce 4-13.

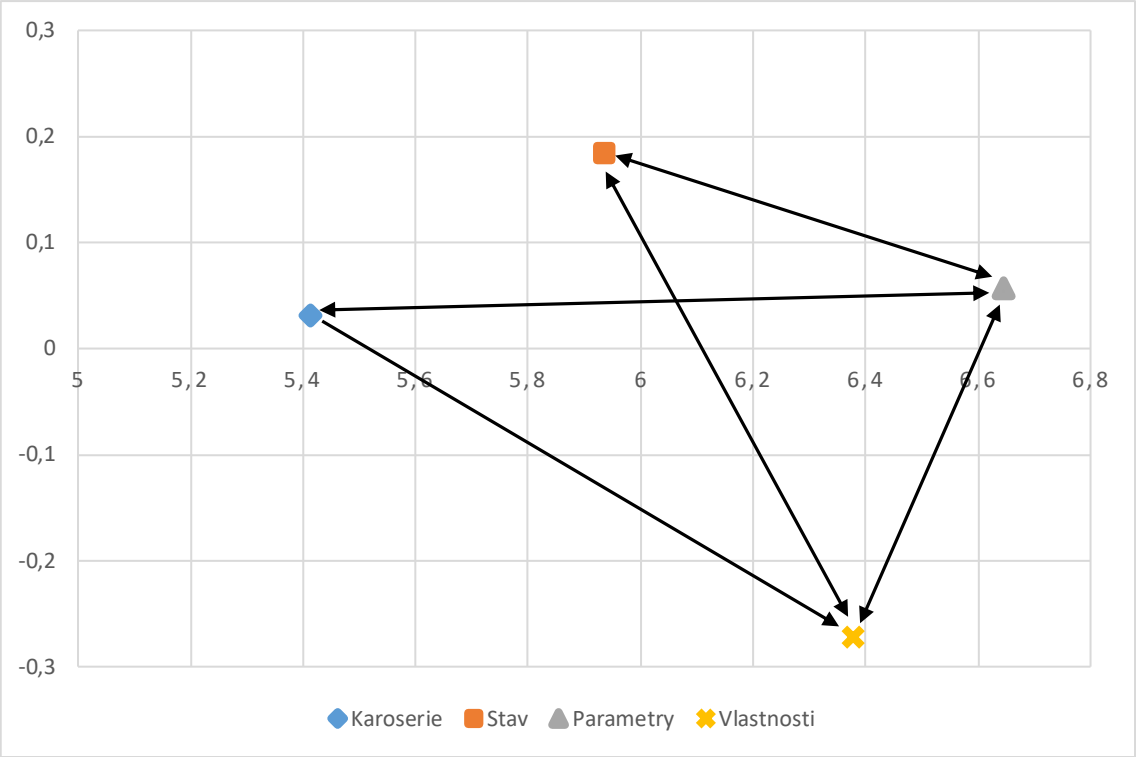
| $T^{def}$ | K | S | P | V |
|---|---|---|---|---|
| **K** | 0,507 | 0,613 | 0,821 | 0,783 |
| **S** | 0,632 | 0,607 | 0,893 | 0,916 |
| **P** | 0,797 | 0,849 | 0,750 | 0,946 |
| **V** | 0,719 | 0,792 | 0,850 | 0,694 |

**Tabulka 4-13**: Matice **T** po procesu deffuzifikace

V tabulce jsou již také zvýrazněny všechny hodnoty $t_{ij}$, které přesáhly prahovou hodnotu α = 0,761, tudíž je považujeme za významné a zaneseme je do mapy vlivů.

Výsledná mapa vlivů IRM je zobrazena na obrázku 4-8. Oproti mapě vlivů získané klasickou metodou DEMATEL, zde nevidíme zpětnou vazbu na skupinu kritérií Parametry. Můžeme ale pozorovat nový vliv, který má skupina kritérií Karoserie na skupinu Vlastnosti. Znamená to, že podle toho, jakou karoserii automobilu budu upřednostňovat, bude to ovlivňovat kritéria Pohodlí a Spolehlivost.

Abych zjistil globální vektor priorit v modelu při použití metody fuzzy DEMATEL, aplikoval jsem na nově získanou mapu vlivů také metodu DEMATEL-ANP. Zjistíme tak, jestli se výrazným způsobem změnila významnost některých kritérií. Kombinací těchto metod získáme fuzzy DEMATEL-ANP, která byla již také několikrát použita a aplikována na reálné situace nejrůznějšími odborníky. Nebudu zde již popisovat jednotlivé kroky a mezivýpočty. Ty jsou obsaženy v příloze. Je zde nutné pouze zmínit, že bylo potřeba udělat nová párová srovnání pro vazbu mezi klastry Karoserie a Vlastnosti, mezi kterými v předchozí mapě vlivů nebyla žádná vazba.




**Obrázek 4-8**: Mapa vlivů IRM získaná pomocí metody fuzzy DEMATEL

Tabulka 4-14 představuje limitní matici, získanou metodou fuzzy DEMATEL-ANP a tedy i vektor globálních priorit.

