Vysoká škola ekonomická v Praze

Fakulta informatiky a statistiky

Katedra ekonometrie

Studijní program: Kvantitativní metody v ekonomice

Studijní obor: Matematické metody v ekonomii



EKONOMETRICKÁ ANALÝZA HODNOT KARET POČÍTAČOVÉ HRY HEARTHSTONE

Bakalářská práce

Autor práce: David Karaffa

Vedoucí práce: Doc. Ing. Tomáš Cahlík, CSc.

Rok: 2015

Prohlášení

Prohlašuji, že jsem bakalářskou práci zpracoval samostatně a že jsem uvedl všechny použité prameny a literaturu, ze kterých jsem čerpal.

V Praze dne 27. 5. 2015

…….

podpis

Poděkování

Chtěl bych tímto poděkovat vedoucímu bakalářské práce Doc. Ing. Tomáši Cahlíkovi, CSc. za odborné vedení a rady při zpracování této práce. Současně bych chtěl poděkovat své rodině za trpělivost a neutuchající podporu v mém studiu.

Abstrakt

Název práce: Ekonometrická analýza hodnot karet počítačové hry Hearthstone
Autor práce: David Karaffa
Katedra: Katedra ekonometrie
Vedoucí práce: Doc. Ing. Tomáš Cahlík, Csc.

Tato bakalářská práce se zabývá analýzou existující ceny a skutečné herní hodnoty karet karetní počítačové hry Hearthstone. Základem práce je aplikace dvou zvolených ekonometrických metod (metody nejmenších čtverců a metody uspořádané multinomické volby) na netradiční objekt. Ze hry je zvolen vzorek 105 karet s dvanácti vlastnostmi. Každé kartě je vyjádřen vztah mezi její cenou a sumou herních vlastností. Ekonometrickými metodami poté určíme hodnotu herních vlastností a celkovou hodnotu karet. Výpočty probíhají v programech gretl a EViews 8.
Výsledky porovnáváme s několika předpoklady z pohledu hráče a se skutečnou cenou karet. Cílem je určit, zda jsou levné karty a populární třídní karty podle předpokladu podceněné, nebo jiné karty naopak přeceněné. Z výsledků obou analýz vyplývá, že podcenění levných karet není tak markantní, populární karty jsou skutečně podceněné a naopak drahá karta Pyroblast, jež prošla přeceněním (zdražením) v rámci herního vyvážení, odpovídá hodnotou původní verzi ceny.
Obě metody jsou porovnány a v tomto případě je ze statistického hlediska za vhodnější zvolena metoda uspořádané multinomické volby.

- Klíčová slova: Hearthstone – metoda nejmenších čtverců – gretl – model/metoda uspořádané multinomické volby – EViews 8

Abstract

Title: Econometric analysis of game value of Hearthstone cards
Author: David Karaffa
Department: Department of Econometrics
Supervisor: Doc. Ing. Tomáš Cahlík, Csc.

Bachelor's thesis is focused on analysis of price and real game value of cards in online card game Hearthstone. Main point of the thesis is application of two selected econometric methods (Least Squares Method and Ordered Choice Model) on untraditional subject. Sample consists of 105 cards with twelve attributes. Every card´s price is then formulated as a sum of all its attributes. We then use econometric methods to calculate value of attributes and total game value of every card. Calculations are done using gretl and EViews 8 software.
The results are compared to assumptions made from the point-of-view of the player and to the price of the cards. The goal is to decide, whether or not cheap cards, popular class cards and other cards are underpriced/overpriced. Results of both methods show that cheap cards are not as underpriced as expected and that popular cards are really underpriced. Expensive card Pyroblast is compared to its previous state before the price of the card was increased because of the game balance and results show that the card´s value is closer to price it used to have.
Both methods are compared and in this instance, ordered choice model is decided from the statistic point of view as the superior and more suitable method.

- Keywords: Hearthstone – Least Squares Method – gretl - Ordered Choice Model – EViews 8

Obsah

1 ÚVOD 2
2 TEORETICKÁ ČÁST 4
2.1 Teorie týkající se herní části a oceňovaných karet 4
2.1.1 Krátký úvod do hry 4
2.1.2 Ocenění karet ve hře 6
2.2 Teorie týkající se použitých statistických metod/modelů 8
2.2.1 Lineárně regresní model jako východisko 8
2.2.2 Metoda nejmenších čtverců 9
2.2.3 Model uspořádané multinomické volby (Ordered Choice Model) 11
3 PRAKTICKÁ ČÁST 13
3.1 Předběžné odhady z pohledu uživatele-hráče 13
3.2 METODA NEJMENŠÍCH ČTVERCŮ 16
3.2.1 Aplikace metody/modelu 16
3.2.2 Testy 17
3.2.3 Interpretace hodnot herních vlastností 18
3.2.4 Interpretace výsledků aplikace MNČ na vybraných kartách 21
3.3 MODEL USPOŘÁDANÉ MULTINOMICKÉ VOLBY (ORDERED CHOICE MODEL) 29
3.3.1 Aplikace metody/modelu 29
3.3.2 Interpretace hodnot UMV, parametrů, prahových hodnot 30
3.3.3 Interpretace výsledků aplikace UMV na vybraných kartách 32
3.4 Porovnání výsledků obou metod 36
3.4.1 Porovnání výsledků (obou metod) a předpokladů (viz bod 3.1) 37
3.4.2 Porovnání použitých statistických metod 38
4 ZÁVĚR 40
Seznamy 42
Použitá literatura 43
Přílohy 44

1 ÚVOD

Společenské vnímání počítačových her se často omezuje jen na násilí FPS (*first person shooter*) střílečeк. Jejich propojení se společenskými hrami a skrytými optimalizačními procesy bývá ignorováno. Staré hry na hrdiny typu „Dungeons & Dragons“, v nichž hráč pracoval se svou fantazií a fantazií přátel a spoluhráčů, jsou dnes nahrazeny epickými RPG/MMORPG dobrodružstvími (*role playing game/multi massive online role playing game – hra na hrdiny, potažmo online hra na hrdiny*). Tyto nové hry ale nejsou populární jen díky pocitu zažitého dobrodružství.

V hrách obecně, a také i v počítačových hrách, se vyskytují rozhodovací procesy a bývají v nich také skrytá matematická pravidla. Ve hře na hrdiny (RPG) každý hráč vytváří svou postavu, svůj herní odraz sebe sama reprezentující i sociální aspekt. Ale pod únikem do fikčních světů (escapismem) je i optimalizace vlastností postavy a jejího vybavení, herních předmětů. Každý hráč se přizpůsobuje pravidlům hry, její obtížnosti a herním situacím (například boji s určitým druhem zbraně) a snaží za daných podmínek maximalizovat užitek schopností/vlastností nebo užitečnost své postavy. Strategické hry také vyžadují pokročilou formu optimalizace mezi získáváním zdrojů a jejich správným využíváním. Rozhodovací procesy hráčů lze přirovnat k rozhodovacím nebo optimalizačním matematicko-statistickým metodám.

K podobnému rozhodování dochází i u karetních her inspirovaných stolní hrou „Magic: The Gathering“. Souboj dvou a více hráčů probíhající přes jejich předem připravené herní balíčky plné monster (minionů) a kouzel vždy nabízel mix snahy přechytračit protivníka a optimalizovat využití herních zdrojů a s nimi spojené herní volby.

Dostat se k digitální sběratelské karetní free-to-play hře „Hearthstone: Heroes of Warcraft“, jíž se věnuje tato práce, bylo pro mě snadné. Jako bývalý hráč „Magic: The Gathering“ jsem znal tento herní styl a vyhovovala mi i komplikovaná matematika probíhající na pozadí hráčových voleb.

Díky rozmachu internetu je dnes pro kohokoli (i pro úplného začátečníka) snadné hrát takovou karetní hru s vysokým počtem možných protihráčů. Již není potřeba vlastnit papírové karty, nebo složitě vyhledávat protihráče ochotné hrát. Dnes je vše zjednodušeno.

Snadný přístup k informacím pomocí internetu má ale i další důsledek. Lze se snadno dostat k informacím o hře nebo o hrách (vč. dostupnosti herních podkladů – balíčků a strategií). Lze si najít vysvětlení komplikovaných herních mechanismů, netradičních strategií anebo porovnávat své názory s ostatními hráči.

A tím se dostáváme k inspiraci této práce. Stránky jako *http://www.hearthpwn.com* nebo *http://www.reddit.com/r/hearthstone* nabízejí přístup k článkům a názorům, které mnou sledovanou hru zkoumají. Jedním z takových článků byl i blog jednoho z hráčů věnující se „herní hodnotě“ karet (viz Literatura 1). Samozřejmě každý hráč provádí ve svých volbách podobnou analýzu, snaží se používat karty, které jsou oproti podobným kartám silnější, preferuje karty, které se zdají příliš silné (populární je herní slang „OP“ – „overpowered“). Zmíněný článek na hodnotu pohlížel matematicky a snažil se ji kvantifikovat pomocí aplikace metody nejmenších čtverců.

Tím mě uvedený článek inspiroval. Na tento případ lze aplikovat matematické metody a hodnotu karet lze analyzovat a vyčíslit. Aplikace metody nejmenších čtverců zmíněná v původním článku měla svá úskalí. Autor v něm totiž analyzoval většinu herních proměnných, a to včetně špatně popsatelných náhodných vlastností a vlastností s velmi nízkým výskytem ve hře. Rozhodl jsem se proto, že nápad hledání reálné hodnoty karet využiji a provedu analýzu herních hodnot nebo herního užitku karet na vybraných, porovnatelných vlastnostech s dostatečným výskytem a následně porovnám tyto hodnoty s cenou každé karty.

Cílem této práce je tedy analýza vybraného vzorku karet hry „Hearthstone: Heroes of Warcraft“ pomocí dvou matematicko-statistických metod/modelů – *metody nejmenších čtverců* a jedné z metod *uspořádané multinomické volby* (*Ordered Choice Model*) a následná interpretace výsledků k určení, zda jsou herní karty z hlediska skutečných herních vlastností dobře oceněné, podceněné nebo přeceněné.

2 TEORETICKÁ ČÁST

2.1 Teorie týkající se herní části a oceňovaných karet

Jak již bylo zmíněno v Úvodu, cílem této práce je použít matematicko-statistických metod k porovnání oficiálně vykazované ceny a reálné herní hodnoty karet počítačové hry „Hearthstone: Heroes of Warcraft“, a to v rozšířeném měřítku a dle několika vzájemně porovnatelných vlastností.

2.1.1 Krátký úvod do hry

Ještě než přejdeme k teorii hodnoty, kterou budeme v této práci aplikovat, je nutno popsat samotnou hru. Základem hry je souboj dvou hráčů pomocí karet v připravených balíčcích. Každý herní balíček se skládá přesně z třiceti karet a je omezen jen volbou jednoho z devíti hrdinů a kartami, které má hráč ve své sbírce. Každý herní účet začíná se sadou volně přístupných karet, další karty poté získává dalším hraním (získávání zlata a následné nakupování Card Packů, které lze nakoupit i za skutečné peníze).

Hráči si tedy vytvoří herní balíček a střetnou se s jiným hráčem. Zdrojem, který umožňuje hráčům hrát a využívat své karty je mana (jednotka magické energie). Toto slovo se bude v této práci objevovat často, neboť právě mana cost (tedy cena karet resp. herních akcí) je vysvětlovanou proměnnou, kterou budeme analyzovat. Mana je ve hře reprezentována pomocí tzv. mana krystalů. Každý hráč začíná s jedním mana krystalem a na začátku každého svého kola jeden dodatečný mana krystal získá. Tento proces probíhá až do maximálního počtu mana krystalů, jenž je deset. Mana krystaly reprezentují, kolik many je hráči dostupné v kole a na začátku každého kola se hráči doplní na plný počet mana krystalů. Pokud má tedy hráč osm mana krystalů, v aktuálním kole má přístup k osmi bodům many, které může využít. Hráči začínají se třemi nebo čtyřmi kartami z balíčku a na začátku každého svého kola získávají jednu náhodně zvolenou kartu ze zbývajícího pole karet balíčku.

Důležitou vlastností každé karty je její cena (mana cost, tj. kolik many z existujícího fondu many (krystalů), je nutno vydat na využití/zahrání uvedené karty). S cenou také přichází otázka týkající se hodnoty karet a nabízí-li karta na svou cenu dostatečnou hodnotu. Z toho vyplývá další otázka, a to jak cenu a užitnou hodnotu karty kvantifikovat.

Hráči se během hry střídají ve svých herních kolech/tazích a využívají svých karet. Cílem hry je snížit počet životů protihráče z počátečních třiceti na nulu a méně (tj. počet životů může nabýt i záporné hodnoty, ale jakákoli hodnota menší než 1 život znamená konec hry) nebo jej přinutit hru vzdát (tato možnost je přístupná oběma hráčům po celou dobu hry, a to kdykoli, nejen v případě, že hráč vyhodnotí, že je pro něj situace bezvýchodná).

Ve hře jsou tři druhy karet.

První je magické stvůry/monstra (jako draci, golemové, trpaslíci, hrdinské postavy, …), jež jsou v anglickém originále nazývány slovem minion. Každý minion je určen svojí cenou, útokem, zdravím a dalšími herními vlastnostmi. Minion se pokládá na herní plochu a následně se od dalšího kola může využívat k útoku například na protihráče nebo jeho miniony. Důležitou částí hry týkající se minionů je „board control“, ovládaní herní plochy. K získání kontroly nad hrou a herní plochou slouží co nejefektivnější herní volby, vedoucí k odstranění protihráčových minionů a zároveň udržení svých herních jednotek naživu (takzvaný „trading“ je zásadní částí hry, ale popis složitých herních rozhodnutí není pro účely této práce třeba). K vyjádření vlastností minionů se používá popis ve formě útok/obrana, např. 3/3.

Dalším druhem karty jsou kouzla. Kouzla lze charakterizovat jejich cenou a herním efektem. Jejich herní efekt tedy není oproti minionům permanentní a nezůstávají na herní ploše (přináší tedy jen jednorázový efekt). Kouzlo ale může značně pomoci při kontrole herní plochy, případně jsou to právě kouzla, která často nabízí odpovědi na protihráčovy volby. Vyvážení správně zvolených minionů a odpovídajících kouzel je základem úspěchu při tvorbě herního balíčku (viz níže) a tím i úspěšné hry.

Posledním druhem karty je zbraň. Zbraně jsou přístupné jen několika hrdinům a nabízí možnost útočit pomocí svého hrdiny (hrdina má tedy pomocí zbraně podobné vlastnosti jako minion). Každá zbraň je definována svou cenou, útokem a trvanlivostí. Trvanlivost značí, ke kolika útokům lze zbraň použít předtím, než se rozpadne a je vyřazena ze hry. Zbraně jsou pro účely této práce ignorovány z důvodu častého výskytu zbraní s neporovnatelnými unikátními herními vlastnostmi.

Analyzujeme tedy pouze miniony a kouzla.

Pro větší detail hry – viz Příloha 1.

