Vysoká škola ekonomická v Praze
Fakulta informatiky a statistiky
Katedra ekonometrie

Dizertační práce

2014 Jakub Ryšánek

Vysoká škola ekonomická v Praze
Fakulta informatiky a statistiky
Katedra ekonometrie

Vliv finančních frikcí na hospodářský cyklus ČR

DIZERTAČNÍ PRÁCE

Doktorand: Ing. Jakub Ryšánek

Školitel: prof. Ing. Roman Hušek, CSc.

Obor: Ekonometrie a operační výzkum

Při citaci uvádějte odkaz:
Ryšánek, J. (2014): Vliv finančních frikcí na hospodářský cyklus ČR, dizertační práce, VŠE-FIS, Praha.

© 2014 Jakub Ryšánek (email: jrysanke@gmail.com)

Prohlášení

Prohlašuji, že doktorskou práci na téma „Vliv finančních frikcí na hospodářský cyklus ČR“ jsem vypracoval samostatně. Použitou literaturu a podkladové materiály uvádím v přiloženém seznamu literatury.

V Praze dne 3. února 2014 . . . . . .

Podpis

Poděkování

Rád bych na tomto místě poděkoval prof. Ing. Romanu Huškovi, CSc. za jeho vstřícnost, odborné rady a cenné připomínky, které mi velice pomohly při zpracování této dizertační práce. Děkuji také své rodině a přítelkyni Petře za trpělivou podporu během celého mého studia.

Obsah

1 Úvod **9**
2 Finanční krize 2008 ..... **13**
2.1 Reakce centrálních bank na finanční krizi 14
2.2 Dopad krize na ekonomiku ČR 16
2.3 Makroprudenční politiky 17
3 Specifika ekonomiky ČR **20**
3.1 Analýza dovozních náročností 23
4 Koncept DSGE **29**
4.1 Stavební prvky DSGE modelů 31
4.2 Trend versus cyklus 33
4.3 Racionální očekávání 35
5 DSGE model ekonomiky ČR **41**
5.1 Reálné a finanční toky 41
5.2 Domácnosti 43
5.3 Firmy 50
5.4 Dovozci 53
5.5 Producenti statků finálního užití 54
5.6 Zahraničí 57
5.7 Měnová a fiskální politika 58
6 Rozšíření základního modelu o finanční frikce **60**
6.1 Schéma modelového rozšíření 60
6.2 Mechanizmus finančního akcelerátoru 62
7 Použitá data **70**
7.1 Finanční data 71
7.1.1 Úrokové rozpětí 71
7.1.2 Ukazatel vlastního kapitálu 72
7.1.3 Míra selhání při splácení úvěrů 75
7.2 Fiskální data 77
8 Empirická analýza modelu s finančními frikcemi **79**
8.1 Bayesovský odhad modelových parametrů 79

8.1.1 Kalibrované parametry ... 81
8.1.2 Odhadované parametry ... 81
8.2 Shoda modelu s daty ... 82
8.3 Analýza funkcí odezvy ... 83
8.3.1 Měnověpolitický šok ... 84
8.3.2 Transmise nepříznivých finančních šoků ... 86
8.4 Šoková dekompozice hlavních veličin ... 87
9 Závěr ... 90
10 Reference ... 93
Příloha 1 – Algoritmus řešení racionálních očekávání ... 100
Příloha 2 – Kalmanův filtr ... 107
Příloha 3 – Implementace nominálních strnulostí ... 111
Příloha 4 – Parametry modelu a jejich ekonometrický odhad ... 117
Příloha 5 – Shoda modelu s daty ... 125
Příloha 6 – Funkce odezvy ... 127
Příloha 7 – Šoková dekompozice ... 136

Seznam grafů a tabulek

Graf 1: Srovnání úrokových sazeb 15
Graf 2: Srovnání úrokového rozpětí před a po krizi 2008 17
Graf 3: Vývoj zahraničního obchodu v ČR 21
Graf 4: Vývoj celkové inflace a cíle měnové politiky 22
Graf 5: Dovozní náročnosti složek HDP 26
Graf 6: Dovozní náročnost vývozu – mezinárodní srovnání 27
Graf 7: Schéma základního modelu ekonomiky ČR 42
Graf 8: Schéma modelu s finančními frikcemi 61
Graf 9: Rozvaha podnikatelů 63
Graf 10: Finanční data před a po krizi 2008 75
Graf 11: Distribuce očekávané ztráty z úvěrového portfolia 76
Graf 12: Reakce ekonomiky na měnověpolitický šok 84
Graf 13: Konvergenční charakteristiky odhadovaných parametrů 121
Graf 14: Srovnání apriorních předpokladů a posteriorních odhadů parametrů modelu 122
Graf 15: Srovnání dat za domácí ekonomiku a zahraničí s modelovou filtrací 125
Graf 16: Srovnání autokorelací a křížových korelací skutečných dat a modelových dat 126
Graf 17: Odezva na nepříznivý (negativní) šok do vlastního jmění podnikatelů 127
Graf 18: Odezva na měnověpolitický šok 128
Graf 19: Odezva na šok do zahraniční úrokové míry 129
Graf 20: Odezva na šok do zahraniční poptávky 130
Graf 21: Odezva na šok do zahraničních cen 131
Graf 22: Odezva na technologický šok 132
Graf 23: Odezva na šok do efektivity transformace investic na kapitál 133
Graf 24: Odezva na šok do spotřebitelských preferencí 134
Graf 25: Odezva na šok do rizikové prémie 135
Graf 26: Dekompozice růstu HDP 136
Graf 27: Dekompozice odchylky úrokové sazby 3M PRIBOR

od rovnovážné sazby ... 137
Graf 28: Dekompozice odchylky inflace od inflačního cíle ... 138
Graf 29: Dekompozice růstu reálné spotřeby domácností ... 139
Graf 30: Dekompozice růstu celkových reálných investic ... 140
Graf 31: Dekompozice růstu reálných vládních výdajů ... 141
Graf 32: Dekompozice růstu reálného vývozu ... 142
Graf 33: Dekompozice růstu reálného dovozu ... 143
Graf 34: Dekompozice růstu indexu PX ... 144
Graf 35: Dekompozice úrokového rozpětí (tržní 3M sazby – 3M PRIBOR) ... 145
Graf 36: Síla efektů finančních frikcí ... 146

Tabulka 1: Nástroje makroprudenčních politik ... 19
Tabulka 2: Ilustrace konceptu racionálních očekávání ... 37
Tabulka 3: Použitá data ... 70
Tabulka 4: Kalibrované parametry modelu ... 117
Tabulka 5: Parametry odhadované bayesovským způsobem ... 118
Tabulka 6: Odhadované směrodatné odchylky strukturálních šoků ... 120

1 Úvod

Ve své dizertační práci aplikuji na ekonomiku ČR model všeobecné rovnováhy (*dynamic stochastic general equilibrium*, DSGE) obsahující prvky finančních frikcí. Zejména hodlám zkoumat roli úrokového rozpětí, které může brzdit úrokovou transmisi měnověpolitické autority v dobách, kdy je ekonomika vystavena negativním vnějším šokům a zvýšenému kreditnímu riziku, což je otázka velmi aktuální.

Problematika úvěrování bývá ve standardních DSGE modelech implementována pouze ve velmi zjednodušené formě, kdy všechny parametry úvěrového kontraktu jsou předem známy s jistotou. V realitě je však při procesu úvěrování přítomen prvek nejistoty, díky kterému v okamžiku uzavření kontraktu není zřejmé, jestli v budoucnu dojde k dodržení podmínek jak na straně dlužníka, tak na straně věřitele. Pokud v procesu úvěrování zohledníme rizikové prvky, pak optimální chování věřitele a dlužníka může být doprovázeno dodatečnými náklady, které by při absenci rizika nevznikaly. Pro potřeby této dizertační práce je předpokládáno, že dominantním rizikem v procesu úvěrování je možnost nesplacení na straně dlužníka. Toto riziko musí banka v pozici věřitele umět kvantifikovat a následně zohlednit ve výši úrokové sazby. Finanční frikce pak souhrnně představují pozměněné optimální chování dlužníka a věřitele v důsledku dodatečných nákladů plynoucích z existence rizika. Jelikož v pozici věřitele a dlužníka vystupují rozdílné subjekty, charakter frikcí je dán přítomností asymetrické informace mezi oběma subjekty.

V ekonomické literatuře byly finanční frikce a obecně existence bankovního sektoru v roli faktorů determinujících hospodářský cyklus dlouho opomíjeny. Mezi prvními studovali vazbu úvěrových cyklů a cyklů reálné ekonomiky Kiyotaki and Moore (1997). Výzkum finančních frikcí ale nabyl celosvětově zvýšeného významu až po kritickém roce 2008. Christiano et al. (2008) poukazují na význam finančních frikcí při vysvětlení vývoje makroekonomických veličin. V rámci ČR v této oblasti vzniklo několik prací, z nichž však velmi málo je založeno na komplexním DSGE přístupu. Brůha (2011) shledává, že modely zohledňující vývoj kreditní prémie mohou vykazovat lepší predikční schopnost reálné ekonomické aktivity a podílu nesplacených úvěrů v ekonomice. Podle

empirické studie Havránek et al. (2010) finanční proměnné mají podstatný vliv na vývoj reálné ekonomiky, ale tento vliv je v čase proměnlivý. Také Pang and Siklos (2010) na základě strukturálního modelu analyzují roli úrokového rozpětí v různých fázích hospodářského cyklu. Shledávají, že zejména pomocí podílu nesplacených úvěrů na celkovém objemu úvěrů je možno nalézt dobrou korelaci s vývojem makroprostředí. Autoři také navrhují, že snižování úrokových sazeb v recesi by mělo být mnohem rychlejší, než zvyšování sazeb při patrných inflačních tlacích.

V návaznosti na uvedený výčet literatury je cílem této dizertační práce verifikace výše uvedených tvrzení v rámci konceptu DSGE. Cílem je tedy ověřit či vyvrátit následující sadu hypotéz:

- Finanční frikce mají podstatný vliv na vývoj hospodářského cyklu v ČR.
- Síla efektu finančních frikcí je v čase proměnlivá.
- Finanční frikce zvyšují volatilitu úrokových sazeb v ekonomice.

Jak již bylo řečeno, celosvětového zájmu se dostalo roli finančních frikcí po krizovém roce 2008. V kapitole 2 jsou proto v krátkosti popsány vybrané události z USA z této doby, přelití finanční krize do reálné ekonomiky a tehdejší reakce centrálních bank. Od této doby také došlo k významnému (alespoň na úrovni odborné diskuze) vyrovnání rolí měnové politiky cílování inflace a uplatňování nástrojů finanční stability v rámci tzv. makroprudenčních politik. Modely s finančními frikcemi obsahují ve zjednodušené formě endogenní mechanizmus úvěrování a pracují s rizikem nesplacení úvěrů. Proto tyto modely potenciálně představují možný nástroj na simulaci scénářů makroprudenčních politik. Účelem této práce však není poskytnout návod pro zajišťování finanční stability v ekonomice. Problematika samotných makroprudenčních politik stojí mimo rámec této práce.

Nutnou podmínkou pro otestování efektů finančních frikcí v rámci konceptu DSGE je model uzpůsobený na specifika ekonomiky ČR a jeho napojení na finanční data. Vycházím z modelového rámce Christiano et al. (2011), který byl původně vyvinut pro analýzu švédské ekonomiky. Jelikož ekonomika ČR v nedávné době prošla transformačním obdobím a nadále se pohybuje na konvergenční trajektorii vůči

ekonomicky vyspělejším zemím, věnuji adaptaci modelu na naše domácí podmínky celou kapitolu 3[1].

Kapitola 4 tvoří teoretickou část práce, ve které je uveden koncept DSGE modelování a jeho pozice v rámci ostatních technik uplatňovaných v ekonomii. V této kapitole je taktéž popsán způsob implementace racionálních očekávání a jejich vyřešení, které spočívá v transformaci původního DSGE modelu do formy omezené VAR(1) reprezentace doplněné o kvantifikaci vlivu budoucích očekávaných šoků.

Kapitoly 5, 6 a 7 popisují základní uvažovanou verzi DSGE modelu ekonomiky ČR, jeho rozšíření o finanční frikce po vzoru Bernanke et al. (1999) a data z finanční oblasti, která byla využita v rámci empirické analýzy.

Výsledky stěžejních experimentů jsou popsány v kapitole 8. Jednotlivé podkapitoly jsou věnovány bayesovskému odhadu modelových parametrů, analýze funkcí odezvy, a podrobnému popsání transmise nepříznivých šoků z finanční oblasti. Míra vlivu finančních frikcí je kvantifikována pomocí konstrukce šokové dekompozice hlavních modelových veličin.

Prezentovaný model byl implementován v prostředí MATLAB a jeho doplňku Dynare, který je uzpůsobený pro bayesovské odhady široké třídy ekonomických modelů. Pro účely praktické analýzy a verifikace odhadnutého modelu byly naprogramovány vlastní matlabovské procedury.

Diskutovaný model obsahující prvky finančních frikcí může potenciálně využít měnověpolitická autorita ve svém rozhodování jako alternativní nástroj vedle prognostických výsledků jádrového predikčního modelu. Dalším z přínosů této práce je pečlivé a kompletní odvození jednotlivých modelových bloků, na které původní autoři mnohdy pouze odkazují, ale sami jej podrobně neuvádějí. V případě nejednoznačných odvození vybraných matematických formulací v kapitole 6 (a navazujících textových přílohách) jsou uvedeny doplňující poznámky.

[1] V rámci specifik ČR jsou např. zohledněny tyto skutečnosti: část spotřebního koše stále podléhá cenové regulaci ze strany státu, v nedávné historii proběhlo dezinflační období, jednotlivé výdajové složky HDP jsou různě dovozně náročné, příp. tempa růstu zahraničního obchodu stabilně převyšují tempa růstu domácí absorpce.

Terminologie DSGE modelů mnohdy nemá ustálené ekvivalenty v ČJ, proto jsou v hojné míře vybraná klíčová slova v textu doprovázena jejími akvivalenty v AJ. Z důvodu lepší čitelnosti matematických výrazů jsou matice a vektory odlišeny od skalárů tučně.

Záležitosti popsané v této dizertační práci jsou také částečně k dispozici v rámci publikací Ryšánek (2012), Ryšánek et al. (2012) a Ambriško et al. (2012).

2 Finanční krize 2008

Za symbol nedávné finanční a úvěrové krize v USA, jejíž hospodářské dozvuky pozorujeme dodnes, můžeme považovat pád jednoho z velkých bankovních domů, Lehman Brothers, který byl svého času považován za giganta působícího na poli investičního bankovnictví. Navenek byla situace před samotným pádem banky viditelně nepříznivá v úvěrové oblasti, neboť doba před krizí byla spojena s dlouhodobým nárůstem podílů domácností a podniků, které nebyly schopny splácet své závazky. Jedním z faktorů této nepříznivé situace na úvěrovém trhu byl přebujelý systém zajišťovacích instrumentů, který se i díky uvolněné regulatorní politice amerického FEDu rapidně rozvíjel v posledních cca 10 letech před samotnou krizí. Tento rozvoj dlouhodobě přispíval ke značnému znepřehlednění úvěrového trhu a trhu úvěrových derivátů. Z úvěrových aktivit se postupně vytratil elementární přístup uplatňovaný při řízení rizika, spočívající v promítnutí vyššího rizika do vyšší úrokové sazby. V době před vypuknutím samotné krize již nebylo možné na základě běžných ratingových kritérií posuzovat úvěrové riziko protistrany, neboť ratingové hodnocení bylo renomovanými agenturami často vědomě manipulováno.

Rozvoj produktů v oblasti sekuritizace v poslední dekádě taktéž přispěl k chaosu na finančním trhu. Banky, hnané motivem maximalizace svých výnosů, objevily způsob převodu úvěrového rizika na ostatní účastníky finančního trhu. Součástí běžné praxe se stalo slučování aktiv o různém rizikovém profilu do agregovaných produktů s jednotným, často podceněným, rizikovým zařazením. Takové produkty byly poté prodávány investorům do celého světa, případně převedeny na daňového poplatníka – tržně neprodejná aktiva byla totiž převáděna na speciální státem zřízené agentury.

Díky globální propojenosti bankovních institucí se finanční krize brzy přelila na mezibankovní trhy s likviditou. Zvýšené objemy špatných úvěrů (pro které se vžil pojem „toxická aktiva“) nebyly z důvodu několikanásobně přeprodávaných sekuritizovaných produktů často patrné z hlediska přímého vlastnictví a odpovídajícího rizika. Výsledkem proto bylo masivní omezování expozic jednotlivých bank vůči sobě navzájem, což mělo

za následek pokles úvěrů. Tím se postupně finanční krize přenášela do krize reálné ekonomiky.

Hospodářské poklesy se díky nejistotám na finančních trzích v mnoha zemích projevily ještě do konce roku 2008 (včetně ČR, kde domácí produkt v posledním čtvrtletí 2008 stagnoval).

2.1 Reakce centrálních bank na finanční krizi

Jelikož poslední finanční krize byla od počátku přirovnávána k velké hospodářské krizi USA na přelomu 20. a 30. let 20. století, argumentace amerického FEDu se odvíjela v duchu neopakování minulých chyb.

Friedman and Schwartz (1963) uvádějí, že reakce americké centrální banky byla v době „Velké deprese“[2] (*Great Depression*) přesně opačná nežli být měla. Ve 20. letech ceny akcií stabilně rostly a značná část obyvatelstva si zvykla na život financovaný výnosy z investičních aktivit. Po krachu newyorské burzy 1929, kdy ceny akcií klesly v lepších případech o desítky procent se centrální banka zdráhala snížit úroky z obavy před dalšími spekulativními nákupy akcií. V důsledku toho americká ekonomika a brzy celý svět utrpěly značné ztráty z pohledu většiny ekonomických ukazatelů na dlouhá léta.

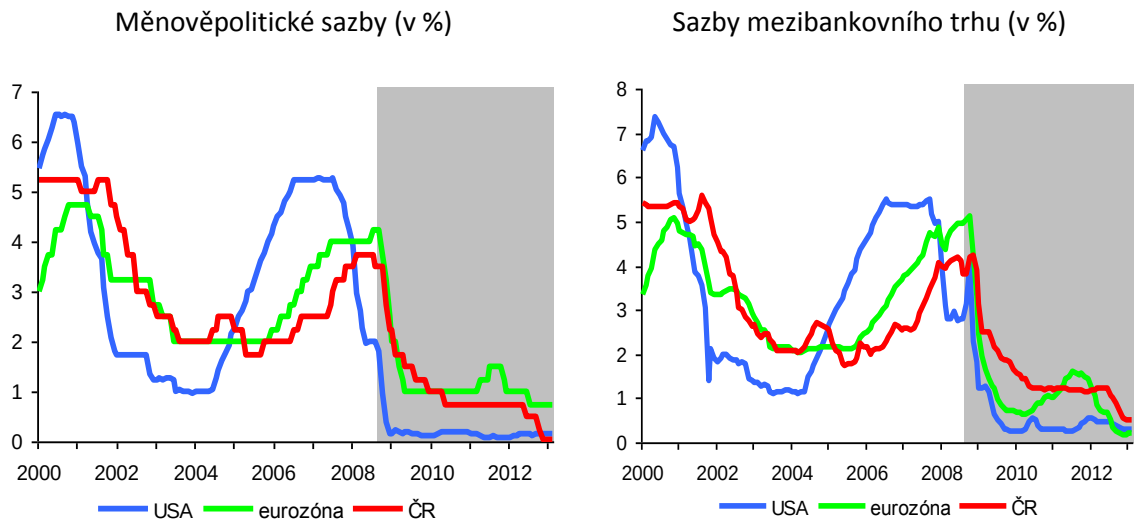
Na základě této historické zkušenosti reakce amerického FEDu tentokrát spočívala v masivním uvolňování měnových podmínek[3]. Předseda rady guvernérů, Ben Bernanke, oznámil jen pár dní po pádu banky Lehman Brothers rapidní snížení měnověpolitické sazby (*Federal Funds Rate*), které bylo brzy následováno dalšími poklesy až na technickou úroveň odpovídající nulovým úrokovým sazbám. Na takové úrovni se základní referenční sazba v USA drží dodnes. Kromě toho byly v kooperaci s politickou reprezentací USA vytvořeny plány na fiskální expanzi a další odkupy rizikových aktiv, které měly za účel záchranu jak bankovního sektoru, tak významných průmyslových koncernů (např. General Motors).

[2] Analogicky tomu se pro poslední finanční krizi postupně vžil pojem „Velká recese“ (*Great Recession*).
[3] Uvolnění měnových a regulatorních podmínek v předkrizovém období ovšem samotnou finanční krizi zároveň vyvolalo, a to v podobě vytvoření vhodných podmínek pro eskalaci bubliny na trhu nemovitostí a rozvoj systému kontroverzních úvěrových derivátů.

Podobným způsobem na krizi zareagovaly i ostatní centrální banky světa[4]. Evropská centrální banka uplatňovala po vypuknutí krize jak politiku nízkých sazeb, tak nástroje nekonvenčních politik zahrnující nižší nároky na zajištění (*collateral*) dodávané proti poskytnutým půjčkám a možnost úvěrování obchodních bank v cizích měnách[5]. Česká národní banka na krizi také promptně reagovala, do té doby nevídaným tempem uvolnění měnových podmínek.

Graf 1 srovnává rychlost a načasování měnověpolitického uvolňování ve výše diskutovaných měnových oblastech. Šedý pás v grafech značí období před a po pádu banky Lehman Brothers. V USA je patrné období velmi nízkých sazeb v letech 2002-2005, což pravděpodobně umožnilo vznik bubliny na tamním trhu nemovitostí.

Graf 1: Srovnání úrokových sazeb



Měnověpolitické sazby: USA – Federal Funds Rate (efektivní), eurozóna – 2T REPO sazba, ČR – 2T REPO sazba;

Tržní mezibankovní sazby: USA – 3M LIBOR na dolarovém trhu, eurozóna – 3M EURIBOR, ČR – 3M PRIBOR;

Zdroj: www.ecb.int, www.federalreserve.gov, www.global-rates.com

[4] Mezi centrálními bankami cílujícími inflaci je jednou z výjimek centrální banka Chile, která krátce po nástupu krize čelila inflačním tlakům z rostoucích cen komodit.

[5] Viz přepis schůzky člena rady ECB s odbornou veřejností (prosinec 2009) – http://www.ecb.int/press/key/date/2009/html/sp091201.en.html.

Poslední finanční krize také podpořila poptávku po novém systémovém řešení v oblasti bankovní regulace. Soubor regulačních opatření, publikovaný Bankou pro mezinárodní vypořádání (*Bank for International Settlements*), postupně dospěl do podoby BASEL III[6], kdy hlavní změnou oproti předchozí verzi dokumentu je striktnější definice kapitálových požadavků bank, ale např. i návaznost odměn pracovníků bank na úspěšnost úvěrových projektů, což má v konečném důsledku zamezit nehospodárnému chování při úvěrovacích aktivitách s ohledem na maximalizaci pouze krátkodobého zisku. Tato pravidla jsou závazná i pro banky a pobočky zahraničních bank v prostředí České republiky, neboť Česká národní banka doporučení BASEL tradičně implementuje do české legislativy[7].

2.2 Dopad krize na ekonomiku ČR

V České republice se finanční krize projevila prudkým výpadkem zahraniční poptávky po domácím vývozu. Čeští vývozci jsou totiž dodnes ve značné míře orientováni na trhy západní Evropy, které byly krizí postihnuty významně. Jelikož ekonomika ČR je velmi proexportní, brzy se výpadek v zahraničních zakázkách začal projevovat v oficiálních statistikách o ekonomickém růstu.

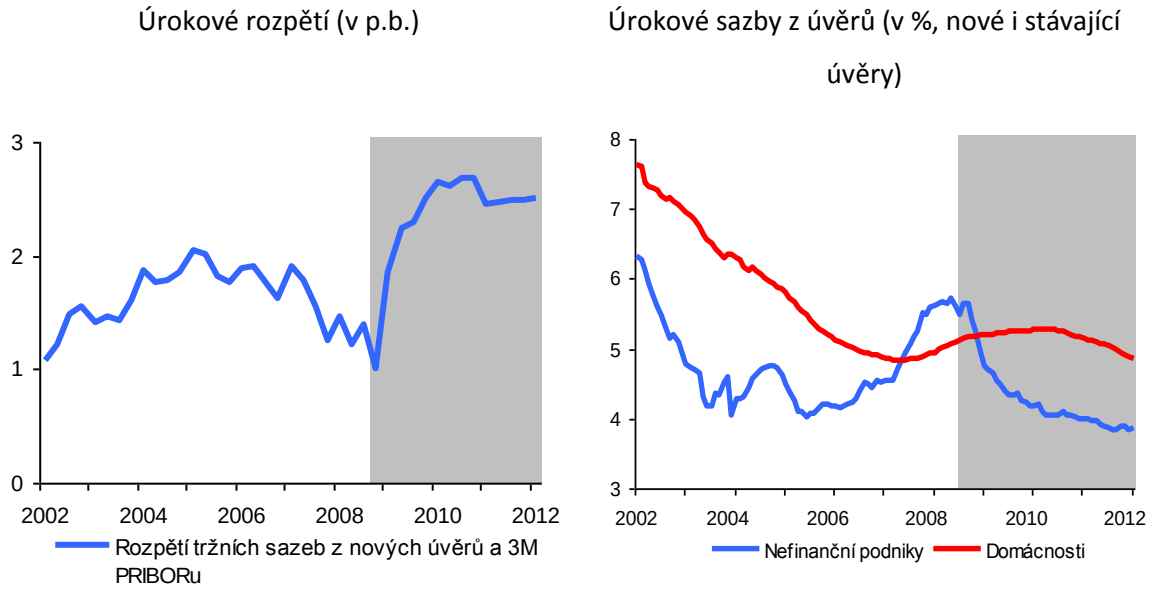
Snaha centrální banky, která rychle snižovala úrokové sazby, nebyla v tuto dobu doprovázena poklesem tržních úrokových sazeb ve stejném rozsahu, neboť obchodní banky již vykazovaly zvyšující se ztráty v důsledku nesplácení úvěrů. Tyto ztráty bylo nutné kompenzovat vyšší rizikovou přirážkou pro nové úvěry. Z toho důvodu v ekonomice začalo narůstat úrokové rozpětí, které se tak stalo přirozenou brzdou měnověpolitické transmise.

Graf 2 ukazuje průběh úrokového rozpětí a jeho nárůst v období po pádu Lehman Brothers (šedá plocha). Úrokové rozpětí v této době narůstalo bez ohledu na způsob

[6] Celý dokument viz http://www.bis.org/publ/bcbs128.htm.
[7] …a to ve formě Vyhlášky 123/2007 Sb., o pravidlech obezřetného podnikání bank, spořitelních a úvěrních družstev a obchodníků z cennými papíry, ve znění pozdějších předpisů (viz http://www.cnb.cz/cs/legislativa/obezretne_podnikani/obsah.html).

měření této veličiny – tržní sazby versus mezibankovní sazby, případně mezibankovní sazby versus základní měnověpolitická sazba[8].

Graf 2: Srovnání úrokového rozpětí před a po krizi 2008



Zdroj: ČNB (Zpráva o finanční stabilitě 2011/2012), databáze ARAD ČNB

V průběhu roku 2009 byly u bank patrné zejména úvěrové ztráty na portfoliích korporátních klientů a malých a středních podniků (SME). S odstupem zhruba jednoho roku začala kulminovat situace u úvěrů domácnostem, což posléze podpořila i fiskální restrikce.

2.3 Makroprudenční politiky

V důsledku poslední finanční krize se centrální banky mnoha zemí, které fungují v režimu cílování inflace, začaly orientovat na tzv. makroprudenční politiky. Jde o přístupy propojující měnovou politiku a finanční stabilitu prostřednictvím aktivního řízení širšího okruhu nástrojů (tedy nejenom prostřednictvím úrokových sazeb). Cílem

[8] Rozdíl mezibankovních sazeb a 2T REPO sazby je přirozeně kromě rizika samotného ovlivněn i existencí maturitní prémie, která také může být v čase proměnlivá.

těchto přístupů je zajistit co nejvyšší odolnost bankovního sektoru vůči nepříznivým šokům. Zejména Bank of England v této oblasti podnikla kroky, které vyústily ve stanovení konkrétních nástojů takových politik[9].

Zatímco v dosavadní praxi bankovní regulace se postupovalo nastavením takového regulatorního rámce, podle kterého by banky mohly podnikat při stálých, v čase takřka neměnných, podmínkách (tzv. *through-the-cycle* přístup), makroprudenční politiky naopak podporují mnohem aktivističtější roli regulátora při nastavování těchto nástrojů v závislosti na fázi hospodářského cyklu, ve které se ekonomika nachází (tzv. *point-in-time* přístup). Případně lze kalibraci makroprudenčních nástrojů přímo navázat na vývoj vybraných makroukazatelů (např. růstu hrubého domácího produktu).

Vybraný přehled nástrojů makroprudenčních politik navrhovaných Bank of England je uveden v tabulce 1. Vedle tradičního řízení krátkodobých úrokových sazeb je zdůrazněna role proticyklických polštářů (*countercyclical buffers*), kdy centrální banka může v dobách dobrých požadovat po bankách přísnější plnění kapitálových požadavků, což může v dobách zvýšeného rizika banka použít pro krytí úvěrových ztrát, a tedy vyrovnání cyklického charakteru jejího vlastního podnikání.

[9] Viz http://www.bankofengland.co.uk/publications/Documents/other/financialstability/ /discussionpaper111220.pdf.