| | | **Karoserie** | | | | **Stav** | |
|---|---|---|---|---|---|---|---|
| | | Velké | Malé | Rodinné | Terénní | Stáří | Tachometr |
| **Karoserie** | Velké | 0,019 | 0,019 | 0,019 | 0,019 | 0,019 | 0,019 |
| | Malé | 0,052 | 0,052 | 0,052 | 0,052 | 0,052 | 0,052 |
| | Rodinné | 0,016 | 0,016 | 0,016 | 0,016 | 0,016 | 0,016 |
| | Terénní | 0,016 | 0,016 | 0,016 | 0,016 | 0,016 | 0,016 |
| **Stav** | Stáří | 0,121 | 0,121 | 0,121 | 0,121 | 0,121 | 0,121 |
| | Tachometr | 0,136 | 0,136 | 0,136 | 0,136 | 0,136 | 0,136 |
| **Parametry** | Cena | 0,189 | 0,189 | 0,189 | 0,189 | 0,189 | 0,189 |
| | Výkon | 0,077 | 0,077 | 0,077 | 0,077 | 0,077 | 0,077 |
| | Spotřeba | 0,071 | 0,071 | 0,071 | 0,071 | 0,071 | 0,071 |
| **Vlastnosti** | Pohodlí | 0,128 | 0,128 | 0,128 | 0,128 | 0,128 | 0,128 |
| | Spolehlivost | 0,175 | 0,175 | 0,175 | 0,175 | 0,175 | 0,175 |

| | | Parametry | | | Vlastnosti | |
|---|---|---|---|---|---|---|
| | | Cena | Výkon | Spotřeba | Pohodlí | Spolehlivost |
| **Karoserie** | Velké | 0,019 | 0,019 | 0,019 | 0,019 | 0,019 |
| | Malé | 0,052 | 0,052 | 0,052 | 0,052 | 0,052 |
| | Rodinné | 0,016 | 0,016 | 0,016 | 0,016 | 0,016 |
| | Terénní | 0,016 | 0,016 | 0,016 | 0,016 | 0,016 |
| **Stav** | Stáří | 0,121 | 0,121 | 0,121 | 0,121 | 0,121 |
| | Tachometr | 0,136 | 0,136 | 0,136 | 0,136 | 0,136 |
| **Parametry** | Cena | 0,189 | 0,189 | 0,189 | 0,189 | 0,189 |
| | Výkon | 0,077 | 0,077 | 0,077 | 0,077 | 0,077 |
| | Spotřeba | 0,071 | 0,071 | 0,071 | 0,071 | 0,071 |
| **Vlastnosti** | Pohodlí | 0,128 | 0,128 | 0,128 | 0,128 | 0,128 |
| | Spolehlivost | 0,175 | 0,175 | 0,175 | 0,175 | 0,175 |

**Tabulka 4-14**: Limitní matice získaná metodou fuzzy DEMATEL-ANP

V tabulce můžeme pozorovat, že nejvyšší váhu 0,189 má opět kritérium Cena. Její hodnota ovšem není o tolik vyšší jako v případě metody DEMATEL-ANP. Nepatrně nižší váhu má kritérium Spolehlivost, které tedy opět vychází jako druhé nejvýznamnější. Naopak kritéria ze skupiny Karoserie mají zase váhy nejnižší. Můžeme tedy říci, že výsledky obou postupů jsou velmi podobné.

Všechny výpočty, získané matice, párová srovnání a mezivýpočty z této podkapitoly jsou obsaženy v příloze práce – fuzzy_DEMATEL.xlsx.

## 4.5. Stanovení prahové hodnoty na základě MMDE algoritmu

Stanovení prahové hodnoty pro posouzení významnosti vlivu jednotlivých kritérií, je stěžejní část metody. Tento krok metody formuje mapu vlivů a rozděluje kritéria na významná a nevýznamná.

Další modifikací, se kterou se v souvislosti s metodou DEMATEL můžeme setkat, je změna výpočtu prahové hodnoty. V popisu základní metody bylo zmíněno, že tato prahová hodnota může být stanovena přímo experty, kteří posuzují vlivy kritérií, nebo jednoduše vypočítána na základě aritmetického průměru prvků v matici celkových vlivů **T**.

U prvního zmíněného způsobu je možné najít hned několik úskalí. V případě, že pracujeme s více experty, jejichž názory na faktory rozhodovacího problému jsou sbírány

pomocí dotazníku, může být složité dotazovat se jich dodatečně na prahovou hodnotu a tyto názory potom nějakým způsobem agregovat pro použití v modelu. Pochopitelně platí, že čím více faktorů posuzujeme, roste obtížnost tohoto způsobu.

Druhý způsob je zase využíván především pro jeho jednoduchost. Další výhodou je také to, že není požadovaná dodatečná informace od expertů a výsledek není ovlivněn jejich subjektivním postojem.

Li a Tzeng tedy navrhli způsob určení prahové hodnoty nazývaný MMDE (Maximum Mean De-Entropy). Tento algoritmus je založen na přístupu entropie, který je hojně používán v informatice a určuje míru neurčitosti definovanou pravděpodobnostními rozděleními.

V tomto bodě je nezbytné uvést definice pojmů **entropie** a **de-entropie**, jak s nimi tento algoritmus pracuje.

Mějme náhodnou veličinu o $n$ prvcích $X = \{x_1, x_2, \ldots, x_n\}$. Jejich pravděpodobnosti značíme $p_1, p_2, \ldots, p_n$. Entropii pak můžeme definovat jako:

$$H(p_1, p_2, \ldots p_n) = -\sum_{i=1}^{n} p_i \log p_i \,.$$

Jestliže je $p_i = 0$, pak $p_i \log p_i = 0$.

Z definice výše vyplývá, že hodnota $H(p_1, p_2, \ldots p_n)$ je nejvyšší, pokud jsou si pravděpodobnosti jejích prvků rovny. Tutu maximální hodnotu značíme $H\left(\frac{1}{n}, \frac{1}{n}, \ldots, \frac{1}{n}\right)$.

De-entropie je definována jako:

$$H^D = H\left(\frac{1}{n}, \frac{1}{n}, \ldots, \frac{1}{n}\right) - H(p_1, p_2, \ldots p_n)\,. \tag{4.11}$$

Její hodnota je tedy rovna nebo větší než 0. Na rozdíl od entropie, která je chápána jako míra neurčitosti je de-entropie definována jako užitečná informace z nějaké datové množiny, která snižuje neurčitost této informace. V metodě DEMATEL tedy bude tato teorie použita pro určení prahové hodnoty, která určuje efekty, které jsou významné ve výsledné mapě vlivů IRM.