2.1.2 Ocenění karet ve hře

Vztah mezi cenou karty a jejími herními vlastnostmi lze charakterizovat pomocí neoficiálního vzorce používaného hráči k porovnání karet a určení jejich účinnosti v oblasti poměru hodnota/cena:

$Souhrn\ počtu\ vlastností = (2 \cdot cena) + 1$	*(2.1)*

Vzorec je používán pro porovnávání ceny/hodnoty karet (typu minion) a neuvažuje rozdíly v možném užitku jednotlivých vlastností. Všem vlastnostem je přikládána stejná důležitost a při využití minionu je srovnáván jen celkový počet vlastností dané karty. Cena je uváděná v celočíselných jednotkách mana. Důležité je, že vzorec popisuje situaci, kdy karta vlastnostmi přibližně odpovídá své ceně.

Příklad 1:

Představme si tři různé karty typu minion se stejnou cenou 3 mana.

- Karta 1 – útok 1, zdraví 4, dodatečná náhodná vlastnost, tj. 6 souhrnných vlastností při ceně 3
- Karta 2 – útok 3, zdraví 4, tj. celkem 7 souhrnných vlastností při ceně 3
- Karta 3 – útok 3, zdraví 4, dodatečná náhodná vlastnost (s pozitivním efektem), tj. 8 souhrnných vlastností při ceně 3

Podle výše uvedeného vzorce (2.1) by se tedy potvrdilo, že karta 3 nabízí více užitku než karta 2 a karta 2 nabízí více užitku než karta 1. To vše ve zjednodušeném a značně omezeném porovnání bez ohledu na rozdílnou sílu (a tím i hodnotu) jednotlivých vlastností karty.

V případě uvedených tří karet je porovnání jednoduché a výsledky jasné, ale co když se porovnají dvě velmi podobné karty?

Příklad 2:

- Karta 1 – útok 3, zdraví 2, tj. 5 souhrnných vlastností při ceně 2
- Karta 2 – útok 2, zdraví 3, tj. také 5 souhrnných vlastností při téže ceně 2

Obě karty splňují podmínku danou neoficiálním vzorcem, odpovídají souhrnem vlastností své ceně, ale která z karet nabízí více užitku? Agresivní karta 1 s vyšším poškozením (útokem) a možností odstranění silnější karty, ale jen dvěma body zdraví, což ji činí zranitelnou? Nebo defenzivní karta 2, hůře odstranitelná, ale se slabším útokem? Obě karty

by se v případě herního kontaktu navzájem vyřadily ze hry, která z nich tedy nabízí vyšší teoretický užitek (herní hodnotu)?

Vyjádření ceny karet matematickou rovnicí

Z předchozí části tedy známe neoficiální teoretický základ k ocenění karet a lineárního vývoje týkajícího se počtu vlastností rostoucích v souladu s cenou.

Každou kartu lze charakterizovat rovnicí, která popisuje vztah mezi její cenou a jejími herními vlastnostmi:

Příklad 3:

- Karta 2/1, cena 1

$$1 = 2 \cdot útok + 1 \cdot zdraví + c$$

- Karta 2/1, schopnost charge (okamžitý útok), cena 2

$$2 = 2 \cdot útok + 1 \cdot zdraví + 2 \cdot charge + c$$

kde

- c je v tomto případě použito jako označení pro základní cenu karty bez jakýchkoli herních vlastností

2.2 Teorie týkající se použitých statistických metod/modelů

2.2.1 Lineární regresní model jako východisko

První metodou popisovanou a následně použitou v této práci je metoda nejmenších čtverců. Ještě před popisem této metody je ale vhodné vysvětlit její propojení s lineárním regresním modelem.

Lineární regresní model popisuje lineární závislost mezi vysvětlovanou proměnnou a k vysvětlujícími proměnnými x_1 až x_k.

$$y = \beta_1 + \beta_2 X_2 + \ldots + \beta_k X_k + u$$	*(2.2)*

kde
- β_1 je úrovňová konstanta, proměnná x_1 nabývá hodnoty 1
- $\beta_2,\ldots, \beta_k$ jsou regresní parametry
- u je náhodná složka

Vztah proměnných v lineárním regresním modelu vždy pozorujeme na výběru n pozorování. Každé z pozorování pak obsahuje hodnotu vysvětlované proměnné a hodnoty vysvětlujících proměnných. Tyto hodnoty jsou fixní a nemění se. Každé pozorování lze vyjádřit rovnicí:

$$Y_i = \beta_1 + \beta_2 X_{2i} + \ldots + \beta_k X_{ki} \qquad i = 1,2,\ldots, n$$	*(2.3)*

K odhadu parametrů β se využívá výběrová regresní funkce:

$$\hat{Y} = b_1 + b_2 x_2 + \cdots + b_k x_k + u$$	*(2.4)*

kde
- $b_1 \ldots b_k$ jsou bodové odhady neznámých parametrů
- $\hat{Y}$ je vyrovnaná hodnota Y

Rozdíl mezi skutečnou hodnotou a vyrovnanou hodnotou pro každé z i pozorování se nazývá reziduum a značí se jako e_i. Reziduum e_i si lze vysvětlit jako odhad hodnoty u_i náhodné složky.

$$Y_i - \hat{Y}_i = e_i$$	*(2.5)*

Lineární regresní model vyžaduje splnění následujících Gauss-Markovových požadavků:

Citace: Roman Hušek, Ekonometrická analýza, str. 29 (Literatura 2):

1. $E(\mathbf{u}) = \mathbf{0}$
   náhodné složky mají identické rozdělení s nulovou střední hodnotou
2. $E(\mathbf{u}\mathbf{u}') = \sigma^2 \mathrm{I}_n$
   vyjádření homoskedasticity, je nezávislý na parametru
3. $E(\mathbf{X}'\mathbf{u}) = \mathbf{0}$, $\mathbf{X}$ je nestochastická rovnice
   při opakovaných výběrech lze pozorování vysvětlujících proměnných považovat za fixní, generovaná nezávisle na u_i
4. $\mathbf{X}$ má plnou hodnost k
   matice $\mathbf{X}$ nesmí obsahovat lineárně závislé sloupce pozorování vysvětlujících proměnných. Při splnění této podmínky je $\mathbf{X}'\mathbf{X}$ symetrická regulární matice řádu k, ke které existuje inverzní matice $(\mathbf{X}'\mathbf{X})$-1

2.2.2 Metoda nejmenších čtverců

Metoda nejmenších čtverců (MNČ) je nejběžnější metodou používanou pro kvantifikaci parametrů lineárního regresního modelu. Je populární pro vhodné vlastnosti odhadu (vydatnost, nestrannost, vhodnost i pro malé výběry) a snadný výpočetní postup. Metoda získala své pojmenování podle minimalizace součtu čtverců odchylek od výsledné aproximované rovnice. Využívá se také pro aproximaci takzvaných přeurčených soustav rovnic, tedy v případech kdy analyzujeme více rovnic než proměnných. Tento detail zmiňuji, protože analyzovaná soustava rovnic v této práci splňuje podmínku předurčených rovnic.

Metodu nejmenších čtverců lze aplikovat za podmínky splnění výše uvedených Gauss – Markovových předpokladů.

Výpočetní postup MNČ (pro získání hodnot parametrů b) charakterizuje soustava rovnic:

Citace: Roman Hušek, Ekonometrická analýza, str. 30 (Literatura 2):

Vyjdeme-li při odhadu klasického lineárního modelu z MNČ, pak pro bodovou odhadovou funkci **b** platí

$\mathbf{y} = \mathbf{Xb} + \mathbf{e}$	*(2.6)*

nebo

$\hat{\mathbf{y}} = \mathbf{Xb}$	*(2.7)*

kde
- **e** je vektor *n* odhadnutých reziduí
- $\hat{\mathbf{y}}$ je vektor vyrovnaných hodnot vysvětlované proměnné

Protože kritériem volby odhadové funkce **β** při použití MNČ je dosažení minima součtu čtverců reziduí, minimalizujeme ztrátovou funkci v kvadratické formě

$\mathbf{e'e} = (\mathbf{y} - \mathbf{Xb})'(\mathbf{y} - \mathbf{Xb}) = \mathbf{y'y} - 2\mathbf{b'X'y} + \mathbf{b'X'Xb}$	*(2.8)*

Stanovíme-li první parciální rovnici soustavy (viz vzorec 2.8) podle $\mathbf{b}'$ (resp. **b**) a výsledek položíme roven nule, dostaneme nutnou podmínku pro minimum ve tvaru

$\frac{\partial(\mathbf{e'e})}{\partial \mathbf{b}'} = -2\mathbf{X'y} + 2\mathbf{X'Xb} = \mathbf{0}$	*(2.9)*

Řešením dospějeme k tzv. normálním rovnicím nejmenších čtverců

$\mathbf{X'Xb} = \mathbf{X'y}$	*(2.10)*

Takže při existenci inverzní matice dostaneme bodovou odhadovou funkci b, minimalizující součet čtverců reziduí, ve tvaru

$\mathbf{b} = (\mathbf{X'X})^{-1}\mathbf{X'y}$	*(2.11)*

Vektor **b** spočtený podle vzorce (2.11) splňuje minimalizační podmínky vzorce 2.8 a představuje hledané bodové odhady parametrů β.

2.2.3 Model uspořádané multinomické volby (Ordered Choice Model)

V případě rozhodovacích procesů může nastat situace, kdy vysvětlovaná proměnná nabývá hodnot v uspořádaných řazených kategoriích. Taková data si lze obvykle představit např. jako ratingy cenných papírů, ohodnocení pracovních schopností, zařazení preferencí k volebnímu programu nebo ohodnocení zdravotního stavu.

Základ modelu uspořádané multinomické volby (dále jako metoda UMV) vychází z regresního modelu pro n pozorování, v němž je spojitá latentní proměnná y_i* vyjádřena pomocí vztahu (jako):

$y_i^* = \boldsymbol{\beta}'\mathbf{x}_i + u_i \quad i = 1, 2, \ldots, n$	*(2.12)*
kde • $\mathbf{x}_i$ je vektor vysvětlujících proměnných • $\boldsymbol{\beta}$ je vektor parametrů modelu • u_i je náhodná složka (v zahraniční literatuře jako ε_i)	

Součástí metody je řada rostoucích prahových hodnot/mezních bodů/hraničních hodnot (limit points/cut points) tvořících intervaly pro zařazení do jednotlivých kategorií. Pokaždé, když y_i* překročí jednu z prahových hodnot, dochází ke zvýšení pořadí volené alternativy (výsledné kategorie).

y nabývá hodnot v závislosti na y_i* a prahových hodnotách dle následných vztahů:	
$y = 0$ pokud $y_i^* \leq \mu_0$ $y = 1$ pokud $\mu_0 < y_i^* \leq \mu_1$ $y = 2$ pokud $\mu_1 < y_i^* \leq \mu_2$. $y = J$ pokud $\mu_{J-1} \leq y_i^*$	*(2.13)*
kde • μ jsou neznámé parametry odhadované společně s $\boldsymbol{\beta}$ a tvoří meze jednotlivých výsledných kategorií • $j = 0,1, 2, \ldots. J,$ přičemž j představuje množinu výsledných řazených kategorií	

Pozn: V případě počtu J+1 řazených kategorií je nalezeno J (0 až J-1) hraničních hodnot. V literatuře lze najít i zmínky o J+2 hraničních hodnotách. V takovém případě bývají zmíněné dodatečné hraniční hodnoty $\mu_{-1} = -\infty$ a $\mu_J = \infty$. Hraniční hodnota μ_{-1} bývá normalizována jako $\mu_{-1} = 0$.

Odhady (regresních) parametrů β a prahových hodnot μ_0, μ_1, …, μ_{J-1} získáváme maximalizací logaritmické funkce.

Výpočet pravděpodobnosti volby jednotlivých kategorií:

$\mathrm{P}(y_i = 0\|\mathbf{x}_\mathrm{i}) = \mathrm{P}(y_i^* \leq \mu_0) = \mathrm{P}(\mathbf{x}_i'\boldsymbol{\beta} + u_i \leq \mu_0) = \mathrm{F}(\mu_0 - \mathbf{x}_i'\boldsymbol{\beta})$ $\mathrm{P}(y_i = 1\|\mathbf{x}_\mathrm{i}) = \mathrm{F}(\mu_1 - \mathbf{x}_i'\boldsymbol{\beta}) - \mathrm{F}(\mu_0 - \mathbf{x}_i'\boldsymbol{\beta})$. $\mathrm{P}(y_i = J\|\mathbf{x}_\mathrm{i}) = 1 - \mathrm{F}(\mu_{J-1} - \mathbf{x}_i'\boldsymbol{\beta})$	*(2.14)*

Pro úplnost logaritmická věrohodnostní funkce:

$\log\mathrm{L} = \sum_{i=1}^{n}\sum_{j=0}^{J} m_{ij} \log\left[\mathrm{F}(\mu_j - \mathbf{x}_i'\boldsymbol{\beta}) - \mathrm{F}(\mu_{j-1} - \mathbf{x}_i'\boldsymbol{\beta})\right]$	*(2.15)*
kde • m_{ij} nabývá hodnoty 1 pokud $y_i = j$, jinak m_{ij} nabývá hodnoty 0	

Pro analýzu metodou uspořádané volby se nejčastěji používají dva druhy modelů.

- Uspořádaný logitový model (ordered logit) předpokládá logistické rozdělení náhodné složky u_i.
- Uspořádaný probitový model (ordered probit) předpokládá normální rozdělení náhodné složky u_i.

Oba modely nabízejí přibližně stejné výsledky, dle literatury bývá metoda ordered logit považována za matematicky vhodnější s několika zanedbatelnými výhodami. V této práci budeme pracovat s metodou ordered probit a s normálním rozdělením náhodné složky.

Interpretace koeficientů/parametrů $\boldsymbol{\beta}$ není zcela jasná, ale znaménka parametrů $\boldsymbol{\beta}$ předznamenávají, zda proměnná y_i* s parametrem roste (kladný parametr zvyšuje pravděpodobnost zařazení do vyšší výsledné kategorie) nebo klesá (záporný parametr tlačí na zařazení do nižší kategorie).

Metoda dále nabízí marginálními efekty vysvětlujících proměnných na volbu dané alternativy.

$\frac{\partial \mathrm{P}(y_i = j\|\mathbf{x}_i)}{\partial \mathbf{x}_i} = \left[\mathrm{F}'(\mu_{j-1} - \mathbf{x}_i'\boldsymbol{\beta}) - \mathrm{F}'(\mu_j - \mathbf{x}_i'\boldsymbol{\beta})\right]\boldsymbol{\beta}$	*(2.16)*
kde • F´značí derivace distribučních funkcí	

3 PRAKTICKÁ ČÁST

3.1 Předběžné odhady z pohledu uživatele-hráče

A) Levné karty budou pravděpodobně vykazovány jako podceněné.