Tabulka 1: Nástroje makroprudenčních politik

Nástroj	**Výhody**	**Nevýhody**
Proticyklický kapitálový polštář (*Countercyclical capital buffer*)	• snížený vliv hospodářského cyklu na hospodaření bank • snadná komunikace regulátora a bank díky jednoduchosti nástroje	• nízká historická korelace velikosti kapitálového polštáře a vzniku finanční krize
Maximální pákový poměr (*Maximum leverage ratio*)	• nižší riziko kalibrační chyby regulátora než u nástrojů kvantifikujících riziko • dobrá historická zkušenost s indikací finanční krize	• rizikový profil expozice vůči dlužníkovi není tímto ošetřen
Proticyklický likviditní polštář (*Time-varying liquidity buffer*)	• nástroj uplatnitelný pro růst úvěrů v ekonomice	• aktuální verze doporučení BASEL II/III požadavky na likviditu bank obsahuje ve velmi omezené formě
Flexibilní pravidla pro tvorbu opravných položek (*Time-varying provisioning practices*)	• podobně jako proticyklické polštáře vyhlazuje výkyvy v úvěrových ztrátách bankovního sektoru v čase	• úspěšné použití nástroje podmíněno kvalitou nástrojů na kvantifikaci rizika

Zdroj: Bank of England, Discussion Paper No.1, 2011

V konečném důsledku uplatnění makroprudenčních politik v praxi znamená propojení tradiční měnové politiky s výše uvedenými nástroji finanční stability. V režimu cílení inflace měnověpolitická autorita sleduje jediný cíl (růst spotřebitelských cen), který se snaží korigovat prostřednictvím jediného efektivního nástroje (krátkodobé úrokové míry). Makroprudenční politiky nutně zavádějí do rozhodovacího procesu vícekriteriální prvky a nutnost činit kompromisy.

3 Specifika ekonomiky ČR

Ekonomiku ČR řadíme mezi tzv. malé otevřené ekonomiky s nezávislou měnovou politikou (Mandel a Tomšík, 2003). Od roku 1998 funguje měnová politika v režimu cílování inflace, poté co ČNB opustila režim fixního kurzu. V důsledku zhroucení tohoto systému byla ČNB nejprve nucena uvolňovat přípustné fluktuační pásmo pro měnový kurz a brzy tento systém zcela opustit.

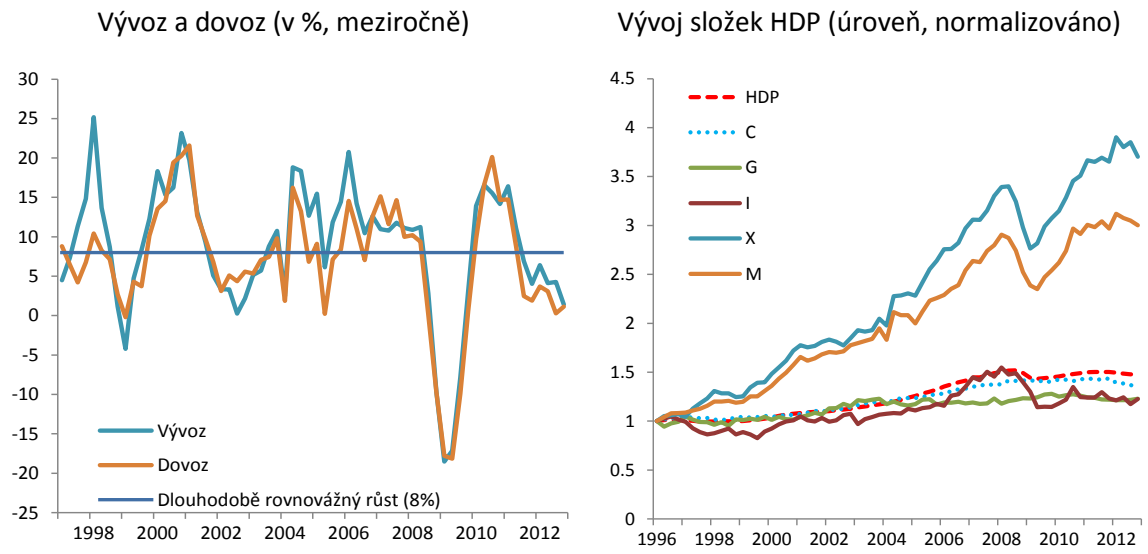
Důležitým parametrem ekonomiky je vlastní měna a fungující transmise kurzového kanálu, která v minulosti umožnila tlumit inflační tlaky [10]. Na významnou úlohu kurzového kanálu a průsaku měnového kurzu do domácích cen poukazují četné domácí empirické studie. Např. Babetskaia-Kukharchuk (2007) uvádí na základě vícerozměrné analýzy časových řad, že kurzový průsak v letech 2002–2006 byl v ČR okolo 25–30 %.

V důsledku konvergenčního procesu česká koruna systematicky trendově posiluje, a to v rozsahu 2–3 % ročně. Na tomto posilujícím trendu se podepsala zejména výchozí ekonomická úroveň naší země a s tím spojený efekt dohánění bohatších zemí. Změna měnověpolitického režimu taktéž znamenala impulz pro dlouhodobou nápravu relativních cen mezi ČR a hlavními obchodními partnery. Díky vládním pobídkám na podporu zahraničních investic navíc v nedávné historii docházelo k dalším tlakům na posílení měny. Přímé zahraniční investice (*foreign direct investment, FDI*) k nám proudily stabilně až do krizového roku 2008 a tyto toky vykazovaly v čase vzrůstající trend bez ohledu na skutečný domácí ekonomický růst. Král (2004) uvádí dva důvody, proč tomu tak mohlo být: 1) momentální ekonomický růst je irelevantní pro zahraničního investora, který zpravidla své rozhodování podmiňuje dobrým růstovým výhledem na delším časovém horizontu než je jedna fáze hospodářského cyklu, 2) Přísun zahraničních prostředků často neměl za konečný cíl orientaci na domácí lokální trh, ale na opětovný export do zahraničí. Tento druhý bod značí další výrazné specifikum české ekonomiky – otevřenost.

[10] Zejména při zvýšené fluktuaci cen komodit na světových trzích česká koruna často absorbovala tyto šoky. Na druhou stranu, je možné identifikovat i období, ve kterých pohyby koruny naopak inflační tlaky amplifikovaly.

Vysoká otevřenost ekonomiky ČR se ve statistických datech ve velké míře projevila právě během poslední finanční krize a obdobím bezprostředně následujícím. V prvním čtvrtletí 2009 skokově poklesl jak vývoz, tak dovoz, přičemž obě veličiny poté začaly nabírat tempa růstu takřka souhlasně. Graf 3 ukazuje souhlasný průběh vývozu a dovozu, vysoká míra otevřenosti ekonomiky se také projevuje stabilně vyššími růsty veličin zahraničního obchodu v porovnání se složkami domácí absorpce.

Graf 3: Vývoj zahraničního obchodu v ČR



Použité zkratky: C = soukromá spotřeba, G = vládní spotřeba, I = celkové investice, X = vývoz, M = dovoz

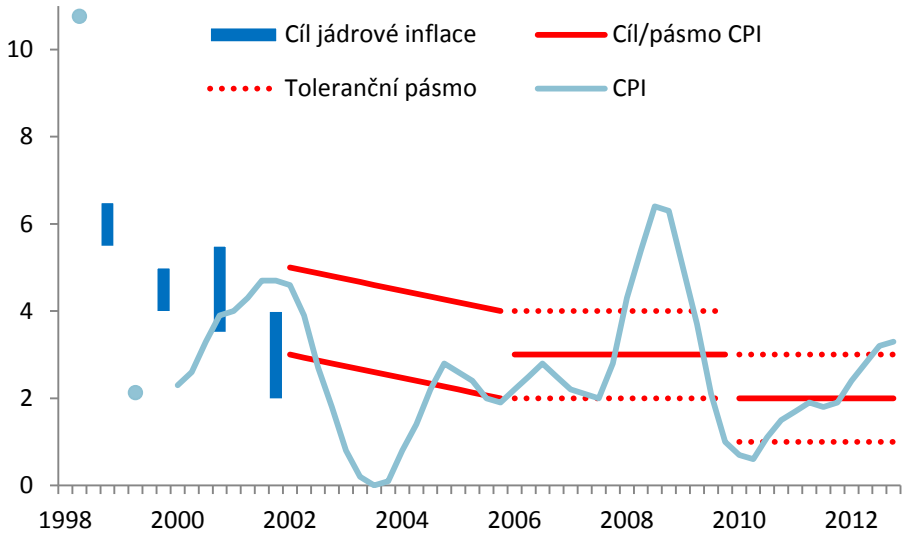
Zdroj: ČSÚ (čtvrtletní národní účty v cenách roku 2005), vlastní výpočet, podobně viz Andrle et al. (2009)

Veličiny zahraničního obchodu v krizi skokově poklesly v reakci na výpadek zahraniční poptávky. Krize se naopak hmatatelně nešířila z domácího bankovního sektoru, který systematicky oplývá likviditou, což je pozůstatek transformačních procesů z 90. let, zejména tehdejší politiky sterilizace devizových intervencí.

Již v průběhu 90. let byl v ekonomice ČR započat přirozený proces konvergence. V období fixního kurzu nominální konvergence probíhala přes vysoký růst domácí cenové hladiny a po změně měnověpolitického režimu konvergenční proces plynule pokračoval prostřednictvím zhodnocování kurzu. V důsledku toho je fenoménem první

dekády obrat ve vývoji cenové hladiny, se kterým se nově ustanovená politika cílení inflace vypořádala prostřednictvím stanovení dezinflačního pásma pro inflační cíl, jehož průběh je zobrazen na grafu 4. Zpočátku byla předmětem cílení tzv. jádrová inflace[11] na úrovni 6 % ročně, postupně se cíl ČNB snižoval až na 2 % ročně od roku 2010 pro celkový index spotřebitelských cen zahrnující kromě jádrové inflace i růst regulovaných cen a efekty změn nepřímého zdanění.

Graf 4: Vývoj celkové inflace a cíle měnové politiky



Pozn.: Data za CPI pro roky 1998 a 1999 jsou známy pouze na celoroční bázi, ostatní data čtvrtletně.

Zdroj: ČSÚ, ČNB.

Dozvuky transformační doby 90. let jsou patrné také u cen regulovaných, které ještě dnes tvoří cca 18 % spotřebního koše. Historicky se administrativní ocenění uplatňovalo zejména s ohledem na sociální aspekty společnosti a mělo tlumit dopady rychlého růstu cen u statků relativně nezbytných. Podrobný rozpis administrativních úprav v cenové oblasti, včetně jednotlivých deregulačních plánů, je k dispozici na stránkách MFČR[12]. Cenová regulace se týkala např. cen nájemního bydlení, cen tepla, plynu a otopu, cen

[11] Do jádrové (čisté) inflace se promítá růst cen potravin, pohonných hmot a růst tržních cen zboží a služeb ovlivnitelných měnovou politikou.

[12] http://www.mfcr.cz/cps/rde/xchg/mfcr/xsl/cenova_regulace_cr_69342.html

v dopravě a vybraných cen ve zdravotnictví. Z „modelářského“ pohledu představuje růst regulovaných cen exogenní faktor pro zbytek ekonomiky mající přímý vliv na makroprostředí bez zpětné endogenní vazby.

Za specifikum každé otevřené ekonomiky můžeme z definice považovat i dovozní náročnosti jednotlivých složek HDP. Vhodná kalibrace těchto podílů pomůže při praktickém použití modelu ekonomiky zlepšit zejména predikci cenového vývoje i vývoje měnového kurzu ve střednědobém horizontu. Jelikož však na toto téma neexistují přímé statistiky za naši ekonomiku, věnuji této problematice celou subkapitolu 3.1 založenou na standardní leontiefské input-output analýze jednotlivých segmentů národního hospodářství.

Základní verze DSGE modelu české ekonomiky, se kterým pracuji, respektuje výše uvedená specifika ekonomiky ČR. Způsob jejich implementace uvádím přímo v kapitole 5 při formulaci modelových vztahů.

3.1 Analýza dovozních náročností

Posledním prvkem ekonomiky ČR, který hodlám v aplikační části dizertační práce implementovat do základního DSGE modelu naší ekonomiky, jsou dovozní náročnosti jednotlivých výdajových složek HDP. Graf 3 poukazuje na vysokou otevřenost české ekonomiky, díky které lze očekávat vysokou dovozní náročnost tuzemského vývozu. Jelikož však neexistují přímé statistiky, které by tuto domněnku potvrdily, počítám aproximativně tyto statistiky na základě input-output analýzy.

Základním datovým vstupem jsou Tabulky dodávek a užití, které s roční frekvencí publikuje ČSÚ. Jde o ucelený sektorální pohled na národní hospodářství, kde kromě finálního užití různých produktových tříd v ekonomice je zaznamenána i struktura mezispotřeby. Dle návodu ČSÚ[13] lze Tabulky dodávek a užití, které toky v mezispotřebě zaznamenávají ve členění *produkt (input)* × *odvětví (output)*, transformovat na symetrické input-output tabulky, které jsou konstruovány buď ve členění mezispotřeby *produkt* × *produkt*, nebo *odvětví* × *odvětví*.

[13] ČSÚ odkazuje na původní manuál Eurostatu.

Takovouto symetrizací přijdeme o část informace, neboť transformace toků v mezispotřebě podle většiny metod, které za tímto účelem ČSÚ navrhuje, může vyústit v záporné hodnoty, které je třeba numericky odstranit[14].

Ztráta části informace na druhou stranu umožní analyzovat toky v mezispotřebě na základě tradiční input-output analýzy (Leontief, 1951).

Základní postup uvádí např. Christ (1955)[15]. Označme $\boldsymbol{x}$ potřebný objem produkce k vygenerování celkové finální poptávky $\boldsymbol{F}$. Tento objem musí pokrýt jak nároky celkové finální poptávky po daném produktu, tak vstupy do ostatních sektorů v rámci mezispotřeby, neboli

$$\boldsymbol{x} = \boldsymbol{A}\boldsymbol{x} + \boldsymbol{F},$$

kde $\boldsymbol{A}$ značí matici toků mezi jednotlivými produktovými třídami. Pro praktické výpočty matici $\boldsymbol{A}$ normalizuji vydělením každého sloupce hodnotou celkové produkce sektoru v daném sloupci. Interpretace toků v matici $\boldsymbol{A}$ se tak změní na počet *i*-tého vstupu (řádek) na 1 jednotku *j*-tého výstupu (sloupec).

Potom pro dopočet potřebných objemů produkce při pokrytí finální poptávky platí

$$\boldsymbol{x} - \boldsymbol{A}\boldsymbol{x} = \boldsymbol{F},$$
$$\boldsymbol{x} = (\boldsymbol{I} - \boldsymbol{A})^{-1}\boldsymbol{F}.$$

Leontiefský multiplikátor produkce, $(\boldsymbol{I} - \boldsymbol{A})^{-1}$, je přímou analogií nekonečného součtu geometrické řady. Matice $\boldsymbol{A}$ vystihuje primární toky produktů přes mezispotřebu, ale výstupem může být produkce, která se opět vrací do ostatních sektorů ekonomiky přes sekundární mezispotřebu. Toky vyšších řádů dostaneme mocninami matice $\boldsymbol{A}$. Platí tedy

$$(\boldsymbol{I} - \boldsymbol{A})^{-1} = \boldsymbol{I} + \boldsymbol{A} + \boldsymbol{A}^2 + \boldsymbol{A}^3 + \cdots = \sum_{i=0}^{\infty} \boldsymbol{A}^i. \qquad (1)$$

[14] Odstranění záporných toků v mezispotřebě může proběhnout na základě algoritmu GRAS (Junius a Oosterhaven, 2003). Pečlivá expertní úprava hodnot manuálním způsobem na základě pečlivé ekonomické úvahy zpravidla není možná díky rozsahu tabulky mezispotřeby (ČSÚ pracuje s tabulkami o základním rozměru 82 x 82 odvětví či produktových tříd).

[15] Na datech ČR podrobnou analýzu input-output tabulek provedl Rojíček (2009).

Předpokladem rovnice (1) je existence příslušné inverzní matice, což je splněno pokud charakteristická čísla matice $\boldsymbol{A}$ jsou v absolutní hodnotě menší než 1. Tato podmínka nemusí být splněna zejména v případě existence odvětví, které nedodává žádné meziprodukty do jiných odvětví (matice $(\boldsymbol{I}-\boldsymbol{A})$ by obsahovala nulový řádek, a tudíž by neměla plnou hodnost). V takovém případě je běžnou praxí vybrané řádky a sloupce matice zagregovat a zvýšit tak podíl nenulových prvků.

Výše uvedené vyčíslení vektoru produkce, $\boldsymbol{x}$, který pokryje finální poptávku, $\boldsymbol{F}$, ještě není vhodné pro spočtení dovozních náročností jednotlivých složek HDP. Za tímto účelem používám matici mezispotřeby (matice $\boldsymbol{A}$) rozloženou na část z tuzemské ekonomiky (viz dále $\boldsymbol{A^d}$) a část z dovozu ($\boldsymbol{A^m}$). Toto rozdělení matice $\boldsymbol{A}$ je volně k dispozici na stránkách ČSÚ (byť pouze s frekvencí 5 let). Analogicky používám finální užití podle jednotlivých sektorů rozdělené na finální užití z tuzemska ($\boldsymbol{F^d}$) a z dovozu ($\boldsymbol{F^m}$).

Pro přímou kalkulaci dovozních náročností používám postup uvedený v Bussière et al. (2011), kteří rozlišují kromě celkové dovozní náročnosti i přímou/nepřímou, tj. dovozní podíl, který neprochází/prochází produkčním procesem domácí ekonomiky. Celková dovozní náročnost pro *k*-tou komponentu HDP v procentním vyjádření je spočtena jako:

$$\frac{\boldsymbol{A^m}\left(\boldsymbol{I}-\boldsymbol{A^d}\right)^{-1}\boldsymbol{F_k^d}+\boldsymbol{uF_k^m}}{\boldsymbol{uF_k^d}+\boldsymbol{uF_k^m}}\times 100, \tag{2}$$

kde $\boldsymbol{u}$ je řádkový vektor samých jednotek, který rozměrově odpovídá počtu řádků matice $\boldsymbol{A^m}$. Funkce tohoto vektoru spočívá ve sloupcové agregaci sousedních matic. Obě matice mezispotřeby, $\boldsymbol{A^d}$ a $\boldsymbol{A^m}$, jsou opět normovány vektorem celkové produkce za daný sektor. První sčítanec v čitateli odpovídá objemu nominálního dovozu v rámci *k*-té složky HDP, který do finálního užití vstupuje přes domácí ekonomiku (nepřímý dovozní vstup), druhý sčítanec pak objem nominálního dovozu, který do dané komponenty HDP vstupuje přímo (přímý dovozní vstup).

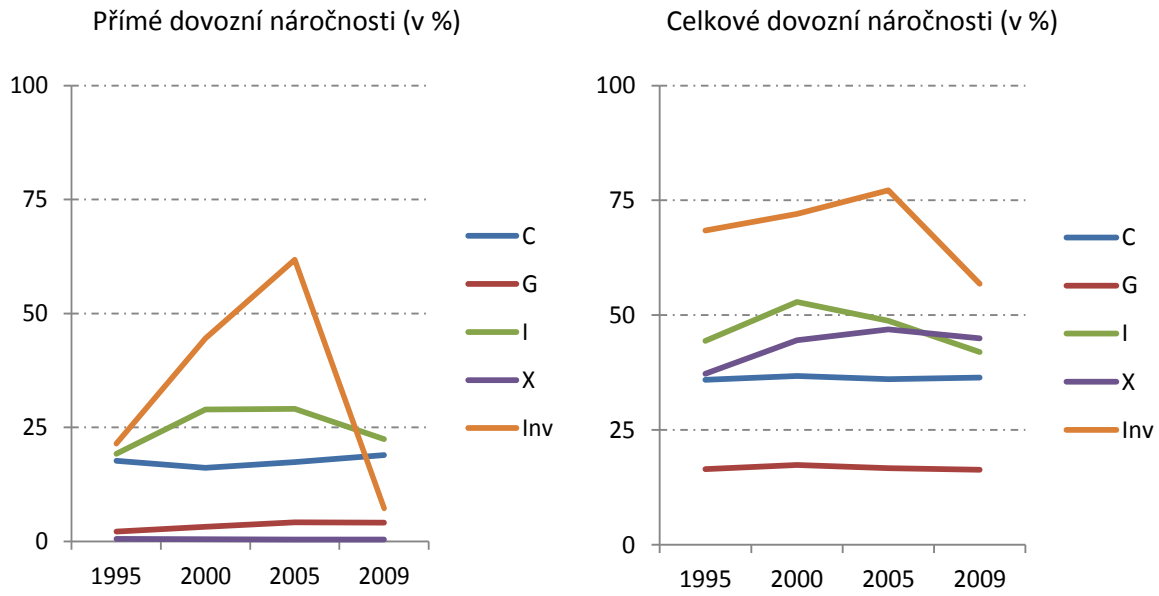
Rozdělíme-li finální poptávku podle statistických údajů na spotřebu domácností, vládní spotřebu, investice a vývoz, pak pomocí vzorce (2) stanovíme nutné objemy produkce

podle jednotlivých sektorů národního hospodářství, jejichž vertikální agregací stanovíme celkové dovozní podíly v procentech.

Graf 5 ukazuje jak přímé, tak celkové dovozní náročnosti spočtené na základě výše uvedeného postupu pro každou ze složek domácí absorpce a vývozu. K výpočtu jsou použity symetrické input-output tabulky v členění *produkt* × *produkt* při zanedbání vlivu čistých daní na produkty a obchodního rozpětí[16].

Soukromá i vládní spotřeba jsou v čase stabilně dovozně náročné – 36 %, resp. 16 % výdajů na finální užití v těchto agregátech pochází z dovozu. Dovozní podíl u investic dlouhodobě kolísá kolem 50 %, krizí v roce 2009 byla zasažena zejména dovozní struktura zásob. V případě vývozu dovozní podíl mírně v čase až do krizového roku narůstal k hodnotě cca 44 %.

Graf 5: Dovozní náročnosti složek HDP



Použité zkratky: C = soukromá spotřeba, G = vládní spotřeba, I = celkové investice, X = vývoz, Inv =zásoby.

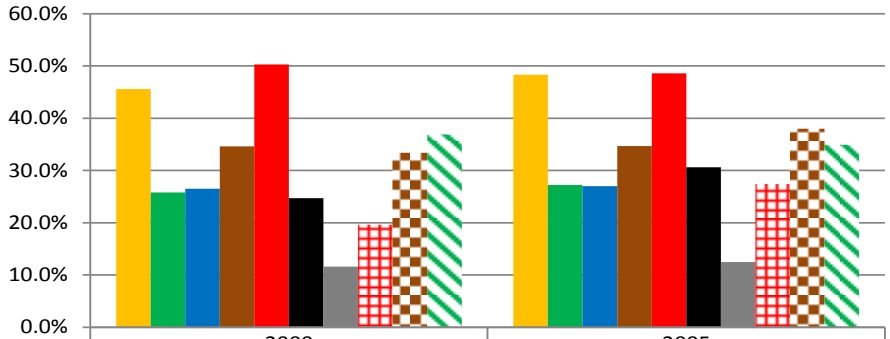
Zdroj: ČSÚ (symetrické Input-Output tabulky), vlastní výpočet.

[16] Na straně zdrojů produkce jsou v Tabulkách dodávek a užití uvedeny vstupy z domácí ekonomiky (mezispotřeba) a z dovozu v cenách základních. Rozdíl v ocenění vůči cenám kupním tvoří čisté daně na produkty a obchodní rozpětí.

Přímá dovozní náročnost vývozu spočítaná na základě veřejných statistik ČSÚ je nulová, což reflektuje použitou metodiku Evropského systému účtů, podle které se statistiky v rámci národního účetnictví očišťují o transakce značené jako reexporty – tj. „…případy, kdy velkoobchodníci nebo zprostředkovatelé provedou nákup od nerezidentů a ve stejném účetním období předmět nákupu opět prodají nerezidentům“[17]. Rapidní nárůst objemu těchto transakcí v zahraničním obchodě je spojen částečně se vstupem ČR do EU v roce 2004, kdy na našem území díky příhodné poloze středoevropského regionu vyrostla řada logistických center zahraničních firem.

Údaj pro celkovou dovozní náročnost vývozu (44 %) je v mezinárodním kontextu poměrně vysoký (viz graf 6), což poukazuje na vysokou otevřenost České republiky. Spolu se Slovenskem je dovozní náročnost ve srovnání s ostatními uvedenými zeměmi na nejvyšších úrovních.

Graf 6: Dovozní náročnost vývozu – mezinárodní srovnání



	2000	2005
ČR	45.6%	48.3%
Německo	25.8%	27.2%
Francie	26.5%	27.0%
Rakousko	34.6%	34.7%
Slovensko	50.3%	48.6%
Polsko	24.7%	30.6%
USA	11.6%	12.5%
Čína	19.6%	27.4%
Finsko	33.4%	38.0%
Nizozemsko	36.9%	34.9%

Zdroj: Jaroslav Vomastek (prezentace Mezinárodní konkurenceschopnost ČR, Ministerstvo průmyslu a obchodu), IV/2012.

[17] viz Evropský systém účtů ESA 1995, Eurostat, http://apl.czso.cz/nufile/ESA95_cz.pdf, str. 87.

V základní verzi DSGE modelu ekonomiky ČR (kapitola 5) zahrnuji výsledky analýzy dovozních náročností v rámci kalibrace příslušných dovozních podílů ve finálním užití jednotlivých složek HDP.

4 Koncept DSGE

Kapitola 3 byla věnována specifikům ekonomiky ČR, která považuji za důležitá pro zohlednění při výstavbě jakéhokoliv predikčního modelu naší ekonomiky, nejen modelu typu DSGE. Uvedená tvrzení a výsledky kalkulace dovozních náročností zohledňuji při konstrukci samotného DSGE modelu v kapitole 5.

Současné paradigma v ekonomické vědě podporuje strukturální přístup pro modelové objasnění pozorované reality. I tradiční empirické modely VAR se v drtivé většině případů aplikují ve formě SVAR, kdy struktura analyzovaného systému, kauzalita a identifikovanost hrají klíčovou roli. Za reprezentanta čistě strukturálního modelování můžeme považovat modely z kategorie DSGE (*dynamic stochastic general equilibrium*), kterými se zabývám v této dizertační práci. V této kapitole přiblížím styl modelování, který na základě citované literatury adaptuji dále v aplikační části práce. Zde popisuji stavební prvky DSGE modelů, koncept racionálních očekávání, problematiku propojení modelu s daty a aspekty ekonometrického odhadování.

Jak již bylo naznačeno, po technické stránce pracuji s třídou modelů, které zastřešuje zkratka DSGE. Jedná se o modely předpokládající existenci rovnovážného stavu ekonomiky, a popisují pohyb ekonomiky okolo rovnováhy na základě šoků, které se vyskytují v náhodných sekvencích. Takové šoky jsou zdrojem fluktuací hospodářského cyklu, neboť při jejich absenci by se na základě tohoto konceptu ekonomika v čase neodchylovala od dlouhodobě rovnovážné úrovně. V této souvislosti jde nejčastěji o šoky nabídkové, poptávkové, nebo technologické. DSGE modely jsou zejména užitečné při vyhodnocování efektů změny politiky, na které se zajisté vztahuje Lucasova kritika, neboť stačí změnit pouze reakční funkci vlády, či centrální banky, a sledovat, jaké implikace tento zásah má do zbytku ekonomiky. Tyto implikace mohou být dlouhodobého charakteru, nebo jen krátkodobé, které po čase odezní.

Lucas (1976) ve své kritice makroekonomického modelování 70. let poukazuje na fakt, že tehdejší modely jsou bezcenné při predikování dopadů měnové a fiskální politiky v případě, že tato politika se náhle změní. Kvantifikované modelové parametry totiž nejsou invariantní vůči takové změně. Jako řešení nabídl Lucas vybudovat makroekonomické

modely založené striktně na mikroekonomických základech, ve kterých je zabudované racionální očekávání ohledně budoucích akcí měnověpolitické autority a vlády. Kydland a Prescott (1982) tento koncept rozpracovali dále i z opačné strany, kdy navrhují, aby makroekonomické modely obsahovaly i zpětnou vazbu ve formě měnověpolitického pravidla.

Kydland a Prescott (1982) vytvořili modelové zázemí vycházející z mikroekonomického prostředí, ve kterém spotřebitelé, výrobci a ostatní tržní subjekty optimalizují své chování v závislosti na vnějším okolí, přičemž si utvářejí racionální očekávání ohledně budoucího vývoje ekonomiky. Tyto subjekty mohou i nemusí využívat tržní sílu při cenotvorbě a při mzdových vyjednáváních, popř. domácí a zahraniční finanční trhy. Subjekty většinou operují v rámci svých rozpočtových omezení a předem nadefinovaných pravidel chování.

Smets a Wouters (2004), popř. Christiano, Eichenbaum a Evans (2005) vyvinuli DSGE modely, které jsou vhodné i pro makroekonomickou predikci, a vytvořili tak konkurenční alternativu oproti tradičně používaným VAR modelům[18], které se v makroekonomickém prognózování rozmohly od začátku 80. let.