Tato teorie rozděluje sledované faktory do dvou množin:

- faktory, které ovlivňují ostatní – výchozí,
- faktory, které jsou ovlivňovány – příjemci.

Na základě těchto dvou množin je poté stanovena prahová hodnota, pomocí které je možno sestavit mapu vlivů IRM.

Metoda DEMATEL spočívá v nalezení matice **T**, složenou z prvků $t_{ij}$, které představují celkové vlivy (přímé i nepřímé) kritéria $x_i$ na kritérium $x_j$. Jako v teorii grafů lze mapu vlivů chápat jako uzly, představovanou faktory a orientované hrany, vyjádřené prvky matice T. Pro každé $t_{ij}$, je $x_i$ definováno jako uzel, který vysílá vliv (výchozí uzel), $x_j$ jako uzel, který vliv přijímá (příjemce vlivu).

Matice **T** může být uvažována jako množina $n^2$ párově uspořádaných prvků. Každá z těchto podmnožin může být rozdělena do dvou množin:

- výchozí uzly
- příjemci

Pro každou z těchto množin můžeme určit frekvenci různých prvků v množině. Jestliže je celkový počet prvků v množině $m$ a frekvence nějakého prvku $x_i$ v této množině $k$, můžeme určit pravděpodobnost $x_i$ jako $p_i = \frac{k}{m}$. Součet pravděpodobností pro všechny prvky musí být rovna 1.

V postupu níže budeme značit C($X$) jako celkový počet prvků v množině a N($X$) jako počet různých prvků v množině.

Algoritmus se skládá ze šesti kroků:

1. Transformace matice **T** do uspořádané množiny $n^2$ prvků:

$$\{t_{11}, t_{12}, ..., t_{21}, t_{22}, ..., t_{nn}\}$$

   Následuje seřazení těchto prvků podle velikosti od největšího po nejmenší, čímž získáme množinu $T^*$. O každém prvku této množiny můžeme uvažovat jako o uspořádané trojici $\{t_{ij}, x_i, x_j\}$ - hodnota vlivu, výchozí uzel, příjemce vlivu.

2. Získání množiny výchozích uzlů $T^{Ri}$ tak, že vezmeme z množiny $T^*$ pouze hodnoty $x_i$. Vypočteme $C(T^{Ri})$.
3. Stanovení nové množiny $T_t^{Ri}$ z prvních $t$ prvků množiny $T^{Ri}$. Hodnota $t$ je nejdříve nastavena na 1 a postupně se zvyšuje až na $C(T^{Ri})$. Vypočteme $H^D$ (podle vzorce 4.11) každé množiny $T_t^{Ri}$, které značíme $H_t^{Ri}$. Poté vypočteme pro každou množinu $T_t^{Ri}$ význam de-entropie pomocí vzorce:

$$MDE_t^{Ri} = \frac{H_t^{Ri}}{N\left(T_t^{Ri}\right)}$$

4. Stanovení největší hodnoty významu de-entropie a její množiny $T_t^{Ri}$. Tuto množinu výchozích uzlů obsažených v $T_t^{Ri}$ značíme $T_{\max}^{Ri}$
5. Opakujeme body 2-4 pro příjemce vlivu, čímž získáme $T_{\max}^{Ci}$.

Stanovení prvních *u* prvků množiny *T**, které obsahují výchozí uzly z $T_{\max}^{Ri}$. Stejně tak určíme prvních *v* prvků množiny *T**, které obsahují příjemce z $T_{\max}^{Ci}$. Z těchto prvků vybereme ten, který má nejnižší hodnotu vlivu $t_{ij}$. Tím jsme stanovili prahovou hodnotu α.

## 4.6. Aplikace stanovení prahové hodnoty na základě MMDE algoritmu

Pro aplikaci použijeme matici celkových vlivů **T**, kterou jsme získali metodou DEMATEL v kapitole 3. Tato matice je v tabulce 3-4. Matici transformujeme do uspořádané množiny trojic *T*.

| T | $t_{ij}$ | $x_i$ | $x_j$ |
|---|---|---|---|
| **t11** | 0,971 | 1 | 1 |
| **t12** | 1,169 | 1 | 2 |
| **t13** | 1,499 | 1 | 3 |
| **t14** | 1,460 | 1 | 4 |
| **t21** | 1,238 | 2 | 1 |
| **t22** | 1,301 | 2 | 2 |
| **t23** | 1,749 | 2 | 3 |
| **t24** | 1,794 | 2 | 4 |
| **t31** | 1,501 | 3 | 1 |
| **t32** | 1,667 | 3 | 2 |
| **t33** | 1,635 | 3 | 3 |
| **t34** | 1,903 | 3 | 4 |
| **t41** | 1,309 | 4 | 1 |
| **t42** | 1,490 | 4 | 2 |
| **t43** | 1,649 | 4 | 3 |
| **t44** | 1,462 | 4 | 4 |

| T* | $t_{ij}$ | $x_i$ | $x_j$ |
|---|---|---|---|
| **t34** | 1,903 | 3 | 4 |
| **t24** | 1,794 | 2 | 4 |
| **t23** | 1,749 | 2 | 3 |
| **t32** | 1,667 | 3 | 2 |
| **t43** | 1,649 | 4 | 3 |
| **t33** | 1,635 | 3 | 3 |
| **t31** | 1,501 | 3 | 1 |
| **t13** | 1,499 | 1 | 3 |
| **t42** | 1,490 | 4 | 2 |
| **t44** | 1,462 | 4 | 4 |
| **t14** | 1,460 | 1 | 4 |
| **t41** | 1,309 | 4 | 1 |
| **t22** | 1,301 | 2 | 2 |
| **t21** | 1,238 | 2 | 1 |
| **t12** | 1,169 | 1 | 2 |
| **t11** | 0,971 | 1 | 1 |

**Tabulka 4-15**: Matice T jako množina uspořádaných trojic

Dále je tato množina transformována na množinu $T^*$ seřazením jejích prvků podle hodnot $t_{ij}$ od největší po nejmenší. Obě tyto množiny jsou znázorněny v tabulce 4-15.