Herní významnost levných karet (zejména karet s cenou 1 a 2 mana, částečně karet s cenou 3 mana) tkví v počáteční fázi každé hry a získání tempa. Nabízí hráči prostor k získání kontroly nad herní plochou a připravení hráčovy pozice v dalších fázích hry. Ale v momentě kdy hra další fáze dosáhne, levné karty značně ztrácí. Levná karta je snadno odstranitelná dražšími kartami, příkladem může být minion Chillwind Yeti (4 mana, 4/5), která dokáže teoreticky odstranit dvě až tři levné karty než opustí hru. Oba hráči jsou limitováni třiceti kartami v balíčku a v momentě, kdy hráč pomocí jedné karty odstraní dvě a více protihráčových karet, jistá strategická výhoda se přesouvána jeho stranu. U levných karet lze proto předpokládat jejich podcenění, hodnotou budou ve většině případů přesahovat svou základní cenu. Z pohledu hráče je tento odhad jasný, karty s cenou 1 mana by měly mít tři body vlastností (viz vzorec 2.1), velké množství karet ale toto nepsané pravidlo porušuje a obsahuje čtyři body vlastností. Podobné případy se vyskytují i u karet s cenou 2 (šest vlastností místo pěti). Proto lze logicky očekávat podcenění.

B) Podcenění karty Power Word: Shield

Pokud hráči hrají herní třídu Kněze (Priest), vždy do svého balíčku volí dvě kopie této karty. Je to způsobeno povědomím hráčů o značné síle této karty a vysoké přidané hodnotě, kterou její zahrání automaticky přináší. Karta totiž při ceně 1 mana přidávává minionovi dva dodatečné body zdraví. Už jen tato schopnost by měla přibližně hodnotou odpovídat ceně karty.

Karta má ale navíc i druhou schopnost, a to získání dodatečné karty. Řečeno slangem hráčů: „karta se procyklí“. A tato vlastnost je hráči značně vyhledávána, neboť je důležitým nástrojem karetní výhody (podobné příklady – Azure Drake, Gnomish Inventor). Při ceně 1 mana tedy karta nabízí pozitivní zlepšení miniona a získání karty, lze tedy očekávat výrazné podhodnocení a výsledky poukazující na vhodné přecenění do cenové kategorie 2 mana.

C) Karta Pyroblast bude značně přeceněná

Karta Pyroblast představuje klasický způsob zakončení hry Mága (Mage). Deset poškození za cenu 10 mana (tj. teoreticky třetina životů protihráče) ve spojení s ovládáním herní plochy je smrtící kombinace. Karta ovšem kdysi prošla změnou, v předchozí verzi hry nabízela stejné poškození jen za cenu 8 mana.

Změnou ceny tak došlo k pozměnění herní dynamiky karty. V původní verzi, byla karta hrána ve dvou kopiích a mohlo tak dojít k situaci, kdy karta byla zahrána v osmém (první možné užití této karty) a poté i v devátém kole (druhé možné užití této karty) za celkových 20 bodů poškození. S cenou 8 ohrožovala hráčovo tempo při úvodní fázi hry, ale udržet hru pod kontrolou do devátého kola nebylo vzhledem k ostatním kartám Mága problém. Dva brzké Pyroblasty proto neohrožovaly hráčovy šance na vítězství.

Přeceněním ale došlo ke změně. Karta s cenou 10 mana už není pro hráče bezpečná, náhle znamená dvě další kola, kdy je nepoužitelná. Dvě důležitá kola, během kterých se risk hráči může vymstít. Karty s cenou 10 mana proto bývají jen vzácně hrány ve dvou kopiích. Pokud takovou kartu hráči do balíčku zařadí, tak jen v jedné kopii jako teoreticky nástroj řešení problémů v pozdní části hry (podobně je na tom i karta Mind Control Kněze (Priest), která za cenu 10 mana ukradne cíleného nepřátelského miniona – tato karta, mající unikátní vlastnost, není touto prací hodnocena).

Karta tedy byla přeceněna z důvodu herní vyváženosti, ale ztratila tím na své účinnosti. Vzhledem k tomu, že kartě byla změněna jen cena a její efekt zůstal stejný, lze předpokládat, že bude vyhodnocena jako přeceněná a její reálná herní hodnota bude vyhodnocena blíže původní ceně (8 mana) než aktuální ceně (10 mana).

D) Populární třídní karty definující herní strategii třídy budou pravděpodobně vyhodnoceny jako podceněné.

Základem herního stylu a strategie každého balíčku je výběr hrdiny (herní třídy). Každý z hrdinů nabízí speciální schopnost a přístup k unikátním kartám. Část těchto karet je mezi hráči tak populární, že jsou automaticky očekávány v každém balíčku. Příkladem takových karet přítomných mezi analyzovanými kartami jsou následující karty: Fireball, Fire Elemental, Swipe, Voidwalker, Flametongue

Totem. U těchto karet lze očekávat, že budou vyhodnoceny jako podceněné a budou hráči nabízet přebytek herní hodnoty oproti ceně.

Je důležité zmínit, že analyzovaný vzorek těchto třídních karet je oproti počtu všech třídních karet ve hře nízký. Je to způsobeno výskytem unikátních vlastností, kterými karty každé herní třídy oplývají. Zároveň se ale tyto vlastnosti nevyskytují dostatečně často, případně ve snadno porovnatelné formě. Příkladem jsou karty Zloděje (Rogue) s vlastností Combo (pokud byla v kole před touto kartou zahrána jakákoliv jiná karta, Combo karta má dodatečný efekt) nebo karty Šamana (Shaman) s vlastností Overload (karta má nižší cenu, ale v dalším kole přetíží několik mana krystalů, které se na začátku právě toho kola nedoplní (nedobijí), její cena je v podstatě rozdělena do dvou kol). Obě vlastnosti jsou základem herního stylu obou tříd. Šaman získává výhodu pomocí silnějších karet a správného plánování, Zloděj při řetězení několika karet po sobě. Obě tyto vlastnosti a další podobné unikátní vlastnosti ale nelze snadno kvantifikovat a porovnávat a nejsou proto součástí této práce.

3.2 METODA NEJMENŠÍCH ČTVERCŮ

3.2.1 Aplikace metody/modelu

Při aplikaci metody nejmenších čtverců předpokládáme maximalizaci užitku vlastností karet. Chceme tedy analyzovat hodnotu karet v situacích, kdy jsou karty zahrány za účelem využití jejich vlastností. Zároveň analyzujeme porovnatelné vlastnosti a předpokládáme, že stejné vlastnosti lze porovnávat a mají stejnou fixní hodnotu. Předpokládáme, že cena každé karty odpovídá vlastnostem karty a je vyjádřením sumy vlastností karty. Předpokládáme, že každou kartu lze vyjádřit rovnicí (viz kapitola 2.1.2) a lineární vývoj síly karet (vzorec 2.1).

Model předpokládá přístup hráče ke všem analyzovaným kartám. Model nebere v úvahu raritu karet, příslušnost ke třídám karet (minion, kouzlo). Model ignoruje také teoretické synergie s jinými kartami (například synergie zesílení útoku s neanalyzovanou vlastností windfury – možnost útočit dvakrát – tato možnost dvojitého útoku znamená dvojnásobné zesílení útoku), synergie karet se schopnostmi hrdinů a příslušnost karet k jednomu z hrdinů.

Analýzu provádím na vzorku 105 vybraných karet s často se vyskytujícími porovnatelnými vlastnostmi. Vysvětlovanou proměnnou je cena (mana cost). Vysvětlující proměnné zastupuje 11 herních vlastností (viz Příloha 1).

Pomocí MNČ získáme koeficienty vyjadřující přibližnou hodnotu každé z herních vlastností. Ty nám poté umožní vypočítat celkovou hodnotu každé analyzované karty. Výsledné hodnoty následně porovnáme s cenami karet.

Pozn.: Všechny tyto obecné předpoklady platí i pro aplikaci metody upřádané multinomické volby (UMP).

Tabulka 3.1: **Výstup analýzy metodou nejmenších čtverců z programu gretl**

Model 1: OLS, za použití pozorování 1-105
Závisle proměnná: v1 (MANA COST)

	Koeficient	*Směr. chyba*	*t-podíl*	*p-hodnota*	
Const	−0,459082	0,123338	-3,722	0,0003	***
ATTACK	0,574281	0,0374095	15,35	<0,00001	***
HEALTH	0,363161	0,0409533	8,868	<0,00001	***
CHARGE	0,367240	0,0507164	7,241	<0,00001	***
TAUNT	0,163478	0,0340883	4,796	<0,00001	***
DAMAGE	0,913337	0,0380840	23,98	<0,00001	***
HEAL	0,410893	0,0305420	13,45	<0,00001	***
DRAW	1,57647	0,118490	13,30	<0,00001	***
SPELL D	0,610097	0,120617	5,058	<0,00001	***
GIVE ATT	0,500517	0,0744077	6,727	<0,00001	***
GIVE HEALTH	0,520050	0,0770695	6,748	<0,00001	***
DMG MINIONS	1,79077	0,0938157	19,09	<0,00001	***

Střední hodnota závisle proměnné	3,723810	Sm. odchylka závisle proměnné	2,186036
Součet čtverců reziduí	27,44728	Sm. chyba regrese	0,543261
Koeficient determinace	0,944773	Adjustovaný koeficient determinace	0,938241
F(11, 93)	144,6327	P-hodnota(F)	1,98e-53
Logaritmus věrohodnosti	−78,54964	Akaikovo kritérium	181,0993
Schwarzovo kritérium	212,9468	Hannan-Quinnovo kritérium	194,0045

3.2.2 Testy

Pro následující testy platí hladina významnosti $\alpha = 0.05$

- Test multikolinearity

  Dle výsledku testu není vzorek dat postižen multikolinearitou, vlastnosti odhadu jí tedy nejsou ovlivněny.

- Whiteův test

  Pomocí Whiteova testu zjišťujeme přítomnost homoskedasticity (konstantní rozptyl rezidua/rozptyl je nezávislý na parametru) nebo heteroskedasticity v analyzovaných datech. Neadjustovaný koeficient determinace má hodnotu 0.81, P-hodnota testu je 0.00782. Zamítáme tedy hypotézu H_0 o homoskedasticitě ve prospěch H_1 (přítomnost heteroskedasticity).

  Heteroskedasticita je způsobena uměle vytvořenými analyzovanými daty. Oproti situacím, kdy pomocí statistických metod analyzujeme např. data z dotazníků, analyzujeme v tomto případě data uměle vytvořených karet, které jsou herními

designéry vybalancované kolem neviditelné herní rovnováhy. Herní vyváženost však není založena jen na rovnoměrném rozložení vlastností u všech karet, ale také i na strategických synergiích a schopnostem hrdinů. Lze tedy předpokládat, že vzorek bude obsahovat data karet, která se značně vymykají standardu. Příkladem takové karty je karta Fire Elemental.

- Ramseyho RESET test

  Testovací statistika F Ramseyho testu má hodnotu 3.799179 s P-hodnotou 0.026. Zamítáme hypotézu H_0 tvrdící, že model je správně specifikovaný pro účely MNČ.

- P-hodnoty parametrů vysvětlujících proměnných

  P-hodnoty všech odhadů parametrů jsou nižší než hladina významnosti $\alpha = 0.05$. Zamítáme tedy hypotézu H_0 o statistické nevýznamnosti parametrů. Program gretl, dále nabízí širší pohled na statistickou významnost pomocí hvězd za výstupem P-hodnoty, kdy více hvězd značí vyšší statistickou významnost. U všech parametrů se vyskytují tři hvězdy, lze tedy předpokládat jejich vysokou statistickou významnost.

Výsledky testů (viz Příloha 2) poukazují na problém spojený s aplikací MNČ k analýze diskrétních dat. Vstupní data jsou vždy celočíselná, ale odhady parametrů celočíselné nejsou a tedy i odhady celkových hodnot nejsou celočíselné. Množina cen je diskrétní, ale množina celkových hodnot karet je spojitá. Zejména výsledek Ramseyho reset testu poukazuje na problém, že tato celočíselná data nelze jednoznačně aproximovat pomocí lineárního regresního modelu. Výsledek Whiteova testu značí přítomnost heteroskedasticity, to znamená porušení druhého Gauss-Markovova předpokladu (homoskedasticita). Výsledný odhad tedy postrádá optimální vlastnosti odhadu metodou nejmenších čtverců. Lze tedy konstatovat, že metoda není optimální pro tento případ analýzy dat.

3.2.3 Interpretace hodnot herních vlastností

Ocenění herních vlastností karet dle MNČ (výstup z modelu):

- Útok (Attack): Jeden bod vlastnosti útok má hodnotu 0.5743.
- Zdraví (Health): Jeden bod zdraví má hodnotu 0.3632.

  Dle modelu má jeden bod útoku vyšší hodnotu než jeden bod zdraví, ofenzivní vlastnost je tedy ceněna více než vlastnost defenzivní.

- Charge (schopnost okamžitého útoku): Hodnota vlastnosti charge vůči jednomu bodu útoku je 0.3672. Každý bod útoku miniona s vlastností má tedy celkovou hodnotu 0.9415. Vlastnost tedy navýší cenu útoku přibližně o 64%.
- Taunt (obranná vlastnost): Hodnota vlastnosti taunt k jednomu bodu zdraví je 0.1635. Celková obranná hodnota jednoho bodu zdraví s vlastností taunt je 0.5267, hodnota je tedy navýšena přibližně o 45%.

  Agresivní vlastnost charge navyšuje hodnotu útoku o 64%, oproti tomu obranná vlastnost taunt navyšuje hodnotu jednoho bodu zdraví o 45%. Vlastnost, která je tedy pod kontrolou hráče je tedy i dražší než vlastnost, jíž hráč pod kontrolou nemá (nelze určit, co minion s vlastností taunt vybrání).
- Damage to (Cílené poškození): Schopnost udělit jeden cílený bod poškození má hodnotu 0.9133.
- Heal/Restore (Léčení poškození): Schopnost vyléčit jeden bod poškození má hodnotu 0.4109.

  Agresivní varianta (damage) je opět oceněna výše, pokud hráč způsobí jeden bod poškození, druhý hráč jej může vlastností heal/restore vyléčit za polovinu ceny. Vyšší užitnou hodnotu má samozřejmě cílené poškození, které může jednotky ze hry vyřadit a tím zcela neutralizovat možnost jejich vyléčení.
- Draw a card (Získání karty): Získání dodatečné karty má hodnotu 1.5765. Vlastnosti je tedy přikládána vysoká důležitost pramenící z vysokého ocenění. Vlastnost je vyhledávána i hráči jako důležitá součást karetní výhody.
- Spell damage (zesílení poškození kouzel): Spell damage je vlastnost týkající se minionů s efektem, který přetrvává, dokud není vyřazen ze hry. Vlastnost má o sobě hodnotu 0.6101 ale zajímavou se stává v momentě, kdy zvážíme její využití a výhodnost dodatečného bodu poškození.

  Cílené poškození má hodnotu 0.9133, to se týká jak minionů tak kouzel. Předpokládáme, že u obou druhů karet je na tom schopnost. Při využití miniona s vlastností spell damage si tedy hráč připlatí přibližně 0.6 many za tuto schopnost a při využití kouzla, dokud je tento minion ve hře získá jeden bod poškození právě za cenu přibližně 0.6 many oproti běžné situaci, kdy jsou pevně dané hodnoty u kouzel oceněny přibližně na 0.9. Využití vlastnosti se zahraným kouzlem a s bonusovým efektem (tj. kouzlo zahrajeme právě s cílem využít dodatečný bod poškození) je tedy výhodné a nabízí mnohem vyšší teoretickou hodnotu.