Jádrem makroekonomických modelů DSGE je dynamická růstová složka ekonomiky, v některé z verzí jak je navrhnul Solow (1956). Standardní postup při řešení těchto modelů zpravidla obnáší výpočet „stálého stavu“ ekonomiky a linearizaci modelu okolo této dlouhodobě rovnovážné úrovně, aby se pomocí jednoduchých matematických metod dala studovat dynamická reakce modelu na stochastické šoky nejrůznějšího charakteru. Takový styl analýzy makroekonomických systémů dnes existuje a v literatuře spadá pod teorii reálných cyklů (*real business cycle*, RBC), protože v době zrodu tohoto přístupu bylo poukazováno právě na fakt, že nominální veličiny mají v průběhu hospodářského cyklu spíše nevyzpytatelný charakter, zatímco reálné veličiny jako např. hrubý domácí produkt a zaměstnanost se v dobách expanze a recese pohybují po intuitivních trajektoriích (Romer, 2006).

Nadstavbou těchto modelů jsou novokeynesiánské modely (*New Keynesian*, NK), které navíc obsahují prvky nejrůznějších strnulostí. Klasické RBC modely trpí tím, že

[18] Jedná se o modely vektorové autoregrese (např. Sims, 1980).

ekonomika se v reakci na šoky příliš rychle přizpůsobuje, a konvergenční proces návratu ekonomiky do stálého stavu je tak v rozporu s pozorovanou či předpokládanou realitou. Strnulosti v NK modelech se nejčastěji zavádí do pohybu cen a mezd, ale třeba i do změny kapitálové zásoby, viz Schmitt-Grohé and Uribe (2003). Pro účely této dizertační práce zavádím v souladu s literaturou i frikce do finančního zprostředkování, které mohou brzdit úrokovou transmisi měnověpolitické autority.

4.1 Stavební prvky DSGE modelů

Oproti tradičním empirickým modelům, hojně uplatňovaným v oblasti makroekonomie, mají DSGE modely řadu technických specifik, která níže ilustruji na zjednodušené verzi RBC modelu (Hansen, 1985). Pro svou jednoduchost a názornost se jedná o jeden z nejčastěji citovaných modelů pro účely testování výpočetních algoritmů v oblasti DSGE modelování.

Předpokládejme, že v ekonomice existuje racionálně se rozhodující agent, který sleduje svou očekávanou celoživotní spotřebu, přičemž konkrétní preference agenta ohledně spotřeby jsou kvantifikovatelné ve formě užitkové funkce. Čas je měřen diskrétně od aktuálního okamžiku do nekonečného budoucího horizontu (agent je nesmrtelný)[19]. V každém okamžiku agent čelí svému rozpočtovému omezení, kdy není možné spotřebovat víc než má agent k dispozici. Racionální úvaha agenta spočívá v tom, že část dnešní spotřeby může odložit do budoucna a svoji celoživotní očekávanou spotřebu tak zvětšit, neboť investice je spojena s jistým dodatečným výnosem.

Úlohou agenta je maximalizace celoživotní spotřeby na základě aktuálního rozhodnutí o spotřebě v aktuálním období. I takto triviálně definovaná úloha může poukazovat na zajímavé aspekty rozhodování založeného na dynamické optimalizaci[20].

Úloha může být konkrétně formulována jako:

[19] DSGE modely se spojitým časem zaujímají v makroekonomii mnohem minoritnější postavení.
[20] McCandless (2008) podobnou optimalizační úlohu nazývá jako „Robinson Crusoe“, neboť spotřební rozhodování může v kombinaci s investiční aktivitou pokrýt úlohy z oblasti maximalizace výnosů v zemědělství.

$$\max_{\{c_t\}} \mathbb{E}_t \sum_{i=0}^{\infty} \beta^{t+i} \mathcal{U}(c_{t+i}), \tag{3}$$

$$k_{t+1} = (1-\delta)k_t + i_t, \tag{4}$$

$$y_t = c_t + i_t, \tag{5}$$

$$y_t = \exp(\lambda_t) k_t^{\theta}, \tag{6}$$

$$\lambda_t = \rho\lambda_{t-1} + \alpha + \epsilon_t, \tag{7}$$

$$\mathcal{U}(c_t) = \ln(c_t), \tag{8}$$

kde interpretace proměnných je:

c_t = spotřeba, k_t = akumulovaný kapitál, i_t = investice, y_t = produkce, λ_t = exogenní technologický pokrok, $\mathcal{U}(.)$ = užitková funkce (v tomto případě logaritmus spotřeby), ϵ_t = technologický šok, ostatními řeckými písmeny jsou značeny parametry modelu.

V zápisu rovnic (3) – (8) je řada prvků, které jsou běžné v třídě DSGE modelů, a dále je v krátkosti popíši.

Rovnice (3) představuje kriteriální funkci agenta. Volně přeloženo: „Volbou spotřeby v čase *t* maximalizujeme očekávaný budoucí diskontovaný užitek“. V této rovnici jsou dva klíčové prvky. Prvním je operátor očekávání, $\mathbb{E}_t$, protože budoucí proud spotřeby není znám s jistotou v čase *t*. Druhým prvkem je diskontní faktor, $0 < \beta < 1$, který má za úkol upravit preference optimalizujícího subjektu tak, aby nebyl indiferentní mezi současnou a budoucí spotřebou. Dynamická úloha by totiž při časové indiferenci nemusela vůbec mít řešení. Rovnice (4) popisuje dynamiku kapitálové zásoby. Tato rovnice obsahuje vpředhledící očekávanou proměnnou, k_{t+1}[21]. Rovnice (7) obsahuje exogenní šok, ϵ_t. Tato rovnice také obsahuje parametr $\alpha > 0$, který do modelového mechanizmu vnáší jednotkový kořen. Model obsahuje rovnice lineární i nelineární (např 6).

Pokud výše definovaný model vezmeme jako výchozí bod pro analýzu přístupem DSGE, bývá sekvence činností takováto:

[21] Operátor očekávání pro jednoduchost zápisu vynechávám.

- Optimalizační úlohu vyřešíme pomocí přímé aplikace Lagrangeových multiplikátorů, kdy kriteriální funkci propojíme s omezujícími podmínkami úlohy – všechna omezení úlohy jsou totiž ve tvaru rovnic[22].
- Výsledkem je zpravidla systém nelineárních rovnic, který pro jednoduchost linearizujeme uplatněním Taylorova rozvoje prvního řádu.
- Linearizovaný systém obsahuje vpředhledící proměnné, jejichž vlivy je potřeba převést na zpěthledící pravidla (do formy omezené vektorové autoregrese, VAR), a model tím vyřešit (oprostit od vazeb na budoucí očekávané proměnné). Různým strategiím vyřešení modelu s racionálními očekáváními věnuji subkapitolu 4.3.
- Vyřešený model ve formě omezené VAR formy tvoří základ pro empirickou analýzu.

Existence jednotkových kořenů (trendů) v modelové struktuře (viz parameter α v rovnici 7) často reflektuje pozorovaný fenomén v datech, kdy většina ekonomických veličin se v čase vyvíjí s trendem. Jelikož jednotlivé aplikace DSGE modelů ne vždy tento fakt dostatečně berou v úvahu, věnuji této problematice speciální podkapitolu.

4.2 Trend versus cyklus

DSGE modely tvoří silný nástroj pro analýzu makroekonomických dat. Odvěkým úkolem makroekonomické stabilizační politiky je stanovit pozici ekonomiky v rámci hospodářského cyklu na základě pozorovaných dat a následně reagovat na nesoulad skutečného a žádoucího stavu prostřednictvím příslušného nástroje. Jelikož většina makroekonomických agregátů se v čase pohybuje s rostoucím trendem, vyvstává logicky otázka, do jaké míry je posun v těchto veličinách v čase dán trendovým posunem (hospodářským růstem), a do jaké míry cyklickým vývojem, na který by hospodářská politika měla reagovat pomocí svých nástrojů.

Ovšem ne vždy jsou DSGE modely v praxi uplatňovány „v plné síle“. Např. Ireland (2004) (a mnoho dalších) doporučuje při propojení modelu s reálnými daty nejprve

[22] I kdyby existovalo v modelu omezení ve tvaru nerovnice, optimalizační charakter úlohy ve většině případů bude hledané optimální řešení posouvat ve směru splnění takové nerovnice jako rovnost.

odstranit z dat trendy (*prior detrending*), a teprve poté použít DSGE model k vysvětlení chování ekonomiky okolo těchto trendů. Důvodem je zajisté stacionarizace použitých proměnných před napojením dat na model. Apriorním odstraněním trendů pomocí níže diskutovaných nástrojů však s nějvětší pravděpodobností ztratíme část informace, týkající se hospodářského cyklu. Pro úplnost uveďme základní techniky detrendizace a jejich návaznost na prvky DSGE přístupu.

Úloha rozlišit cyklus od trendu je zajisté netriviální, přičemž základní metody historicky uplatňované v této oblasti lze rozdělit do dvou hlavních myšlenkových směrů[23] – 1) mechanické metody, 2) metody využívající znalost modelové struktury.

Mechanické metody jsou jednoduché na provedení, kdy pozorovaná data prokládáme regresními funkcemi reprezentujícími trendovou složku. Cyklickou složku pak reprezentují odhadovaná rezidua (průkopníky metody Burns and Mitchell, 1946). Případně lze odhad cyklické složky formulovat jako optimalizační úlohu, kdy variabilita trendu v porovnání s variabilitou cyklu odpovídá předem nastavenému fixnímu parametru (filtrace typu Hodrick and Prescott, 1997[24]).

Alternativu mechanických metod dle mého názoru reprezentují dekompozice typu Beveridge-Nelson (1981, viz dále BN) a technika nepozorovaných (latentních) proměnných (*unobserved components,* viz dále UC). BN přístup spočívá v aplikaci ARIMA modelů časových řad, kdy předpokládáme, že trendový vývoj má kromě deterministického posunu i stochastický charakter díky existenci permanentních šoků. BN dekompozice je předstupněm přístupu UC, neboť proměnné v modelu lze rozdělit na pozorované a latentní. BN úlohu lze formulovat alternativně převodem do stavového prostoru[25,26] a trend od cyklu rozlišit pomocí standardního nástroje uplatňovaného v této oblasti – Kalmanova filtru, jehož algoritmus je detailně popsán v příloze 2.

[23] Toto rozdělení reflektuje můj osobní názor, kdy za kritérium klasifikace považuji praktické aspekty běžně používaných metod. Canova (2007) podobnou klasifikaci metod uvádí v mnohem detailnějším (spíše akademickém) členění.

[24] Do této kategorie také spadají veškeré odvozeniny dvoustranných lineárních filtrů operujících ve spektrální doméně (tzv. *band-pass* filtry).

[25] Lütkepohl (2005) uvádí příklady převodu modelů AR a MA do stavového prostoru. Tento převod je možný obecně vždy pro celou třídu modelů ARIMA.

[26] Obecná forma modelu ve stavovém prostoru může vypadat takto (Hamilton, 1994):

DSGE modely jsou přímou aplikací metody UC na extrakci cyklické informace z pozorovaných dat. Strukturální vztahy DSGE modelu zpravidla obsahují proměnné, pro které nemáme vhodné datové protějšky, např. nahromaděný kapitál v ekonomice či úroveň technického pokroku. Trajektorie takových proměnných se pro danou parametrizaci modelu pomocí Kalmanova filtru odhadují s přihlédnutím k pozorovaným datům – takový postup považuji za lepší variantu v porovnání s výše uvedenou technikou detrendizace *a priori*, jelikož k rozdělení trendu od cyklu použijeme přímo strukturální model, který informace obsažené v datech zpracuje naráz, a nedochází tak k odstranění části důležité informace ještě před samotnou empirickou analýzou.

Řešení DSGE modelu je možno ve stavovém prostoru formulovat při zachování zdrojů nestacionarit a trendovou/cyklickou informaci z dat extrahovat modelově konzistentním způsobem bez nutnosti apriorního odstranění trendu z pozorovaných dat. Standardně uplatňované algoritmy pro vyřešení racionálních očekávání, ale i Kalmanův filtr, lze pomocí jednoduchých úprav adaptovat na modely obsahující jednotkový kořen (či více jednotkových kořenů), viz Beneš and Fukač (2011).

4.3 Racionální očekávání

Důležitým aspektem DSGE konceptu je zapracování teorie racionálních očekávání, podle které předpovědi ekonomických subjektů nejsou systematicky vychýlené a z agregovaného pohledu nakonec i správné. Ze statistického pohledu pak můžeme analýzu budoucího vývoje sjednotit s kalkulací očekávané střední hodnoty, protože předpokládáme, že odchylky v očekávání jednotlivých subjektů jsou ve společnosti symetricky rozptýleny a v agregované podobě se navzájem kompenzují.

Díky předpokladu nevychýlenosti aktuálních očekávání ohledně budoucnosti se významně usnadní praktická práce s modelem, což ilustruje následující příklad. Dejme

$$\boldsymbol{\xi}_t = \boldsymbol{F}(\boldsymbol{\phi})\boldsymbol{\xi}_{t-1} + \boldsymbol{G}(\boldsymbol{\phi})\boldsymbol{\epsilon}_t, \tag{9}$$

$$\boldsymbol{y}_t = \boldsymbol{H}(\boldsymbol{\phi})\boldsymbol{\xi}_t + \boldsymbol{\omega}_t, \tag{10}$$

kde dynamika „vnitřních“ (nepozorovaných) proměnných, $\boldsymbol{\xi}_t$, je popsána pomocí bloku rovnic (9); Rovnice (10) popisují napojení nepozorovaných proměnných na data, která máme k dispozici. Detailní prozkoumání systému ve tvaru (9) a (10) je součástí přílohy 2.

tomu, že modelový rámec, se kterým pracujeme, obsahuje očekávané hodnoty vybraných ekonomických veličin v budoucnu a dává tyto veličiny do kontextu vůči ostatním veličinám. Dále uvažujme, že součástí modelového návrhu je rovnice vystihující interakci 3 různých veličin:

$$x_t + y_t + z_{t+1} = 0.$$

Veličina z_t vystupuje v čase budoucím (t+1), což znamená dodatečné riziko pro jakýkoliv rozhodovací proces, který bere platnost této rovnice v úvahu. Bývá zvykem podobné riziko kvantifikovat prostřednictvím stanovení distribuce hodnot, kterých veličina z_{t+1} může nabývat. Pokud v tomto momentě uplatníme teorii racionálních očekávání, pak připouštíme, že riziko ohledně budoucí realizace této veličiny je symetrické na obě strany, a budoucí hodnotu z_{t+1} tak můžeme nahradit její očekávanou hodnotou:

$$x_t + y_t + \mathbb{E}_t\{z_{t+1}\} = 0.$$

Záměna veličiny z_{t+1} její očekávanou hodnotou, $\mathbb{E}_t\{z_{t+1}\}$, má po technické stránce velmi důležitý praktický dopad. Jelikož očekávanou hodnotu uvažované veličiny můžeme ztotožnit s fixní hodnotou (nikoliv intervalem či distribucí), praktické řešení modelu spočívá v nalezení takové fixní hodnoty při respektování všech rovnic modelu. Analogickou úvahu můžeme aplikovat na celý časový horizont, ve kterém se pohybujeme, což ilustruje tabulka 2. Stejnobarevné plochy v tabulce poukazují na oblasti, jejichž součet musí být roven 0 (v souladu s uvažovanou rovnicí $x_t + y_t + \mathbb{E}_t\{z_{t+1}\} = 0$).

Tabulka 2: Ilustrace konceptu racionálních očekávání

čas	veličina		
	x	y	z
t			
t+1			
t+2			
⋮	⋮	⋮	⋮
t+s			

Zdroj: vlastní

Výše uvedená úvaha v sobě nese prvek optimalizace, kdy hodnoty všech veličin jsou hledány pro každý časový úsek tak, aby vyhovovaly rovnicím modelu ve všech uvažovaných časových úsecích. Optimalizační postupy tohoto druhu je běžné uplatňovat při řešení nelineárních modelů s racionálními očekáváními (Juillard and Laxton, 1996). V případě modelů, které jsou linearizované, však máme k dispozici rychlé a robustní analytické algoritmy, jejichž podstatu popisuji níže a vybraného reprezentanta z těchto algoritmů (Sims, 2001) detailně popisuji v příloze 1.

V návaznosti na sekvenci kroků uvedenou v podkapitole 4.1, standardně uplatňovanou při aplikaci DSGE modelů v praxi, vyjdeme nyní z fáze, kdy máme k dispozici model ve formě linearizovaného systému *n* rovnic pro *n* proměnných:

$$\mathbb{E}_t\{f(\boldsymbol{x}_{t+1}, \boldsymbol{x}_t, \boldsymbol{x}_{t-1}, \boldsymbol{z}_t)\} = \boldsymbol{0}, \tag{11}$$

kde modelové proměnné v různých časech jsou označeny $\boldsymbol{x}$ a $\boldsymbol{z}$ značí exogenní šoky. Systém (11) zpravidla obsahuje operátor očekávání, $\mathbb{E}$, a tím tedy i vpředhledící očekávané veličiny. Za vyřešení modelu v rámci konceptu racionálních očekávání budeme považovat lineární dynamickou reprezentaci modelu (11), ve které všechny

proměnné jsou funkcí $g(\cdot)$ predeterminovaných[27] proměnných, které označíme jako $\breve{\boldsymbol{x}}_t$. Součástí řešení bude také kvantifikace multiplikátorů, $\boldsymbol{M}$, vlivu současných a budoucích šoků, $\boldsymbol{z}_t$či $\mathbb{E}_t\boldsymbol{z}_{t+s}$ ($\forall s > 0$), na vektor endogenních proměnných, $\boldsymbol{x}_t$:

$$\boldsymbol{x}_t = g(\breve{\boldsymbol{x}}_{t-1}) + \boldsymbol{M}\begin{bmatrix} \boldsymbol{z}_t \\ \mathbb{E}_t\begin{Bmatrix} \boldsymbol{z}_{t+1} \\ \vdots \\ \boldsymbol{z}_{t+s} \end{Bmatrix} \end{bmatrix}, \qquad \breve{\boldsymbol{x}}_t \in \boldsymbol{x}_t, \tag{12}$$

Formát vyřešeného modelu (12) odpovídá stavové reprezentaci (9) – (10), která je vhodná pro samotnou analýzu modelu při interakci s pozorovanými daty.

Způsob převodu systému ve tvaru (11) do tvaru (12), spočívá v aplikaci dnes již standardních algoritmů, které v ekonomii poprvé zavedli Blanchard and Kahn (1980)[28], viz dále BK (1980), a které v pozdější době vylepšili např. Anderson and Moore (1985), Klein (2000), Sims (2001) a Uhlig (1995). V této subkapitole popisuji základní intuici při řešení racionálních očekávání – konkrétní návrh algoritmu, variantu Sims (2001), pak uvádím v příloze 1. Bližší odvození vybraných algoritmů lze také najít v knižních publikacích Canova (2007), DeJong (2007) a McCandless (2008).

Pro vysvětlení základní intuice řešení racionálních očekávání uvažujme nyní pro jednoduchost, že model, se kterým pracujeme, obsahuje jedinou proměnnou, jejíž dynamiku lze vyjádřit ve formě autoregresního procesu prvního řádu:

$$x_t = \rho x_{t-1} + \epsilon_t. \tag{13}$$

Fundamentálním předpokladem DSGE modelů je existence dlouhodobě rovnovážného stavu v modelované ekonomice, který můžeme v modelu (13) ztotožnit s úrovní x_t, ke které se model navrací při absenci šoků. V takto jednoduchém AR(1) procesu je dynamická rovnováha velmi snadno definovatelná – postačí, aby koeficient autoregrese, ρ, splňoval známou podmínku $|\rho| < 1$. Takto definovaná rovnováha systému (13) je zároveň kritériem stability celého systému a pomocí zpětné substituce lze x_t vyjádřit jako výslednici minulých šoků:

[27] Predeterminované proměnné jsou podmnožinou všech modelových proměnných a na jejich hodnotách jsou závislé i veličiny, které predeterminované nejsou.
[28] BK (1980) v ekonomii aplikovali postupy, které už dříve byly známé v technické literatuře.

$$\begin{aligned} x_t &= \rho x_{t-1} + \epsilon_t \\ &= \rho(\rho x_{t-2} + \epsilon_{t-1}) + \epsilon_t \\ &\vdots \\ &= \sum_{s=0}^{\infty} \rho^s \epsilon_{t-s}. \end{aligned} \tag{14}$$

Pokud bychom zůstaly u samotného předpokladu $|\rho| < 1$, tak by nebyl důvod pro analýzu AR(1) procesu zavádět koncept racionálních očekávání. V okamžiku, kdy tento předpoklad uvolníme, je stále potřeba zabývat se konceptem dynamické rovnováhy modelu. Pokud uvažujeme $|\rho| > 1$, vliv všech historických šoků v rovnici (14) je do budoucna více a více amplifikován, a x_t tak roste nade všechny meze, což je v přímém rozporu s filozofií DSGE přístupu.

Rovnováhu je v takovém případě třeba najít modifikovaným způsobem. Rovnici (13) posuneme o jedno období vpřed a opět vyjádříme vztah x_t a ϵ_t, analogicky se vztahem (14):

$$\begin{aligned} x_{t+1} &= \rho x_t + \epsilon_{t+1} \\ x_t &= {}^1/_\rho\, x_{t+1} - {}^1/_\rho\, \epsilon_{t+1} \\ &= {}^1/_\rho \left({}^1/_\rho\, x_{t+2} - {}^1/_\rho\, \epsilon_{t+2}\right) - {}^1/_\rho\, \epsilon_{t+1} \\ &\vdots \\ &= \sum_{s=1}^{\infty} \left({}^1/_\rho\right)^s \epsilon_{t+s}. \end{aligned} \tag{15}$$

Předpoklad existence stabilní reprezentace rovnice (13) je v rovnici (15) zajisté platný, neboť

$$|\rho| > 1 \Rightarrow \left|{}^1/_\rho\right| < 1.$$

Z přímého srovnání rovnic (14) a (15) plyne důležitý závěr. Zatímco stabilní systémy lze vyjádřit pomocí šoků, které byly realizovány v historii, nestabilní (explozivní) systémy

mají svou stabilní reprezentaci také – ta jenom spočívá v závislosti dané endogenní proměnné na budoucích očekávaných šocích[29].

Reprezentace (14) a (15) se vzájemně odlišují také svou interpretací. „Zpěthledící“ reprezentace (14) je vhodná pro modelování makroekonomických veličin, které se v čase vyvíjejí velmi pozvolně a u kterých je historický vývoj determinujícím faktorem aktuálních hodnot takových veličin. To platí např. u úrovně technologického pokroku (byť těžko měřitelného). Naopak, „vpředhledící“ reprezentace (15) se hodí pro veličiny, jejichž úroveň se v čase může skokově měnit s ohledem na budoucí očekávaný vývoj. Příkladem takové veličiny je měnový kurz, pro který jeho historický vývoj, ani historický vývoj ostatních veličin, nejsou příliš relevantní.

Logickou podmínkou převodu (13) do (14) či (15) je počet vpředhledících proměnných odpovídající počtu zdrojů nestability. Pokud x_t je např. vpředhledící, pak v tomto jednoduchém příkladě musí platit $|\rho| > 1$ a převod do reprezentace (14) není možný, neboť taková reprezentace by v čase neměla pevně definovaný rovnovážný stav pro danou endogenní veličinu, x_t. Takto formulovaná podmínka převoditelnosti (13) do stabilní reprezentace je anekdotickou obdobou pravidla, které za účelem vymezení existence jednoznačného řešení úlohy s racionálními očekáváními formulovali BK (1980).

Pokud bychom pracovali pouze s modely, které lze vyjádřit jako sérii navzájem nezávislých AR(1) procesů, pak reprezentace (14) a (15) plně postačí k analýze takových modelů. V případě, že mezi jednotlivými procesy umožníme vzájemné (simultánní) vazby, není samotné odvození reprezentací analogických k (14) a (15) tak triviální. A právě pro takto zobecněnou třídu úloh odvodili BK (1980) a jejich výše uvedení následovníci speciální algoritmy. Ucelené srovnání dnes běžně používaných algoritmů v této oblasti podává Anderson (2006).

[29] Operátor očekávání, $\mathbb{E}_t$, pro jednoduchost zápisu v rovnici (8) neuvádím.

5 DSGE model ekonomiky ČR

Jádro modelu tvoří reprezentativní domácnost, která racionálním způsobem rozhoduje o nastavení proměnných, které má možnost přímo ovlivnit, tj. objem spotřeby, investic, kapitálu a nákupy domácích či zahraničních aktiv nesoucích úrokový výnos. Produkční stranu ekonomiky tvoří systém firem, pro které jsou v rámci maximalizace zisku stanovena optimální pravidla rozhodování ohledně jejich cenotvorby. V souladu s konceptem cílování inflace je do modelu zakomponována měnověpolitická reakční funkce (Taylor, 1993) pro nastavování krátkodobé úrokové míry. Otevřenou ekonomiku v modelu reprezentuje exogenní blok zahraničních proměnných, které mají vliv na domácí makroprostředí. Po vzoru Adolfson et al. (2008) veličiny zahraničního bloku tvoří vektorovou autoregresi. Model je dále v souladu s literaturou (např. Christiano et al., 2005, Smets and Wouters, 2004) obohacen o nominální a reálné strnulosti, které umožňují korektnější přiblížení chování modelu k pozorovaným datům.

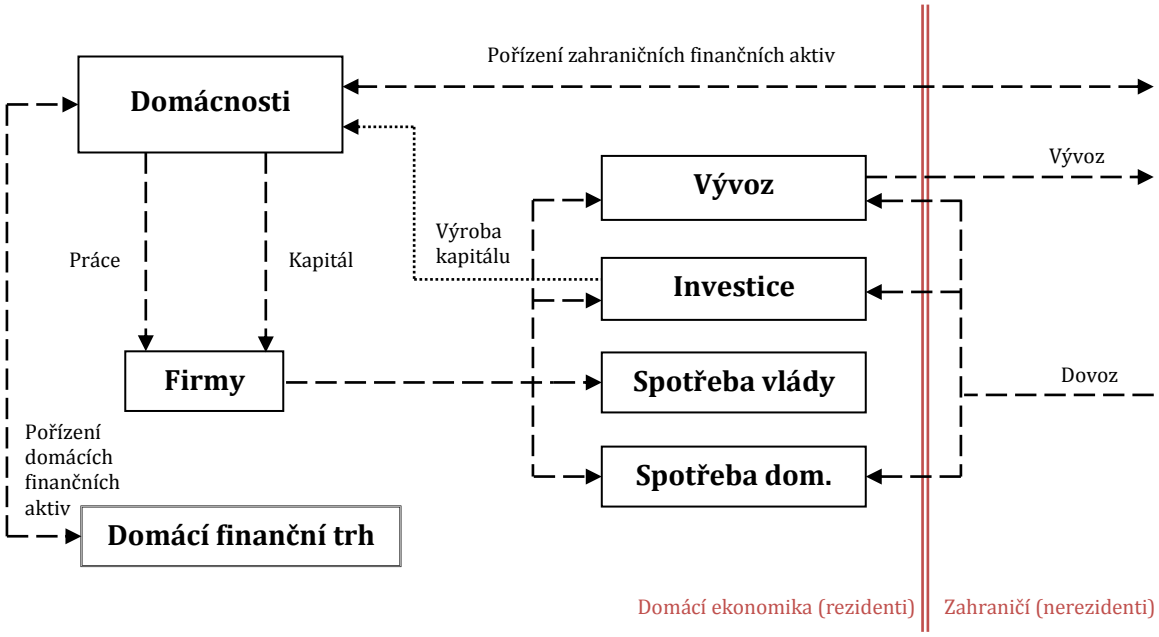
Další podkapitoly popisují jednotlivé bloky modelu. Značení modelových proměnných a odvození základních modelových vztahů v dalším textu vychází z publikace Christiano et al. (2011, viz dále CTW). Adaptace modelu na specifika ekonomiky České republiky reflektuje závěry z kapitoly 3.

5.1 Reálné a finanční toky

Na grafu 7 jsou schematicky zobrazeny základní modelové bloky a jejich vzájemné interakce. Produkční stranu domácí ekonomiky tvoří firmy využívající základní výrobní faktory, tj. práci a kapitál, k vytváření přidané hodnoty, která se na výdajové straně národního hospodářství promítá v rámci finálního užití v soukromé spotřebě, vládní spotřebě, investicích a ve vývozu. Zdrojem finálního užití jsou také dovozy. Reprezentativní spotřebitel rozhoduje o míře využití kapitálu a nabízí práci, poskytuje tak všechny potřebné faktory produkčního procesu. Vztah domácí ekonomiky a zbytku světa probíhá v rámci mezinárodní výměny prostřednictvím transakcí rezidentů s nerezidenty. Zahraniční ekonomická aktivita (pro účely modelu exogen) určuje poptávku po domácích

vývozech. Reprezentativní domácnost také investuje část disponibilních zdrojů do zahraničních finančních aktiv. Jiné interakce se zahraničím nejsou v modelu uvažovány.

Graf 7: Schéma základního modelu ekonomiky ČR



Zdroj: vlastní (schéma vytvořeno podle CTW, 2011)

Korektní implementace dovozních náročností jednotlivých složek HDP by vyžadovala rozlišení dovozních náročností na přímé a nepřímé. Nemalá část dovozů se totiž v souladu se závěry z podkapitoly 3.1 promítá do složek finálního užití HDP nepřímo, kdy vstupuje nejprve do domácího produkčního procesu jako jeden ze zdrojů vedle tradičních výrobních faktorů kapitálu a práce. Modelové zjednodušení reality znázorněné na grafu 7 toto rozdělení dovozních náročností částečně ignoruje – toky zboží ze zahraničí vstupují do jednotlivých výdajových komponent HDP přímo (tj. bez vlivu na vytvoření domácí přidané hodnoty).