Jak je popsáno v kroku 3, sestavujeme postupně množiny $T_t^{Ri}$, kdy $t$ je nejdříve nastaveno na hodnotu 1 a postupně zvyšováno až na hodnotu $C(T^{Ri})$. V tomto případě je $C(T^{Ri})$ = 16. Pro každé $T_t^{Ri}$ spočítáme hodnotu $H_t^{Ri}$ a $MDE_t^{Ri}$.

Kvůli velkému množství množin (celkem 32) se zde omezím pouze na ukázku výpočtu požadovaných hodnot u jedné z nich.

Jako příklad zde uvádím $T_3^{Ri}$ ={3, 2, 2}. $H_3^{Ri}$ a $MDE_3^{Ri}$ potom získáme ze vztahu (4.11) následovně:

$$H_3^D = 0{,}3010 - 0{,}2764 = 0{,}0246$$

$$N\left(T_2^{Ri}\right) = 2$$

$$MDE_3^{Ri} = \frac{0{,}0246}{2} = 0{,}0123$$

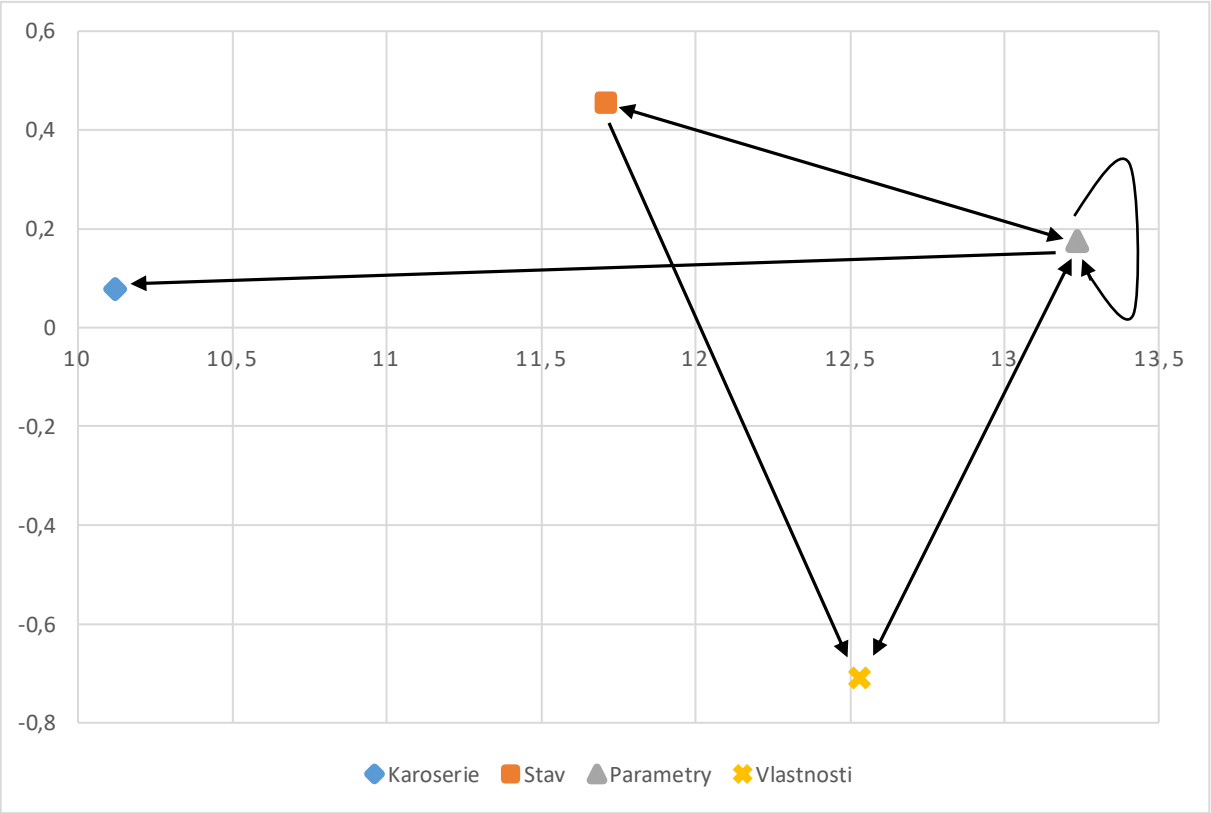
Analogicky postupujeme u množiny $T_t^{Ci}$.

Nyní nalezneme nejvyšší hodnoty de-entropie u $T_t^{Ri}$ a $T_t^{Ci}$, jejichž hodnoty jsou rovny 0,0207, resp. 0,0188. Dále stanovíme $T_{\max}^{Ri}$ a $T_{\max}^{Ci}$. V tomto případě jsou to množiny $T_{\max}^{Ri}$ = {3, 2, 2, 3, 4, 3, 3} a $T_{\max}^{Ci}$ = {4, 4, 3, 2, 3, 3, 1, 3}. Z množiny T* tedy vybereme prvních $u$ prvků, dokud nenarazíme na prvek obsahující výchozí uzly {3, 2, 4} a $v$ prvků, dokud nenarazíme na prvek obsahující příjemce {4, 3, 2, 1}. Tyto prvky jsou zobrazeny v tabulce 4-15. Ze všech těchto prvků najdeme takový, který má nejmenší hodnotu $t_{ij}$ – v tabulce je zvýrazněn žlutou barvou. Tím jsme tedy zjistili prahovou hodnotu α = 1,501.