Druhou vylepšenou situací je poškození všem nepřátelským minionům. Velmi ceněná vlastnost), nazývaná také jako „board clear“ (vyčistění herní plochy) má dle modelu hodnotu 1.7908. Vlastnost spell damage zesiluje i tato kouzla a dodatečný bod poškození s přibližnou hodnotou 1.79 je získán jen při přibližných cenových nákladech 0.6.

Důležitou části vlastnosti je ale je využití. Z analyzovaných vlastností je jedná o jedinou vlastnost bez okamžitého dopadu na hru. Charge umožňuje ihned útočit, taunt vytváří protihráči zeď a další vlastnosti mají cílený a jasně daný efekt. Spell damage naopak při samotném zahrání hráči nic nepřináší. Karta s vlastností je jen dražší, než by měla být. Hodnota vlastnosti přichází až s jakýmkoli využitím dodatečného poškození. Model proto analyzuje hodnotu vlastnosti dle jejího dopadu na cenu karty. A ten musí být nižší, neboť vlastnost nepřináší hodnotu, dokud není využita. Skutečná hodnota vlastnosti je tedy -0.6 v momentě, kdy schopnost nevyužijeme, přibližně 0.3 za každý využitý dodatečný bod poškození a přibližně 1.19 za každý dodatečný bod plošného poškození způsobený právě díky této schopnosti.

- Damage all enemy minions (Poškození všem nepřátelským minionům): Vlastnost poškození všech nepřátelských minionů má hodnotu 1.7908, synergie vlastnosti je blíže popsána v popisu vlastnosti spell damage (viz výše).
- Give attack (Zvýšení útoku): Navýšení útoku miniona o jeden bod má hodnotu 0.5.
- Give health (Zvýšení zdraví): Navýšení zdraví miniona o jeden bod má hodnotu 0.52.

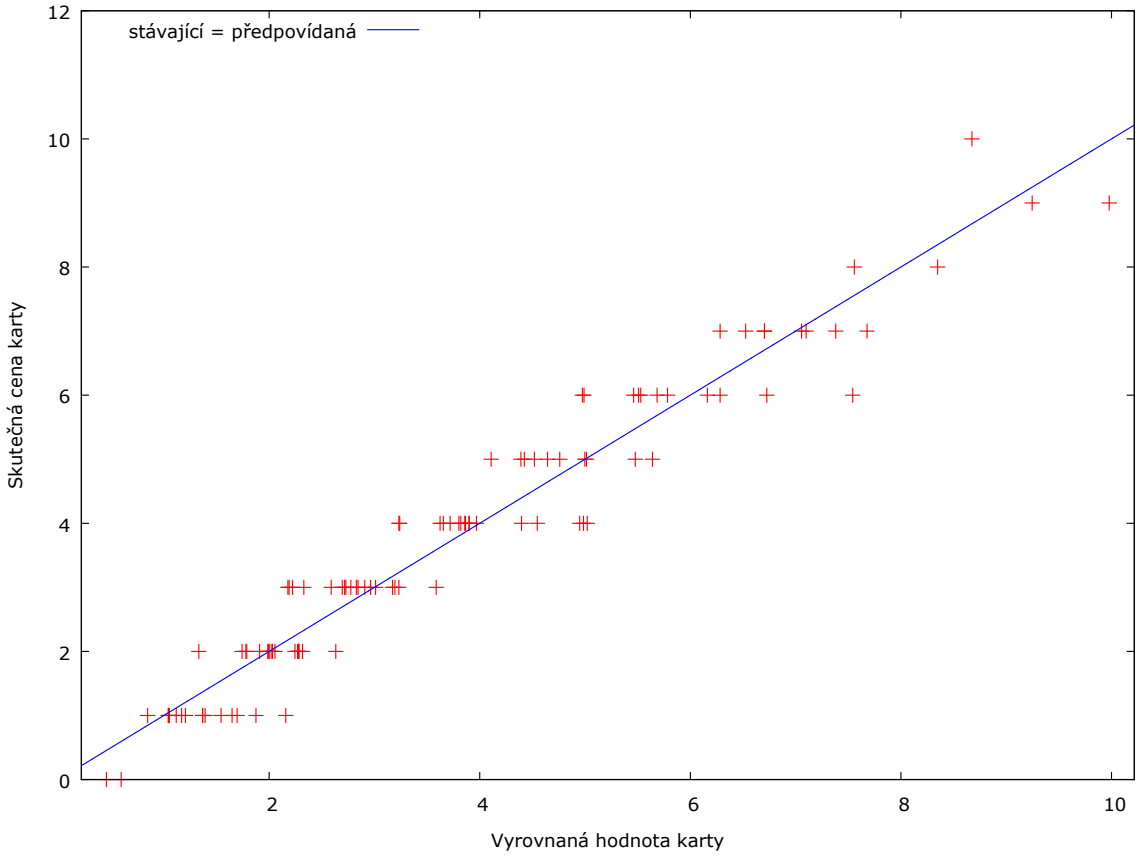
  Hodnota obou posilujících schopností je na přibližně stejné úrovni. Zesílení zdraví je o 0.02 hodnotnější než zesílení útoku. Zajímavější je ale porovnání se samotnými vlastnostmi útok a zdraví. Útok má sám o sobě hodnotu 0.5743, která je vyšší oproti zesílení s hodnotou 0.5. Zdraví má hodnotu 0.3632 a zesílení zdraví 0.52.

  Důležitým rozdílem základních vlastností a zesílení je jejich využití. Základními vlastnostmi disponují minioni, u kterých se čeká na jedno jediné - na využití možnosti zaútočit. Zesílení útoku hráči aplikují na miniony schopné útoku za účelem lepších výměn na herní ploše. Nižší hodnota zesílení oproti hodnotě samotné vlastnosti bude také dána tím, že některé efekty zesílení útoku se týkají jen jednoho kola a z toho důvodu jsou kartě přiřazeny s nižším cenovým dopadem. Zesílení zdraví lze aplikovat na miniony schopně útoku za účelem jejich přežití

nebo na jakékoli miniony za účelem ztížení jejich odstranění. Cenový rozdíl mezi hodnotou vlastnosti zdraví a hodnotou zesílení zdraví je způsoben vždy trvalým efektem zesílení a tedy i vyšším dopadem na cenu karty než v případě zesílení útoku, častým spárováním se zesílením útoku (celková schopnost +1/+1) a také nižším výskytem zesilujících vlastností oproti vlastnostem útok a zdraví, které se mezi vybranými kartami vyskytují nejvíce.

- Koeficient karty: Hodnota -0.4591, vyrovnávací mechanismus modelu, charakterizovaný jako základní cena každé karty. Lze ji vnímat jako hodnotu prázdné karty bez jakýchkoli herních vlastností.

Graf 3.1: Porovnání skutečné ceny s vyrovnanou odhadovanou hodnotou



3.2.4 Interpretace výsledků aplikace MNČ na vybraných kartách

Vybrané karty jsou subjektivně zvoleny z většiny na základě popularity/nepopularity ve hře a získaných výsledků.

Tabulka 3.2: Přehled MNČ ocenění vybraných karet

Pozn.: Tabulka je řazena dle rozdílu ceny a hodnoty nalezené modelem

Pořadí	Název karty	Cena karty v mana (C) *)	Hodnota karty dle MNČ (H)	Rozdíl C-H	Kategorie karty dle MNČ
1	Fire Elemental	6	7,54	-1,54	Velmi podceněné karty
2	Power Word: Shield	1	2,16	-1,16	
3	Fireball	4	5,02	-1,02	
4	Swipe	4	4,98	-0,98	Podceněné karty
5	King Krush	9	9,98	-0,98	
6	Voodoo Doctor	1	1,87	-0,87	
7	Voidwalker	1	1,70	-0,70	
8	Shieldbearer	1	1,65	-0,65	
9	Flametongue Totem	2	2,63	-0,63	
10	Arcane Shot	1	1,37	-0,37	Karty v zásadě dobře oceněné
11	Holy Smite	1	1,37	-0,37	
12	Spider Tank	3	2,72	0,28	
13	Gnomeragan Infantry	3	2,59	0,41	
14	Arcane Explosion	2	1,33	0,67	Přeceněné karty
15	Ironforge Rifleman	3	2,33	0,67	
16	Stormwind Knight	4	3,24	0,76	
17	Oasis Snapjaw	4	3,23	0,77	
18	Silverback Patriarch	3	2,22	0,78	
19	Dalaran Mage	3	2,18	0,82	
20	Demonheart	5	4,11	0,89	
21	Archmage	6	4,99	1,01	Velmi přeceněné karty
22	Reckless Rocketeer	6	4,97	1,03	
23	Pyroblast	10	8,67	1,33	

**) Dle Ceníku hry*

Krátký komentář k výsledkům u jednotlivých vybraných karet

Velmi podceněné karty

- Fire Elemental (6/5 + 3 damage)

  Cena 6, hodnota 7.54. Hodnota značně převyšuje cenu, i při přecenění na 7 mana by se stále jednalo o velmi silnou kartu. Síla karty je dána kombinací silného těla („body“) miniona se zabudovaným poškozujícím kouzlem. Obecně je známo, že na svou cenu přináší vysokou přidanou hodnotu ve hře.

- Power Word: Shield (+2 health, draw a card)
  Cena 1, hodnota 2.16. Dle modelu velmi podceněná karta, z levných karet s cenou 1 mana navíc s hodnotou převyšující 2. Karta je populární i mezi hráči, je považována na svou cenu za velmi silnou a model potvrzuje očekávání. Např. už jen vlastnost získání karty má hodnotu 1.57 (za cenu 1). Bez bonusu v podobě dvou přidaných bodů zdraví by karta měla hodnotu 1.12. V aktuálním stavu si její efekt říká o přecenění do vyšší cenové skupiny.
- Fireball (6 damage)
  Cena 4, hodnota 5.02. Velmi oblíbená, základní karta. Nejpopulárnější zdroj cíleného poškození mezi hráči (karta je přístupna jen mágům). Model potvrzuje její popularitu, vysokou hodnotu. Při přecenění na cenu 5 mana by došlo k hernímu vyvážení.

Podceněné karty

- Swipe (4 damage + 1 damage všem nepřátelům)
  Cena 4, hodnota 4.98. Dle modelu by kouzlo mělo být přeceněno na 5 mana, kde by hodnota téměř přesně odpovídala značné síle kouzla.
- King Krush (8/8, charge)
  Cena 9, hodnota 9.98. Kupodivu neoblíbená a minimálně hraná karta. Neobliba vyplývá z toho, že karta svými vlastnostmi nezapadá do balíčků své třídy (Lovec). Aktuální herní styl třídy je rychlý a agresivní a míří k rychlému konci hry, karta King Krush by mohla být vhodný nástrojem ukončení hry (8 bodů poškození v devátém kole), ale je místo toho nahrazena kombinací jiných levnějších karet.
- Voodoo Doctor (2/1 + restore 2)
  Cena 1, hodnota 1.87. Mezi hráči rovněž velmi nepopulární karta, modelem je zvolena za velmi podceněnou. Rozdíl mezi hodnotou určenou matematickým modelem a preferencí hráčů je dán použitelností karty. Levné karty s cenou 1 a 2 bývají používány jako úvodní tempo karty pro získání dominace a iniciativy v prvním a druhém kole. V případě že kartu Voodoo Doctor použijeme v prvním nebo druhém kole, její léčení není ve většině případů využito. Pokud ji ale zahrajeme později, je již vyšší pravděpodobnost že hráč nebo jeden z jeho minionů bude poškozen a karta využita. Model tedy říká, že sestava všech vlastností je na svoji cenu velmi výhodná, hráči ale vnímají přímý vliv na hru, který kartě chybí.

- Voidwalker (1/3 taunt)

  Cena 1, hodnota 1.70. Rozdíl mezi kartami Shieldbearer a Voidwalker je jednoduchý. Shieldbearer je dostupný všem hrdinům, Voidwalker je přístupný jen jednomu (Čaroděj/Warlock). Disponuje tak vyšším počtem souhrnných vlastností oproti normálu a zároveň i výhodou jednoho bodu útoku. Oproti předchozím kartám je ve své třídě velmi populární kartou, poměr hodnoty a ceny tomu dává za pravdu.
- Shieldbearer (0/4 taunt)

  Cena 1, hodnota 1.65. Mezi hráči opět velmi nepopulární volba, Shieldbearer je jen obranná zeď postrádající útočné vlastnosti a jak model ukazuje, útočné vlastnosti jsou ceněny více než obranné. Shieldbearer jen nabízí více souhrnných bodů útoku a zdraví (4 namísto běžných 3).
- Flametongue Totem (0/3)

  Cena 2, hodnota 2.63, teoreticky dosažitelná hodnota = $0.63 + 1 \cdot X$, kde X je celkový počet minionů zesílených vlastností karty)

  Karta, jež nemohla být z modelu vynechána a byla do něj přidána i přes problematickou kvantifikaci vlastností. Základ každého šamanského balíčku má sám o sobě mizivý dopad na hru (útok 0, zdraví 3), ale značný na s ním sousedící miniona. Na každé straně sousedící minion má totiž o 2 zvýšený útok, vedoucí k celkovému zvýšení útoku o 4. Efekt platí jen dokud mimoni sousedí s kartou, ale platí i na každého dalšího miniona, který je do hry položen jako sousedící.

  V případě že jeden zesílený minion zemře a je nahrazen jiným sousedícím minionem, je teoretická hodnota karty opět zvýšena dalším navýšením útoku o 2. Už jen v situaci, kterou předpokládá model (navýšení útoku dvou minionů) je hodnota karty 2.63 při ceně 2 mana. Každé další navýšení u miniona způsobí nárůst užitné hodnoty o 1.

  V případě, kartu zahrajeme jen za účelem zesílení jednoho miniona, její hodnota klesne na 1.63. Jedná se o jedinou kartu se specifickými podmínkami a dopadem na hru, která se dostala do závěrečné verze matematického modelu. Důvodem byl předpoklad, že analyzovaná data budou zajímavá a přinesou možnost zvážit, jak moc může být hodnota karty navýšena za teoretické herní situace. Například kolo, při kterém hráč použije tuto kartu na celkové zesílení čtyř minionů (oba původní sousedi zemřou při svých útocích a jsou nahrazeny dalšími) povede k celkové

užitné hodnotě 4.63. Teoreticky tedy k nejvyššímu nárůstu hodnoty ze všech analyzovaných karet. Popisovaná situace je ve hře poměrně běžná.

V zásadě dobře oceněné karty

- Spider Tank (3/4)
  Cena 3, hodnota 2.72. Překvapení mezi přeceněnými kartami, od vydání rozšíření Goblins vs Gnomes základ každého „Mecha“ balíčku. Karta je populární díky své synergii s miniony třídy Mech, součástí modely ale třídy/rasy nejsou a modelem je tedy ohodnocena jen jako minion splňují základní předpoklady (sedm bodů souhrnných vlastností při ceně 3).