V dalších podkapitolách popisuji jednotlivé bloky modelu a (na rozdíl od CTW, 2011) uvádím i detailní odvození pravidel chování všech modelových agentů. Tyto agenty lze rozdělit na dvě základní skupiny – domácnosti a firmy. Oba typy agentů racionálně rozhodují na základě principů dynamické optimalizace o nastavení veličin, které mají pod

kontrolou. Blok firem tvoří producenti domácí mezispotřeby, dovozci zahraničního zboží a producenti statků finálního užití, kteří domácí produkci a dovozy transformují na statky finálního užití.

5.2 Domácnosti

Model pracuje se spojitou masou domácností, indexovaných na jednotkovém intervalu (*unit mass continuum*). Všechny domácnosti agregátně vykazují stejné chovají v reakci na okolní prostředí, neboť všem domácnostem je implementována stejná výchozí úroveň, preference a identická inteligence. Z hlediska odvození dynamiky většiny modelových bloků tak plně postačí analyzovat chování jedné „reprezentativní" domácnosti. Indexace všech domácností spojitým způsobem na jednotkovém intervalu zároveň implikuje rovnost agregátních proměnných a proměnných měřených *per capita*. V dalším textu tak netřeba rozlišovat pojmy „domácnosti" a „reprezentativní domácnost" (s výjimkou odvození dynamiky mezd).

Preference domácností jsou ve vztahu ke spotřebě stejné, lze je proto jednoduše zagregovat pomocí $\int_0^1 c_t^j dj \equiv C_t$. Ve vztahu k nabízené práci, h_t^j, prozatím ponechávám indexaci podle *j*-té domácnosti[30]. Domácnost své chování optimalizuje na nekonečném horizontu:

$$\max\ \mathbb{E}_0 \sum_{t=0}^{\infty} \beta^t \left\{ \zeta_t^c ln(C_t - bC_{t-1}) - \zeta_t^h A_L \frac{\left(h_t^j\right)^{1+\sigma_L}}{1+\sigma_L} \right\},$$

kde $\beta \in (0,1)$ je diskontní faktor, ζ_t^c a ζ_t^h jsou v čase proměnlivé parametry preference spotřeby a dispreference nabízené práce, které jsou modelovány jako AR(1) procesy:

$$\log(\zeta_t^c) = \rho^{\zeta_c} \log(\zeta_{t-1}^c) + \epsilon_t^{\zeta_c} ,$$

$$\log\left(\zeta_t^h\right) = \rho^{\zeta_h} \log\left(\zeta_{t-1}^h\right) + \epsilon_t^{\zeta_h} .$$

[30] Indexace *j*-té domácnosti je u objemu nabízené práce ponechána z důvodu odlišného přístupu uplatněného při odvození optimální nabídky práce, jak plyne z dalšího textu.

Parametr σ_L vyjadřuje elasticitu nabízené práce (*inverse Frisch elasticity*); A_L je parametr určující relativní váhu spotřeby a nabízené práce. Místo úrovně spotřeby vystupuje v užitkové funkci kvazidiference spotřeby (s parametrem $b \in \langle 0,1 \rangle$), která vystihuje míru preference ve vyhlazování úrovně spotřeby v čase (viz *habit formation* Fuhrer, 2000).

Domácnost je v modelované ekonomice také vlastníkem vytvořeného fyzického kapitálu, $\overline{K}_{t+1}$[31], jehož dynamika je determinována úrovní kapitálu v předchozím období a velikostí investic, I_t, neboli

$$\overline{K}_{t+1} = (1-\delta)\overline{K}_t + \Upsilon_t \left(1 - \tilde{S}\left(\frac{I_t}{I_{t-1}}\right)\right) I_t, \tag{16}$$

kde Υ_t představuje nepozorovaný proces efektivity transformace investic na kapitál (modelovaný jako AR(1) proces, $\log(\Upsilon_t) = \rho^{\Upsilon} \log(\Upsilon_{t-1}) + \epsilon_t^{\Upsilon}$; δ je míra depreciace kapitálu a $\tilde{S}(\cdot)$ je funkční forma nákladu plynoucího z mezičasové změny investiční aktivity (*investment adjustment cost*)[32]. $\tilde{S}(\cdot)$ může být jakákoliv konvexní funkce, která pro jednotkový poměr I_t/I_{t-1} implikuje nulový náklad (Christiano et al. 2005). Uvedenou specifikaci splňuje rovnice:

$$\tilde{S}\left(\frac{I_t}{I_{t-1}}\right) = \frac{1}{2}\left\{\exp\left[\sqrt{\tilde{S}''}\left(\frac{I_t}{I_{t-1}} - 1\right)\right] + \exp\left[-\sqrt{\tilde{S}''}\left(\frac{I_t}{I_{t-1}} - 1\right)\right] - 2\right\},$$

kde parametr $\tilde{S}''$ určuje míru konvexity funkce $\tilde{S}(\cdot)$.

Samotná evoluce kapitálové zásoby (16) bývá tradičně výsledkem optimalizace separátního agenta – výrobce kapitálu maximalizujícího svůj zisk (např. Christiano et al., 2008). Pro účely tohoto modelu předpokládám (v souladu s CTW, 2011), že o velikosti kapitálové zásoby rozhodují domácnosti. Vztah (16) má tak pro ně charakter omezující podmínky, kterou musí v každém čase respektovat. Druhou omezující podmínkou je

[31] Časový index (t+1) posunutý o jednotku dopředu značí predeterminovanost kapitálu, který je vyrobený na konci časového okna t, ale k dispozici je až v čase následujícím.

[32] Tento prvek je do modelu zakomponován z praktického důvodu – investice v reálných datech vykazují značnou volatilitu, kterou je uvnitř modelu možné tlumit právě prostřednictvím zavedení nákladnosti ve změně investičního chování. Velikost tohoto nákladu vystupuje v rámci rozpočtového omezení domácností, a může tak potenciálně vytěsňovat ostatní výdaje domácností.

samotné rozpočtové omezení (*budget constraint*), které vyjadřuje rovnost příjmů a výdajů domácností v nominálním vyjádření:

$$\overbrace{P_t^c(1+\tau_t^c)C_t + P_t^i I_t + A_t^D + S_t A_{t+1}^*}^{\text{výdaje}} = \underbrace{(1-\tau_t^w)W_t^j h_t^j + \left(P_t u_t r_t^k - P_t^i a(u_t)\right)\overline{K}_t + R_t A_{t-1}^D + S_t R_{t-1}^* \Phi_{t-1} A_t^* + \Xi_{t-1}}_{\text{příjmy}}, \quad (17)$$

kde P_t, P_t^c a P_t^i jsou cenové indexy tuzemské mezispotřeby[33], spotřebních a investičních statků; τ_t^c a τ_t^w jsou sazby spotřební daně a daně ze mzdy; W_t^j je mzdová sazba; A_t^D a A_t^* značí nákupy domácích, resp. zahraničních finančních aktiv[34]; R_t a R_t^* jsou bezrizikové úrokové sazby v domácí ekonomice a v zahraničí; S_t je hodnota nominálního měnového kurzu; u_t je míra využití fyzického kapitálu; $a(\cdot)$ představuje udržovací náklady na kapitál, který je použit pro produkci přidané hodnoty (*maintenance cost of installed capital*); r_t^k je výnos kapitálu, jehož výše odpovídá meznímu produktu kapitálu (odvozenému v kapitole 5.3); Ξ_t představuje celkové zisky/ztráty ze všech sektorů ekonomiky, které jsou převedeny domácnostem v každém období formou transferu. Člen Φ_t v rovnici (17) představuje rizikovou prémii upravující výnos zahraničních aktiv (*relative risk adjustment term*), jejíž zavedení je jedním z několika možných přístupů zajištění dynamické rovnováhy modelu, které uvádí Schmitt-Grohé and Uribe (2003). Bez členu Φ_t by při jisté konstelaci úrokového diferenciálu domácnosti mohly být indiferentní mezi domácími a zahraničními aktivy, a dlouhodobá rovnováha modelu by tak nemusela být správně definovaná. Endogenní mechanizmus pro determinaci Φ_t je uveden dále.

Jelikož všechna omezení domácností jsou formulována jako rovnice, lze při stanovení optimálních pravidel rozhodování o spotřebě, investicích, kapitálu, míře využití kapitálu, nákupech domácích a zahraničních finančních aktiv a objemu nabízené práce využít

[33] Cenový index P_t má v modelu zvláštní postavení, protože všechny ostatní cenové indexy vyjadřujeme v relaci k tomuto indexu.

[34] Přesněji A_t^* představuje čistá zahraniční aktiva (*net foreign assets, NFA*) počítaná jako rozdíl mezi zahraničními aktivy v držení rezidentů a domácími aktivy v rukou nerezidentů.

techniku Lagrangeových multiplikátorů. Domácnosti tedy řeší úlohu, kterou pro budoucí referenci označme jako $\mathcal{L}$:

$$\mathcal{L} \equiv \max_{\left\{C_t, I_t, \overline{K}_{t+1}, u_t, A^D_{t+1}, A^*_{t+1}, h^j_t\right\}} \mathbb{E}_0 \sum_{t=0}^{\infty} \beta^t \left\{ \zeta^c_t ln(C_t - bC_{t-1}) - \zeta^h_t A_L \frac{\left(h^j_t\right)^{1+\sigma_L}}{1+\sigma_L} \right.$$
$$+\lambda_t \begin{bmatrix} P^c_t(1+\tau^c_t)C_t + P^i_t I_t + A^D_t + S_t A^*_{t+1} - (1-\tau^w_t)W^j_t h^j_t \\ -\left(P_t u_t r^k_t - P^i_t a(u_t)\right)\overline{K}_t - R_t A^D_{t-1} - S_t R^*_{t-1}\Phi_{t-1}A^*_t - \Xi_{t-1} \end{bmatrix} \quad (18)$$
$$\left. +\mu_t \left[(1-\delta)\overline{K}_t + \Upsilon_t \left(1 - \tilde{S}\left(\frac{I_t}{I_{t-1}}\right)\right) I_t - \overline{K}_{t+1} \right] \right\}.$$

Proměnné λ_t a μ_t jsou Lagrangeovy multiplikátory příslušných omezení úlohy. Burriel et al. (2010) definují pomocí jejich podílu $\mu_t/\lambda_t \equiv P^k_t$ nominální ocenění vytvořeného kapitálu relativně vztažené vůči ceně reprodukčních nákladů na kapitál[35,36]. Takový podíl lze ztotožnit s tradiční mírou Tobinova Q, tj. s ukazatelem výhodnosti investic. V optimalizační úloze $\mathcal{L}$ provedeme substituci za μ_t a vnořením omezujících podmínek dostaneme

$$\lambda_t[\cdots] + \mu_t[\cdots] = \lambda_t \left[\cdots + \frac{\mu_t}{\lambda_t}[\cdots]\right] = \lambda_t \left[\cdots + P^k_t[\cdots]\right].$$

Uplatněním principů dynamické optimalizace odvodíme sadu podmínek prvního řádu optima domácností (*first order conditions*, *FOCs*) pro všechny proměnné, které mají domácnosti pod kontrolou, tj. $\left\{C_t, I_t, \overline{K}_{t+1}, u_t, A^D_{t+1}, A^*_{t+1}, h^j_t\right\}$.

Pro optimální volbu spotřeby musí být v každém období *t* splněna v úloze (18) podmínka

$$\frac{\partial \mathcal{L}}{\partial C_t} = \frac{\zeta^c_t}{C_t - bC_{t-1}} + \frac{\beta \zeta^c_t}{C_{t+1} - bC_t} \cdot (-b) + \lambda_t[P^c_t(1+\tau^c_t)] = 0.$$

Derivováním $\mathcal{L}$ podle investic dostaneme podmínku

[35] Burriel et al. (2010), str. 183: „…*the value of installed capital in terms of its replacement cost*“.

[36] Nominálnímu ocenění vztaženému relativně vůči domácímu cenovému indexu P_t odpovídá $P^k_t = P_t P'_{k,t}$. Za účelem zjednodušení zápisu v dalším textu uvádím namísto součinu $P_t P'_{k,t}$ vždy zde nadefinovaný ekvivalent P^k_t.

$$\frac{\partial \mathcal{L}}{\partial I_t} = \lambda_t \left[P_t^i\right] + \lambda_t P_t^k \left[\Upsilon_t \left(1 - \tilde{S}\left(\frac{I_t}{I_{t-1}}\right) - \tilde{S}'\left(\frac{I_t}{I_{t-1}}\right)\frac{I_t}{I_{t-1}}\right)\right] + \beta \lambda_{t+1} P_{t+1}^k \left[\Upsilon_{t+1} \tilde{S}'\left(\frac{I_{t+1}}{I_t}\right)\left(\frac{I_{t+1}}{I_t}\right)^2\right] = 0.$$

Optimální nastavení vyrobeného fyzického kapitálu je determinováno podle rovnice (16) minulou úrovní kapitálu a velikostí aktuálních investic. Odvození optimální volby domácností ohledně kapitálu tedy není nutné z pohledu modelové logiky, je ovšem použitelné pro kvantifikaci míry výnosu kapitálu ve tvaru

$$\frac{\partial \mathcal{L}}{\partial \bar{K}_{t+1}} = \beta \lambda_{t+1}\left[P_{t+1} u_{t+1} r_{t+1}^k - P_{t+1}^i a(u_{t+1})\right] + \lambda_t P_t^k [-1] + \beta \lambda_{t+1} P_{t+1}^k [(1-\delta)] = 0 \iff \lambda_t = \beta \lambda_{t+1} R_{t+1}^k ,$$

kde výraz R_{t+1}^k je substitucí za míru výnosu kapitálu, pro kterou podle výše uvedené rovnice platí

$$R_{t+1}^k = \frac{\left[P_{t+1} u_{t+1} r_{t+1}^k - P_{t+1}^i a(u_{t+1})\right] + P_{t+1}^k (1-\delta)}{P_t^k} .$$

Veličina měřící udržovací náklady na kapitál, $a(\cdot)$, je kvadratickou funkcí míry využití kapitálu:

$$a(u_t) = \frac{1}{2}\sigma_b \sigma_a u_t^2 + \sigma_b (1-\sigma_a) u_t + \sigma_b \left(\frac{\sigma_a}{2} - 1\right),$$

ve které parametry σ_a a σ_b umožňují flexibilní tvar funkce $a(\cdot)$ i její derivace.

Pro optimální volbu míry využití kapitálu musí být splněna podmínka

$$\frac{\partial \mathcal{L}}{\partial u_t} = P_t r_t^k - P_t^i \frac{\partial a(u_t)}{\partial u_t} = 0 \iff P_t r_t^k = P_t^i a'(u_t).$$

Pro optimální volbu nákupu domácích a zahraničních aktiv musí platit vztahy

$$\frac{\partial \mathcal{L}}{\partial A_{t+1}^D} = \lambda_t - \beta \lambda_{t+1} R_t = 0 \iff \lambda_t = \beta \lambda_{t+1} R_t , \qquad (19)$$

$$\frac{\partial \mathcal{L}}{\partial A_{t+1}^*} = \lambda_t S_t - \beta \lambda_{t+1} S_{t+1} R_t^* \Phi_t = 0 \Leftrightarrow \lambda_t S_t = \beta \lambda_{t+1} S_{t+1} R_t^* \Phi_t. \tag{20}$$

Vnořením rovnic (19) a (20) za použití substituce $\frac{\lambda_t}{\beta \lambda_{t+1}} = R_t$ dostaneme standardní rovnici nekryté úrokové parity (*uncovered interest parity*, UIP) obsahující rizikovou prémii. V logaritmickém tvaru má tato rovnice tvar

$$\log(R_t) - \log(R_t^*) = \log(S_{t+1}/S_t) + \Phi_t. \tag{21}$$

CTW (2011) používají pro Φ_t funkční tvar, který tradičně bere v úvahu závislost rizikové prémie na odchylce čisté zahraniční expozice vyjádřené v domácí měně ($S_t A_{t+1}^*$) od jejího dlouhodobě rovnovážného stavu ($\bar{S}\bar{A}^*$) a citlivost rizikové prémie na úrokový diferenciál $\left(\hat{R}_t - \hat{R}_t^*\right)$.

$$\Phi_t = \exp\left[-\tilde{\phi}^a\{S_t A_{t+1}^* - \bar{S}\bar{A}^*\} - \tilde{\phi}^s\{(R_t^* - \bar{R}^*) - (R_t - \bar{R})\} + \tilde{\phi}_t\right], \tag{22}$$

kde $\tilde{\phi}^a$ a $\tilde{\phi}^s$ jsou pozitivní parametry a $\tilde{\phi}_t$ je tranzientní šok do prémie, který je modelován jako AR(1) proces:

$$\log\left(\tilde{\phi}_t\right) = \rho^{\tilde{\phi}} \log\left(\tilde{\phi}_{t-1}\right) + \epsilon_t^{\tilde{\phi}}.$$

Funkční závislost (22) pramení v zajištění dlouhodobé rovnováhy čistých zahraničních aktiv podle následující logiky:

$\uparrow A_{t+1}^*$ ($\uparrow$ expozice v zahraničí) $\approx \uparrow$ koncentrační riziko $\approx \downarrow \Phi_t$
$\approx \downarrow$ výnos zahraničních aktiv $\approx$ potenciální návrat A^* do rovnováhy.

Zahrnutím úrokového diferenciálu do rovnice rizikové prémie (22) CTW (2011) řeší nesoulad mezi konceptem UIP a realitou, kdy zvýšení úrokového diferenciálu by teoreticky mělo vést k budoucímu znehodnocení domácí měny, neboť taktovýmto způsobem dojde k vyrovnání tlaků na mezinárodní arbitráž. Empirické studie tuto

hypotézu však v krátkém období vyvracejí ve většině světových ekonomik (Eichenbaum and Evans, 1993). Nesoulad mezi teorií a empirií je také patrný na datech ČR. Filipozzi and Staehr (2012) poukazují na silnou negativní korelaci úrokových diferenciálů a změn měnových kurzů pro všechny středoevropské země ve vztahu k eurozóně. CTW (2011) zahrnutím úrokového diferenciálu implicitně předpokládají, že vyšší domácí úrokové sazby mohou reflektovat obecně vyšší rizikovost země (*country/sovereign risk*). Zvýšené riziko se v souladu s UIP rovnicí (21) promítne právě do rizikové prémie místo toho, aby se v plném rozsahu projevilo v depreciaci měnového kurzu.

V ekonomice ČR dlouhodobě dochází k trendové apreciaci domácí měny, zhruba v rozsahu 2-3 % ročně (viz závěry kapitoly 3). Vyjdeme-li z výše odvozené rovnice (21), která definuje vztah úrokového diferenciálu a očekávané depreciace měnového kurzu (UIP podmínka), pak požadovaného tempa zhodnocování měny můžeme dosáhnout např. pomocí záporného úrokového diferenciálu. Případně můžeme do UIP rovnice zavést pomocnou proměnnou, která dlouhodobě vyrovná rozdíl mezi levou a pravou stranou rovnice. UIP podmínka pak má formu

$$\log(R_t) - \log(R_t^*) = \log(apreciace_t) + pom_t + \Phi_t.$$

Pomocná proměnná může být definovaná buď jako fixní parametr, nebo jako v čase proměnlivá proměnná, jejíž trajektorii odhadneme pomocí Kalmanova filtru (posledně jmenovaný přístup volím pro potřeby této dizertační práce).

Poslední proměnnou, kterou mají domácnosti pod svou kontrolou, je rozsah nabízené práce. Pokud bychom při odvození optimální nabídky práce postupovali obdobně jako při odvození ostatních výše uvedených rozhodovacích pravidel, potom při konfrontaci modelu s daty mzdy a nabízená práce příliš rychle reagují na zbytek makroprostředí (Christiano et al., 2005), což se při analýze funkcí odezvy projeví rychlou korekcí mezd a nabídky práce, zatímco v realitě pozorujeme ve mzdách (a obecně ve všech cenách) značnou strnulost. Erceg et al. (2000) proto za účelem zvýšení perzistence mzdové dynamiky implementují strnulosti po vzoru Calvo (1983). Zavedení takových strnulostí spočívá v tom, že pouze náhodně vybrané části domácností je v daném čase umožněno optimálně rozhodovat o nastavení své mzdy, zatímco zbylé domácnosti automaticky přebírají mzdu z předchozího období, případně navyšují mzdu o rovnovážnou míru

inflace[37]. Tímto se ve mzdové dynamice docílí žádoucí perzistence a v konečném důsledku se zavedení strnulostí do mezd promítá žádoucím způsobem i do dynamiky nabízené práce.

Základním předpokladem Calvo přístupu je opuštění konceptu dokonalé konkurence (DK) při procesu utváření mezd. V DK je na mikroúrovni mzda tradičně determinována mezním produktem práce, kdy všechny domácnosti pracují za stejnou mzdu danou trhem a nabízejí práci identické kvality. Pokud naopak předpokládáme, že domácnosti nabízejí diferencovanou (specializovanou) práci, pak se racionální chování domácností projeví i v procesu nastavování mzdy, neboť domácnost může využít svou monopolní sílu (mzda tedy není dána trhem, ale domácnost o její výši rozhoduje).

Kompletní odvození dynamiky mezd v ekonomice uvádím v příloze 3, na tomto místě se zaměřuji pouze na základní intuici při implementaci mzdových rigidit.

Celkový mzdový index je váženým průměrem mezd u domácností, které přebírají mzdu z minulého období (relativní podíl těchto domácností označme $\xi_w \in (0,1)$), a domácností, kterým je umožněno volit mzdu racionálně (relativní podíl takových domácností tvoří doplněk do jedné, tedy $1 - \xi_w$), neboli

$$W_t = \left[\xi_w (\tilde{\pi}_t^w W_{t-1})^{\frac{1}{1-\psi_w}} + (1-\xi_w)(W_t^*)^{\frac{1}{1-\psi_w}}\right]^{1-\psi_w},$$

kde W_t^* značí úroveň mzdy volenou racionálním způsobem, $\tilde{\pi}_t^w$ tvoří indexační člen pro mzdy domácností, které nemohou mzdu volit optimálně (detaily v příloze 3). Čím více se parametr ξ_w blíží 1, tím strnulejší je modelovaný vývoj mezd v čase.

5.3 Firmy

Produkční stranu ekonomiky tvoří struktura firem, které transformují výrobní faktory na domácí produkci za použití Cobb-Douglasovy produkční funkce. Výrobními faktory jsou práce a kapitál, oba tyto faktory poskytují firmám domácnosti. Domácnostem také firmy vyplácí v každém období mzdu a rentu za využitý kapitál.

[37] Calvo (1983) postup je obecně aplikovatelný při odvození široké třídy nominálních strnulostí, nejen ve třídě DSGE modelů.

Produkce *j*-té firmy, y_t^j, je generována podle

$$y_t^j = \epsilon_t \left(z_t h_t^j\right)^{1-\alpha} \left(k_t^j\right)^{\alpha}, \tag{23}$$

kde z_t je technologický proces s deterministickým trendem, μ_z, zhodnocujícím produktivitu práce, ϵ_t je tranzientní technologie v čase oscilující okolo konstantní hodnoty:

$$\log(z_t) = \rho^z \log(z_{t-1}) + (1-\rho^z)\mu_z + \epsilon_t^z ,$$

$$\log(\epsilon_t) = \rho^\epsilon \log(\epsilon_{t-1}) + \epsilon_t^\epsilon .$$

Parametr α měří podíl kapitálu na domácí přidané hodnotě. Kapitál užitý v produkční funkci je částí celkově vyrobeného kapitálu, přičemž míru využití, u_t, podle podkapitoly 5.2 určují racionálním způsobem domácnosti. Pro vztah vyrobeného kapitálu, $\overline{K}_t$, a kapitálu skutečně využitého pro produkci, K_t, platí vztah

$$K_t = \int_0^1 k_t^j dj = u_t \overline{K}_t.$$

Z důvodu zavedení strnulostí do cenotvorby po vzoru Calvo (1983) má každá z firem monopolní sílu, tím je umožněno firmám rozhodovat o ceně jejich produkce.

S pravděpodobností ξ_d může firma v daném období racionálně rozhodnout o ceně své produkce. Firmy, kterým není umožněno měnit ceny, indexují své ceny podle předem známého schématu. Pro celkový cenový index (analogicky k odvození výše mezd) platí

$$P_t = \left[\xi_d \left(\tilde{\pi}_t^d P_{t-1}\right)^{\frac{1}{1-\psi_d}} + (1-\xi_d)\left(P_t^*\right)^{\frac{1}{1-\psi_d}}\right]^{1-\psi_d},$$

kde P_t^* značí cenu výrobků firem měnících cenu v daném období. Odvození cenotvorby dále kopíruje standardní odvození nominálních rigidit uvedené v příloze 3 s tím, že firmy na rozdíl od domácností nejsou vázány rozpočtovým omezením, ale produkční funkcí

(23). Firmy taktéž nemaximalizují užitkovou funkci, ale svoji ziskovou funkci. Optimalizační úloha firem, které byly vybrány k přenastavení svých cen, má podobu

$$\max_{\{p_t^j\}} \mathbb{E}_0 \sum_{i=t}^{\infty} (\beta\xi_d)^{i-t} \lambda_i \ \left\{p_t^j y_t^j - P_t\left(r_t^k K_t + W_t H_t\right)\right\} \tag{24}$$

za podmínky produkční funkce (23). Maximalizace zisku je dosažitelná za předpokladu efektivního využití výrobních faktorů, z čehož plyne potřeba kvantifikace minimálních nákladů, pomocí kterých je možno vyrobit jednotku výstupu (y_t^j). Tyto náklady označme jako RMC_t (*real marginal cost*). Při minimalizaci nákladů za podmínky platnosti produkční funkce (23) pro velikost RMC_t platí

$$RMC_t = \left(\frac{1}{1-\alpha}\right)^{1-\alpha} \left(\frac{1}{\alpha}\right)^{\alpha} \left(r_t^k\right)^{\alpha} (W_t)^{1-\alpha} \frac{1}{\epsilon_t}.$$

Komplementárním vyjádřením RMC_t je na základě mikroekonomické teorie také podíl mzdové sazby a mezního produktu práce ($\partial Y_t / \partial H_t$), neboli[38,39]

$$RMC_t = \frac{W_t/P_t}{\epsilon_t (1-\alpha) \left(\frac{K_t}{H_t}\right)^{\alpha} z_t^{1-\alpha}}.$$

Ekvivalentním vyjádřením úlohy (24) je za použití RMC_t a poptávky po produkci j-té firmy (pro srovnání viz rovnici P15 v příloze 3)

$$y_t^j = Y_t \left(\frac{p_t^j}{P_t}\right)^{\frac{\psi_d}{1-\psi_d}}$$

úloha ve tvaru

$$\max_{\{p_t^j/P_t\}} \mathbb{E}_0 \sum_{t=0}^{\infty} (\beta\xi_d)^{t} \lambda_t \ \left\{ p_t^j Y_t \left(\frac{p_t^j}{P_t}\right)^{\frac{\psi_d}{1-\psi_d}} - RMC_t Y_t \left(\frac{p_t^j}{P_t}\right)^{\frac{\psi_d}{1-\psi_d}} \right\},$$

[38] Celý výraz je nutno dělit domácím cenovým indexem, P_t, aby RMC bylo skutečně v reálném vyjádření.
[39] Analogické odvození RMC pomocí mezního produktu kapitálu $\partial Y_t / \partial K_t$ nedává smysl z toho důvodu, že kapitál považujeme v krátkém období za fixní výrobní faktor.

z níž lze odvodit dynamiku relativních cen $\left(p_t^j/P_t\right)$ analogicky podle rovnice (P22) v příloze 3.

5.4 Dovozci

Kromě domácí mezispotřeby se ve finálním užití v rámci HDP promítají také statky dovezené ze zahraničí. Dovozci, na rozdíl od firem generujících tuzemskou mezispotřebu, nemají na nákladové straně množinu výrobních faktorů, ale jeden jediný vstup, kterým je zahraniční homogenní statek. Pro odvození RMC_t dovozců tak není třeba řešit úlohu minimalizace nákladů při výrobě jednotky výstupu, neboť RMC_t určíme přímo jako podíl nákladů (P_t^*) v korunovém vyjádření a ceny, za kterou se dovezený statek prodává v tuzemsku (P_t^m), tj.

$$RMC_t = \frac{S_t P_t^* R_t^*}{P_t^m}.$$

Přenásobení nákladů zahraniční úrokovou mírou R_t^* pramení z toho, že na začátku období dovozci nedisponují žádnými prostředky, za které by bylo možno nakoupit zahraniční statky, proto je jejich nákup realizován na úvěr za zahraniční sazbu.

Z důvodu zavedení cenových Calvo (1983) strnulostí opět předpokládáme, že dovozci mají monopolní sílu k tomu, aby mohli rozhodovat o ceně své produkce, přičemž optimalizační úloha má podobu

$$\max_{\left\{p_t^{m,j}/P_t^m\right\}} \mathbb{E}_0 \sum_{t=0}^{\infty} (\beta\xi_m)^t \left\{ p_t^{m,j} M_t^m \left(\frac{p_t^{m,j}}{P_t^m}\right)^{\frac{\psi_m}{1-\psi_m}} - RMC_t M_t^m \left(\frac{p_t^{m,j}}{P_t^m}\right)^{\frac{\psi_m}{1-\psi_m}} \right\},$$

kde $M_t^m = \{C_t^m, I_t^m, X_t^m\}$ značí objem dovozů pro spotřebu domácností, investice, nebo vývoz. Dynamiku relativních cen $\left(p_t^{m,j}/P_t^m\right)$ odvodíme opět v analogii s rovnicí (P22) v příloze 3.