| Výchozí uzly | | | | Příjemci | | | |
|---|---|---|---|---|---|---|---|
| **t34** | 1,903 | 3 | 4 | **t34** | 1,903 | 3 | 4 |
| **t24** | 1,794 | 2 | 4 | **t24** | 1,794 | 2 | 4 |
| **t23** | 1,749 | 2 | 3 | **t23** | 1,749 | 2 | 3 |
| **t32** | 1,667 | 3 | 2 | **t32** | 1,667 | 3 | 2 |
| **t43** | 1,649 | 4 | 3 | **t43** | 1,649 | 4 | 3 |
| | | | | **t33** | 1,635 | 3 | 3 |
| | | | | **t31** | 1,501 | 3 | 1 |

**Tabulka 4-15**: Vybrané prvky z množiny T* a nalezení prahové hodnoty α

Podívejme se, jak bude v tomto případě vypadat mapa vlivů IRM, která je zobrazena na obrázku 4-9.




**Obrázek 4-9**: Mapa vlivů získaná při získání prahové hodnoty MMDE algoritmem

Opět můžeme pozorovat určité změny. Na mapě se nám opět objevila zpětná vazba u hlavního kritéria Parametry. Stejně jako u klasické metody DEMATEL je zde vazba mezi

kritérii Karoserie a Parametry, ovšem v tomto případě pouze jednosměrná, stejně tak je pouze jednosměrná vazba mezi kritérii Stav a Vlastnosti.

Veškeré matice a výpočty použité při této metodě jsou obsaženy v příloze této práce – MMDE_algoritmus.xlsx.

# 5. Vlastní metoda

Předchozí kapitoly se věnovaly podrobnému popisu metody DEMATEL, jejích modifikacím a také kombinaci s často používanou metodou ve vícekriteriálním rozhodování ANP. Většina teorie byla tedy čerpána ze zdrojů jiných autorů, kteří se touto tématikou zabývali a aplikovali ji na reálné problémy.

V této kapitole se pokusím vytvořit vlastní metodu, která je založena na již popsané teorii a budu ji aplikovat na stejném příkladu jako ostatní metody. Pokud se výsledky této aplikace budou přibližovat těm z předchozích kapitol, můžu tvrdit, že mnou vytvořená metoda má smysl a je použitelná. Metodu můžu rozdělit do jednotlivých kroků:

1. Na začátku metody musí být stejně, jako v ostatních metodách shromážděny data od expertů. Pro vyjádření jejich názorů tedy použiju metodu fuzzy DEMATEL, která byla popsána v podkapitole 4.3.
2. Následovat bude agregace názorů také v souladu s metodou fuzzy DEMATEL. Výsledkem bude získání matice celkových vlivů ve fuzzy podobě.
3. Aplikací metody CFCS získám klasickou matici **T** celkových vlivů kritérií.
4. Dále využiju MMDE algoritmu pro získání prahové hodnoty α, která mi oddělí významné vlivy od těch nevýznamných.
5. Na základě toho sestrojím matici celkových vlivů IRM.
6. Tu následně využiji jako síťové zobrazení vazeb mezi klastry (hlavními faktory), abych mohl aplikovat metodu ANP.
7. Jako další sestavím supermatici na základě párových srovnání těch prvků, mezi nimiž existují vazby.
8. K vyvážení supermatic použiji upravenou matici celkových vlivů **T**.
9. Na závěr pak umocním tuto matici na dostatečně velké číslo, čímž získám limitní supermatici obsahující globální priority zvažovaných kritérií.

První bod je tedy shodný s postupem použitým v podkapitole 4.4. Matice T získaná pomocí metoty fuzzy DEMATEL je v tabulce 5-1.

| T | K | | | S | | | P | | | V | | |
|---|---|---|---|---|---|---|---|---|---|---|---|---|
| K | 0,065 | 0,291 | 1,554 | 0,078 | 0,390 | 1,748 | 0,242 | 0,584 | 2,083 | 0,190 | 0,542 | 2,040 |
| S | 0,086 | 0,413 | 1,772 | 0,106 | 0,389 | 1,700 | 0,283 | 0,665 | 2,179 | 0,309 | 0,691 | 2,170 |
| P | 0,229 | 0,575 | 2,047 | 0,261 | 0,628 | 2,115 | 0,132 | 0,488 | 2,128 | 0,281 | 0,700 | 2,359 |
| V | 0,171 | 0,493 | 1,929 | 0,230 | 0,568 | 2,016 | 0,213 | 0,599 | 2,240 | 0,109 | 0,435 | 2,000 |

**Tabulka 5-1**: Fuzzy matice celkových vlivů **T**.

Matici **T** po aplikaci deffuzifikační metody CFCS nalezneme v tabulce 5-2.

Prahová hodnota α získaná algoritmem MMDE je rovna 0,849. V matici $\mathbf{T}^{def}$ tedy můžeme rovnou zvýraznit vlivy, které jsou pro model významné – viz tabulka 5-3.

| $T^{def}$ | K | S | P | V |
|---|---|---|---|---|
| K | 0,507 | 0,613 | 0,821 | 0,783 |
| S | 0,632 | 0,607 | 0,893 | 0,916 |
| P | 0,797 | 0,849 | 0,750 | 0,946 |
| V | 0,719 | 0,792 | 0,850 | 0,694 |