Přeceněné karty

- Arcane Explosion (1 poškození nepřátelským minionům)
  Cena 2, hodnota 1.33. Kouzlo obsahující pouze jeden bod vlastnosti poškození všech nepřátelských minionů je považováno za velmi přeceněné. V porovnání s ostatními levnými kouzly a miniony zcela ztrácí v oblasti poměru hodnoty a ceny. Výsledky modelu jasně potvrzují, proč karta není využívána.
- Ironforge Rifleman (2/2 + 1 damage)
  Cena 3, hodnota 2.33. I přes vysoce ceněnou vlastnost cíleného bodu poškození podceněná a nepopulární karta. Cílené poškození nedokáže vyrovnat absenci tří bodů rozložených mezi vlastnosti útok nebo zdraví, jako je u jiných minionů s cenou 3.
- Silverback Patriarch (1/4 taunt)
  Cena 3, hodnota 2.22. Pět souhrnných bodů vlastností oproti standardním sedmi. Jedna z nejméně oblíbených karet, model jasně ukazuje proč. Její hodnota neodpovídá nadměrné ceně.
- Demonheart (5 damage)
  Cena 5, hodnota 4.11. Mág má přístup kartě Fireball (6 poškození při ceně 4), Warlock přístup k této kartě. Při pěti bodech poškození jasně ztrácí v přímém porovnání s kartou Fireball a dle výsledků i v porovnání hodnoty a ceny.

Velmi přeceněné karty, např. :

- Pyroblast (10 damage)
  Cena 10, hodnota 8.67. V původní verzi hry karta s jinými vlastnostmi (deset bodů

poškození při ceně 8), byla v souladu s názory hráčů přeceněna na cenu 10 (viz předběžné odhady). Důvodem byl častý úkaz, zahrání karty v osmém a následně i v devátém kole, s celkovými 20 body poškození vedoucími ke konci hry. Změny ceny tak značně změnila možnost karty zapadnout do „mana curve“ a je nyní místo dvou kopií hrána jen v jedné kopii. Dle výsledků je ale jasné, že lepším přeceněním v souladu s hodnotou by bylo přecenění na cenu 9.

Z hlediska uživatele hráče (a také výhledově z hlediska hodnocení další metodou UMV) lze jednoznačně nad/podceněné karty (tedy ty karty, které vykazují rozdíl ceny a hodnoty vyšší než 0,5, resp. nižší než -0,5 bodu (matematické zaokrouhlení)) rozdělit z hlediska celočíselného rozdílu ceny a hodnoty (tj. jednotkách ceny – mana) do jednoduchých skupin jako karty podceněné a karty přeceněné (těchto karet je 32):

Tabulka 3.3: Přehled MNČ ocenění vybraných karet (celočíselný rozdíl ceny a hodnoty)

Pozn.: Tabulka je řazena dle rozdílu ceny a hodnoty nalezené modelem

Pořadí	Název karty	Cena karty v mana (C) *)	Hodnota karty dle MNČ (H)	Rozdíl C-H	Rozdíl C-H celočíselný	Kategorie karty dle MNČ
1	Fire Elemental	6	7,54	-1,54	-2	Podceněné karty
2	Power Word Shield	1	2,16	-1,16	-1	
3	Fireball	4	5,02	-1,02	-1	
4	Swipe	4	4,98	-0,98	-1	
5	King Krush	9	9,98	-0,98	-1	
6	Consecration	4	4,95	-0,95	-1	
7	Voodoo Doctor	1	1,87	-0,87	-1	
8	Temple Enforcer	6	6,73	-0,73	-1	
9	Voidwalker	1	1,70	-0,70	-1	
10	Ancient of War II	7	7,68	-0,68	-1	
11	Shieldbearer	1	1,65	-0,65	-1	
12	Antigue Healbot	5	5,64	-0,64	-1	
13	Flametongue Totem	2	2,63	-0,63	-1	
14	Target Dummy	0	0,59	-0,59	-1	
15	Earthen R Farseer	3	3,59	-0,59	-1	
16	Screwjunk Clunker	4	4,55	-0,55	-1	
17	Cold Blood	1	1,54	-0,54	-1	
X	Karty v zásadě dobře oceněné (zbylých 73 karet (105-32=73))					
18	Dark Whisper	6	5,46	0,54	1	Přeceněné karty
19	Fen Creeper	5	4,42	0,58	1	
20	Stormpike Commando	5	4,39	0,61	1	
21	Arcane Explosion	2	1,33	0,67	1	
22	Ironforge Rifleman	3	2,33	0,67	1	
23	Ancient of Lore I	7	6,28	0,72	1	
24	Stormwind Knight	4	3,24	0,76	1	
25	Oasis Snapjaw	4	3,23	0,77	1	
26	Silverback Patriarch	3	2,22	0,78	1	
27	Drain Life	3	2,19	0,81	1	
28	Dalaran Mage	3	2,18	0,82	1	
29	Demonheart I	5	4,11	0,89	1	
30	Archmage	6	4,99	1,01	1	
31	Reckless Rocketeer	6	4,97	1,03	1	
32	Pyroblast	10	8,67	1,33	1	

**) Dle Ceníku hry*

V případě tohoto jednoduchého hodnocení rozdílu ceny a hodnoty se jako nejvíce podceněná jeví karta Fire Elemental s rozdílem ceny 1,5 (mana).

Dále lze karty teoreticky hodnotit dle míry nad/podcenění každé z nich, tj. zhodnocením (%) poměru ceny ke zjištěné reálné hodnotě. Efekt míry nad/podhodnocení pak bude logicky větší u levných karet a z pohledu uživatele-hráče bude míra nad/podcenění hůře interpretovatelná a užitečná (kromě toho problém vyvstane v případě karet hodnoty 0). Proto zde tento způsob hodnocení není rozpracován.

3.3 MODEL USPOŘÁDANÉ MULTINOMICKÉ VOLBY (ORDERED CHOICE MODEL)

3.3.1 Aplikace metody/modelu

Stejně jako v případě analýzy metodou nejmenších čtverců zkoumáme závislost ceny karty na 11 vysvětlujících herních vlastnostech na 105 vybraných kartách. Na vybraný vzorek karet je aplikována metoda ordered probit. (viz Teoretická část)

Tabulka 3.4: **Výstup výsledků analýzy metodou ORDERED z programu EViews 8**

Dependent Variable: MC
Sample: 1 105
Included observations: 105
Number of ordered indicator values: 11
Convergence achieved after 7 iterations
Covariance matrix computed using second derivatives

Variable	Coefficient	Std. Error	z-Statistic	Prob.
ATTACK	1.490416	0.178961	8.328157	0.0000
HEALTH	0.921872	0.134856	6.835995	0.0000
CHARGE	0.893342	0.154548	5.780342	0.0000
TAUNT	0.443491	0.099187	4.471262	0.0000
DAMAGE	2.347606	0.261203	8.987671	0.0000
HEAL	1.057462	0.130490	8.103791	0.0000
DRAW	4.133585	0.510269	8.100798	0.0000
SPELL D	1.546956	0.340763	4.539686	0.0000
GIVE ATT	1.299000	0.216922	5.988340	0.0000
GIVE HEALTH	1.286122	0.224144	5.737929	0.0000
DAMAGE MINIONS	4.681005	0.532465	8.791197	0.0000
Limit Points				
LIMIT_1:C(12)	2.567933	0.653926	3.926949	0.0001
LIMIT_2:C(13)	5.439954	0.669395	8.126674	0.0000
LIMIT_3:C(14)	7.423286	0.799742	9.282096	0.0000
LIMIT_4:C(15)	9.853445	1.059024	9.304268	0.0000
LIMIT_5:C(16)	12.91225	1.409911	9.158202	0.0000
LIMIT_6:C(17)	14.72836	1.556158	9.464568	0.0000
LIMIT_7:C(18)	18.28131	2.007232	9.107720	0.0000
LIMIT_8:C(19)	21.27036	2.296309	9.262847	0.0000
LIMIT_9:C(20)	23.63769	2.690057	8.787060	0.0000
LIMIT_10:C(21)	25.32342	2.728995	9.279392	0.0000

Pseudo R-squared	0.664917	Akaike info criterion	1.815087
Schwarz criterion	2.345879	Log likelihood	-74.29205
Hannan-Quinn criter.	2.030174	Restr. log likelihood	-221.7123
LR statistic	294.8405	Avg. log likelihood	-0.707543
Prob(LR statistic)	0.000000		

3.3.2 Interpretace hodnot UMV, parametrů, prahových hodnot

Položka Coefficient značí hledané parametry β. V tomto případě je interpretujeme jako hodnotové koeficienty přiřazené každé ze sledovaných herních vlastností. Jak je na výsledcích vidět, všechny nalezené koeficienty β nabývají kladných hodnot. Každá z herních vlastností má tedy pozitivní vliv a její přítomnost u karty nebo přidání daného efektu kartě by zvýšilo číslo řazené kategorie, do které by karta byla zařazena.

Zařazení do jedné z jedenácti cenových kategorií probíhá pomocí parametrů μ, ve výstupu zastoupené sekcí Limit Points. Datovému vzorku o jedenácti cenových kategoriích je přiřazeno deset prahových hodnot a každá z cenových kategorií je tímto intervalem charakterizována. Nalezené hraniční hodnoty a intervaly jednotlivých cenových kategorií jsou v následující Tabulce 3.5.

Tabulka 3.5: Přehled hranic cenových kategorií dle UMV

Cenová kategorie	Hranice cenové kategorie	
	Spodní	horní
0	0	2,568
1	2,568	5,440
2	5,440	7,423
3	7,423	9,853
4	9,853	12,912
5	12,912	14,728
6	14,728	18,281
7	18,281	21,270
8	21,270	23,638
9	23,638	25,323
10	25,323	

Pomocí koeficientů (parametrů) β (dále jako hodnotové koeficienty/parametry) a hraničních hodnot cenových kategorií lze analyzovat korektnost ocenění karet. K té dochází při porovnání metodou vypočítané celkové hodnoty karty. Výpočet lze provést například v programu MS Excel a následně výsledné hodnoty manuálně porovnat s cenovými hranicemi a posoudit tak zařazení karet do cenových kategorií, nebo lze využít výpočetních možností, které nabízí pokročilé statistické programy, které celkové hodnoty ihned automaticky porovnají s hraničními hodnotami.

Zde využíváme výstupu z programu EViews 8, který u 105 sledovaných karet určil jejich vhodné ocenění pomocí hodnotových koeficientů a hraničních hodnot.

Tabulka 3.6: **Výstup výsledků modelu z programu EViews 8**

Prediction Evaluation for Ordered Specification
Equation: UNTITLED
Date: 03/28/15 Time: 14:12

Estimated Equation					
Dep. Value	Obs.	Correct	Incorrect	% Correct	% Incorrect
0	2	1	1	50.000	50.000
1	15	12	3	80.000	20.000
2	19	17	2	89.474	10.526
3	18	13	5	72.222	27.778
4	17	12	5	70.588	29.412
5	10	3	7	30.000	70.000
6	11	7	4	63.636	36.364
7	8	6	2	75.000	25.000
8	2	1	1	50.000	50.000
9	2	1	1	50.000	50.000
10	1	0	1	0.000	100.000
Total	105	73	32	69.524	30.476

Pozn.: Kromě programu EViews 8: byly použity také další programy (gretl a STATA), které daly shodné výstupy.

Na základě výstupu z programu EViews 8 lze konstatovat, že 73 karet odpovídá svou hodnotu cenové kategorii, do které karta spadá. Naopak 32 karty jsou vyhodnoceny jako nesprávně oceněné.

Námi sledované výsledky a jejich zjednodušená interpretace ale vyvolává otázky týkající se správnosti jejich vysvětlení. Metodu vypočítání celkových hodnot karet v programu MS Excel jsem zmínil z toho důvodu, že jsem ji pro kontrolu použil a u několika karet dospěl k jiným výsledkům. Hodnotové koeficienty β a hraniční hodnoty μ totiž nelze vnímat absolutně, doslovně nebo jednoznačně. Metoda ordered probit nezvažuje klasickou lineární regresi a nepovažuje rozdíly mezi jednotlivými kategoriemi za fixní. Problém vystal u tří karet. Programem Eviews byly vždy zařazeny do jiné kategorie, než při porovnání celkových hodnot s hraničními hodnotami cenových kategorií.

3.3.3 Interpretace výsledků aplikace UMV na vybraných kartách

Tabulka 3.7.: Karty s problematickým zařazením do hodnotové kategorie

Název karty	Cena karty v mana *)	Hodnota vypočítaná UMV	Hodnota karty dle hraničních bodů kategorií	Hodnota karty dle UMV (H)	Rozdíl C-H
Shieldbearer	1	5,46	2	1	0
Booty Bay Bodyguard	5	12,9136	5	4	1
Demonheart II	5	12,93	5	4	1

Výsledné hodnoty všech tří karet dané metodou UMV se pohybují velmi blízko hraničních hodnot kategorií.

- Karta Shielbearer vypočítanou hodnotou 5.46 překračuje spodní hranici cenové kategorie 2 (5.44). Při ceně 1 mana by tedy měly být vyhodnocena jako podceněná. Ale při odhadech v programech EViews 8 a gretl, oba programy kartu zařadí do cenové kategorie 1, tedy jako správně oceněnou.
- Kartám Booty Bay Bodyguard a Demonheart (II) s cenou 5 mana je přiřazena hodnota 12.9136, resp. 12.93. Při porovnání se spodní hranicí cenové kategorie 5 (12.912) je hodnota obou karet vyšší než hraniční hodnota, karty by tedy měly spadat do cenové kategorie 5. Predikce statistických programů ale obě karty zařadí do cenové kategorie 4.

Hodnotovou interpretaci metody tedy musíme v případech s hodnotou velmi blízkou hraničním hodnotám brát s rezervou. Příklady těchto tři karet ukazují, že koeficienty a hraniční hodnoty nelze vnímat za všech okolností absolutně.

Níže uvedená Tabulka 3.8 nám poskytuje pohled na 32 karet vyhodnocených jako nesprávně oceněné karty. Karty vždy svou hodnotou odpovídají o jeden stupeň vyšší nebo nižší cenové kategorii, než v jaké se aktuálně nacházejí. Výjimkou je karta Pyroblast, která místo své ceny 10 odpovídá hodnotou cenové kategorii 8 a je tedy velmi přeceněná.

Tabulka 3.8: Přehled UMV ocenění vybraných karet (s rozdílnou cenou a hodnotou).