Celkové dovozy, M_t, jsou v každém období rozprostřeny do spotřeby domácností, investic a vývozu, musí tedy platit identita

$$M_t = C_t^m + I_t^m + X_t^m.$$

Spotřeba domácností, investice a vývoz využívají jak tuzemských, tak dovezených zdrojů, přičemž kalibrace jednotlivých dovozních podílů odráží závěry z kapitoly 3.1 o dovozních náročnostech v ČR. Pro jednoduchost předpokládám v souladu s CTW (2011), že vládní spotřeba pramení pouze z tuzemských zdrojů, což s ohledem na analýzu dovozních náročností není příliš silným předpokladem.

5.5 Producenti statků finálního užití

Statky pro finální užití ve spotřebě domácností jsou výslednicí tuzemské přidané hodnoty určené pro spotřebu, C_t^d, a dovozů určených pro spotřebu, C_t^m. Transformace těchto vstupů ve finální spotřební statky probíhá podle produkční funkce

$$C_t = \left[(1-\omega_c)^{\frac{1}{\eta_c}}\left(C_t^d\right)^{\frac{\eta_c-1}{\eta_c}} + \omega_c^{\frac{1}{\eta_c}}\left(C_t^m\right)^{\frac{\eta_c-1}{\eta_c}}\right]^{\frac{\eta_c}{\eta_c-1}}, \tag{25}$$

kde ω_c představuje relativní váhu dovážených vstupů na celkové spotřebě (v reálném vyjádření) a parametr η_c ovlivňuje elasticitu substituce mezi domácími a dováženými vstupy.

Producent finální spotřeby maximalizuje svůj zisk, který má v nominálním vyjádření v čase *t* formu

$$\mathcal{F} \equiv \max_{\{C_t^d, C_t^m\}} \left\{P_t^c C_t - \left(P_t C_t^d + P_t^m C_t^m\right)\right\}, \tag{26}$$

kde dosazením rovnice (25) za C_t a derivací podle obou vstupů, tj. C_t^d a C_t^m, dostaneme poptávku po obou vstupech jako funkci celkové spotřeby a relativních cenových indexů:

$$\frac{\partial \mathcal{F}}{\partial C_t^d} = 0 \Leftrightarrow C_t^d = (1-\omega_c)\left(\frac{P_t^c}{P_t}\right)^{\eta_c} C_t,$$
$$\frac{\partial \mathcal{F}}{\partial C_t^m} = 0 \Leftrightarrow C_t^m = \omega_c\left(\frac{P_t^c}{P_t^m}\right)^{\eta_c} C_t. \tag{27}$$

Cenový index spotřebních statků je pak odvozen z cenových indexů vstupních faktorů pomocí zpětné substituce optimálních poptávek C_t^d a C_t^m do ziskové funkce (26):

$$P_t^c = \left[(1-\omega_c)P_t^{1-\eta_c} + \omega_c (P_t^m)^{1-\eta_c}\right]^{\frac{1}{1-\eta_c}}.$$

V kapitole 3 bylo uvedeno, že do spotřebitelských cen se zhruba z 20 % promítá inflace regulovaných cen, která jako taková je součástí měnověpolitické inflace. Pro účely historické identifikace modelových veličin a šoků není nutné brát regulované ceny v potaz přímo, neboť ty jsou součástí pozorované časové řady inflace.

Pro účely simulace modelu do budoucna je však potřeba rovnici indexu spotřebitelských cen obohatit o možnost exogenních vlivů z titulu plánovaných změn v regulovaných cenách (Ψ_t), neboli

$$P_t^c = \Psi_t\left[(1-\omega_c)P_t^{1-\eta_c} + \omega_c (P_t^m)^{1-\eta_c}\right]^{\frac{1}{1-\eta_c}}.$$

Velikost takového exogenního vlivu (šoku) je nutně závislá na expertním odhadu.

Celkové investiční statky a statky určené pro vývoz bychom odvodili podobně jako spotřební statky s tím, že statky pro vývoz navíc podléhají velikosti zahraniční poptávky po domácích vývozech, jak plyne z dalšího textu.

Celkové vývozy jsou taženy zahraniční poptávkou (Y_t^*) za předpokladu poptávkové funkce

$$X_t = \left(\frac{P_t^*}{P_t^x}\right)^{\eta_f} Y_t^* .$$

Pro poptávku po produkci jednotlivého *j*-tého vývozce, x_t^j, potom platí (Dixit and Stiglitz, 1977):

$$x_t^j = \left(\frac{p_t^{j,x}}{P_t^x}\right)^{\frac{\psi_x}{1-\psi_x}} X_t \,,$$

$$X_t = \left[\int_0^1 \left(x_t^j\right)^{\frac{1}{\psi_x}} dj\right]^{\psi_x}, \qquad \psi_x > 1.$$

Rovnice determinující v každém období *t* velikost domácích a importovaných vstupů na produkci statků určených pro vývoz odvodíme vnořením výše uvedených poptávkových funkcí do sebe. Tyto rovnice mají nakonec podobný tvar jako v případě spotřeby a investic – pro srovnání viz sadu rovnic (27):

$$\begin{aligned} X_t^d &= \int_0^1 x_t^{j,d}\, dj = \int_0^1 (1-\omega_x)\left(\frac{P_t^x}{P_t}\right)^{\eta_x} x_t^j\, dj \\ &= (1-\omega_x)\left(\frac{P_t^x}{P_t}\right)^{\eta_x} \int_0^1 \left(\frac{p_t^{j,x}}{P_t^x}\right)^{\frac{\psi_x}{1-\psi_x}} \left(\frac{P_t^*}{P_t^x}\right)^{\eta_f} Y_t^*\, dj \\ &= (1-\omega_x)\left(\frac{P_t^x}{P_t}\right)^{\eta_x} \left(P_t^x\right)^{\frac{1-\psi_x}{\psi_x}} \left(\frac{P_t^*}{P_t^x}\right)^{\eta_f} Y_t^* \int_0^1 \left(p_t^{j,x}\right)^{\frac{\psi_x}{1-\psi_x}} dj, \end{aligned}$$

$$X_t^m = \omega_c \left(\frac{P_t^x}{P_t^m}\right)^{\eta_x} \left(P_t^x\right)^{\frac{1-\psi_x}{\psi_x}} \left(\frac{P_t^*}{P_t^x}\right)^{\eta_f} Y_t^* \int_0^1 \left(p_t^{j,x}\right)^{\frac{\psi_x}{1-\psi_x}} dj.$$

Domácí mezispotřeba je rozložena mezi jednotlivé složky domácí absorpce a vývoz, v každém období musí tedy platit agregační identita:

$$Y_t = C_t^d + I_t^d + G_t^d + X_t^d. \tag{28}$$

5.6 Zahraničí

Blok zahraničních veličin má vůči domácí ekonomice exogenní charakter. Zahraniční ekonomická aktivita determinuje poptávku po tuzemských vývozech, nákladové tlaky se prostřednictvím dovozů přelévají do domácích cen a zahraniční úroková míra je rozhodujícím faktorem utváření měnového kurzu v relaci k domácím úrokovým výnosům.

Výše uvedenou trojici zahraničních proměnných zapíšeme vektorově jako $\boldsymbol{X}_t^* = \left[\hat{Y}_t^*, \hat{\Pi}_t^*, \hat{R}_t^*\right]'$, kde stříška (ˆ) značí odchylku dané veličiny od rovnovážného stavu[40]. Evoluci zahraničního bloku v čase popisuje vektorová autoregrese

$$\boldsymbol{X}_t^* = \boldsymbol{\mathcal{A}}\boldsymbol{X}_{t-1}^* + \boldsymbol{\mathcal{B}}\boldsymbol{\epsilon}_t^*,$$

kde přesné identifikace je docíleno aplikací Choleskyho dekompozice. Strukturální šoky do zahraniční poptávky tak ovlivňují každou ze zahraničních proměnných. Šok do úrokové sazby je naopak predeterminovaný vůči zbytku veličin, neboť se projevuje v endogenních reakcích teprve se zpožděním.

V modelu také existuje rovnice udávající relaci domácích veličin zahraničního obchodu (čistého vývozu, NX) vůči čistým zahraničním aktivům domácností, NFA. Podle základní platebněbilanční identity se saldo čistého vývozu rovná přírůstku zahraničních aktiv za dané období. V tradičním značení tento vztah vyjádříme jako

$$\Delta NFA_t = NX_t,$$

což převodem na zavedené značení modelových proměnných vystihuje rovnice

$$\mathrm{S_t}A_{t+1}^* - S_t R_{t-1}^* \Phi_{t-1} A_t^* = P_t^x X_t - P_t^m M_t.$$

[40] Odchylka od rovnovážného stavu je v případě přítomnosti deterministických trendů odchylkou od těchto trendů.

5.7 Měnová a fiskální politika

Do modelu je zakomponováno vpředhledící měnověpolitické pravidlo po vzoru Taylor (1993), ve kterém nastavení krátkodobé úrokové míry reflektuje očekávaný vývoj inflace ve střednědobém horizontu. Pravidlo má po zlogaritmování formu

$$\log(R_t/\bar{R}) = \rho \log(R_{t-1}/\bar{R}) + (1-\rho)\rho^R \log\left(\frac{P_{t+4}/P_t}{\bar{\Pi}}\right) + \epsilon_t^R,$$

kde $\bar{\Pi}$ je stanovený cíl pro meziroční inflaci spotřebitelských cen, ρ je parametr ovlivňující volatilitu úrokových sazeb, ρ^R měří citlivost úrokových sazeb na odchylku inflace od inflačního cíle a ϵ_t^R představuje měnověpolitický šok.

Za jedno ze specifik ekonomiky ČR bylo označeno dezinflační pásmo měnověpolitického cíle, jehož existence pramení jednak z dozvuků transformačního období 90. let, kdy inflace rostla relativně rychleji, a také z faktu, že současný směr měnové politiky v podobě inflačního cílení byl adoptován relativně nedávno. S ohledem na výše uvedené inflační cíl na minulosti vážu na časovou řadu, která vystihuje postupný pokles cíle až na aktuálně platnou hodnotu 2 % meziročního růstu cen. Taylorovo pravidlo tak má oproti CTW (2011) mírně modifikovanou podobu, kdy navíc u cíle měnové politiky přibude časový index *t*:

$$\log(R_t/\bar{R}) = \rho \log(R_{t-1}/\bar{R}) + (1-\rho)\rho^R \log\left(\frac{P_{t+4}/P_t}{\bar{\Pi}_t}\right) + \epsilon_t^R,$$

kde inflační cíl je modelován v rámci pomocné rovnice

$$\bar{\Pi}_t = \bar{\Pi}\epsilon_t^{\Pi},$$

a dále je tato veličina napojena přímo na pozorovaná data pomocí vztahu

$$\Pi_t^{data} = \bar{\Pi}_t + \Omega_t^{\Pi}.$$

Jelikož pásmo inflačního cíle na minulosti je známo s jistotou, směrodatná odchylka šoku Ω_t^{Π} je nastavena na nulu, $\mathrm{std}(\epsilon_t^{\Pi})$ naopak kalibruji na libovolnou kladnou hodnotu (=1).

Fiskální politika v rámci modelu CTW (2011) funguje ve velmi omezené podobě. Existují celkem 3 fiskální nástroje, které mohou ovlivňovat okolní makroprostředí – spotřební daň, daň ze mzdy a vládní výdaje. Pro nastavování fiskálních nástrojů však pro jednoduchost není v ekonomice zaveden žádný racionální agent. Daňové sazby, které se

dotýkají domácností v rámci jejich rozpočtového omezení, jsou tak kalibrovány na fixní hodnoty. Konkrétní kalibrace daňových sazeb je předmětem analýzy fiskálních dat, kterým je věnována podkapitola 7.2.

Vládní výdaje jsou modelovány jako AR(1) proces

$$\log(G_t/\bar{G}) = \rho^G \log(G_{t-1}/\bar{G}) + \epsilon_t^G,$$

kde kalibrace $\bar{G}$ reflektuje dlouhodobý podíl vládních výdajů na HDP (tj. cca 20 %).

6 Rozšíření základního modelu o finanční frikce

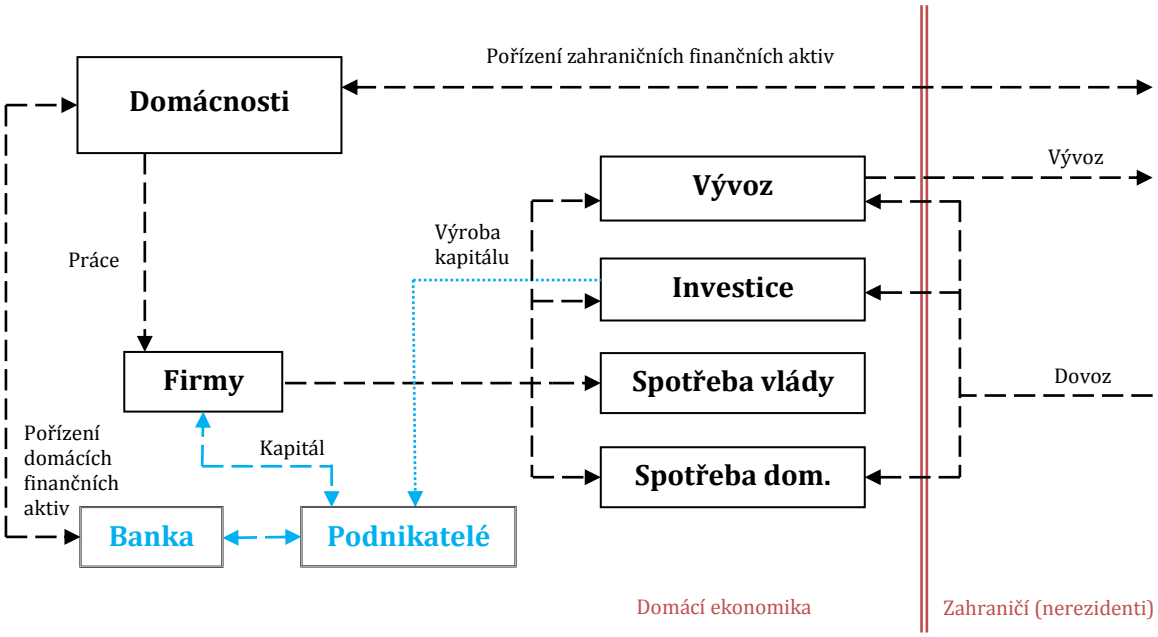
Zahrnutí bankovního sektoru do makroekonomického modelu, a s tím spojené zohlednění finančních frikcí, není v literatuře zatím plně unifikováno. Existují 2 základní větve výzkumu. Většina autorů navazuje na práci Bernanke et al. (1999, viz dále BGG), podle kterých bankovní sektor přispívá ke zvyšování amplitudy hospodářského cyklu, neboť zadlužující se subjekty využívají pákového efektu při pořizování aktiv. Uvolněná měnová politika je tak propagována do reálné ekonomiky s větší intenzitou než by tomu bylo v modelu bez bankovního sektoru. Tato větev bývá označována souhrnně jako literatura finančního akcelerátoru. Vzájemná interakce kolísání cen aktiv a schopnosti klientů bank splácet úvěry se jeví jako významný faktor při determinaci úrokového rozpětí v ekonomice. Druhý zásadní přístup je reprezentován prací Kiyotaki and Moore (1997), kteří se věnovali bublinám na trzích aktiv a úvěrovým cyklům. Kapitál v jejich modelu plní dvojí funkci – jednak je zdrojem ekonomického rozvoje, dále slouží jako kolaterál při poskytování půjček. Iacoviello (2005) místo obecného kolísání cen aktiv konkrétně uvažuje kolísání cen nemovitostí, jelikož právě nemovitostní zajištění je všude na světě nejčastější formou jištění za úvěry.

6.1 Schéma modelového rozšíření

Pro účely této dizertační práce zavádím do základního modelu ekonomiky ČR z kapitoly 5 finanční frikce po vzoru BGG (1999) a CTW (2011), tj. aplikuji výše diskutovaný přístup finančního akcelerátoru.

Logika modelového rozšíření o finanční frikce je patrná z grafu 8, kde nově uvažované subjekty jsou oproti základní verzi modelu z kapitoly 5 barevně odlišeny.

Graf 8: Schéma modelu s finančními frikcemi



Legenda: toky znázorňující základní verzi modelu,

rozšíření modelu o mechanizmus finančních frikcí.

Zdroj: vlastní (schéma vytvořeno podle CTW, 2011)

Ústředními agenty v modelovém rozšíření jsou podnikatelé, kteří v každém období nakupují vyrobený kapitál a za úplatu ho poskytují domácím firmám, které ho následně použijí pro genezi domácí přidané hodnoty. Kromě vlastního jmění mohou podnikatelé využít k nákupu kapitálu bankovní půjčku, a využít tak při maximalizaci zisku pákového efektu.

Pojetí banky je v uvažované verzi modelu velmi zjednodušené. Banka na jedné straně shromažďuje úspory domácností a takto nabyté prostředky na druhé straně půjčuje podnikatelům. Banka jako taková nerozhoduje o výši úrokových sazeb na základě racionální úvahy, ani o tom, kterému podnikateli bude schválena půjčka, případně v jaké výši. Úspory domácností se v každém období zhodnocují bezrizikovou úrokovou mírou, zatímco půjčky podnikatelům jsou úročeny tak, aby banka v každém období vykázala nulový zisk s ohledem na očekávané riziko nesplácení půjček podnikatelů. Právě

podmínka nulového zisku umožňuje v takto zjednodušeném konceptu banku pojmout jako pasivní subjekt mající v modelu pouhou úlohu zprostředkovatele.

6.2 Mechanizmus finančního akcelerátoru

Obchodní banky v realitě vůči jednotlivým klientům uplatňují politiku úvěrování na bázi kvantifikace rizika každého z klientů, přičemž vyšší riziko je vždy spojeno s vyšší cenou úvěru. Banky taktéž ve většině případů spolurozhodují o individuální výši úvěrového rámce. Pokud bychom základní rizikový element problematiky úvěrování chtěli implementovat modelovým způsobem, pak bychom nutně pracovali s distribucí rizikového profilu celého úvěrového portfolia dané banky.

CTW (2011) za účelem zjednodušení předpokládají, že:

i. …všichni podnikatelé si bez ohledu na velikost svého jmění mohou půjčit za stejnou úrokovou sazbu (tj. sazbu, která neodráží individuální rizikový profil);

ii. …velikost poskytnutého úvěru odpovídá fixní proporci vůči vlastnímu jmění podnikatelů[41].

Při platnosti podmínek (i) a (ii) lze parametry individuálních podnikatelů v modelové logice jednoduše zobecnit pomocí odvození pravidel chování jediného „reprezentativního“ podnikatele, a vyhnout se tak práci s distribucemi.

Každý z podnikatelů (tedy i reprezentativní podnikatel) je rizikově neutrální agent mající přirozený sklon k zadlužování, neboť vyšší hodnota investice do kapitálu implikuje vyšší očekávanou hodnotu výnosu[42]. Vyšší výnos je přirozeně doprovázen i vyšším rizikem, které plyne z nejistého budoucího výnosu kapitálu.

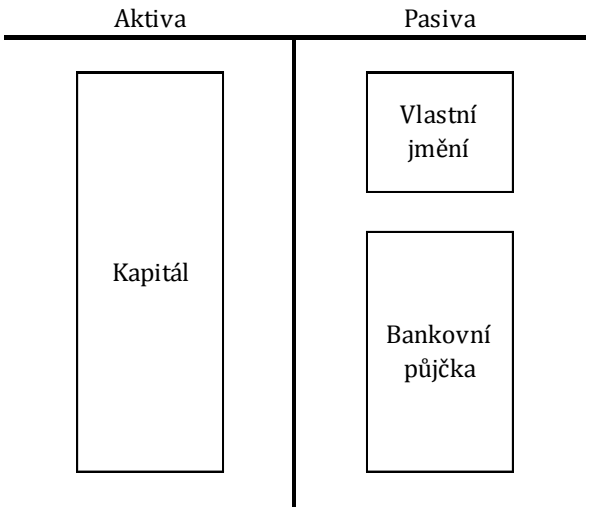
Christiano et al. (2008) uvádějí sekvenci transakcí, kterých se podnikatelé účastní v každém období. Každý z podnikatelů nejprve nakoupí kapitál, který kryje částečně vlastním jměním a částečně bankovní půjčkou. Následně je podnikatel vystaven

[41] Tato proporce je v čase proměnlivá, ale v daném čase pro všechny podnikatele identická.

[42] Riziková neutralita podnikatelů plyne ze zavedení jejich užitkové funkce v lineárním tvaru, který nevykazuje klesající výnosy z rozsahu, ale konstatní výnosy z rozsahu (viz BGG, 1999). Pomocí tohoto předpokladu je celé riziko úvěrového kontraktu s bankou přeneseno na stranu dlužníka (tj. není třeba explicitně podchycovat úvěrové riziko na straně banky).

idiosynkratickému šoku, ω , který ovlivňuje velikost nakoupeného kapitálu. Poté podnikatel rozhodne o míře využití kapitálu pro další období, u_{t+1}, a poskytne takto zvolenou proporci kapitálu domácím firmám, které podnikateli platí úrokovou míru $P_t r_t^k$. Z realizovaného výnosu podnikatel splatí bance půjčku a zbylý zisk tvoří základ vlastního jmění použitelného pro nákup kapitálu v dalším období. Na grafu 9 je ilustrováno rozvahové omezení podnikatelů platné v každém období *t*.

Graf 9: Rozvaha podnikatelů



Zdroj: vlastní

Idiosynkratický šok, ω, v konečném důsledku ovlivňuje míru výnosu kapitálu. Podle BGG (1999) předpokládáme, že tento šok má napříč jednotlivými podnikateli logaritmicko-normální rozdělení s jednotkovou střední hodnotou. Pro parametry takového rozdělení, μ a σ_t, musí platit

$$E(\omega) = e^{\mu+\sigma_t^2/2} = 1 \iff \mu = -\sigma_t^2/2,$$

kde rozptyl veličiny $\log(\omega)$ je v čase proměnlivý parametr σ_t^2, modelovaný jako AR(1) proces, představující míru agregátních rizikových podmínek v ekonomice, neboť přímo ovlivňuje šířku distribuce výnosnosti investic všech podnikatelů.

Velikost úvěru, B_{t+1}, je na základě rozvahového omezení (graf 9) dána rozdílem nominální hodnoty poptávaného kapitálu (vyjádřeno symbolikou z kapitoly 5) a vlastního jmění, N_{t+1}:

$$B_{t+1} = P_t^k \overline{K}_{t+1} - N_{t+1}. \tag{29}$$

Časový index t+1 se v uvedené identitě váže na období odpovídající momentu konečného vypořádání půjčky[43].

Zhodnocení kapitálu pak můžeme vyjádřit jako $P_t^k R_{t+1}^k \omega \overline{K}_{t+1}$. Vezmeme-li v úvahu závazek podnikatele splatit dluh u banky ve výši B_{t+1} navýšený o úrok se sazbou Z_{t+1}, pak zisk podnikatele odpovídá výrazu

$$P_t^k R_{t+1}^k \omega \overline{K}_{t+1} - Z_{t+1} B_{t+1}.$$

Pokud dále označíme pomocí symbolu $\overline{\omega}_{t+1}$ takovou hodnotu idiosynkratického šoku ω, která implikuje zhodnocený kapitál přesně ve výši závazku u banky, pak pro všechny podnikatele, kteří jsou vystaveni šoku $\omega < \overline{\omega}_{t+1}$, zbankrotují, neboť nemohou splatit půjčku v plném rozsahu. Bod $\overline{\omega}_{t+1}$ na distribuční funkci náhodné veličiny ω potom určuje míru selhání podnikatelů v ekonomice (*default rate*, příp. *bankruptcy rate*) a nepochybně platí

$$P_t^k R_{t+1}^k \overline{\omega}_{t+1} \overline{K}_{t+1} = Z_{t+1} B_{t+1}. \tag{30}$$

Podnikatelé v bankrotu vrací bance veškerý kapitál, který jim zbyl, přičemž banka musí v takovém případě vynaložit monitorovací náklady související s nutností ověření skutečného stavu dlužníka. Toto ověření může být v praxi nákladné (viz *costly state verification*, Townsend, 1979). Implementace tohoto prvku odráží existenci asymetrické

[43] Všechny půjčky jsou v rámci modelového zjednodušení předpokládány na jedno období, tj. jedno čtvrtletí.

informace mezi dlužníkem a věřitelem[44]. Skutečný výnos banky za individuálního podnikatele je tak

$$\begin{aligned} Z_{t+1}B_{t+1} \quad &\Leftrightarrow \quad \text{pokud klient přežil } (\omega \geq \overline{\omega}_{t+1}), \\ (1-\mu)P_t^k R_{t+1}^k \omega \overline{K}_{t+1} \quad &\Leftrightarrow \quad \text{pokud klient zbankrotoval } (\omega < \overline{\omega}_{t+1}), \end{aligned}$$

kde μ je parametr měřící monitorovací náklady. V souladu s CTW (2011) předpokládám, že tento parametr je fixován na hodnotě plynoucí z ekonometrického odhadu.

Riziko nesplácení půjček je mezi podnikateli rovnoměrně rozděleno, což při respektování nulového zisku banky vede k identitě

$$\overbrace{[1-F(\overline{\omega}_{t+1})]Z_{t+1}B_{t+1}}^{\text{přeživší}} + \underbrace{(1-\mu)P_t^k R_{t+1}^k \overline{K}_{t+1} \int_0^{\overline{\omega}_{t+1}} \omega\, f(\omega) d\omega}_{\text{v bankrotu}} = R_t B_{t+1}. \qquad (31)$$

Všichni přeživší podnikatelé splácí bance stejnou splátku, přičemž jejich relativní podíl je dán hodnotou $\overline{\omega}_{t+1}$ na kumulativní distribuční funkci $F(\cdot)$[45]. Agregovaný výnos banky z podnikatelů, kteří zbankrotovali, je dán střední hodnotou výnosů z jednotlivých podnikatelů. Tyto výnosy jsou podmíněny realizovanou hodnotou idiosynkratického šoku ω, proto je při agregaci uplatněna formule pro výpočet střední hodnoty spojité náhodné veličiny[46].

Substitucí (29) a (30) do (31) dostaneme ekvivalentní vyjádření vztahu výnosů a nákladů banky:

[44] V případě, že podnikatel splatí bankovní půjčku v plném rozsahu, není nutné vynakládat žádné monitorovací náklady.

[45] Tvar kumulativní distribuční funkce logaritmicko-normálního rozdělení je závislý na jediném parametru σ_t, neboť požadovanou jednotkovou střední hodnotu daného rozdělení implikuje rovnost $\mu = -\sigma_t^2/2$.

[46] Pro střední hodnotu spojité náhodné veličiny x platí

$$E(x) = \int x f(x) dx\,,$$

kde $f(\cdot)$ značí hustotu pravděpodobnosti daného rozdělení veličiny x; definici viz dále.

$$\left([1-F(\overline{\omega}_{t+1})]\overline{\omega}_{t+1}+(1-\mu)\int_{0}^{\overline{\omega}_{t+1}}\omega\, f(\omega)d\omega\right)\frac{R_{t+1}^{k}}{R_t}\rho_t=\rho_t-1, \qquad (32)$$

kde $\rho_t = P_t^k \overline{K}_{t+1}/N_{t+1}$ je podílový ukazatel finanční páky podnikatelů (*leverage ratio*).

Jelikož aktivní chování bankovního sektoru není v modelu uvažováno, rovnice (32), příp. (31) představuje podmínku, která musí být splněna v každém čase. Pokud toto akceptujeme, pak bilance banky je v každém časovém okamžiku vyrovnaná, a zbývá určit pouze velikost bankovní půjčky, kterou podnikatelé v daném období dostanou, a úrokovou sazbu, za kterou je tato půjčka realizována. Z rovnice (32) zároveň plyne, že vyšší zadlužení (dané vyšším ukazatelem finanční páky) je doprovázeno vyšším podílem nesplacených půjček, a tedy i vyšší úrokovou sazbou, která zaručí vyrovnání úrokových nákladů a výnosů banky. Parametry optimálního úvěrového kontraktu tak mohou být ekvivalentně vyjádřeny pomocí velikosti ρ_t a hodnoty $\overline{\omega}_{t+1}$.