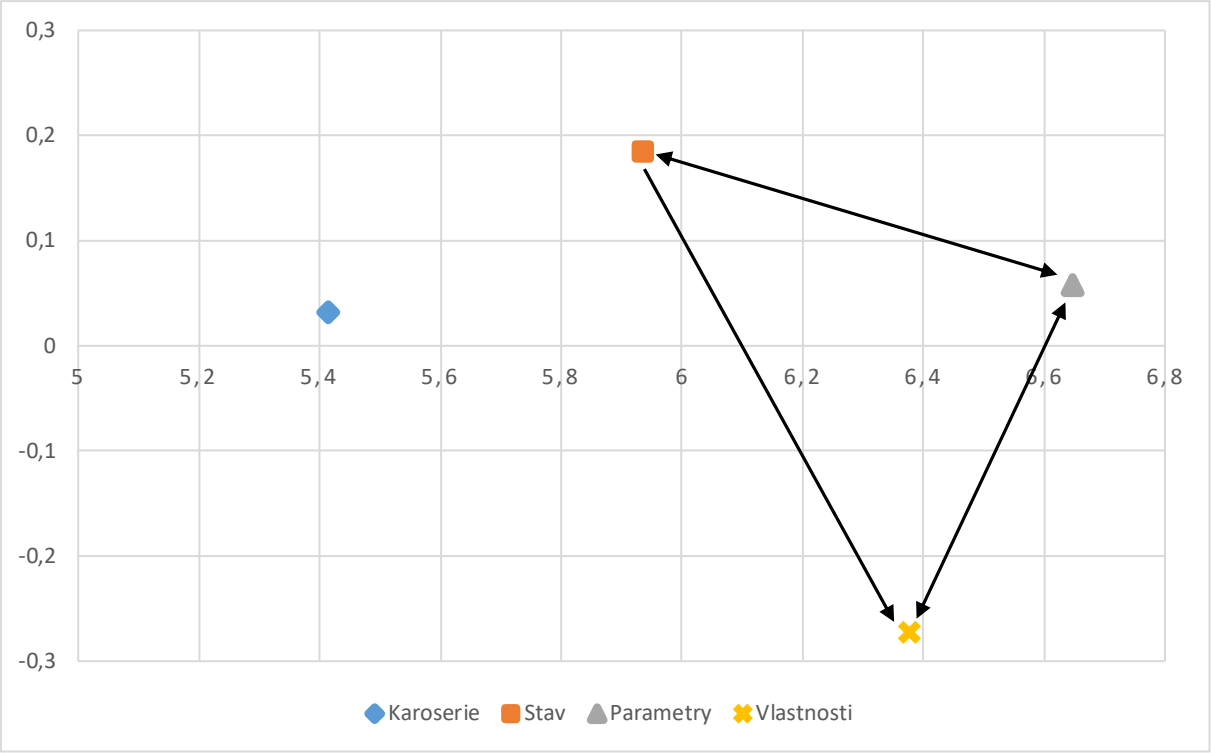
**Tabulka 5-2**: Matice **T** po procesu deffuzifikace

Pro sestavení mapy vlivů potřebujeme souřadnice X, Y jednotlivých faktorů. Ty nalezneme v tabulce 5-3.

| | $r_i + c_i$ | $r_i - c_i$ |
|---|---|---|
| **Karoserie** | 5,41 | 0,03 |
| **Stav** | 5,94 | 0,18 |
| **Parametry** | 6,65 | 0,06 |
| **Vlastnosti** | 6,38 | -0,27 |

**Tabulka 5-3:** Souřadnice kritérií na mapě vlivů

Nyní máme všechny potřebné informace a můžeme vytvořit mapu vlivů hlavních kritérií IRM, která poslouží také jako síťové zobrazení vazeb mezi skupinami kritérií (klastry) u metody ANP – viz obrázek 5-1.




**Obrázek 5-1**: Mapa vlivů hlavních kritérií

Z mapy vlivů je vidět, že na rozdíl od předchozích metod je zde pouze 5 vazeb mezi hlavními kritérii. Skupina kritérií Karoserie tak vůbec do modelu nezasahuje. Jak jsem již zmiňoval ve 3. kapitole, na toto kritérium lze pohlížet spíše jako na množinu variant, což je možná důvod jeho vyloučení z modelu.

Na základě párových srovnání jednotlivých prvků ze skupin kritérií, je možné se stavit počáteční supermatici. Tuto supermatici nalezneme v tabulce 5-4.

| | | **Karoserie** | | | | **Stav** | |
|---|---|---|---|---|---|---|---|
| | | Velké | Malé | Rodinné | Terénní | Stáří | Tachometr |
| **Karoserie** | Velké | 0,000 | 0,000 | 0,000 | 0,000 | 0,000 | 0,000 |
| | Malé | 0,000 | 0,000 | 0,000 | 0,000 | 0,000 | 0,000 |
| | Rodinné | 0,000 | 0,000 | 0,000 | 0,000 | 0,000 | 0,000 |
| | Terénní | 0,000 | 0,000 | 0,000 | 0,000 | 0,000 | 0,000 |
| **Stav** | Stáří | 0,000 | 0,000 | 0,000 | 0,000 | 0,000 | 0,000 |
| | Tachometr | 0,000 | 0,000 | 0,000 | 0,000 | 0,000 | 0,000 |
| **Parametry** | Cena | 0,000 | 0,000 | 0,000 | 0,000 | 0,726 | 0,683 |
| | Výkon | 0,000 | 0,000 | 0,000 | 0,000 | 0,102 | 0,117 |
| | Spotřeba | 0,000 | 0,000 | 0,000 | 0,000 | 0,172 | 0,200 |
| **Vlastnosti** | Pohodlí | 0,000 | 0,000 | 0,000 | 0,000 | 0,167 | 0,200 |
| | Spolehlivost | 0,000 | 0,000 | 0,000 | 0,000 | 0,833 | 0,800 |