Pozn.: Tabulka je řazena dle 1) rozdílu ceny a hodnoty nalezené modelem, 2) ceny karty

Pořadí	Název karty	Cena karty v mana (C) *)	Hodnota karty dle UMV (H)	Rozdíl C-H	Kategorie karty dle UMV
1	Target Dummy	0	1	-1	Podceněné karty
2	Power Word Shield	1	2	-1	
3	Voidwalker	1	2	-1	
4	Voodoo Doctor	1	2	-1	
5	Flametongue Totem	2	3	-1	
6	Earthen R Farseer	3	4	-1	
7	Consecration	4	5	-1	
8	Fireball	4	5	-1	
9	Swipe	4	5	-1	
10	Antigue Healbot	5	6	-1	
11	Azure Drake	5	6	-1	
12	Fire Elemental	6	7	-1	
13	Temple Enforcer	6	7	-1	
14	King Krush	9	10	-1	
X	Karty v zásadě dobře oceněné (zbylých 74 karet (105-31=74))				
15	Arcane Explosion	2	1	1	Přeceněné karty
16	Dalaran Mage	3	2	1	
17	Drain Life	3	2	1	
18	Ironforge Rifleman	3	2	1	
19	Silverback Patriarch	3	2	1	
20	Oasis Snapjaw	4	3	1	
21	Stormwind Knight	4	3	1	
22	Booty Bay Bodyguard	5	4	1	
23	Demonheart I	5	4	1	
24	Demonheart II	5	4	1	
25	Fen Creeper	5	4	1	
26	Stormpike Commando	5	4	1	
27	Archmage	6	5	1	
28	Reckless Rocketeer	6	5	1	
29	Ancient of Lore I	7	6	1	
30	Core Hound	7	6	1	
31	Lay on Hands	8	7	1	
32	Pyroblast	10	8	2	

**) Dle Ceníku hry*

Levné karty

Překvapivě jen tři z karet s cenou 1 mana jsou vyhodnoceny jako nesprávně oceněné. Předpoklad o podcenění levných karet je tedy splněn jen u tří karet, u kterých bylo podcenění očekávané. Výsledky ukazují, že metoda uspořádané volby dokáže lépe zhodnotit rozdíly mezi jednotlivými kategoriemi a přesně do nich zařadit karty.

- Voodoo Doctor (2/1 + restore 2)
  Cena 1, vypočítaná hodnota 6.02, zařazena do cenové kategorie 2.
- Voidwalker (1/3 taunt)
  Cena 1, vypočítaná hodnota 5.59, zařazena do cenové kategorie 2.
- Power Word: Shield (+2 health, draw a card)
  Cena 1, vypočítaná hodnota 6.71, zařazena do cenové kategorie 2.
  Karty Voodoo Doctor, Voidwalker, Power Word: Shield jsou blíže popsány v interpretaci výsledků MNČ.
- Flametongue Totem (0/3)
  Cena 2, vypočítaná hodnota 7.96, zařazena do cenové kategorie 3.
  Poslední z levných karet vyhodnocených i metodou MNČ jako podceněné je karta Flametongue Totem. Té náleží hodnota 7.96, díky níž karta spadá do cenové kategorie 3.
  Při samotném zahrání bez využití efektu má karta hodnotu 2.765, při nevyužití vlastností tedy spadá do cenové kategorie 1. Za každé využití vlastnosti zvýšení útoku sousedících minionů hodnota karty roste o přibližně 2.6. Teoreticky dosažitelnou hodnotu lze tedy vyjádřit jako $Y = 2.765 + 2.6 \cdot X$, kde X je počet minionů s efektem zvýšení útoku.

Podceněné karty

- Fire Elemental (6/5 + 3 damage)
  Cena 6, vypočítaná hodnota 20.59, zařazena do cenové kategorie 7.
- Swipe (4 damage + 1 damage všem nepřátelům)
  Cena 4, vypočítaná hodnota 14.07, zařazena do cenové kategorie 5.
- Fireball (6 damage)
  Cena 4, vypočítaná hodnota 14.09, zařazena do cenové kategorie 5.
- King Krush (8/8, charge)
  Cena 9, vypočítaná hodnota 26.44, zařazena do cenové kategorie 10.

Čtyři zvolené třídní karty potvrzují čtvrtý z předběžných odhadů. Pro porovnání, všechny čtyři karty jsou zařazeny do stejných cenových kategorií i metodou MNČ.

Přeceněné karty

- Arcane Explosion (1 poškození nepřátelským minionům)
  Cena 2, vypočítaná hodnota 4.68, zařazena do cenové kategorie 1. Nepopulární karta není hraná pro svůj slabý efekt (jako přeceněná je vyhodnocena i metodou MNČ). Zároveň nezapadá do herního stylu Mága, Mág díky kartám Blizzard a Flamestrike (silná kouzla poškozující protihráčovu herní plochu s cenou 6 a 7 mana) má možnosti vyřešit problémy s kontrolou herní plochy. Investovat prostor pro jednu kartu pro kartu s efektem s nízkou herní hodnotou a mizivým efektem je z pohledu hráče nelogické.
- Pyroblast (10 poškození)
  Cena 10, vypočítaná hodnota 23.48, zařazena do cenové kategorie 8. Viz předběžné odhady a popis karty u analýzy metodou MNČ.
- Demonheart (5 damage nebo zesílení +5/+5)
  Cena 5, vypočítaná hodnota 11.74, zařazena do cenové kategorie 4. Nepopulární karta s dvěma možnými efekty (hráč volí efekt podle cíle) je v obou případech podceněná. Pro srovnání efekt poškození je překonán kartami Fireball, Swipe a dalšími zdroji poškození, zesilující efekt je také nedostatečný, jak v porovnávání s jinými zesilujícími efekty, tak v přímém porovnání s vlastnostmi minionů. Za cenu 4 mana lze místo karty zahrát miniona 4/5, při ceně 5 mana jsou vlastnosti minionů minimálně 5/5 s další vlastností

3.4 Porovnání výsledků obou metod

Tabulka 3.9: Porovnání výsledků při aplikaci MNČ a UMV

Pozn.: Tabulka je řazena dle 1) rozdílu ceny a hodnoty karty dle UMV, 2) rozdílu ceny a celočíselné hodnoty karty dle MNČ

Poř-adí	Název karty	Cena karty v mana dle hráč. ceníku (C)	*Metoda nejmenších čtverců (MNČ)*				*Metoda ordered (UMV)*			Rozdíl hodnoty karty dle MNČ a MPV	Kategorie karty (dle obou modelů)
			Celočísel. hodnota karty dle metody (H)	Rozdíl mezi C a H dle metody	Celočísel. rozdíl mezi C a H dle metody	Kategorie karty dle MNČ	Hodnota karty dle metody (H)	Rozdíl mezi C a H dle metody	Kategorie karty dle UMV		
1	Fire Elemental	6	8	-1,54	-2	Pod-ceněné karty *)	7	-1	Pod-ceněné karty	-1	Pod-ceněné karty
2	Power Word Shield	1	2	-1,16	-1		2	-1		0	
3	Fireball	4	5	-1,02	-1		5	-1		0	
4	Swipe	4	5	-0,98	-1		5	-1		0	
5	King Krush	9	10	-0,98	-1		10	-1		0	
6	Consecration	4	5	-0,95	-1		5	-1		0	
7	Voodoo Doctor	1	2	-0,87	-1		2	-1		0	
8	Temple Enforcer	6	7	-0,73	-1		7	-1		0	
9	Voidwalker	1	2	-0,70	-1		2	-1		0	
10	Antigue Healbot	5	6	-0,64	-1		6	-1		0	
11	Flametongue Totem	2	3	-0,63	-1		3	-1		0	
12	Target Dummy	0	1	-0,59	-1		1	-1		0	
13	Earthen R Farseer	3	4	-0,59	-1		4	-1		0	
14	Azure Drake	5	5	-0,48	0		6	-1		1	Pásmo rozdílných ocenění dle metod
15	Ancient of War II	7	8	-0,68	-1		7	0	Dobře oceněné karty	-1	
16	Shieldbearer	1	2	-0,65	-1		1	0		-1	
17	Screwjunk Clunker	4	5	-0,55	-1		4	0		-1	
18	Cold Blood	1	2	-0,54	-1		1	0		-1	
19	Dark Whisper	6	5	0,54	1	Pře-ceněné karty *)	6	0		1	
20	Lay on Hands	8	8	0,44	0		7	1	Pře-ceněné karty	-1	
21	Core Hound	7	7	0,47	0		6	1		-1	
22	Fen Creeper	5	4	0,58	1		4	1		0	Pře-ceněné karty
23	Stormpike Commando	5	4	0,61	1		4	1		0	
24	Arcane Explosion	2	1	0,67	1		1	1		0	
25	Ironforge Rifleman	3	2	0,67	1		2	1		0	
26	Ancient of Lore I	7	6	0,72	1		6	1		0	
27	Stormwind Knight	4	3	0,76	1		3	1		0	
28	Oasis Snapjaw	4	3	0,77	1		3	1		0	
29	Silverback Patriarch	3	2	0,78	1		2	1		0	
30	Drain Life	3	2	0,81	1		2	1		0	
31	Dalaran Mage	3	2	0,82	1		2	1		0	
32	Demonheart I	5	4	0,89	1		4	1		0	
33	Archmage	6	5	1,01	1		5	1		0	
34	Reckless Rocketeer	6	5	1,03	1		5	1		0	
35	Pyroblast	10	9	1,33	1		8	2		-1	

**) Pokud bychom u MNČ neprovedli zařazení do hlavních kategorií (pod/přeceněno) dle matematického zaokrouhlení (nad 0,5 a pod -0,5 – viz bod. 3.1.3), ale nad 0,4 a pod -0,4, pak by ve většině případů došlo ke shodě v zařazení karet do základních kategorií podceněných a přeceněných karet oběma metodami*

3.4.1 Porovnání výsledků (obou metod) a předpokladů (viz bod 3.1)

A) Levné karty

Levné karty jsou skutečně častěji (zejm. karty s cenou 1 mana) vykazovány jako podceněné, hodnota ve většině případů převyšuje cenu a na grafu 3.1 je poznat posun směrem vpravo. Některé z karet s cenou 1 mana vykazují značný přebytek hodnoty nad cenou (Voodoo Doctor, Power Word: Shield, Voidwalker) a obě metody je zařazují směrem k cenové kategorii 2. Výsledky získané metodou uspořádané volby ale tento předpoklad nepotvrzují, jen tři karty s cenou 1 mana jsou vyhodnoceny jako nesprávně oceněné. Původní odhad, že se podobné vlastnosti budou vyskytovat i u karet s cenou 3 mana se nepotvrdil, metodou UMV bylo pět karet vyhodnoceno jako nesprávně oceněné, čtyři z toho jako přeceněné.

B) Power Word: Shield

Předpoklad o výrazném podcenění karty je splněn, obě metody kartu zařazují do cenové kategorie 2 (viz popis karty).

C) Pyroblast

Předpoklad pro přecenění karty je splněn. Karta skutečně odpovídá spíše starší verzi karty (10 poškození při ceně 8 mana) než aktuální verzi (cena 10 mana). Dle MNČ má karta hodnotu 8.67 a odpovídá přibližně cenové kategorii 9, metoda ordered probit (UMV) pak kartu zařadila do cenové kategorie 8. Karta ukazuje problém spojený s tímto druhem analýzy hodnoty karet, karty totiž mohou být v zájmu herní vyváženosti pozměněny do podoby, kdy neodpovídají své ceně.

D) Třídní karty

Zmiňované třídní karty jsou skutečně vyhodnoceny jako podceněné, ale vyskytují se i třídní karty, které jsou přeceněné. Karty Demonheart, Arcane Explosion, Pyroblast a Drain Life. Přecenění karet Demonheart a Drain Life navíc dokazuje, proč hráči třídy Čaroděj (Warlock) málokdy využívají většiny třídních karet (Čaroděj je hráči považován za třídu s nejslabšími třídními kartami). Předpoklad je tedy splněn, překvapením je i podcenění nepopulární karty King Krush, která při své ceně nabízí více hodnoty, ale svými vlastnostmi a vysokou cenou nepatří do herního stylu aktuálních balíčků třídy Lovec (Hunter).

3.4.2 Porovnání použitých statistických metod

Obě metody nachází každé vlastnosti její hodnotu a stanovují hodnoty jednotlivých karet. Každá z nich však vypočítává hodnotu karet jinou formou a dává jiné výstupy.

MNČ dává výstupy přímo porovnatelné se skutečnou cenou, výstupy UMV nelze s cenou přímo porovnat. Namísto toho metoda UMV dává deset hraničních bodů, které definují jedenáct různých intervalů hodnot a tím i jedenáct cenových kategorií karet.

Metoda nejmenších čtverců není vhodná pro analýzu diskrétních veličin, vstupní data týkající se cen a přítomnosti herních vlastností jsou diskrétní, výsledné hodnoty jsou ale spojité. Metoda nedokáže vystihnout úskalí spojená s celočíselností hodnot, pro přímé porovnání se hodnoty musí zaokrouhlit. V případě této aplikace se pak nabízí otázka, kde se pohybuje hranice pro levné karty, kdy se karty s cenou 1 a výrazně vyšší hodnotou přiradí k ceně 1 mana nebo k ceně 2 mana. Metoda je vhodná svým snadno interpretovatelným výstupem, ale statisticky pro tento případ vhodná není. Výsledky testů také ukazují, že odhady provedené touto metodou v tomto případě postrádají optimální vlastnosti odhadu, zejména kvůli porušení Gauss-Markovova předpokladu o homoskedasticitě.

Metoda uspořádané volby je z hlediska výpočtu mnohem komplikovanější. Samotný výpočetní postup není tak snadný a data nelze snadno interpretovat. V tomto případě používáme značně zjednodušený pohled na interpretaci koeficientů, abychom dosáhli vytyčeného cíle, tedy ohodnocení karet a jejich následného zařazení do cenových skupin. V jiných případech bychom ale museli k interpretaci využít parciálních efektů jednotlivých parametrů na samotné volby. Tento případ je ale specifický tím, že hodnota prázdné karty začíná na nule a s každou vlastností hodnota karty, potažmo cena stoupají. Výstup parciálních efektů by tedy nebyl zajímavý například v porovnání s případem, v němž by se vyskytovaly negativní vlastnosti vedoucí k zařazení do horších skupin.
Samotné zařazení do cenových skupin je ale pro uživatele velmi přínosné. Metoda jasně přiřadí každou z karet k cenové kategorii, ke které patří. Tento výstup je snadno interpretovatelný a jednoznačný. Karta s cenou x je zařazena do cenové kategorie y. Porovnáním x a y ihned poznáme, zdali je karta podceněná, přeceněná nebo hodnotou odpovídá své ceně. Metoda také lépe vystihuje diskrétní charakter dat a nevnímá rozdíly mezi jednotlivými cenovými kategoriemi absolutně. Lépe tedy rozpozná hodnotu problematických levných karet a lépe vystihne ne zcela lineární vývoj síly karet s cenou.

V celkovém srovnání je tedy pro tento případ vhodnější metoda uspořádané volby (UMV). Její výsledky lépe vystihují charakter dat a nabízejí jasný pohled na srovnání ceny karet s jejich herní hodnotou.

4 ZÁVĚR

Cílem práce bylo analyzovat vztah mezi cenou karet a jejich reálnou herní hodnotou, aplikovat ekonometrické metody, zvážit specifika těchto metod a metody a jejich výsledky porovnat. Výsledek lze hodnotit ze dvou úhlů pohledu.

- První je pohled statistika na výsledné hodnoty a jejich interpretaci.
- Druhý je pohled hráče, který inicioval celou práci. Je totiž právě hráč, kterému by měla teoretická data posloužit v praxi.