Podnikatelé maximalizují výnos z investice pouze na jedno období dopředu[47], který můžeme kvantifikovat relativně vůči bezrizikovému výnosu ve výši $R_t N_{t+1}$ jako

$$\max_{\{\rho_t,\overline{\omega}_{t+1}\}} \mathbb{E}_t\left\{\int_{\overline{\omega}_{t+1}}^{\infty}[\omega R_{t+1}^{k}P_t^k\overline{K}_{t+1}-Z_{t+1}B_{t+1}]f(\omega)d\omega\right\}\Big/R_tN_{t+1}\,, \qquad (33)$$

což za použití substitucí podle (29), (30) a vztahu pro pákový ukazatel ρ_t převedeme na tvar

$$\max_{\{\rho_t,\overline{\omega}_{t+1}\}} \mathbb{E}_t\left\{\frac{R_{t+1}^{k}}{R_t}\rho_t\int_{\overline{\omega}_{t+1}}^{\infty}[\omega-\overline{\omega}_{t+1}]f(\omega)d\omega\right\}.$$

Respektování nulového zisku banky (32) v každém období docílíme aplikací techniky Lagrangeových multiplikátorů, kdy výsledná úloha podnikatele má podobu

[47] Optimalizace na fixním horizontu je provedena při absenci diskontního faktoru.

$$\mathcal{L} \equiv \max_{\{\rho_t, \overline{\omega}_{t+1}\}} \mathbb{E}_t \left\{ \frac{R_{t+1}^k}{R_t} \rho_t \int_{\overline{\omega}_{t+1}}^{\infty} [\omega - \overline{\omega}_{t+1}] f(\omega) d\omega \right.$$
$$\left. + \lambda_{t+1} \left(\left([1 - F(\cdot)] \overline{\omega}_{t+1} + (1-\mu) \int_0^{\overline{\omega}_{t+1}} \omega f(\omega) d\omega \right) \frac{R_{t+1}^k}{R_t} \rho_t - \rho_t + 1 \right) \right\}.$$

Stanovením parciálních derivací $\partial\mathcal{L}/\partial\rho_t$, $\partial\mathcal{L}/\partial\overline{\omega}_{t+1}$ a eliminací Lagrangeova multiplikátoru, λ_{t+1}, dostaneme podmínku optimálního úvěrového kontraktu ve tvaru

$$\mathbb{E}_t \left\{ \frac{R_{t+1}^k}{R_t} \int_{\overline{\omega}_{t+1}}^{\infty} [\omega - \overline{\omega}_{t+1}] f(\omega) d\omega - \frac{\int_{\overline{\omega}_{t+1}}^{\infty} f(\omega) d\omega}{\rho_t \int_{\overline{\omega}_{t+1}}^{\infty} f(\omega) d\omega - \mu f(\overline{\omega}_{t+1})} \right\} = 0, \qquad (34)$$

kde potřebné hodnoty hustoty pravděpodobnosti (*pdf*) a kumulativní distribuční funkce (*cdf*) logaritmicko-normálního rozdělení (*LN*) vyčíslíme pomocí příslušných funkcí normovaného normálního rozdělení (*N*):

$$\int_{\overline{\omega}_{t+1}}^{\infty} f(\omega) d\omega = 1 - F(\overline{\omega}_{t+1}) = 1 - cdf^{LN}[\overline{\omega}_{t+1}] = 1 - cdf^{N} \left[\frac{\log(\overline{\omega}_{t+1}) + \frac{\sigma_t^2}{2}}{\sigma_t} \right],$$

$$f(\overline{\omega}_{t+1}) = pdf^{LN}[\overline{\omega}_{t+1}] = \frac{1}{\overline{\omega}_{t+1}\sqrt{2\pi\sigma_t^2}} e^{-\frac{\left(\log(\overline{\omega}_{t+1}) + \frac{\sigma_t^2}{2}\right)^2}{2\sigma_t^2}}.$$

Podmíněnou střední hodnotu veličiny ω, $\int_{\bar{\omega}_{t+1}}^{\infty} \omega f(\omega) d\omega$ můžeme ve všech rovnicích nahradit kumulativní distribuční funkcí normovaného normálního rozdělení $cdf^N\left[-\frac{\log(\bar{\omega}_{t+1})-\frac{\sigma_t^2}{2}}{\sigma_t}\right]$[48].

Aby byl mechanizmus finančních frikcí kompletní, je třeba modelový rámec doplnit ještě o rovnici popisující dynamiku vlastního jmění podnikatelů, N_{t+1}. Pokud podnikatel v daném období zbankrotuje, do dalšího období si nepřenáší žádné jmění, protože všechno byl nucen odevzdat bance v rámci vypořádání půjčky. Naopak, podnikatel, který realizuje dostatečně vysoký zisk ze své investice, splatí bance půjčku, a zbytek prostředků může přenést do dalšího období jako základní jmění. Podle maximalizačního kritéria (33) je hodnota očekávaného výnosu (a tedy vlastního jmění použitelného v dalším období) rovna

$$\int_{\bar{\omega}_{t+1}}^{\infty} [\omega R_{t+1}^k P_t^k \bar{K}_{t+1} - Z_{t+1} B_{t+1}] f(\omega) d\omega \,,$$

kde integrace probíhá jen přes podnikatele, kteří nezbankrotovali.

CTW (2011) dále předpokládají, že část podnikatelů v každém období ekonomiku opustí, a nově do ekonomiky přibudou podnikatelé, kterým je do začátku připsáno vlastní jmění

[48] Platí totiž

$$\int_{\bar{\omega}_{t+1}}^{\infty} \omega f(\omega) d\omega = \int_{\bar{\omega}_{t+1}}^{\infty} \omega \overbrace{\frac{1}{\omega\sqrt{2\pi\sigma_t^2}} e^{-\frac{\left(\log(\omega)+\frac{\sigma_t^2}{2}\right)^2}{2\sigma_t^2}}}^{pdf^{LN}} d\omega = \left| \begin{array}{c} v = \frac{\log(\omega) - \frac{\sigma_t^2}{2}}{\sigma_t} \Leftrightarrow \log(\omega) = v\sigma_t + \frac{\sigma_t^2}{2} \\ dv = \frac{1}{\sigma_t \omega} d\omega \Leftrightarrow d\omega = \sigma_t e^{v\sigma_t + \frac{\sigma_t^2}{2}} dv \end{array} \right|$$

$$= \frac{1}{\sqrt{2\pi}} \int_{\frac{\log(\bar{\omega}_{t+1})-\frac{\sigma_t^2}{2}}{\sigma_t}}^{\infty} e^{-\frac{v^2}{2}} dv = 1 - cdf^N\left[\frac{\log(\bar{\omega}_{t+1}) - \frac{\sigma_t^2}{2}}{\sigma_t}\right]$$

$$= cdf^N\left[-\frac{\log(\bar{\omega}_{t+1}) - \frac{\sigma_t^2}{2}}{\sigma_t}\right].$$

v minimálním objemu N^{MIN}. Pokud podíl odchozích podnikatelů označíme jako $(1-\gamma_t)$, pak pro agregované čisté jmění přes všechny podnikatele platí

$$N_{t+1} = \gamma_t \left(\int_{\bar{\omega}_{t+1}}^{\infty} [\omega R_{t+1}^k P_t^k \bar{K}_{t+1} - Z_{t+1} B_{t+1}] f(\omega) d\omega \right) + (1-\gamma_t)\, N^{MIN}, \qquad (35)$$

kde agregaci $\int_{\bar{\omega}_{t+1}}^{\infty} (\dots) d\omega$ opět spočteme na základě výše uvedených transformačních vzorců vystihujících relaci logaritmicko-normálního a normovaného normálního rozdělení. Časově proměnný parametr γ_t je modelován jako AR(1) process:

$$\log(\gamma_t) = \rho^\gamma \log(\gamma_{t-1}) + (1-\rho^\gamma) \log(\bar{\gamma}) + \epsilon_t^\gamma.$$

Rovnice (32), (34) a (35) souhrnně popisují dynamiku endogenního mechanizmu finančních frikcí, a odvození všech modelových vztahů pro účely této dizertační práce je tak kompletní.

Pro úplnost po vzoru CTW (2011) nakonec uveďme i rovnici udávající velikost úrokového rozpětí v ekonomice, tj. rozdíl mezi sazbou, za kterou si podnikatelé půjčují prostředky na své investiční projekty (Z_{t+1}), a bezrizikovou sazbou kontrolovanou měnověpolitickou autoritou (R_t). Opět za tímto účelem lze využít výše uvedené vztahy (29) a (30), jejichž vzájemnou substitucí dostaneme

$$Z_{t+1} - R_t = \frac{\bar{\omega}_{t+1} R_{t+1}^k P_t^k \bar{K}_{t+1}}{P_t^k \bar{K}_{t+1} - N_{t+1}} - R_t.$$

7 Použitá data

K propojení modelu s daty používám standardní veřejně dostupné statistiky pro domácí ekonomiku a vybrané ukazatele pro zahraničí, které reprezentuje skupina 12-ti nejstarších členů eurozóny. Datový soubor pokrývá období 1996Q1 – 2012Q4 se čtvrtletní frekvencí a časové řady sezonně očišťuji před samotnou konfrontací modelu s daty. V tabulce 3 jsou uvedeny všechny použité časové řady a jejich zdroje.

Tabulka 3: Použitá data

Časová řada	Zdroj
Domácí ekonomika	
Spotřeba domácností (reálná + deflátor)	ČSÚ
Investice (reálné + deflátor)	ČSÚ
Vládní výdaje (reálné + deflátor)	ČSÚ
Vývoz (reálný + deflátor)	ČSÚ
Dovoz (reálný + deflátor)	ČSÚ
Mzdy (nominální)	ČSÚ
3M PRIBOR	ČNB (ARAD)
Reálný kurz (metodika ČSÚ)	ČNB (ARAD)
Akciový index PX*	BCPP
Úrokové rozpětí*	ČNB (ARAD)
Zahraničí (EU12)	
HDP	ECB
cenový index HICP	ECB
3M EURIBOR	ECB

Poznámka: Konkrétní použití veličin označených (*) je diskutováno dále.

Většina použitých veličin v čase vykazuje rostoucí trend, proto modelové proměnné propojuji s daty vyjádřenými v procentních růstech podle schématu:

$$100 \times \Delta \log\left(X_t^{data}\right) = 100 \times \Delta \log\left(X_t^{model}\right) + (\text{chyba měření})_t.$$

Výjimku z tohoto schématu tvoří úrokové sazby, které v datech bývají tradičně publikovány v anualizované podobě, a neobsahují dlouhodobé trendy. Z toho důvodu volím v případě úrokových sazeb datové propojení:

$$X_t^{data} = 100 \times \left[\left(X_t^{model}\right)^4 - 1\right].$$

Úrokové sazby jsou na historii známé s jistotou, proto jejich napojení na data neobsahují chyby měření.

Datové napojení modelového rozšíření kapitoly 6 o finanční frikce není snadným úkolem, jelikož přímo použitelné oficiální statistiky pro tyto účely nejsou k dispozici. Z toho důvodu konstrukci a výběru těchto datových ukazatelů věnuji následující podkapitoly.

7.1 Finanční data

Pro zachycení finančních frikcí v pozorovaných datech je na základě modelového rozšíření z kapitoly 6 potřeba identifikovat veličiny reprezentující úrokové rozpětí v ekonomice, proxy proměnnou aproximující čisté jmění podniků v ekonomice, případně míru selhání při splácení úvěrů. Výběr těchto proměnných volím v souladu s CTW (2011), přestože existuje řada výtek vůči takovému výběru.

7.1.1 Úrokové rozpětí

Kalkulaci úrokového rozpětí v ekonomice je možno provést několika způsoby. V souladu se způsobem modelového rozšíření zahrnujícím finanční frikce (kapitola 6) je vhodné pro kalkulaci úrokového rozpětí vyjít z tržní sazby, kterou podnikatelé berou v potaz při rozhodování o svém zadlužení, a vůči této sazbě postavit sazbu, kterou je možné považovat v ekonomice za bezrizikovou. Zároveň je vhodné, aby zvolené sazby měly stejnou splatnost, jelikož do rozdílu v jednotlivých úrokových sazbách se v největší míře promítá jak prémie riziková, tak prémie maturitní. Posledním kritériem je návaznost úrokového rozpětí na měnověpolitická rozhodování, která se v případě ČR týkají manipulace 2T REPO sazby a operacím na volném trhu takovým, aby 2T PRIBOR zhruba odpovídal regulované 2T REPO sazbě (Jílek, 2004).

S ohledem na tato kritéria a na výše uvedenou modelovou strukturu by bylo ideální úrokové rozpětí počítat jako rozdíl sazeb na bázi 3měsíční splatnosti[49]. To ovšem není

[49] Jelikož modelová struktura uvažuje úvěrování vždy na jedno období dopředu, tj. jedno čtvrtletí, přičemž úvěr je na konci čtvrtletí buďto celý splacen včetně úroku, nebo klient selhává.

možné vzhledem k charakteru dostupných dat. V oficiální statistice úrokových měr (databáze ČNB – ARAD) lze veřejně dohledat průměrnou sazbu z nově upsaných úvěrů pro nefinanční podniky v daném čtvrtletí, bez ohledu na délky splatností úvěrů. Od této sazby při kalkulaci úrokového rozpětí odečítám 3M PRIBOR.

Důvodem této volby je jednak fakt, že sazba na úvěry nefinančním podnikům je sazbou tržní, která ve své podstatě zároveň odráží podmínky pro financování podnikatelů, což je žádoucí vzhledem k charakteru výše uvedeného modelového rozšíření. Při volbě 3M PRIBORu předpokládám úzkou korelaci s takřka administrativně regulovanou sazbou 2T PRIBOR. Samotnou 14-ti denní sazbu pro výpočet úrokového rozpětí v souladu s CTW (2011) neuvažuji, pro nesoulad v maturitách.

7.1.2 Ukazatel vlastního kapitálu

Zatímco je poměrně jednoduché vybrat z dostupných úrokových měr reprezentanta úrokového rozpětí v ekonomice, v případě souhrnného ukazatele vlastního kapitálu pro daný podnikatelský segment v ekonomice již nutně zabíháme do mikroekonomické oblasti týkající se bilančních položek jednotlivých tržních subjektů. ČSÚ sice disponuje příslušnou databází o bilančních položkách podniků, nicméně tato databáze je neveřejná. Z tohoto důvodu je potřeba zvolit pro ukazatel vlastního jmění vhodnou proxy proměnnou.

Uvažujme nyní předpoklad, že ceny akcií jsou do vysoké míry ovlivněny výplatami dividend a zejména změnami v dividendové politice. Pokud dále předpokládáme pozitivní korelaci mezi štědrostí dividendových strategií jednotlivých společností a jejich finančním zdravím, dojdeme k závěru, že vysoké ceny akcií takových společností odráží jejich dobrou kondici, a tedy lze očekávat, že pro takové společnosti není velikost jejich čistého jmění omezujícím faktorem jejich podnikání. Dostatečná výše vlastního kapitálu a čistého jmění zároveň komplementárně pro takové společnosti znamená nízké zadlužení[50]. Výše uvedené naznačuje, že čisté jmění lze na základě jistých předpokladů aproximovat pomocí ceny akcie – z makropohledu potom pomocí souhrnného akciového indexu.

[50] Do čistého jmění se v tomto kontextu promítá i výsledek hospodaření dané společnosti.

Platnost této hypotézy empiricky zkoumají Dhillon and Johnson (1994) na akciovém trhu a trhu vládních dluhopisů[51], a shledávají, že jejich výsledky nejsou v rozporu s tzv. hypotézou o informačním obsahu dividend (*information content hypothesis*), podle které by ceny akcií měly růst při oznámení dividendového růstu a naopak. Miller and Modigliani (1961, viz dále MM) naopak při podobném zkoumání neshledávají korelaci změn v dividendové politice a cenách akcií za příliš vysokou a v čase stabilní. Připouští ale, že změny v dividendové politice slouží věřejnosti jako významný signál ohledně stavu dané společnosti.

Baker (2009) se k výše uvedené hypotéze staví naopak kriticky. Významnou roli podle něj hrají tradiční mikroekonomické nedokonalosti, které nelze ignorovat. MM (1961) totiž předpokládají perfektní kapitálovou mobilitu, perfektní a symetrické informace mezi protistranami na akciovém trhu a nulové transakční náklady. Baker (2009) dále tvrdí, že dividendové výnosy tradičně podléhají vyššímu zdanění v porovnání s čistým kapitálovým výnosem, a proto růst dividend může pro určitou část tržních účastníků znamenat i negativní informaci poukazující na brzký pokles ceny akcie.

Následující úvaha taktéž vede k závěru, že ceny akcií nejsou nutně spjaty s dobrým finančním zdravím daných společností. Je empiricky doloženo, např. Lintner (1956), Brav et al. (2003), že dividendové výplaty se v čase vyvíjejí velmi pozvolně. Stabilní dividendová politika je totiž investory vnímána pozitivně, a společnosti tak mají dostatečně vysoký stimul k tomu, aby takové dividendové politiky dosáhly nezávisle na velikosti hospodářského výsledku. Jelikož jediné relevantní a zaručené informace o samotných společnostech mají jejich řídící pracovníci, stojí zejména na nich které informace o své společnosti zveřejní, bez ohledu na skutečný stav jejich společnosti. V historii USA se vyskytují dvě zdokumentované situace, které vedly ke vzniku významného nesouladu mezi stavem společností a cenami akcií kótovanými na burze.

První příklad je spíše anekdotický, týká se totiž jediné firmy. Nejvyšší soud státu Michigan v roce 1919 řešil kauzu, která se později vžila v ekonomické a právní literatuře jako *Dodge versus Ford Case*. Žalujícím akcionářům automobilky Ford byl uznán nárok

[51] Za ekvivalent dividendy můžeme v případě trhu vládních dluhopisů považovat velikost fixního kupónu.

na pravidelnou dividendu ve stabilní výši[52]. Henry Ford, zakladatel a prezident automobilky, původně zamýšlel většinu zisku společnosti znovu reinvestovat, aby tak v maximálním možném rozsahu společnost rostla, což považoval (ovšem mylně na základě pozdějšího soudního rozhodnutí) za společný cíl jak zaměstnanců, tak akcionářů. V samotném přepisu soudního procesu stojí

> *"...By putting great share of profits back in the business the company would employ more men, to spread the benefits of this industrial system to the greatest possible number, to help them build up their lives and their homes."*

V důsledku toho Ford po jistou dobu uplatňoval politiku nulových dividend, což nebylo akceptovatelné pro bratry Dodge, v tu dobu významné akcionáře Ford Motor Company. Nejvyšší soud potvrdil nároky akcionářů, a pravidelná výplata dividend se tak stala spíše samozřejmostí nežli diskrečním nástrojem vlastníků firem. Tento verdikt znamenal důležitý precedent do budoucna.

Druhý příklad se týká již zmiňovaného období Velké deprese přelomu 20. a 30. Let v USA, kdy podle CTW (2011) firmy ve snaze udržet dividendy na předkrizových hladinách byly ochotné rozprodávat i samotné fyzické vybavení svých provozoven. Signály o zdraví jednotlivých společností tak byly záměrně manipulovány. Dividenda v takovém případě nemohla plnit svou důležitou informační roli, na kterou poukazují MM (1961).

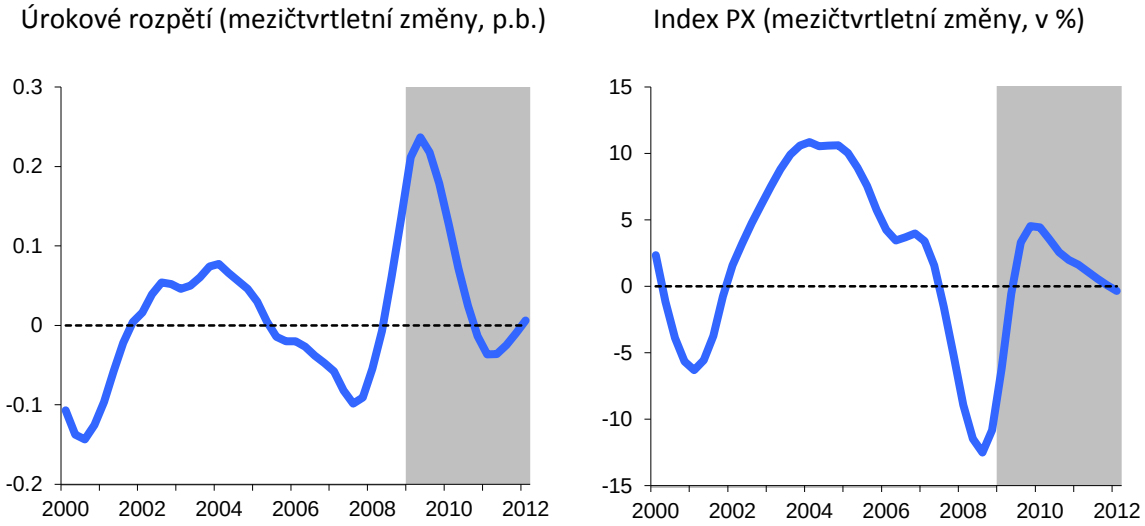
Nezanedbatelným aspektem akciového trhu v ČR je jeho mělkost[53] a fakt, že mnoho společností neemituje akcie v takovém rozsahu, jak je běžné v západní Evropě nebo v USA.

Přes všechny výše zmíněné argumenty jsou však ceny akcií důležitou mírou sentimentu v ekonomice mající charakter předstihového ukazatele. Jelikož není jednoduché najít ve veřejných makroekonomických zdrojích veličinu, která by spolehlivým způsobem

[52] Akademická verze verdiktu michiganského soudu je k dispozici v kategorii „Dodge vs. Ford Motor Company Case" na http://www.businessentitiesonline.com/professors.html.
[53] Tržní kapitalizace newyorské burzy NYSE je za únor 2013 zhruba 250x vyšší v porovnání s Burzou cenných papírů Praha.

aproximovala vlastní jmění podnikatelů, uplatňuji postup z CTW (2011), a za proxy proměnnou volím domácí akciový index PX.

Graf 10: Finanční data před a po krizi 2008



Zdroj: ČNB/ARAD, BCPP, vlastní výpočet - obě řady filtrovány HP(10)

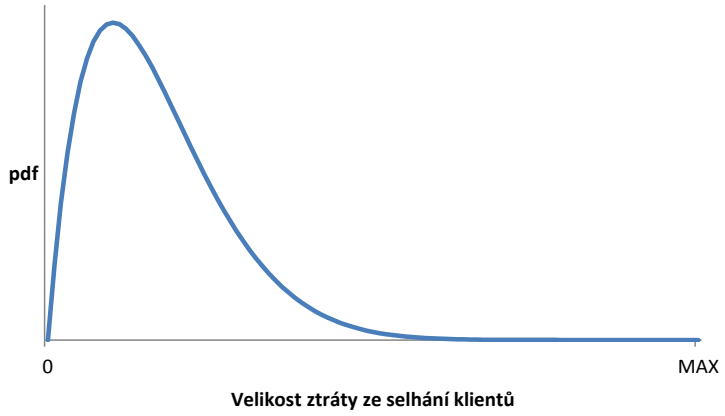
Graf 10 ukazuje mezičtvrtletní nárůsty úrokového rozpětí a akciového indexu PX. Zatímco nárůst úrokového rozpětí je zřejmý teprve v období samotné krize, akciový index zaznamenal procentuální dvouciferné propady mnohem dříve.

7.1.3 Míra selhání při splácení úvěrů

Pro účely zachycení finančních frikcí v datech je možno problematiku hledání vhodné proxy proměnné pro vlastní jmění podnikatelů obejít tak, že samotný ukazatel čistého jmění ponecháme bez datového napojení. Místo toho na pozorovaná data napojíme ukazatel míry selhání klientů bank při splácení úvěrů (míru bankrotů, *default rate*). Tržní úvěrová data z obchodních bank jsou v agregované podobě částečně k dispozici v centrální databázi ČNB/ARAD, případně v datových přílohách Zpráv o finanční stabilitě.

Nicméně postup pro konstrukci ukazatele míry selhání z podkladových úvěrových dat je sám o sobě diskutabilní. Zdrojem nejistoty je zejména typ agregace použité pro konstrukci ukazatele. Zaměříme-li se na souhrnný počet klientů bank, míru selhání dostaneme jako podíl klientů, kteří ve sledovaném období přestanou splácet úvěr vůči všem klientům mající úvěr. K rozdílnému ukazateli míry bankrotů dospějeme, pokud sledujeme namísto počtu selhávajících klientů přímo objem úvěrů, který se bankám v důsledku klientského selhání nevrátí. Významný rozdíl ve výsledcích plyne zejména z toho, že úvěrová portfolia obchodních bank zpravidla obsahují obrovskou masu klientů, vůči kterým má banka relativně malou expozici, a mnohem menší část klientů s expozicemi v řádu stovek milionů CZK. Díky tomu je distribuce očekávané ztráty z úvěrového portfolia napříč ekonomikou výrazně pozitivně sešikmená (viz graf 11), a ukazatele míry selhání se tak mohou výrazně navzájem lišit, pokud dojde ve sledovaném období k selhání většího klienta.

Graf 11: Distribuce očekávané ztráty z úvěrového portfolia



Zdroj: vlastní, ilustrativní data

Argumentem k ustoupení od strategie napojování míry selhání na pozorovaná data je i fakt, že rozhodný okamžik pro selhání klienta je patrný většinou u drobných klientů (fyzických osob), zatímco u větších klientů bývá rozhodný okamžik nejasný, či

roztáhnutý do delšího období[54]. Nekonzistence při konstrukci ukazatele míry selhání je z agregovaného pohledu umocněna i tím, že do národní statistiky přispívají svými úvěrovými daty banky s rozdílým rizikovým apetitem, uplatňující rozdílné politiky při úvěrování.

Do nekonzistence úvěrové statistiky přispívá i samotná metodika uplatňovaná ČNB. Současná definice selhání klienta reflektuje doporučení Basel II, podle kterého je pohledávka po splatnosti 90 a více dní považována za selhání[55]. Data pro účely Zpráv o finanční stabilitě před rokem 2011 však uvažovala kritérium 30tidenní.

Posledním omezujícím faktorem použití úvěrových dat je to, že tato data pro veřejné využití jsou k dispozici teprve od roku 2002, případně od roku 2006 v rámci datových příloh ke Zprávám o finanční stabilitě.

Jelikož vybrané ukazatele míry selhání v čase korelují s úrokovým rozpětím, úvěrovou statistiku pro účely empirické analýzy a bayesovského odhadu modelových parametrů[56] nevyužívám.

7.2 Fiskální data

Ambicí modelového rozšíření o finanční frikce není plně postihnout aspekty fiskální politiky a její vliv na makroprostředí. Zde navrhovaná verze modelu navíc obsahuje fiskální blok pouze ve velmi omezeném rozsahu. Přesto se v modelovém odvození vyskytují fiskální parametry, které ovlivňují chování domácností. Konkrétně jde o parametry odrážející daňovou politiku, a tyto parametry je potřeba vhodným způsobem kalibrovat.

Mendoza et al. (1994), resp. Jones (2002) na základě makroekonomických agregátů dopočítavají implikované (efektivní) daňové sazby. Jelikož tito autoři vycházejí

[54] Extrémním příkladem může být nedávný default Řecka, který se od okamžiku první zahraniční pomoci z Mezinárodního měnového fondu a evropských struktur táhne již od roku 2010, tj. více než dva roky.
[55] Jde o pohledávky nestandardní, pochybné a ztrátové (*substandard, doubtful, loss*).
[56] Krátký datový vzorek pro účely bayesovského odhadu není zcela limitující, protože lze použít k vyčíslování věrohodnostní funkce verzi Kalmanova filtru upravenou pro chybějící data – viz Harvey (1989).

z databáze OECD[57], do které ČR z pozice členské země také přispívá datovými vstupy, jsou jejich postupy přímo aplikovatelné i na propočty efektivních daňových sazeb pro naši ekonomiku (což bylo provedeno v rámci prací Ambriško et al., 2012 a Ryšánek, 2012).

Efektivní sazba daně z příjmu se tak dlouhodobě pohybuje okolo 35 % a velikost spotřební daně je stabilně v rozmezí 15-20 %. Těchto hodnot využívám ke kalibraci dlouhodobě rovnovážných daňových sazeb (nikoliv k samotnému propojení modelu s daty).

[57] Jones (2002) využívá jako zdroj NIPA tabulky pro ekonomiku USA, nicméně jeho postup je aplikovatelný i na datech ČR pocházejících z databáze OECD.

8 Empirická analýza modelu s finančními frikcemi

Smyslem této kapitoly je konfrontace modelu obsahujícího mechanizmus finančních frikcí s pozorovanými daty. Jednotlivé podkapitoly jsou věnovány problematice ekonometrického odhadu modelových parametrů, konstrukci ukazatelů vyjadřujících míru shody modelu s daty, analýze funkcí odezvy a šokové dekompozici modelových veličin napojovaných na data. Hlavním cílem této empirické analýzy je aproximace míry vlivu finančních frikcí na hospodářský cyklus ČR.

8.1 Bayesovský odhad modelových parametrů

Tradičně uplatňované ekonometrické techniky pro odhad modelových parametrů v rámci třídy linearizovaných modelů zahrnují lineární regresi, případně maximalizaci věrohodnostní funkce pomocí Kalmanova filtru ve stavovém prostoru. Regresní analýza v případě DSGE modelů není použitelná pro odhad parametrů ze dvou zásadních důvodů. Jednak model zpravidla obsahuje vpředhledící veličiny, jednak část proměnných je nepozorovaná (latentní). Pro odhad parametrů DSGE modelu je tak jednoznačně použitelná druhá z uvedených metod založená na maximalizaci věrohodnostní funkce ve stavovém prostoru. Ovšem i tato technika má své nevýhody. Fernández-Villaverde and Rubio-Ramírez (2004) uvádějí, že každý DSGE model je velmi špatnou aproximací ekonomiky, protože jednotlivé modelové bloky jsou v podstatě uměle definované, a proto je konfrontace modelu s daty z definice nesprávná. Dalším omezením je délka datového souboru a z toho plynoucí počet stupňů volnosti v ekonometrickém smyslu. Modelových parametrů bývá v DSGE modelech příliš mnoho na to, aby bylo možné všechny odhadovat pouze na základě dostupných pozorovaných dat.

Dominantní místo v oblasti ekonometrických odhadů s ohledem na výše uvedené nevýhody tradičních metod zaujímají bayesovské metody, které využívají např. Adolfson et al. (2008), An and Schorfheide (2007), Buriel et al. (2010), Christiano et al. (2008), Fernández-Villaverde and Rubio-Ramírez (2004) a Smets and Wouters (2004).