| | | Parametry | | | Vlastnosti | |
|---|---|---|---|---|---|---|
| | | Cena | Výkon | Spotřeba | Pohodlí | Spolehlivost |
| **Karoserie** | Velké | 0,000 | 0,000 | 0,000 | 0,000 | 0,000 |
| | Malé | 0,000 | 0,000 | 0,000 | 0,000 | 0,000 |
| | Rodinné | 0,000 | 0,000 | 0,000 | 0,000 | 0,000 |
| | Terénní | 0,000 | 0,000 | 0,000 | 0,000 | 0,000 |
| **Stav** | Stáří | 0,167 | 0,750 | 0,857 | 0,000 | 0,000 |
| | Tachometr | 0,833 | 0,250 | 0,143 | 0,000 | 0,000 |
| **Parametry** | Cena | 0,000 | 0,000 | 0,000 | 0,183 | 0,582 |
| | Výkon | 0,000 | 0,000 | 0,000 | 0,701 | 0,109 |
| | Spotřeba | 0,000 | 0,000 | 0,000 | 0,115 | 0,309 |
| **Vlastnosti** | Pohodlí | 0,414 | 0,889 | 0,750 | 0,000 | 0,000 |
| | Spolehlivost | 0,586 | 0,111 | 0,250 | 0,000 | 0,000 |

**Tabulka 5-4**: Počáteční supermatice

Tato supermatice je následně vyvážena upravenou maticí **T**. Tato úprava spočívá ve vynulování všech prvků $t_{ij}$, které jsou nižší než prahová hodnota α jak je popsáno v podkapitole 4.1. Vyvážená supermatice je na závěr umocněna na dostatečně velké číslo. Limitní supermatice je v tabulce 5-5.

| | | Karoserie | | | | Stav | |
|---|---|---|---|---|---|---|---|
| | | Velké | Malé | Rodinné | Terénní | Stáří | Tachometr |
| **Karoserie** | Velké | 0,000 | 0,000 | 0,000 | 0,000 | 0,000 | 0,000 |
| | Malé | 0,000 | 0,000 | 0,000 | 0,000 | 0,000 | 0,000 |
| | Rodinné | 0,000 | 0,000 | 0,000 | 0,000 | 0,000 | 0,000 |
| | Terénní | 0,000 | 0,000 | 0,000 | 0,000 | 0,000 | 0,000 |
| **Stav** | Stáří | 0,000 | 0,000 | 0,000 | 0,000 | 0,140 | 0,140 |
| | Tachometr | 0,000 | 0,000 | 0,000 | 0,000 | 0,196 | 0,196 |
| **Parametry** | Cena | 0,000 | 0,000 | 0,000 | 0,000 | 0,275 | 0,275 |
| | Výkon | 0,000 | 0,000 | 0,000 | 0,000 | 0,087 | 0,087 |
| | Spotřeba | 0,000 | 0,000 | 0,000 | 0,000 | 0,085 | 0,085 |
| **Vlastnosti** | Pohodlí | 0,000 | 0,000 | 0,000 | 0,000 | 0,124 | 0,124 |
| | Spolehlivost | 0,000 | 0,000 | 0,000 | 0,000 | 0,094 | 0,094 |

| | | Parametry | | | Vlastnosti | |
|---|---|---|---|---|---|---|
| | | Cena | Výkon | Spotřeba | Pohodlí | Spolehlivost |
| **Karoserie** | Velké | 0,000 | 0,000 | 0,000 | 0,000 | 0,000 |
| | Malé | 0,000 | 0,000 | 0,000 | 0,000 | 0,000 |
| | Rodinné | 0,000 | 0,000 | 0,000 | 0,000 | 0,000 |
| | Terénní | 0,000 | 0,000 | 0,000 | 0,000 | 0,000 |
| **Stav** | Stáří | 0,140 | 0,140 | 0,140 | 0,140 | 0,140 |
| | Tachometr | 0,196 | 0,196 | 0,196 | 0,196 | 0,196 |
| **Parametry** | Cena | 0,275 | 0,275 | 0,275 | 0,275 | 0,275 |
| | Výkon | 0,087 | 0,087 | 0,087 | 0,087 | 0,087 |
| | Spotřeba | 0,085 | 0,085 | 0,085 | 0,085 | 0,085 |
| **Vlastnosti** | Pohodlí | 0,124 | 0,124 | 0,124 | 0,124 | 0,124 |
| | Spolehlivost | 0,094 | 0,094 | 0,094 | 0,094 | 0,094 |

**Tabulka 5-5**: Limitní supermatice s vektorem globálních preferencí

Jak je vidět v limitní matici, nejvyšší váhu má opět cena s hodnotou váhy 0,275. Na druhém a třetím místě však nastala změna. S vahou 0,196 je druhým nejdůležitějším kritériem Tachometr, následován kritériem Stáří. Právě takovéto pořadí jsem očekával před samostatným sestavováním modelu, tudíž je pro mě výsledek velmi mile překvapil. Skupina kritérií Karoserie pak do modelu vůbec nezasahuje, jelikož váhy všech jejích prvků jsou rovny nuly. To bylo nicméně patrné už z mapy vlivů.

Jelikož při výše popsané metodě bylo použito mnoha výpočtů, párových srovnání, vzorců a matic, není z důvodu rozsahu možné je zde zmínit, nicméně tyto postupy a potřebné informace jsou obsaženy v příloze práce – vlastní_metoda.xlsx.

# 6. Závěr

V práci byla podrobně popsána metoda DEMATEL, její modifikace a kombinace s metodou ANP. Každá z popsaných metod byla následně aplikována na příkladu, aby bylo možné pozorovat, jaké mají vliv různé přístupy, se kterými jednotlivé modifikace pracují.

U každé z metod byla sestavena mapa vlivů IRM, na níž se vždy projevovaly určité změny. Největší vliv na mapu IRM měla aplikace MMDE algoritmu, která zásadním způsobem snížila počet významných vlivů v modelu. Aplikace této metody má zřejmě smysl spíše u složitějších a komplexnějších problémů.