Pokud se tedy oprostíme od matematicko-statistického pohledu, podíváme se na obě metody pohledem hráče a jeho potřeb (za předpokladu, že hráč má základní matematické znalosti):

Metoda nejmenších čtverců nabízí hráči jednoduchou aplikaci a snadno interpretovatelné výsledky. Výpočet ve statistických programech je snadný a téměř okamžitý, výsledné hodnoty jsou ve stejných jednotkách (v našem případě mana) a lze si je snadno vysvětlit. Parametry jsou hodnoty vlastností, z nichž hráč získá podrobné hodnoty karet se snadnou porovnatelností. Nabízí se ale otázka, jak se může hráč pomocí MNČ rozhodovat při hraničním přecenění nebo podcenění karet, tj. v případech, kdy se hodnota karty pohybuje na pomezí dvou cen – např. pokud karta vykazuje hodnotu 6.5, do jaké cenové kategorie spadá? Odpovídá ceně 6 nebo ceně 7? Jistě nabízí více hodnoty než podobná karta s hodnotou 6.45, ale je rozdíl tak zásadní? Hráč si tedy vše může snadno vysvětlit, ale k úplnému závěru o přecenění a podcenění musí u některých karet aplikovat další úvahy, případně hodnotu karet zaokrouhlovat.

Z tohoto pohledu druhá metoda, metoda upořádané multinomické volby, nabízí jiný, diskrétní (celočíselný) a jednoznačnější pohled na cenu karet a jejich ohodnocení. Karta s cenou X patří do cenové kategorie Y, vše je při pohledu na tento výstup jasné. Přecenění, podcenění, správné ocenění (ovšem bez diskuze o možných niancích). Metoda dává hráči formou ANO/NE jasný výstup. Je ale pro hráče příliš komplikovaná, aplikace je náročnější než v případě MNČ a interpretace výsledků mimo zařazení karet do cenových kategorií sama o sobě nic nevyjadřuje (nelze vlastnosti karet podrobně, samostatně a jednoznačně interpretovat - výsledky se pohybují v těžko uchopitelných jednotkách.

Odpověď na otázku, kterou z metod by měl hráč k podobnému druhu analýzy hodnoty použít, je netradiční. Obě metody. Aplikací obou metod získá dva různé pohledy, které lze porovnat. Jeden snadno interpretovatelný a jeden komplikovaný, ale se specifickým a snadno pochopitelným výstupem. Každá z metod karty ohodnotí jiným způsobem a v některých případech se ocenění nebo zařazení do cenových skupin liší, ale to je způsobeno jiným pohledem obou metod. Metoda nejmenších čtverců vše porovná na bázi lineární regrese, nedokáže tedy rozpoznat malé cílené zesílení levných karet, metoda uspořádaných voleb fixní pohled na rozdíly mezi cenovými kategoriemi opouští a právě na bázi vypočítaných parametrů a hraničních hodnot dává jednoznačný výsledek.

Pohled statistika upřednostní metodu uspořádané multinomické volby. Odhad metodou nejmenších čtverců v tomto případě postrádá optimální vlastnosti, pro něž je metoda vyhledávána. Testy naznačují přítomnost heteroskedasticity a lze proto předpokládat ztrátu vydatnosti odhadu. Metoda uspořádané volby je oproti tomu sofistikovanou metodou, která je sice založena na stejném základu jako metoda nejmenších čtverců (lineární regresní model), ale díky pozměněné metodice a jiném úhlu pohledu na rozdíly mezi diskrétními kategoriemi nabízí přesnější a spolehlivější výsledky.

Seznamy

- Seznam zkratek

Zkratka	Význam
MNČ	Metoda nejmenších čtverců
UMV	Metoda (model) uspořádané multinomické volby

- Seznam tabulek

Tabulka 3.1: Výstup analýzy metodou nejmenších čtverců z programu gretl
Tabulka 3.2: Přehled MNČ ocenění vybraných karet
Tabulka 3.3: Přehled MNČ ocenění vybraných karet (celočíselný rozdíl ceny a hodnoty)
Tabulka 3.4: Výstup výsledků analýzy metodou ORDERED z programu EViews 8
Tabulka 3.5: Přehled hranic cenových kategorií UMV
Tabulka 3.6: Výstup výsledků modelu z programu EViews 8
Tabulka 3.7: Karty s problematickým zařazením do hodnotové kategorie
Tabulka 3.8: Přehled UMV ocenění vybraných karet
Tabulka 3.9: Porovnání výsledků při aplikaci MNČ a UMV

- Seznam grafů

Graf 3.1: Porovnání skutečné ceny s vyrovnanou odhadovanou hodnotou

Použitá literatura

Pozn.: Citace jsou pro lepší přehlednost (vzhledem ke strukturovanosti textu) uváděny v rámečku

- Literatura 1 – *How to appraise Hearthstone card Values, How to find automatically Hearthstone undervalued cards*, Zveřejněno: červen 2014
  Dostupné na:
  https://www.elie.net/blog/hearthstone/how-to-appraise-hearthstone-card-values
  http://www.elie.net/blog/hearthstone/how-to-find-automatically-hearthstone-undervalued-cards
- Literatura 2 – HUŠEK, Roman. *Ekonometrická analýza*, vyd. VŠE v Praze, Oeconomica, 2007, ISBN 978-80-245-1300-3
- Literatura 3 – GREENE,William H. *Econometric Analysis, 5th Edition*, Englewood Cliffs, Prentice Hall, 2003, ISBN 0-13-066189-9
- Literatura 4 – GREENE,William H., HENSHER, David A. *Modelling Ordered Choices*, 2009
  Dostupné na:
  http://www.stern.nyu.edu/~wgreene/OrderedChoiceModeling.pdf
- Literatura 5 – EViews 8 User's Guide II, 2013, ISBN 978-1-880411-13-1

Přílohy

- Příloha 1 – Popis hry Hearthstone a analyzovaných herních vlastností
- Příloha 2 – Výsledky testů
- Příloha 3 – CD : Vstupní data, výsledky analýzy (Excel)

Příloha 1 – Popis hry Hearthstone a analyzovaných herních vlastností

„Hearthstone: Heroes of Warcraft“ (dále jen „Hearthstone“) je sběratelská karetní hra dostupná na platformách PC, Mac, Android a IOS vytvořená společností Blizzard Entertainment. Hra byla oznámena v březnu 2013 a následně vyšla v březnu 2014. Hra se dočkala dvou rozšíření Curse od Naxxramas a Goblins vs Gnomes, jenž do hry přinesly nové herní mechanismy a rozšířily pole využitelných karet.

Hra je založena na free-to-play modelu, je tedy přístupná k hraní zdarma s možností dodatečných mikrotransakcí za skutečné peníze. Za skutečné peníze lze nakupovat balíčky karet (Card Packs – 5 náhodných karet do sbírky karet), vstupy do herního módu Aréna a herní rozšíření.

Hearthstone je založena na fikčním světě strategické série Warcraft a MMORPG „World of Warcraft“. Obsahuje tak hrdiny, postavy a mostra z obou her (například Sylvanas Windrunner, Cairne Bloodhoof a z monster draci nebo murloci). Hra je stylizována do podoby malé hospůdky, kde se hráči setkávají a hrají spolu u stolu.

Hra obsahuje dvě herní měny. Zlato (Gold) a „Kouzelný“ prach (Arcane Dust). Zlato hráč získává za výhry a plnění denních úkolů (Daily Quests, denní úkoly jsou náhodně generované, každý den hráči přibude jeden, úkoly jsou splnitelné kdykoli, avšak v jeden moment může mít hráč nejvýše 3 tyto denní úkoly). Zlato umožňuje nakupovat balíčky karet, vstupy do módu Aréna a herní rozšíření. Prach je oproti tomu blíže materiálu, lze za něj vyrábět karty do hráčovy sbírky, přebytečné karty lze rozebrat na prach. Každý hráč má svoji sbírku karet, každý nový herní účet má přístup k vybranému množstvím karet zdarma a další karty získává vyráběním nebo nákupem balíčků.

Základní pravidla hry

Každý zápas/hra je soubojem dvou hráčů, reprezentovaných jedním z devíti hrdinů:

- Mág (Mage)
- Zloděj (Rogue)
- Bojovník (Warrior)
- Druid (Druid)
- Kněz (Priest)
- Šaman (Shaman)
- Paladin (Paladin)
- Čaroděj (Warlock)
- Lovec (Hunter)

Hra probíhá po kolech, kdy se oba hráči střídají a během svých kol vyvolávají monstra Miniony (Minions), používají jednorázová kouzla (Spells), používají zbraně (Weapons) a využívají speciální schopnosti, kterými specificky disponuje každý z hrdinů (maximálně jednou za kolo za cenu 2 many – viz dále).

V každé hře začínají hrdinové obou hráčů s třiceti životy, cílem hry je snížit počet životů protihráče na nulu, případně hra končí v momentu, kdy jeden z hráčů hru vzdá („Concede“, možnost přístupná po celou dobu hry).

Hráči začínají se třemi kartami a „náhodný hod mincí“ (generátor náhodných čísel) rozhodne, který z hráčů začíná. Hráč, který nezačíná, poté získává pro vyrovnání výhody dodatečnou kartu z balíčku (hráč tedy začíná hru nikoli se třemi, ale se čtyřmi kartami) a speciální kartu Mince (Coin) – při použití Mince hráč získá jednorázově jeden dodatečný bod many v daném kole. Mince je ve hře z důvodu vyrovnání značné výhody začínajícího hráče, druhý hráč je automaticky staven do pozice, kdy reaguje na akce prvního hráče, jenž má značnou výhodu iniciace. Mince tak druhému hráči nabízí možnost „přeskočit“ protihráče v jednom kole a zahrát dražší kartu, tím přesunout iniciační výhodu vyžadující reakci protihráče na svou stranu. Dodatečná karta pak nabízí malou karetní výhodu.

Hráči se následně střídají ve svých hrách v jednotlivých kolech. Každým dalším kolem je rozšířeno cenové pole každého hráče právě o jeden mana krystal. Krystaly reprezentují maximální počet many, která je každému hráči na začátku každého kola hráči obnovena. Maximální počet mana krystalů je deset, krystaly tedy přibývají jen do desátého kola. Každá karta a schopnost má svou cenu, kterou hráč platí za její využití. Zároveň na začátku každého svého kola získá hráč jednu kartu ze svého balíčku.

Zásadním rozdílem oproti jiným karetním hrám je zjednodušení a fakt, že hráči rozhodují o průběhu hry a tazích jen během svých kol. Hráč tedy vždy útočí nebo řeší problémy, druhý hráč ale nerozhoduje o obraně útoků nebo akcích, které by protihráči znemožnili jeho plány. Všechna rozhodování jsou tedy v rukou právě hrajícího hráče (oproti jedné z nejznámějších karetních her „Magic: The Gathering“, kde má každý hráč možnost reagovat na akce svého protivníka během protivníkovy hry). V „Hearthstone“ o cíli útoku rozhoduje vždy právě hrající hráč. Tento systém je použit pro zjednodušení a celkové zrychlení hry. „Magic: The Gathering“ je karetní stolní hra s hmotnými papírovými kartami, kde souboj dvou hráčů trvá i přes třicet minut. „Hearthstone“ oproti tomu cílí na běžné PC/mobilní hráče s možností hrát jen jeden rychlý zápas a poté se vrátit k jiné

činnosti. Běžná délka jednoho souboje v „Hearthstone“ se pohybuje v rozmezí pěti až patnácti minut dle průběhu hry (souboje s agresivními balíčky bývají krátké, kontrolní balíčky naopak cílí na delší hry).

Balíčky:

Každý herní balíček se skládá přesně z třiceti karet. Hráč disponuje sbírkou karet složenou z volně přístupných karet, karet vyrobených za použití Prachu a karet nakoupených (z nakoupených Card packů). Před započetím hry hráč volí hrdinu (herní styl) a tím i strategii a herní balíček, který je odrazem hrdinových schopností/vlastností. Volba hrdiny tak určí pole karet, z nichž může být balíček složen. Každý hrdina má přístup ke svým specifickým kartám (např. Mág má přístup k ohnivým a ledovým kartám, Zloděj ke kartám reprezentujícím nájemné vrahy a podlé útoky a Druid ke kartám se silou přírody) a neutrálním kartám, přístupným všem hrdinům (asi 600 ks). Hráč pak v balíčku může využít jakýchkoli přístupných a vlastněných karet, jediným omezením je maximální počet dvou stejných karet v balíčku. Další omezení se týká vzácných legendárních karet. Ty se mohou v balíčcích vyskytovat jen jednou. Balíček je následně uložen a je hráči kdykoli přístupný k hraní (každý hráč smí mít v jeden moment nejvýše 9 různých herních balíčků bez omezení počtu hrdinů).

Cílem každé hry je snížit počet protivníkových životů na nulu, nebo hra končí v momentě, kdy jeden z hráčů hru vzdá. V případě, že hráči dojdou karty z jeho balíčku, přichází Únava (Fatigue), moment kdy každá další karta, která by byla z balíčku získána na začátku kola nebo pomocí schopností, stojí hráče jeho životy a zbytek hry dohrává, jen s kartami které mu zbyly v ruce. Únava každou chybějící kartou sílí, při první chybějící kartě hráč ztrácí jeden život, při druhé dva a hra dále pokračuje, dokud jeden z hráčů nedosáhne nuly životů. V případě delších zápasů je tedy možnost, že oba hráči dosáhnou únavy, využijí všech karet ve svých balíčcích a hra je rozhodnuta dle stavu životů a hry (např. karetní výhody, tj. počtu karet v ruce a ve hře apod.) na začátku únavové fáze obou hráčů. U schopností získávání karet a karetní výhody však hrozí riziko, že hráč svého protivníka v karetní výhodě sice porazí, ale v pozdější fázi hry za svůj náskok zaplatí a prohraje díky dřívějšímu nástupu únavy.

Karty:

Hráči mají přístup k několika druhům karet:

- Minion – karta je charakterizována cenou, útokem, zdravím a případnými dodatečnými efekty. Minion je vyložen na herní plochu a hráč jej pak může od dalšího kola využívat k útokům. Minioni mají několik podruhů (ras), jako jsou například Murloci, Mechové, Zvířata a Draci.
- Kouzlo (Spell) – je charakterizováno cenou a svým efektem. Kouzla jsou karty s jednorázovým a ve většině případu okamžitým efektem. Kouzla typu Secret (Tajemství) jsou výjimkou a přináší efekt jen během protihráčových kol za splnění daných podmínek, pokud je splněna podmínka, tajemství provede efekt a následně je vyřazeno ze hry. Tajemství jsou jediné dostupné nástroje schopné reagovat na protihráčova rozhodnutí v jeho hře.
- Zbraň (Weapon) – je charakterizována cenou, útokem zbraně a trvanlivostí. Zbraň umožňuje hrdinům útočit, trvanlivostí je pak počet útoků, než je zbraň vyřazena ze hry. Zbraně nejsou v této práci analyzovány, neboť karty často obsahující neporovnatelné dodatečné vlastnosti.