Podstatou bayesovských metod při odhadu modelových parametrů je přímá aplikace Bayesova vzorce, kdy dochází ke kombinaci apriorních předpokladů ohledně

odhadovaných parametrů a informace plynoucí z pozorovaných dat. Zatímco apriorní předpoklady jsou ryze subjektivní, zapracování informace plynoucí z dat je založeno na maximalizaci předem zvolené metriky, kterou je ve většině případů věrohodnostní funkce založená na normálním rozdělení modelových šoků. Bayesův vzorec (viz Canova – 2007, Koop – 2003, Lancaster – 2004) pro odvození posteriorních distribucí modelových parametrů má podobu:

$$p(\boldsymbol{\theta}|\mathcal{Y}) = \frac{\ell(\boldsymbol{\theta}|\mathcal{Y})p(\boldsymbol{\theta})}{\int \ell(\boldsymbol{\theta}|\mathcal{Y})p(\boldsymbol{\theta})d\boldsymbol{\theta}} \propto \ell(\boldsymbol{\theta}|\mathcal{Y})p(\boldsymbol{\theta}) \ ,$$

kde $p(\boldsymbol{\theta})$ souhrnně představuje apriorní informaci ve formě hustot pravděpodobnosti každého z odhadovaných parametrů; $\ell(\boldsymbol{\theta}|\mathcal{Y})$ značí věrohodnostní funkci pro danou parametrizaci modelu θ podmíněnou daty, která máme k dispozici, $\mathcal{Y}$. Výraz $p(\boldsymbol{\theta}|\mathcal{Y})$ zastupuje posteriorní hustoty pravděpodobnosti. Jelikož výraz $\ell(\boldsymbol{\theta}|\mathcal{Y})p(\boldsymbol{\theta})$ nemusí být validní distribucí, je potřeba tento výraz normalizovat pomocí $\int \ell(\boldsymbol{\theta}|\mathcal{Y})p(\boldsymbol{\theta})d\boldsymbol{\theta}$, aby výsledné posteriorní distribuce integrovaly do jedné, a byly tak ze statistického pohledu korektní.

Věrohodnostní funkce $\ell(\cdot)$ je vyčíslována pomocí Kalmanova filtru, jehož podstata je uvedena v příloze 2.

V souladu s literaturou volím postup pro odhad modelových parametrů. Část parametrů modelu kalibruji a pro zbytek parametrů stanovím apriorní distribuce. Tyto apriorní distribuce jsou stanoveny jednorozměrným způsobem, což reflektuje apriorní nezávislost mezi odhadovanými parametry. Poté pomocí gradientních metod maximalizuji výraz $\log\big(\ell(\boldsymbol{\theta}|\mathcal{Y})\big) + \log\big(p(\boldsymbol{\theta})\big)$ a okolo takto nalezených hodnot modelových parametrů pomocí posteriorního simulátoru Metropolis-Hastings (viz Canova, 2007) navzorkuji posteriorní distribuce pro všechny odhadované modelové parametry. Dílčí kroky tohoto postupu jsou komentovány v podkapitolách 8.1.1 – 8.1.2.

Pro účely ověření dostatečné konvergence simulovaných posteriorních distribucí uvedenou proceduru uplatňuji dvakrát, pokaždé pro 200 000 iterací algoritmu Metropolis-Hastings. Graf 13 v příloze 4 poukazuje na dostatečnou konvergenci

bayesovského odhadu parametrů, neboť uvedené souhrnné vícerozměrné charakteristiky odhadovaných parametrů konvergují v čase do identických hodnot. Finální vykreslení posteriorních distribucí (graf 14) je založeno na posledních 3/4 simulovaných hodnot, úvodní 1/4 není brána v úvahu z důvodu nedostatečné konvergence.

8.1.1 Kalibrované parametry

Souhrn všech kalibrovaných parametrů je uveden v tabulce 4 (příloha 4). Kalibrace základního modelového nastavení zohledňuje jak specifika ekonomiky ČR, tak technické aspekty řešitelnosti modelu. Základní národohospodářské poměrové ukazatele (podíl spotřeby domácností na HDP apod.) reflektují skutečný dlouhodobý vývoj v datech patrný z národních účtů. Dovozní náročnosti jednotlivých složek HDP, ω_c, ω_i a ω_x, jsou voleny s ohledem na závěry analýzy Input-Output tabulek z podkapitoly 3.1. Rovnovážná prahová hodnota idiosynkratického šoku do výnosu kapitálu podnikatelů, $\overline{\omega}$, je volena tak, aby implikovaná míru bankrotů podnikatelů odpovídala zhruba hodnotě 2,4 % ročně. Z dostupných dat je také odvozen průměrný růst ekonomiky, μ_z, hodnoty inflačních cílů doma a v zahraničí, $\overline{\Pi}$ a $\overline{\Pi}^*$. V souladu s literaturou je kalibrována míra depreciace kapitálu, δ, parametr míry vyhlazování spotřeby domácností, b a diskontní míra, β. Perzistence AR(1) procesů uvedené v tabulce 4 jsou kalibrovány, přestože neexistuje žádná relevantní informace pro jejich kalibraci. Důvodem kalibrování těchto parametrů je jejich problematický odhad. Příslušné posteriorní distribuce často poukazovaly na hodnoty blízké jedné, což by do modelu zavádělo nepřípustné jednotkové kořeny.

8.1.2 Odhadované parametry

V tabulkách 5 a 6 (příloha 4) je uveden souhrn odhadovaných parametrů a odhadovaných směrodatných odchylek strukturálních šoků[58]. V případě, že modelová logika vyžaduje parametry omezené na fixním (nejčastěji jednotkovém) intervalu, je pro jejich apriorní distribuci zvoleno beta rozdělení, v ostatních případech je nejčastěji voleno normální rozdělení, případně oříznuté normální či gamma rozdělení u parametrů, pro které existuje

[58] Předmětem bayesovského odhadu jsou pouze směrodatné odchylky strukturálních šoků, směrodatné odchylky chyb měření jsou s výjimkou úrokových sazeb fixně stanoveny jako 10 % volatility pozorovaných dat.

dolní mez. Apriorní rozdělení u směrodatných odchylek strukturálních šoků mají tvar inverzního gamma rozdělení s ohledem na striktně pozitivní uvažované hodnoty těchto parametrů.

Konkrétní apriorní předpoklady jsou částečně přejaty z CTW (2011), částečně také zohledňují požadavky ohledně nezápornosti. Apriorní nastavení vysokých hodnot Calvo strnulostí odráží podstatný význam nominálních rigidit v ekonomice. Odhadovanou hodnotu parametru měřícího monitorovací náklady bank, μ, na úrovni 0,37 lze interpretovat tak, že zhruba 1/3 částky, kterou banky vymáhají od zbankrotovaných klientů, je nutno vynaložit na monitoring těchto klientů. Blok zahraničních proměnných je apriorně omezen velmi volně (díky poměrně vysokým směrodatným odchylkám), a výsledek posteriorních odhadů tak reflektuje do značné míry pozorovaná data. Průběžné výsledky bayesovského odhadu často poukazovaly na jednotkovou perzistenci zahraničního HDP, proto bylo pro účely odhadu zavedeno doprovodné omezení, které parametr $\mathcal{A}_{11}$ drží striktně na hodnotách menší než 1 v absolutní hodnotě. Parametr $\tilde{\phi}^s$, který stanovuje váhu úrokového diferenciálu v rizikové prémii, je apriorně nastaven na hodnotu větší než 1. Takto je podle CTW (2011) řešen nesoulad mezi rovnicí nekryté úrokové parity (UIP) v krátkém období a pozorovanými daty, kdy zvýšení úrokového diferenciálu v realitě často vede k posílení měnového kurzu, což je v rozporu s rovnicí UIP. Posteriorní odhad tohoto parametru na datech ČR je však výrazně menší než 1 (konkrétně 0,69). Parametr σ_L měřící elasticitu nabídky práce je apriorně kalibrován v souladu s literaturou.

8.2 Shoda modelu s daty

Chování modelu v konfrontaci se skutečnými daty je uvedeno v příloze 5 (grafy 15 a 16). Na grafu 15 jsou vykresleny skutečné časové řady za období 1996-2012 a trajektorie těchto veličin plynoucí z aplikace Kalmanova filtru. Pro účely modelové filtrace je předpokládána parametrizace modelu podle výsledků bayesovského odhadu, kdy

odhadované parametry jsou kalibrovány na hodnotách posteriorních modů. Jednotlivé rozdíly mezi daty a modelovou filtrací jsou dány přítomností chyb měření[59].

Za účelem alternativního porovnání modelových charakteristik a pozorovaných dat jsou na grafu 16 vykresleny autokorelace a křížové korelace počítané jak na skutečných pozorovaných datech, tak na simulovaných časových řadách plynoucích z modelové logiky. Všechny typy korelací jsou počítány s variantní délkou relativního posunu mezi uvažovanými časovými řadami do řádu 6 čtvrtletí. Nejistota v odhadovaných korelacích na datovém vzorku, který má fixní počet pozorování, je v jednotlivých grafech vyznačena pomocí čárkovaných 99% konfidenčních intervalů. Soulad modelu s daty lze považovat za dostatečný, jelikož většina korelací spočtených v rámci modelové simulace leží uvnitř konfidenčních intervalů korelací spočtených na datech. Jelikož tento druh diagnostické kontroly vede ve svém výsledku k matici grafů o rozměru odpovídajícím počtu uvažovaných časových řad, nelze z prostorových důvodů vykreslit křížové korelace pro všechny dvojice časových řad. Na grafu 16 jsou proto uvedeny pouze korelace mezi úrokovou sazbou, HDP, reálným kurzem a oběma finančními veličinami (vlastní kapitál podnikatelů aproximovaný indexem PX a úrokové rozpětí).

8.3 Analýza funkcí odezvy

Funkce odezvy modelu na vybrané strukturní šoky jsou uvedeny v příloze 6. Při konstrukci odezev jednotlivých veličin je využito výsledků bayesovského odhadu modelových parametrů. Stochastická struktura odhadovaných parametrů implikuje odezvy modelu na šoky v podobě konfidenčních intervalů. Barevně jsou na grafech odlišeny odezvy založené na parametrizaci modelu podle posteriorních středních hodnot odhadovaných parametrů.

Mechanizmus působení finanční frikce můžeme demonstrovat v modelu prostřednictvím nepříznivého (tj. negativního) šoku do vlastního jmění podnikatelů. Volba negativního šoku má za cíl usnadnit interpretaci situace, která nastala ve světě ke konci roku 2008. Reakce modelu na všechny ostatní šoky jsou v příloze 6 odvozeny na základě tradičního

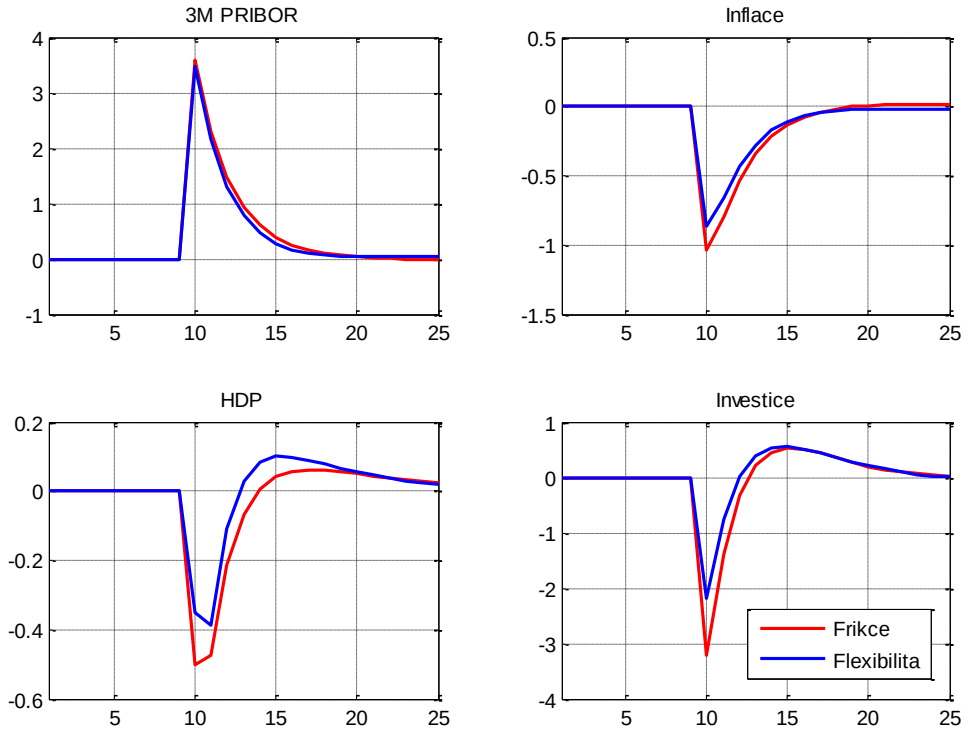
[59] Chyby měření nejsou uvažovány u domácích a zahraničních úrokových sazeb, protože tyto veličiny jsou známé na minulosti s jistotou. Modelová filtrace tak v případě úrokových sazeb splývá s pozorovanými daty.

pozitivního šoku o velikosti jedné směrodatné odchylky. V dalších podkapitolách jsou popsány reakce ekonomiky na měnověpolitický šok, logika vztahu mezi velikostí finanční páky a agregátní míry selhání při splácení a transmise nepříznivého finančního šoku.

8.3.1 Měnověpolitický šok

S ohledem na otázky měnové politiky je vhodné analyzovat reakci modelované ekonomiky na měnověpolitický šok. Na grafu 12 jsou vykresleny reakce ekonomiky na takový šok pro dvě varianty modelové specifikace. První tvoří model diskutovaný v kapitolách 5 a 6, který obsahuje mechanizmus finančních frikcí. Druhou variantu tvoří stejný model, ve kterém je ovšem kanál finančních frikcí potlačen[60].

Graf 12: Reakce ekonomiky na měnověpolitický šok



Zdroj: vlastní výpočet

[60] Způsob vypnutí efektů finančních frikcí není plnohodnotnou modelovou úpravou, ale pouhou reparametrizací původního modelu, kdy parametr výše monitorovacích nákladů bank je nastaven na nulu, rovnovážný podíl krytí aktiv podnikatelů vlastním kapitálem je nastaven na hodnotu blízkou 100 % a míra bankrotů je fixována na hodnotě blízké 0 %.

V souladu s literaturou má neočekávané zvýšení úrokové sazby za následek útlum ekonomiky a pomalejší růst cen. Rozdíly mezi odezvami obou modelových variant odhalují sílu finančního akcelerátoru diskutovaného v BGG (1999). Zejména investice v reakci na měnověpolitický šok poklesnou zhruba o 50 % razantněji v modelu s finančními frikcemi, v porovnání s variantou modelu s potlačeným kanálem finančních frikcí. Vysvětlení tohoto výsledku pramení z omezení ve formě nulového zisku bank a vzájemného vztahu úrokového rozpětí s náchylností k selhání podnikatelů.

Pro názornost zopakujme rovnici (31), která udává rovnost příjmů a výdajů banky v každém období:

$$\overbrace{[1-F(\overline{\omega}_{t+1})]Z_{t+1}B_{t+1}}^{\text{přeživší}} + \underbrace{(1-\mu)P_t^k R_{t+1}^k \overline{K}_{t+1} \int_0^{\overline{\omega}_{t+1}} \omega\, f(\omega)d\omega}_{\text{v bankrotu}} = R_t B_{t+1}.$$

Levá strana rovnice je váženým součtem výnosů banky z podnikatelů, kteří splatili půjčku včetně úroku, a podnikatelů v bankrotu, kteří musí bance odevzdat všechen svůj kapitál. Podíl zbankrotovaných podnikatelů v této rovnici odpovídá vyčíslené hodnotě na kumulativní distribuční funkci $F(\overline{\omega}_{t+1})$ agregující výnosy přes všechny podnikatele. Vypneme-li mechanizmus finančních frikcí tím, že podnikatelům znemožníme bankrotovat, pak platí

$$\overline{\omega}_{t+1} = 0 \;\Rightarrow\; F(\overline{\omega}_{t+1}) = 0,$$

a omezení (31) přejde do tvaru

$$Z_{t+1}B_{t+1} = R_t B_{t+1}.$$

Neboli, ve variantě modelu s vypnutým kanálem finančních frikcí se výpůjční a zápůjční sazba v bance musí rovnat[61].

[61] …čímž se banka v modelu stává zcela zbytečnou, stejně jako rozdělení úrokových sazeb na zápůjční a výpůjční.

Ve variantě modelu s finančními frikcemi je naopak tržní úroková sazba determinována podílem nesplácejících klientů, což umožňuje bance korekci v sazbách na základě míry aktuálního úvěrového rizika. V situaci neočekávaného zvýšení měnověpolitické sazby dojde v rámci poklesu cen i k poklesu cen kapitálu, což zhorší vlastní jmění podnikatelů a s tím spojený ukazatel finanční páky. Vyšší náchylnost podnikatelů k selhání je v bance kompenzována vyšším úrokovým rozpětím. Důsledkem existence finanční frikce tak je silnější propagace a multiplikace původní změny v měnověpolitických sazbách.

8.3.2 Transmise nepříznivých finančních šoků

V rozvaze každého podnikatele jsou aktiva kryta vlastním jměním a bankovní půjčkou. Má-li podnikatel do dalšího období splatit bankovní půjčku navýšenou o úrok, pak výnosnost aktiv nesmí klesnout pod jistou prahovou hodnotu (ve značení podkapitoly 6.2 je touto prahovou hodnotou $\overline{\omega}_{t+1}$). Taková mezní hodnota potom reflektuje situaci, kdy výnosnost aktiv přesně vystačí na zaplacení bankovní půjčky navýšené o úrok. S ohledem na šok[62], kterému každý podnikatel čelí, se však výnosnost kapitálu může nečekaně změnit, a podnikatel bankrotuje ve chvíli, kdy nemá dostatek prostředků pro splacení půjčky. Kritická hodnota takového šoku je tedy funkcí velikosti aktiv a velikosti bankovní půjčky, resp. jejich podílu.

Jsou-li aktiva kryta z významné části bankovním úvěrem, pak úrokové náklady podstatně snižují zisky, a podnikatel je tak více zranitelný vůči nepříznivému šoku. Naopak, jsou-li aktiva kryta z větší části vlastním jměním, úrokové náklady z bankovní půjčky nehrají takovou roli a podnikatel je imunní i vůči relativně silnějšímu šoku snižujícímu výnosnost aktiv. Tento fakt je důsledkem rozvahového omezení podnikatele.

Podíl velikosti aktiv a velikosti bankovní půjčky podnikatele je komplementárně doplněn podílem aktiv a vlastního jmění (tj. ukazatelem finanční páky). Za jinak stejných okolností negativní šok do vlastního jmění implikuje, že stejný objem aktiv je kryt větším objemem bankovní půjčky. Proto v důsledku takového šoku s ohledem na předchozí

[62] Heterogenita podnikatelů je zvýrazněna tím, že každý z podnikatelů čelí rozdílnému šoku do vlastní výnosnosti aktiv.

úvahy v první řadě zvýší náchylnost podnikatele k selhání, což z agregovaného pohledu zvyšuje míru selhání všech podnikatelů.

Na grafu 17 v příloze 6 je ukázána odezva ekonomiky na negativní šok do vlastního jmění podnikatelů. V reakci na takový nepříznivý šok roste míra selhání podnikatelů (na základě výše uvedených úvah), což utlumí investiční aktivitu a sníží dovozy díky vysoké dovozní náročnosti investic. Výrazně nižší dovozy vedou k přebytku obchodní bilance a reálný kurz posiluje. Jelikož dovážené zboží tvoří v ČR podstatnou část spotřebního koše, silnější kurz tlačí na domácí ceny ve směru nižší inflace. To vyvolá reakci monetární autority, která snižuje úrokové sazby, což by za běžných okolností snížilo náklady na externí financování podnikatelů, a tržní úrokové sazby by také klesly. V případě existence finančních frikcí však toto nenastane v plném rozsahu. Banky musí totiž odepisovat v takové situaci vyšší podíl úvěrů v selhání a své ztráty kompenzují neochotou snižovat klientské úrokové sazby pro nové úvěry. Tím je brzděn efekt měnověpolitického snížení úrokových sazeb do reálných veličin. Samotný pokles tržních úrokových sazeb je oproti měnověpolitickému opatření pozvolnější, přesto se v ekonomice částečně projeví stimulační efekty, které postupně vedou ke zvýšení investic a ekonomika se navrací do rovnováhy.

Model, se kterým pracuji, obsahuje vestavěný stabilizátor, prostřednictvím kterého se dá odvodit náprava ekonomiky po nepříznivém finančním šoku a její návrat do dlouhodobě rovnovážného stavu. Nižší vlastní jmění prostřednictvím rozvahového omezení podnikatele může působit dvojím efektem při procesu hledání nové rovnováhy. V první fázi po šokovém snížení vlastního jmění dojde ke zvýšenému krytí aktiv prostřednictvím vyššího zadlužení, které ještě více zvyšuje ukazatel finanční páky. Ve druhé fázi se obecný cenový pokles přelije i do poklesu cen kapitálu. Jelikož rozvaha podnikatelů je v nominálním vyjádření, objem aktiv tak klesá. Tím se přirozenou cestou pákový ukazatel srovná na svoji dlouhodobě rovnovážnou hladinu.

8.4 Šoková dekompozice hlavních veličin

Za účelem odhalení míry vlivu šoků z finanční oblasti na endogenní veličiny modelu (tj. zjištění míry vlivu finančních frikcí) je možné zkonstruovat dekompozici modelových

proměnných podle identifikovaných strukturálních šoků, které jsou realizací stochastických procesů uvažovaných v modelu. Filtrované trajektorie těchto veličin jsou výhradně výslednicí kombinace strukturálních šoků. Při absenci těchto šoků by se totiž všechny endogenní veličiny v čase neodchylovaly od svých dlouhodobě rovnovážných trajektorií. Ve třídě linearizovaných modelů je možné zkoumat parciální vlivy jednotlivých šoků na vybrané veličiny a jednotlivé efekty aditivním způsobem zagregovat.

Pomocí techniky šokové dekompozice jsou konstruovány grafy 26-35 v příloze 7. Na základě dekompozice mezičtvrtletního růstu HDP (graf 26) je období posledního přehřívání ekonomiky v letech 2006–2007 doprovázeno technologickými šoky, nákladovými šoky, ale z nemalé části i finančními frikcemi. Finanční faktory také vysvětlují zhruba 1/3 propadu HDP v 1. čtvrtletí 2009, kdy se celosvětová finanční krize nejvíce projevila v reálné ekonomice ČR. Do značné míry je tento výsledek dán způsobem modelování finančních frikcí, které působí zejména na investiční cyklus. Podnikatelé v modelu čelí finančním šokům a zároveň jsou jedinými subjekty rozhodujícími o míře využití kapitálu. Z toho důvodu jsou i fluktuace reálných investic v dominantní míře ovlivněny realizovanými finančními šoky, stejně jako reálné dovozy, což pramení z vysoké dovozní náročnosti investic. Reálné vývozy jsou naopak taženy zahraniční poptávkou a nákladovými šoky, což reflektuje přímé vystavení vývozců dopadům fluktuací měnového kurzu. Míra inflace a úrokové sazby byly v období 2003–2007 ovlivněny pozitivními technologickými šoky. Reálné vládní výdaje mají v modelu exogenní charakter, proto jsou jejich fluktuace zcela vysvětleny šoky ve fiskální oblasti.

Síla efektů finančních frikcí je na základě šokových dekompozicí odvozena na grafu 36 v příloze 7. Jde o vyjádření procentních příspěvků finančních šoků při vysvětlení daných endogenních veličin. Z grafu je patrné, že vliv finančních frikcí je různý napříč jednotlivými proměnnými. Efekty finančních frikcí jsou také časově proměnlivé. Souhrnným ukazatelem vlivu finančních frikcí na modelovanou ekonomiku je na grafu 36 označena veličina „PRŮMĚR“, která je v každém čtvrtletí na minulosti spočtena jako aritmetický průměr vlivu finančních frikcí do všech proměnných s výjimkou finančních proměnných. Takto spočtený průměrný vliv finančních frikcí na fluktuace hospodářského

cyklu je na celé minulosti kvantifikován v rozmezí 8–15 %. Vyšších hodnot ukazatel dosahuje v předkrizovém období v letech 2007–2008.

9 Závěr

Po krizi, která zastihla celosvětovou ekonomiku v roce 2008, a jejíž dopady pocítila česká ekonomika co do propadu HDP nejvíce v roce 2009, se zvýšilo povědomí toho, že aktivity obchodních bank zaměřené na maximalizaci (krátkodobého) zisku mohou ve svém důsledku přispívat k destabilizaci makroekonomického vývoje. Bankovní sektor může globálně působit v souladu, nebo v rozporu s chováním centrální banky, a tím vytváří v ekonomice element, díky kterému je omezen transmisní mechanizmus měnové politiky.

V ekonomické literatuře rozhodně nepanuje konsensus ohledně způsobu modelování finančních frikcí v rámci konceptu DSGE. V této dizertační práci aplikuji do modelu malé otevřené ekonomiky mechanizmus finančního akcelerátoru po vzoru BGG (1999). Tento způsob zapracování finančních frikcí je jedním z nejstarších a zároveň nejčastěji testovaným konceptem. Ústřední entitou tohoto modelového rozšíření je „podnikatel“, který svá aktiva financuje prostřednictvím vlastního jmění a bankovní půjčky. Jelikož výnosy z aktiv jsou předmětem neočekávaných šoků, existuje tak riziko spojené s možným nesplacením podnikatelovy bankovní půjčky. Z pohledu banky, která půjčku poskytuje, je toto riziko nesplácení dopředu kvantifikovatelné, neboť jedním z předpokladů modelu je ideální rozprostření šoků do výnosnosti aktiv napříč všemi podnikateli (šoky jsou idiosynkratické). Banka v zásadě na vyšší podíl nesplácejících úvěrů reaguje zvýšeným úrokovým rozpětím, což může být v rozporu s úrokovou politikou měnověpolitické autority, zejména v dobách, kdy se ekonomika blíží do recese.

Hlavním cílem empirické analýzy s modelem rozšířeným o finanční frikce je aproximace míry vlivu finančních frikcí na hospodářský cyklus ČR, verifikace stability tohoto vlivu v čase a zda mohou finanční frikce způsobovat vyšší volatilitu úrokových měr v ekonomice. Za těmito účely byl model uzpůsoben reáliím české ekonomiky a vybrané parametry modelu byly odhadnuty bayesovským způsobem. Základním atributem ekonomiky ČR je vysoká míra otevřenosti. Proto byla provedena podrobná analýza dovozních náročností jednotlivých složek HDP, jejíž výsledky jsou zhruba v souladu s literaturou.

Dostupná finanční data poukazují na významný proticyklický charakter úrokového rozpětí. Zejména v krizovém roce 2009 tržní úrokové sazby reflektovaly měnověpolitické uvolnění pouze v omezeném rozsahu. Modelový mechanizmus finančních frikcí, který byl do modelu ekonomiky ČR v této práci implementován, zahrnuje tento prvek proticyklického vývoje úrokového rozpětí. V situaci zvýšeného rizika totiž banky musí odepisovat vyšší podíl úvěrů v selhání a své ztráty kompenzují neochotou snižovat klientské úrokové sazby pro nové úvěry. Tímto způsobem je brzděn efekt měnověpolitického snížení úrokových sazeb do reálných veličin.

Z šokové dekompozice modelových proměnných je patrné, že míra vlivu finančních frikcí není stejná napříč jednotlivými proměnnými. Relativně silněji se finanční frikce projevují při vysvětlení cyklu investic a veličin bezprostředně na investice navázaných. Jelikož investice jsou nejvolatilnější složkou HDP, tak i efekty změn růstu samotného HDP jsou z nemalé části dány právě šoky identifikovanými ve finanční oblasti. S přihlédnutím k tomu, že ČR je malou otevřenou ekonomikou, velká část domácích fluktuací je dána vývojem zahraniční poptávky. Z tohoto důvodu není překvapivé, že finanční frikce nejsou s výjimkou investic stěžejním vysvětlujícím faktorem u žádné ze zkoumaných veličin. Průměrný vliv finančních frikcí na fluktuace hospodářského cyklu je na celé minulosti kvantifikován v rozmezí 8–15 %.

Efekty finančních frikcí jsou také časově proměnlivé a v minulosti dobře korelují s úrovněmi úrokového rozpětí. Zatímco fluktuace růstu HDP v letech 2007 – 2009 jsou vysvětleny zhruba z 1/3 pomocí identifikovaných šoků ve finanční oblasti, v ostatních letech (tj. před i po finanční krizi) je dopad finančních frikcí do HDP mnohem méně patrný.

Z analýzy funkcí odezvy na měnověpolitický šok se potvrzuje závěr z BGG (1999), podle kterého se šokové změny v úrokových sazbách do zbytku ekonomiky přelévají s multiplikačním efektem v porovnání s modelem neobsahujícím mechanizmus finančních frikcí. Důsledek finančních frikcí je v reakci na měnověpolitický šok nejpatrnější v investicích, jejichž amplituda v reakci na šok je zhruba o 50 % silnější než by tomu bylo v modelu bez finančních frikcí. Pokud bychom namísto úrokové sazby v tomto experimentu zafixovali míru hospodářského poklesu, pak by reakce měnové

politiky byla razantnější v modelu obsahujícím finanční frikce. Hypotéza vyšší volatility úrokových sazeb se tak při přítomnosti finančních frikcí potvrzuje.

Kvalita výsledků provedených experimentů je samozřejmě do značné míry podmíněna kvalitou bayesovského odhadu modelových parametrů.