Výsledkem kombinace metody DEMATEL s metodou ANP byl kromě mapy vlivů také vektor globálních priorit. Tento vektor byl celkem sestaven třikrát (DEMATEL-ANP, fuzzy DEMATEL-ANP a u vlastní kombinace různých přístupů) a také v něm bylo možné pozorovat malé, ne však zásadní změny. Jelikož výsledky byly poměrně podobné, dovolím si tvrdit, že každá z popsaných metod je dobře aplikovatelná a dává smysl.

V poslední kapitole jsem se pokusil sestavit novou metodu, na základě kombinací postupů jednotlivých metod. Výsledkem její aplikace byla taktéž mapa vlivů a vektor globálních priorit. Po zhodnocení pro mě byla tato metoda velkým překvapením, jelikož ze všech v práci používaných metod dala výsledky, které byly nejblíže mému očekávání před sestavováním všech modelů.

Jedním z cílů bylo vytvoření uceleného dokumentu, ve kterém je komplexně zpracována metoda DEMATEL. Nashromážděním mnoha zdrojů, popisem jednotlivých metod a aplikací na příkladech, se spolu s přiložením výpočtů k práci, tento cíl podařilo taktéž naplnit.

# Seznam zdrojů


[1] ANUNTAVORANICH, P., SUMRIT, D.: Using DEMATEL Method to Analyze the Causal Relations on Technological Innovation Capability Evaluation Factors in Thai Technology-Based Firms. International Transaction Journal of Engineering, Management, & Applied Sciences & Technologies, 2013, Vol. 4, No. 2, s. 81-103.

[2] AMIRIA, M., SADAGHIYANIA, J. S., PAYANIB, N., SHAFIEEZADEH, M.: Developing a DEMATEL method to prioritize distribution centers in supply chain. Management Science Letters. 2001. Vol. 4 s. 279-288.

[3] KLOZÍKOVÁ, J., DOČKALÍKOVÁ, I.: Aplikace metody DEMATEL v integrovaném rámci společností. Scientific papers of Univesity of Pardubice, 2015, Vol. 22, No. 2, s. 67-78.

[4] ASADA, M. M., MOHAMMADIB, V., SHIRANIC, M.: Modeling Flexibility Capabilities of IT-based Supply Chain, Using a Grey-based DEMATEL Method. Procedia Economics and Finance, 2016, Vol. 36, s. 220-231.

[5] JALALIFAR, S., HAFSHEJANI, K. F., MOVAHEDI, M. M.: Evaluation of the Effective Barriers in GSCM implementation Using DEMATEL Method. Nature and science, 2013, Vol. 11, No. 11, s. 95-102.

[6] FALATOONITOOSI, E., LEMAN, Z., SOROOSHIAN, S., SALIMI, M.: Decision-Making Trial and Evaluation Laboratory. Research Journal of Applied Sciences, Engineering and Technology, 2013, Vol. 5, No. 3, s. 3476-3480.

[7] KASHI, K., FRANEK, J.: Utilizing DEMATEL method in competency model. Forum Scientiae Oeconomia, 2014, Vol. 2, No. 1, s. 95-106.

[8] FIALA, P.: Dynamic analysis of multi-criteria network systems. Mathematical methods of Economics, 2015, s. 484-490.

[9] YANG, Y. O., SHIEH, H., LEU, J., TZENG, G.: A Novel Hybrid MCDM Model Combined with DEMATEL and ANP with Applications. International Journal of Operations Research, 2008, Vol. 5, No. 3, s. 160-168.

[10] ORTÍZ1, M. A.,FELIZZOLA H. A., ISAZA, S. N.: A contrast between DEMATEL-ANP and ANP methods for six sigma project selection: a case study in healthcare industry. Medical Informatics and Decision Making, 2015, Vol. 15, No. 3, 12 s.

[11] SAATY, T. L.: The Modern Science of Multicriteria Decision Making and Its Practical Applications: The AHP/ANP Approach. Operations Research, 2013, Vol. 61, No. 5, s 1101-1118.

[12] NAVARA, M.,OLŠÁK, P.: Základy fuzzy množin, Praha, 2001.

[13] TSAI, S., MIN-FANG CHIEN, M., XUE, Y., LI, L., JIANG, X., CHEN, Q.: Using the Fuzzy DEMATEL to Determine Environmental Performance: A Case of Printed Circuit Board Industry in Taiwan. PLOS ONE, 2015, 18 s.

[14] LIN, CH., WU, W.: A causal analytical method for group decision-making under fuzzy environment. Expert Systems with Applications, 2008, Vol. 34, s. 205-213.

[15] SADEHNEZHAD, F., ZARANEJAD, M., GHEITANI, A.: Using combinational method DEMATEL and ANP with fuzzy approach to evaluate business intelligence performance. European Online Journal of Natural and Social Sciences, 2013, Vol. 2, No. 3, s. 1374-1386.

[16] JASSBI, J., MOHAMADNEJAD, F., NASROLLAHZADEH, H.: A Fuzzy DEMATEL framework for modeling cause and effect relationships of strategy map. Expert Systems with Applications, 2008, Vol. 38, s. 5967-5973.

[17] LI, CH., TZENG, G.: Identification of a threshold value for the DEMATEL method using the maximum mean de-entropy algorithm to find critical services provided by a semiconductor intellectual property mall. Expert Systems with Applications, 2009, Vol. 36, s. 9891-9898.

[18] FIALA, P.: Modely a metody rozhodování. Nakladatelství Oeconomica, Praha, 2003, 292 s.

# Seznam příloh

[1] DEMATEL.xlsx

[2] DEMATEL-ANP.xlsx

[3] fuzzy_DEMATEL.xlsx

[4] MMDE_algoritmus.xlsx

[5] vlastni_metoda.xlsx