Herní módy:

- Casual – je souboj dvou hráčů bez jakýchkoli dopadů.
- Ranked („ladder“ – žebříček) – tento mód pracuje s ohodnocením hráčů ve skupinách 25 až 1 a speciálního stupně Legenda. Hráč začíná na nejnižší pozici (rank 25 = zcela nový hráč) a systém hráči volí protivníky na stejné úrovni. Vítěz získává bod umožňující postup do další skupiny (body jsou reprezentovány hvězdami, každý stupeň má pak požadavek počtu hvězd), poražený bod ztrácí. Na stupních 25 až 20 body nelze ztrácet, jen získávat. Cílem je postoupit v žebříčku a dosáhnout co nejvyššího stupně. S každým stupněm se mění kvalita hráčů a stoupá obtížnost her. Speciálním prestižním stupněm je pak status Legenda. Hráč, jenž se stane Legendou, již neztrácí body a nemůže o svůj status přijít a je následně posílán proti podobným hráčům, s nimiž bojuje o umístění v žebříčku legendárních hráčů. Žebříček se resetuje začátkem každého kalendářního měsíce (sezóny). Každému hráči je určena počáteční výkonnostní pozice dle umístění v předchozí sezóně (např. hráči, kteří dosáhli stupně Legenda, začínají na stupni 16).
- Aréna – Aréna je unikátní mód hry, v němž si každý hráč vytvoří balíček z náhodně vybraných karet. Hráči je vždy nabídnuta trojice karet a hráč si jednu z nich musí zvolit. Volba se pak opakuje s dalšími trojicemi karet, dokud hráč nezíská třicet karet. Jeho balíček je poté připraven k hraní. Cílem je dosáhnout co nejvyššího

počtu výher s daným balíčkem, nejvyšší dosažitelný počet je dvanáct výher, balíček je z módu vyřazen po třech prohrách. Po dosažení dvanácti výher nebo tří proher je balíček vyřazen a hráč podle dosaženého počtu výher získá odměnu (automaticky Card Pack, podle úspěšnosti pak Zlato, Prach, případně náhodné karty). Hráč je vždy posílán proti hráči se stejným počtem výher a proher. Každou výhrou je tedy hra těžší a těžší a dvanácti výher dosáhnou jen velmi schopní hráči. Jeden vstup do herního módu stojí 150 Zlata nebo přibližně 40 Kč.

- Adventure – hra proti počítačově řízeným protivníkům. Vhodný nástroj pro začínající hráče pro získání základních herních znalostí a pochopení pravidel.

Karetní výhoda:

Základem každé karetní hry je tzv. „karetní výhoda“ a maximalizace užitku karet. Hráči začínají s podobným počtem karet a každé kolo oba získávají stejný počet dodatečných karet (kromě vyrovnávacích). Jejich pole akcí je tedy vyvážené a cílem je přesunout herní balanc na svou stranu, zjednodušeně řečeno, pokud mají oba hráči přibližně stejný počet životů, na herní ploše žádné miniony a jeden má více dostupných karet v ruce než druhý hráč, je karetní výhoda na jeho straně.

Analyzované vlastnosti:

- Mana cost
  Cena, kterou musí hráč platit za využití akce (použití schopnosti hrdiny, vyvolání miniona, zahrání kouzla nebo zbraně). Základním předpokladem je, že čím vyšší cena, tím silnější efekt karty. V této práci vystupuje jako vysvětlovaná proměnná.
- Útok (Attack)
  Vlastnost týkající se karet typu minion. Určuje poškození, které minion způsobí při útoku na jiného miniona nebo hráče. Hledáme hodnotu jednoho bodu útoku.
- Zdraví (Health)
  Obranná vlastnost týkající se karet typu minion. Zdraví je počet bodů poškození, které jsou potřeba k vyřazení jednotky ze hry. Hledáme hodnotu jednoho bodu zdraví.
- Charge
  Minion s vlastností Charge je schopen útoku již v kole, ve kterém byl vyvolán. Hledáme hodnotu vlastnosti Charge vůči jednomu bodu Útoku. Celková hodnota vlastnosti tedy roste s útokem miniona.

- Taunt

  Minioni s vlastností taunt jsou primárními cíly nepřátelských útoků. Jedná se tedy o defenzivní vlastnost nabízející možnost ochrany důležitých minionů (protivník musí nejprve projít přes tuto vlastnost podobnou zdi) nebo hráčova hrdiny (ochrana před potenciální prohrou). Hledáme hodnotu vlastnosti Taunt vůči jednomu bodu Zdraví. Celková hodnota vlastnosti je tedy vyšší u karet s vysokým počtem bodů Zdraví.
- Damage to (Cílené poškození)

  Počet bodů poškození způsobených při zahrání karty. Ve většině případů je poškození cílené (hráč určí cíl dle svého výběru), v několika případech je cíl pevně daný (např. hrdina protihráče), Pro zjednodušení jsou součástí modelu oba případy. Hledáme hodnotu jednoho bodu poškození.
- Heal (Léčení)

  Opak cíleného poškození, zahrání karty s touto vlastností vyléčí několik bodů poškození cíly. Součástí je i několik případů s pevně daným cílem léčení (hráčův hrdina) a pro zjednodušení i speciální vlastnost Armor (Brnění). Armor je vlastnost cílená na hrdinu, která umožňuje překonat maximální počet životů, tedy 30. Brnění má stejné vlastnosti jako hrdinovy životy, jen jsou samostatně počítány a při poškození přednostně odečítány. Hledáme hodnotu jednoho bodu vyléčeného poškození.
- Draw a card (Získání karty)

  Zásadní vlastnost týkající se karetní výhody, při zahrání karty s touto vlastností získává hráč další kartu ze svého balíčku (v herním slangu se karta „procyklí“). Hledáme hodnotu jedné dodatečné karty získané jako bonus při zahrání karty s touto vlastností.
- Spell damage (Zesílení poškození kouzel)

  Vlastnost týkající se karet minion zvyšující poškození způsobená kouzly o jeden dodatečný bod poškození. Vlastnost platí jak u cílených kouzel (jeden dodatečný bod poškození na cíl) tak u plošných kouzel (jeden dodatečný bod poškození všem cílům. Hledáme hodnotu zesílení kouzel o jeden bod.
- Damage all enemy minions (Poškození všem nepřátelským minionům)

  Efekt udělení daného počtu poškození všem nepřátelským minionům ve hře. Hledáme hodnotu jednoho bodu poškození nepřátelským minionům.

- Give attack (Zvýšení útoku)
  Vlastnost která cílovému nebo náhodnému minionovi zvýší hodnotu vlastnosti Útok (přidá X bodů). Efekt karet s touto vlastností je buď permanentní (do vyřazení miniona ze hry) nebo dočasný do konce kola. Součástí modelu jsou oba případy, neboť jsou hrdinům dostupné vždy podle jejich výhod a rozdělení na jednorázové a trvalé bonusy je důležitou součásti herního balancu. V modelu hledáme hodnotu jednoho dodatečně přidaného bodu útoku.
- Give health (Zvýšení zdraví)
  Vlastnost, která cílovému nebo náhodnému minionovi přidá X bodů zdraví: Oproti zvýšení útoku je efekt vždy trvalý. V modelu hledáme hodnotu jednoho přidaného bodu zdraví.

Neanalyzované vlastnosti karet:

Příklady několika herních vlastností, které nejsou součástí analyzovaného vzorku karet. Důvodem nezahrnutí těchto a dalších vlastností je jejich nízký výskyt, případně nemožnost přímého porovnání a jednoznačné kvantifikace.

- Windfury
  Schopnost miniona útočit v kole dvakrát.
- Freeze
  Minion nebo hráč poškozený kartou s touto vlastností je zmražen a nemůže jedno kolo útočit.
- Stealth
  Minion s vlastností je pro protihráče neviditelný do momentu kdy jednotka poprvé zaútočí a zviditelní se. Neviditelné jednotky mohou být zasaženy náhodnými a plošnými efekty karet (např. poškozením).
- Cannot be targetted by spells nad Hero abilities
  Minion nemůže být zacílen kouzly a schopnostmi hrdinů (platí i na schopnost hráče, který kartu zahrál). Na jednotku lze stále útočit, případně může být zasažena náhodnými a plošnými efekty.

Neporovnatelné vlastnosti karet:

Hra obsahuje vysoký počet karet s jedinečnými nebo náhodnými vlastnostmi, která navzájem nelze porovnávat. V případě náhodných efektů rozhoduje o výsledku efektu herní generátor náhodných čísel. Například kouzlo, které cíli náhodně udělí tři až šest bodů

poškození. Založit propočet na průměrném efektu (čtyři a půl poškození) by narušilo celočíselnou soustavu rovnic. Kartě navíc chybí spolehlivost, spojená s jasně definovanými efekty. V případě že kartu použijeme k odstranění miniona s pěti body zdraví, je zde 0.5 pravděpodobnost selhání a neodstranění ze hry, způsobená právě náhodným efektem.

Druhým příkladem je populární legendární karta Alexstrazsa s jedinečným herním efektem. Karta cílovému hrdinovi změní aktuální počet životů na patnáct. V případě útočného použití tedy udělí poškození podle aktuálního stavu životů protihráče (v případě třiceti životů, patnáct bodů poškození, s klesajícím počtem životů poškození klesá), ale nabízí se i obranné využití. Hráč si může kartou vrátit až čtrnáct životů pokud kartu zahraje s jedním zbývajícím životem. Efekt tak není přesně daný a síla efektu záleží na aktuální herní situaci. Její zahrnutí do této práce není možné. Kartu nelze nijak porovnat s jinými zdroji poškození nebo s kartami s léčivým efektem.

Příloha 2 – Výsledky testů

- **VÝSTUP 1 - RAMSEYHO RESET TEST**

Pomocná regrese pro test specifikace RESET
OLS, za použití pozorování 1-105
Závisle proměnná: v1

	koeficient	směr. chyba	t-podíl	p-hodnota	
const	−1,09141	0,454986	−2,399	0,0185	**
v2	0,745771	0,169198	4,408	2,85e-05	***
v3	0,469646	0,103790	4,525	1,82e-05	***
v4	0,512711	0,0981689	5,223	1,11e-06	***
v5	0,220897	0,0573136	3,854	0,0002	***
v6	1,19411	0,253912	4,703	9,10e-06	***
v7	0,533349	0,119826	4,451	2,42e-05	***
v8	2,06845	0,452063	4,576	1,50e-05	***
v9	0,877281	0,196268	4,470	2,25e-05	***
v10	0,671947	0,160863	4,177	6,76e-05	***
v11	0,634226	0,156017	4,065	0,0001	***
v12	2,32822	0,517109	4,502	1,99e-05	***
yhat^2	−0,0386235	0,0659138	−0,5860	0,5593	
yhat^3	0,000591143	0,00457424	0,1292	0,8975	

Testovací statistika: F = 3,799179,
s p-hodnotou = P(F(2,91) > 3,79918) = 0,026

- **VÝSTUP 2 - TEST KOLINEARITY**

Faktory zvyšující rozptyl (VIF)

Minimální možná hodnota = 1.0
Hodnoty > 10.0 mohou indikovat problém kolinearity

v2	2,748
v3	3,933
v4	1,145
v5	1,607
v6	1,322
v7	1,120
v8	1,154
v9	1,510
v10	2,250
v11	2,001
v12	1,137

VIF(j) = 1/(1 - R(j)^2), kde R(j) je vícečetný korelační koeficient
mezi proměnnou j a ostatními nezávisle proměnnými

Vlastnosti matice X'X:

1-norma = 3574
Determinant = 4,5118326e+024
Převrácená hodnota = 0,0022374683

- **VÝSTUP 3 - WHITEŮV TEST**

Whiteův test heteroskedasticity
OLS, za použití pozorování 1-105
Závisle proměnná: uhat^2
Vynecháno z důvodu přesné kolinearity: sq_v4 X5_X11 X9_X11 sq_v11

	koeficient	směr. chyba	t-podíl	p-hodnota	
const	0,203433	0,133090	1,529	0,1320	
v2	−0,0942790	0,0600155	−1,571	0,1218	
v3	−0,0121103	0,0800934	−0,1512	0,8804	
v4	0,00672542	0,0763434	0,08809	0,9301	
v5	0,0458745	0,0633631	0,7240	0,4721	
v6	−0,0662123	0,0680515	−0,9730	0,3348	
v7	0,0844098	0,0774438	1,090	0,2804	
v8	−0,319488	0,248095	−1,288	0,2031	
v9	0,249616	0,307379	0,8121	0,4202	
v10	−0,337389	0,289001	−1,167	0,2480	
v11	0,166278	0,329359	0,5049	0,6156	
v12	0,0689938	0,294594	0,2342	0,8157	
sq_v2	0,0118816	0,00772345	1,538	0,1296	
X2_X3	−0,0141215	0,0158635	−0,8902	0,3772	
X2_X4	0,0445136	0,0226596	1,964	0,0544	*
X2_X5	0,00891285	0,00996872	0,8941	0,3751	
X2_X6	0,156625	0,0398509	3,930	0,0002	***
X2_X7	0,0743861	0,0383211	1,941	0,0573	*
X2_X8	−0,00408615	0,143033	−0,02857	0,9773	
X2_X9	−0,124521	0,112130	−1,111	0,2715	
X2_X10	0,0485229	0,0875614	0,5542	0,5817	
X2_X11	−0,0100277	0,0883116	−0,1135	0,9100	
sq_v3	0,0174150	0,0123143	1,414	0,1628	
X3_X4	−0,0348083	0,0178344	−1,952	0,0560	*
X3_X5	−0,000919947	0,0446515	−0,02060	0,9836	
X3_X6	−0,0521237	0,0466576	−1,117	0,2687	
X3_X7	−0,0665894	0,0348156	−1,913	0,0609	*
X3_X8	0,0215863	0,138634	0,1557	0,8768	
X3_X9	0,188102	0,0811878	2,317	0,0242	**
X3_X10	−0,00126852	0,0305950	−0,04146	0,9671	
X3_X11	0,00538490	0,0593830	0,09068	0,9281	
X4_X5	−0,000762912	0,0653666	−0,01167	0,9907	
sq_v5	−0,0149505	0,0464577	−0,3218	0,7488	
X5_X10	0,00974618	0,0476848	0,2044	0,8388	
sq_v6	0,0234542	0,00679626	3,451	0,0011	***
X6_X7	−0,0188994	0,0130255	−1,451	0,1524	
X6_X8	−0,0266701	0,0592973	−0,4498	0,6546	
X6_X12	0,153873	0,0820257	1,876	0,0659	*
sq_v7	−0,0124093	0,00960057	−1,293	0,2015	
X7_X8	−0,00880256	0,0294690	−0,2987	0,7663	
sq_v8	0,140878	0,131203	1,074	0,2875	
X8_X9	0,279125	0,323451	0,8630	0,3918	
X8_X11	0,491198	0,353749	1,389	0,1705	
X8_X12	−0,0613044	0,330501	−0,1855	0,8535	

sq_v9	−0,467361	0,144299	−3,239	0,0020	***
X9_X10	0,0856292	0,305101	0,2807	0,7800	
sq_v10	0,0900597	0,0801647	1,123	0,2660	
X10_X11	−0,0566976	0,0882614	−0,6424	0,5232	
sq_v12	−0,0240758	0,0708506	−0,3398	0,7353	

Neadjustovaný koeficient determinace = 0,810110

Testovací statistika: TR^2 = 85,061598,
s p-hodnotou = P(Chí-kvadrát(48) > 85,061598) = 0,000782

- **VÝSTUP 4 - TEST NORMALITY REZIDUÍ (ORDERED PROBIT)**

Test normality reziduí -
Nulová hypotéza: chyby jsou normálně rozdělené
Testovací statistika: Chí-kvadrát(2) = 7,50619
s p-hodnotou = 0,0234451