10 Reference

Adolfson, M., Laséen, S., Lindé, J. and Villani, M. (2008): Evaluating an Estimated New Keynesian Small Open Economy Model, *Journal of Economic Dynamics and Control*, (32) 2690-2721.

Ambriško, R., Babecký, J., Ryšánek, J. and Valenta, V. (2012): Assessing the Impact of Fiscal Measures on the Czech Economy, *Working Paper Series* 15/2012, Czech National Bank.

An, S. and Schorfheide, F. (2007): Bayesian Analysis of DSGE Models, *Econometric Reviews*, Taylor and Francis Journals, 26(2-4), 113-172.

Anderson, G. and Moore, G. (1985): A Linear Algebraic Procedure for Solving Linear Perfect Foresight Models, Economics Letters, 17(3), 247-252.

Anderson, G. (2006): Solving Linear Rational Expectations Models: A Horse Race, Finance and Economics Discussion Series

Andrle, M. , Hlédik, T., Kameník, O. and Vlček J. (2009): Implementing the New Structural Model in the Czech National Bank, *Working Paper Series* 2/2009, Czech National Bank.

Ansley, C. and Kohn, R. (1982): A Geometrical Derivation of the Fixed Smoothing Algorithm, Biometrika, (69) 486-487.

Babetskaia-Kukharchuk, O. (2007): Transmission of Exchange Rate Shocks into Domestic Inflation: The Case of the Czech Republic, *Working Paper Series* 12/2007, Czech National Bank.

Baker, H. (2009): *Dividends and Dividend Policy*, Wiley&Sons, Hoboken, NJ.

Beneš, J. and Fukač, M. (2011): Everything You Always Wanted to Know about Unit Root Models (but were afraid to ask), IRIS Toolbox Knowledge Base Article 2, [code.google.com/p/iris-toolbox-project].

Bernanke, B., Gertler, M. and Gilchrist, S. (1999): The Financial Accelerator in a Quantitative Business Cucle Framework, in: *Handbook of Macroeconomics* (Taylor, J. a Woodford, M.), Elsevier, Amsterdam, 1341-1393.

Beveridge, S. and Nelson, C. (1981): A New Approach to Decomposition of Economic Time Series into Permanent and Transitory Components with Particular Attention to the Measurement of the Business Cycle, Journal of Monetary Economics, 7, 151-174.

Blanchard, O. and Kahn, C. (1980): The Solution of Difference Equations Under Rational Expectations, *Econometrica*, 48(5), 1305-1311.

Brav, A., Graham, J., Harvey, C. and Michaely, R. (2003): Payout Policy in the 21st Century, *Working Paper* 9657, NBER.

Brůha, J. (2011): Retail Credit Premiums and Macroeconomic Developments, *Zpráva o finanční stabilitě 2010/2011* (4), Česká národní banka, 133-140.

Buriel, P., Fernández-Villaverde, J. and Rubio-Ramírez, J. (2010): MEDEA: a DSGE Model for the Spanish Economy, *Spanish Economic Association*, 1(1), 175-243.

Burns, A. and Mitchell, W. (1946): Measuring Business Cycles, NBER, New York.

Bussière, M., Callegari, G., Ghironi, F., Sestieri, G. and Yamano, N. (2011): Estimating Trade Elasticities: Demand Composition and the Trade Collapse of 2008-09, *Working Paper* 17712, NBER.

Calvo, G. (1983): Staggered Prices in a Utility Maximizing Framework, *Journal of Monetary Economics*, 12, 383-398.

Canova, F. (2007): *Methods for Applied Macroeconomic Research*, Princeton University Press, Princeton, NJ.

Christ, C. (1955): *Introduction to Input-Output Analysis: An Appraisal*, NBER, Princeton University Press, Princeton, NJ [http://www.nber.org/chapters/c2866].

Christiano, L., Eichenbaum, M. and Evans, C. (2005): Nominal Rigidities and the Dynamic Effects of a Shock to Monetary Policy, *Journal of Political Economy*, 113(1), 1-45.

Christiano, L., Motto, R. and Rostagno, M. (2008): Shocks, Structures or Monetary Policies? The Euro Area and US after 2001, *Journal of Economic Dynamics and Control*, 32(8), 2476-2506.

Christiano, L., Trabandt, M. and Walentin, C. (2010): DSGE Models for Monetary Policy Analysis, *Working Paper* 16074, NBER.

Christiano, L., Trabandt, M. and Walentin, C. (2011): Introducing Financial Frictions and Unemployment into a Small Open Economy Model, *Journal of Economic Dynamics and Control*, 35(12), 1999-2041.

DeJong, D. and Dave, C. (2007): *Structural Macroeconometrics*, Princeton University Press, Princeton, NJ.

De Jong, P. (1991): The Diffuse Kalman Filter, *The Annals of Statistics*, 19(2), 1073-1083.

Dhillon, U. and Johnson, H. (1994): The Effect of Dividend Changes on Stock and Bond Prices, *Journal of Finance*, 49(1), 281-289.

Dixit, A. and Stiglitz, J. (1977): Monopolistic Competition and Optimum Product Diversity, *American Economic Review*, 67(3), 297-308.

Eichenbaum, M. and Evans, C. (1993): Some Empirical Evidence on the Effects of Monetary Policy Shocks on Exchange Rates,*Working Paper* 4271, NBER.

Erceg, C., Henderson, D. and Levin, A. (2000): Optimal Monetary Policy with Staggered Wage and Price Contracts, Journal of Monetary Economics, 46, 281-313.

Fernández-Villaverde, J. and Rubio-Ramírez, J. (2004): Comparing Dynamic Equilibrium Models to Data: A Bayesian Approach, *Journal of Econometrics*, 123, 153-187.

Fernández-Villaverde, J. and Rubio-Ramírez, J. (2006): A Baseline DSGE Model, mimeo.

Filipozzi, F. and Staehr, K. (2012): Uncovered Interest Parity in Central and Eastern Europe: Convergence ans the Global Financial Crisis, *Discussions on Estonian Economic Policy: Theory and Practice of Economic Policy*, 20(1), 58-82.

Friedman, M. and Schwartz, A. (1963): *A Monetary History of the United States, 1867-1960*, Princeton University Press, Princeton, NJ.

Fuhrer, J. (2000): Habit Formation in Consumption and its Implication for Monetary Policy Models, *American Economic Review*, 90(3), 367-390.

Hamilton, J. (1994): Time Series Analysis, Princeton University Press, Princeton, NJ.

Hansen, G. (1985): Indivisible Labor and the Business Cycle, *Journal of Monetary Economics*, 15, 309-328.

Havránek, T., Horváth, R. and Matějů, J. (2010): Do Financial Variables Help Predict Macroeconomic Environment? The Case of the Czech Republic, *Working Paper Series* 6/2010, Czech National Bank.

Hodrick, R. and Prescott, E. (1997): Postwar U.S. Business Cycles: An Empirical Investigation, *Journal of Money, Credit, and Banking*, 29(1), 1-16.

Iacoviello, M. (2005): House Prices, Borrowing Constraints, and Monetary Policy in the Business Cycle, *American Economic Review*, 95(3), 739-764.

Ireland, P. (2004): A Method to Taking Models to the Data, *Journal of Economic Dynamics and Control*, 28, 1205-1226.

Jílek, J. (2004): *Peníze a měnová politika*, Grada, Praha.

Jones, J. (2002): Has Fiscal Policy Halped Stabilize the Postwar U.S. Economy?, *Journal of Monetary Economics*, 49(4), 709-746.

Juillard, M. and Laxton, D. (1996): A Robust and Efficient Method for Solving Nonlinear Rational Expectations Models, *IMF Working Papers* 96/106, International Monetary Fund.

Junius, T. and Oosterhaven, J. (2003): The Solution of Updating or Regionalizing a Matrix with both Positive and Negative Entries, *Economic Systems Research*, 15(1), 87-96.

Klein, P. (2000): Using the Generalized Schur Form to Solve a Multivariate Linear Rational Expectations Model, *Journal of Economic Dynamics and Control*, 24(10), 1405-1423.

Koop, G. (2003): *Bayesian Econometrics*, Wiley&Sons, Chichester.

Král, P. (2004): Identification and Measurement of Relationships Concerning Inflow of FDI: The Case of the Czech Republic, *Working Paper Series* 5/2004, Czech National Bank.

Kiyotaki, N. and Moore, J. (1997): Credit Cycles, *Journal of Political Economy*, 105(2), 211-248.

Kydland, F. and Prescott, E. (1982): Time to Build and Aggregate Fluctuations, *Econometrica*, (50) 1345-1371.

Lancaster, T. (2004): *Introduction to Modern Bayesian Econometrics*, Blackwell Publishing, Carlton.

Leontief, W. (1951): Input-Output Economics, *Scientific American*, 4, 15-21.

Lintner, J. (1956): Distribution of Incomes of Corporations among Dividends, Retained Earnings, and Taxes, *American Economic Review*, 46(2), 97-113.

Lucas, R. (1976): Econometric Policy Evaluation: A Critique, *Carnegie-Rochester Conference Series on Public Policy*, (1) 19-46.

Lütkepohl, H. (2005): *A New Introduction to Multiple Time Series Analysis*, Springer-Verlag, Berlin.

Mandel, M. a Tomšík, V. (2003): *Monetární ekonomie v malé otevřené ekonomice*, Management Press, Praha.

McCandless, G. (2008): *ABCs of RBCs*, Harvard University Press, Cambridge.

Mendoza, E., Razin, A. and Tesar, L. (1994): Effective Tax Rates in Macroeconomics: Cross-Country Estimates of Tax Rates on Factor Incomes and Consumption, *Journal of Monetary Economics*, 34(3), 297-323.

Miller, M. and Modigliani, F. (1961): Dividend Policy, Growth and the Valuation of Shares, *Journal of Business*, 34(4), 411-433.

Pang, K. and Siklos, P. (2010): Financial Frictions and Credit Spreads, *Working Paper Series* 15/2010, Czech National Bank.

Rojíček, M. (2009): Strukturální aspekty konkurenceschopnosti české ekonomiky, *Dizertační práce*, VŠE Praha.

Romer, D. (2006): *Advanced Macroeconomics*, McGraw-Hill, NY.

Ryšánek, J. (2012): Dealing with Fiscal Data Uncertainty (DSGE-VAR Approach), in: Doucek, P., Nedomová, L., *Sborník prací účastníků vědeckého semináře doktorského studia FIS VŠE*, Oeconomica, Praha.

Ryšánek, J., Tonner, J., Tvrz, S. and Vašíček, O. (2012): Monetary Policy Implications of Financial Frictions in the Czech Republic, *Finance a úvěr*, 62(5), 413-429.

Schmitt-Grohé, S. and Uribe, M. (2003): Closing Small Open Economy Models, *Journal of International Economics*, (61) 163-185.

Sims, C. (1980): Macroeconomics and Reality, *Econometrica*, 48(1), 1-48.

Sims, C. (2001): Solving Linear Rational Expectations Models, *Computational Economics*, 20(1), 1-20.

Smets, F. and Wouters, R. (2004): Forecasting with a Bayesian DSGE Model: An Application to the Euro Area, *ECB Working Paper* (389).

Sollow, R. (1956): A Contribution to the Theory of Economic Growth, *Quarterly Journal of Economics*, 70, 65-94.

Taylor, J. (1993): Discretion Versus Policy Rules in Practice, *Carnegie-Rochester Conference Series on Public Policy*, North-Holland, 39, 195-214.

Townsend, R. (1979): Optimal Contracts and Competitive Markets with Costly State Verification, *Journal of Economic Theory*, 21, 265-293.

Uhlig, H. (1995): A Toolkit for Analyzing Nonlinear Dynamic Stochastic Models Easily, *Discussion Paper* 1995-97, Tilburg University, Center for Economic Research.

Příloha 1 – Algoritmus řešení racionálních očekávání

V hlavním textu dizertační práce byla představena základní intuice metod řešení racionálních očekávání v linearizovaných dynamických systémech (kapitola 4.3). Tato příloha obsahuje konkrétní způsob řešení, které navrhuje Sims (2001).

Vyjdeme z modelu ve tvaru n linearizovaných rovnic pro n proměnných

$$\boldsymbol{\Gamma_0 y}_t = \boldsymbol{\Gamma_1 y}_{t-1} + \boldsymbol{C} + \boldsymbol{\Psi z}_t + \boldsymbol{\Pi \eta}_t, \tag{P1}$$

kde vektor modelových proměnných, $\boldsymbol{y}_t$, nemusí obsahovat každou z n proměnných ve stejném čase (část z nich může být i v předhledící [63]). $\boldsymbol{\Gamma_0}$, $\boldsymbol{\Gamma_1}$ a $\boldsymbol{\Psi}$ jsou matice odpovídajících rozměrů, symbolem $\boldsymbol{C}$ je značen vektor konstantních členů v jednotlivých rovnicích, $\boldsymbol{z}_t$ obsahuje vektor p exogenních šoků a $\boldsymbol{\eta}_t$ je vektor chyb očekávání (*expectational error*), jehož odstranění je součástí modelového řešení. Tento vektor je přenásoben maticí $\boldsymbol{\Pi}$ nula-jednotkových indikátorů přítomnosti operátoru očekávání, $\mathbb{E}_t$, v jednotlivých rovnicích[64]. Forma maticového tvaru soustavy rovnic (P1) je univerzální pro širokou třídu modelů, které obsahují očekávané proměnné na libovolný počet period dopředu, stejně tak libovolnou délku zpoždění. Přítomnost každé takové proměnné lze totiž eliminovat pomocí dodatečné rovnice a umělé proměnné (Lütkepohl, 2005)[65].

Konečným výsledkem řešení racionálních očekávání je transformace původního modelu obsahujícího očekávané budoucí proměnné (tj. systému rovnic P1) do tvaru omezené VAR reprezentace[66]. Dynamika transformovaného systému je striktně zpěthledící, kdy všechny modelové proměnné jsou funkcí proměnných predeterminovaných. Vpředhledící charakter modelu je do VAR reprezentace zahrnut pomocí dodatečných multiplikátorů,

[63] Pokud jednotlivé složky vektoru $\boldsymbol{y}_t$ označíme jako x, pak konkrétní podoba $\boldsymbol{y}_t$ může být např. $\begin{bmatrix} x_{1,t} \\ \mathbb{E}_t(x_{2,t+1}) \end{bmatrix}$.

[64] Pokud v systému pro 3 rovnice 1. a 3. obsahují operátor $\mathbb{E}_t$, pak $\boldsymbol{\Pi} = \begin{bmatrix} 1 & 0 \\ 0 & 0 \\ 0 & 1 \end{bmatrix}$.

[65] Vyskytuje-li se v modelu např. zpožděná proměnná x_{t-2}, pak zavedeme umělou proměnnou z_t a přidáme do modelu dodatečnou rovnici $z_t = x_{t-1}$. Následně každý výskyt x_{t-2} nahradíme výrazem z_{t-1}.

[66] V případě, že zadání modelu neobsahuje žádnou vpředhledící proměnnou, algoritmus podá výsledek, který je srovnatelný s přístupem vektorové autoregrese pro dané identifikační schéma (přístup SVAR).

které vyjadřují vztah vektoru endogenních proměnných v aktuálním čase (*t*) a budoucích očekávaných šoků v čase (*t*+*s*). Neboli

$$\boldsymbol{y}_t = \boldsymbol{\Theta}\boldsymbol{y}_{t-1} + \boldsymbol{\Phi}^{\mathbf{1}}\boldsymbol{z}_t + \sum_{s=1}^{\infty} \boldsymbol{\Xi}^s \boldsymbol{\Phi}^{\mathbf{2}} \mathbb{E}_t(\boldsymbol{z}_{t+s}), \tag{P2}$$

kde $\boldsymbol{\Theta}_{n\times n}$, $\boldsymbol{\Phi}^{\mathbf{1,2}}_{n\times p}$ a $\boldsymbol{\Xi}_{n\times n}$ jsou matice odpovídající vyřešenému modelu. Předpokládáme, že $\lim_{s\to\infty} \boldsymbol{\Xi}^s \to \mathbf{0}_{n\times n}$, čímž je zaručeno, že očekávané šoky v daleké budoucnosti (*t*+*s*) nemají žádný vliv na změnu endogenních proměnných v čase (*t*). Matice $\boldsymbol{\Xi}$ je tak vícerozměrnou analogií diskontního faktoru, díky kterému síla vlivu budoucích očekávaných šoků geometricky klesá s délkou uvažovaného horizontu.

Konkrétní postup transformace systému (P1) do formy (P2) probíhá v těchto krocích – převod do kanonické reprezentace, rozdělení systému rovnic na stabilní a explozivní bloky, a eliminace vlivu operátoru očekávání (a chyb v očekávání) v jednotlivých rovnicích. Podstata těchto kroků je podrobně vysvětlena níže.

- *Kanonická reprezentace*

V první fázi se Simsův algoritmus (stejně jako většina analogických algoritmů) snaží o vyjádření rovnice (P1) do kanonického tvaru, ve kterém vektor endogenních proměnných, y_t, je vyjádřen jako funkce zbylých členů rovnice. Za tím účelem je možné celý systém (P1) přenásobit zleva inverzní maticí k matici $\boldsymbol{\Gamma}_{\mathbf{0}}$, za předpokladu, že taková matice existuje. Praktické aplikace rovnice (P1) mohou ale často vést na systém, který je singulární (McCandless, 2008), a proto je zapotřebí místo běžné inverze použít numericky robustnější nástroje. Simsův algoritmus za tímto účelem používá komplexní Schurovu dekompozici (tzv. QZ dekompozice) pro dvojici matic $\boldsymbol{\Gamma}_{\mathbf{0}}$ a $\boldsymbol{\Gamma}_{\mathbf{1}}$:

$$\boldsymbol{\Gamma}_{\mathbf{0}} = \boldsymbol{Q}'\boldsymbol{\Lambda}\boldsymbol{Z}',$$
$$\boldsymbol{\Gamma}_{\mathbf{1}} = \boldsymbol{Q}'\boldsymbol{\Omega}\boldsymbol{Z}',$$

kde matice $\boldsymbol{Q}$,$\boldsymbol{Z}$ jsou ortogonální, a tedy platí[67] $\boldsymbol{Q}'\boldsymbol{Q} = \boldsymbol{Q}\boldsymbol{Q}' = \boldsymbol{Z}'\boldsymbol{Z} = \boldsymbol{Z}\boldsymbol{Z}' = \boldsymbol{I}$. Matice $\boldsymbol{\Lambda}$, $\boldsymbol{\Omega}$ jsou horní trojúhelníkové.

Přenásobením systému rovnic (P1) maticí $\boldsymbol{Q}$ zleva a zavedením substituce $\boldsymbol{w}_t = \boldsymbol{Z}'\boldsymbol{y}_t$ dostaneme

$$\boldsymbol{\Lambda}\boldsymbol{w}_t = \boldsymbol{\Omega}\boldsymbol{w}_{t-1} + \boldsymbol{Q}\boldsymbol{C} + \boldsymbol{Q}\boldsymbol{\Pi}\boldsymbol{\eta}_t + \boldsymbol{Q}\boldsymbol{\Psi}\boldsymbol{z}_t. \qquad \text{(P3)}$$

Stabilita takového lineárního systému je popsatelná pomocí charakteristických čísel matice $[\boldsymbol{\Lambda}^{-1}\boldsymbol{\Omega}]$. Jelikož jak $\boldsymbol{\Lambda} = [\lambda_{ij}]$ tak $\boldsymbol{\Omega} = [\omega_{ij}]$ jsou horní trojúhelníkové matice, postačí charakteristická čísla spočítat pouhým dělením sobě odpovídajících diagonálních prvků. QZ dekompozice není unikátní, ale v každém případě platí, že podíl diagonálních prvků ω_{ii}/λ_{ii} je pro danou dvojici matic $\boldsymbol{\Gamma_0}$ a $\boldsymbol{\Gamma_1}$ jednoznačný.

- *Stabilní a nestabilní bloky rovnic*

Sims (2001) ukazuje, že systém (P3) lze vždy transformovat takovým způsobem, aby charakteristická čísla matice $[\boldsymbol{\Lambda}^{-1}\boldsymbol{\Omega}]$ tvořila vzestupnou posloupnost, a můžeme od sebe oddělit ta, která poukazují na dynamickou explozivnost lineárního systému (všechna $\omega_{ii}/\lambda_{ii} > 1$ v absolutní hodnotě), a ta, která systém v čase stabilizují ($\omega_{ii}/\lambda_{ii} < 1$)[68]. Podle počtu stabilizujících a destabilizujících charakteristických čísel rozdělíme systém (P3) blokovým způsobem, a převedeme ho tak do blokového tvaru

$$\begin{bmatrix} \boldsymbol{\Lambda_{11}} & \boldsymbol{\Lambda_{12}} \\ \boldsymbol{0} & \boldsymbol{\Lambda_{22}} \end{bmatrix} \begin{bmatrix} \boldsymbol{w}_{1,t} \\ \boldsymbol{w}_{2,t} \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} \boldsymbol{\Omega_{11}} & \boldsymbol{\Omega_{12}} \\ \boldsymbol{0} & \boldsymbol{\Omega_{22}} \end{bmatrix} \begin{bmatrix} \boldsymbol{w}_{1,t-1} \\ \boldsymbol{w}_{2,t-1} \end{bmatrix} + \begin{bmatrix} \boldsymbol{Q_1} \\ \boldsymbol{Q_2} \end{bmatrix} (\boldsymbol{C} + \boldsymbol{\Pi}\boldsymbol{\eta}_t + \boldsymbol{\Psi}\boldsymbol{z}_t). \qquad \text{(P4)}$$

Rovnice spadající do horního bloku (P4) korespondují se stabilní částí systému ($\omega_{ii}/\lambda_{ii} < 1$). Rovnice spadající do dolního bloku (P4) naopak představují explozivní část modelu (odpovídající $\omega_{ii}/\lambda_{ii} > 1$) a jejich stabilní řešení je determinováno budoucím očekávaným vývojem endogenních veličin. Toto řešení obstaráme vpředhledící záměnou (*forward substitution*), viz dále.

[67] Transpozice komplexních matic probíhá nahrazením každého prvku matice jeho konjugovaným doplňkem (*complex conjugation*) a následnou transpozicí .

[68] Implementace v MATLABu takovéto transformace modelu při nezměněných dynamických vlastnostech je přímo na stránkách prof. Simse (www.princeton.edu/~sims), viz funkce `qzdiv()` a `qzswitch()`.

- *Řešení explozivního bloku*

Nyní pracujeme pouze se spodním blokem rovnic (P4) v kanonickém tvaru, z praktického důvodu dynamicky posunutým o jedno období vpřed:

$$\boldsymbol{w}_{2,t+1} = \boldsymbol{\Lambda}_{22}^{-1}\boldsymbol{\Omega}_{22}\boldsymbol{w}_{2,t} + \boldsymbol{\Lambda}_{22}^{-1}\boldsymbol{Q}_2(\boldsymbol{C} + \boldsymbol{\Pi}\boldsymbol{\eta}_{t+1} + \boldsymbol{\Psi}\boldsymbol{z}_{t+1}).$$

Jelikož matice $\boldsymbol{\Lambda}_{22}^{-1}\boldsymbol{\Omega}_{22}$ má charakteristická čísla vně jednotkového kruhu, pro její inverzi musí platit přesný opak, a tedy stabilita spodního bloku systému (P4) je definovatelná pouze vpředhledícím způsobem. Po zavedení substituce $\boldsymbol{M} = (\boldsymbol{\Lambda}_{22}^{-1}\boldsymbol{\Omega}_{22})^{-1} = \boldsymbol{\Omega}_{22}^{-1}\boldsymbol{\Lambda}_{22}$ a vyřešením vpřed pomocí substituce dostaneme (pro srovnání viz rovnice (8) subkapitoly 4.3)

$$\begin{aligned}
\boldsymbol{w}_{2,t} &= \mathbb{E}_t\left\{\boldsymbol{M}\boldsymbol{w}_{2,t+1} - \boldsymbol{\Omega}_{22}^{-1}\boldsymbol{Q}_2(\boldsymbol{C} + \boldsymbol{\Pi}\boldsymbol{\eta}_{t+1} + \boldsymbol{\Psi}\boldsymbol{z}_{t+1})\right\} \\
&= \mathbb{E}_t\left\{\boldsymbol{M}\left(\boldsymbol{M}\boldsymbol{w}_{2,t+2} - \boldsymbol{\Omega}_{22}^{-1}\boldsymbol{Q}_2(\boldsymbol{C} + \boldsymbol{\Pi}\boldsymbol{\eta}_{t+2} + \boldsymbol{\Psi}\boldsymbol{z}_{t+2})\right)\right. \\
&\qquad\qquad \left. - \boldsymbol{\Omega}_{22}^{-1}\boldsymbol{Q}_2(\boldsymbol{C} + \boldsymbol{\Pi}\boldsymbol{\eta}_{t+1} + \boldsymbol{\Psi}\boldsymbol{z}_{t+1})\right\} \\
&\ \ \vdots \\
&= -\mathbb{E}_t\left\{\sum_{s=0}^{\infty}\boldsymbol{M}^s\boldsymbol{\Omega}_{22}^{-1}\boldsymbol{Q}_2(\boldsymbol{C} + \boldsymbol{\Pi}\boldsymbol{\eta}_{t+s+1} + \boldsymbol{\Psi}\boldsymbol{z}_{t+s+1})\right\} \\
&= (\boldsymbol{\Lambda}_{22} - \boldsymbol{\Omega}_{22})^{-1}\boldsymbol{Q}_2\boldsymbol{C} - \mathbb{E}_t\left\{\sum_{s=0}^{\infty}\boldsymbol{M}^s\boldsymbol{\Omega}_{22}^{-1}\boldsymbol{Q}_2(\boldsymbol{\Pi}\boldsymbol{\eta}_{t+s+1} + \boldsymbol{\Psi}\boldsymbol{z}_{t+s+1})\right\}. \qquad \text{(P5)}
\end{aligned}$$

Vektor konstantních členů, $\boldsymbol{C}$, není závislý na čase, a proto ho v rovnici (P5) můžeme vyjádřit bez závislosti na operátoru očekávání[69].

[69] Konkrétní odvození rovnice (P5), které Sims (2001) neuvádí, může vypadat takto:

$$-\sum_{s=0}^{\infty}\boldsymbol{M}^s\boldsymbol{\Omega}_{22}^{-1}\boldsymbol{Q}_2\boldsymbol{C} = \underbrace{\left[\sum_{s=0}^{\infty}\left(\boldsymbol{\Omega}_{22}^{-1}\boldsymbol{\Lambda}_{22}\right)^s\right]}_{\text{geometrická řada}}\left(-\boldsymbol{\Omega}_{22}^{-1}\boldsymbol{Q}_2\boldsymbol{C}\right) =$$

$$= \underbrace{\left(\boldsymbol{I} - \boldsymbol{\Omega}_{22}^{-1}\boldsymbol{\Lambda}_{22}\right)^{-1}(-\boldsymbol{\Omega}_{22}^{-1}}_{A^{-1}B^{-1}=(BA)^{-1}}\boldsymbol{Q}_2\boldsymbol{C}) = \left[\boldsymbol{\Omega}_{22}\left(\boldsymbol{I} - \boldsymbol{\Omega}_{22}^{-1}\boldsymbol{\Lambda}_{22}\right)\right]^{-1}(-\boldsymbol{Q}_2\boldsymbol{C}) =$$

$$= \left[\boldsymbol{\Omega}_{22} - \underbrace{\boldsymbol{\Omega}_{22}\boldsymbol{\Omega}_{22}^{-1}}_{AA^{-1}=I}\boldsymbol{\Lambda}_{22}\right]^{-1}(-\boldsymbol{Q}_2\boldsymbol{C}) = \underbrace{(\boldsymbol{\Omega}_{22} - \boldsymbol{\Lambda}_{22})^{-1}(-}_{-A^{-1}=(-A)^{-1}}\boldsymbol{Q}_2\boldsymbol{C}) = (\boldsymbol{\Lambda}_{22} - \boldsymbol{\Omega}_{22})^{-1}(\boldsymbol{Q}_2\boldsymbol{C}).$$

- *Eliminace vektoru chyb v očekávání* $\boldsymbol{\eta}_t$

Výraz (P5) je stále částečně podmíněný budoucím očekáváním, a zejména chybou v očekávání, $\boldsymbol{\eta}_{t+s+1}$, která algebraicky kompenzuje rozdíl mezi očekávanou a realizovanou hodnotou $\boldsymbol{w}_{2,t}$. Pokud je v modelu splněna Blanchard-Kahnova podmínka, tj. počet vpředhledících proměnných odpovídá dimenzi explozivního bloku (P5), pak vliv jednotlivých šoků $\boldsymbol{z}_{t+s+1}$ lze vždy kompenzovat prostřednictvím příslušného nastavení vektoru $\boldsymbol{\eta}_{t+s+1}$, a operátor očekávání je tak v systému (P5) zbytečný, neboť konkrétní volbou vektoru $\boldsymbol{\eta}_{t+s+1}$ ve všech uvažovaných časech je možné docílit $(\boldsymbol{\Pi}\boldsymbol{\eta}_{t+s+1} + \boldsymbol{\Psi}\boldsymbol{z}_{t+s+1}) = 0 \ \forall t, \forall s$.

Díky formě matice $\boldsymbol{\Pi}$ avšak není možné kompenzovat exogenní šoky v horním (stabilním) bloku rovnic (P4). Konečné řešení racionálních očekávání je tak potřeba oprostit od endogenní vazby vektoru $\boldsymbol{\eta}_t$ na $\boldsymbol{z}_t$. K tomu je možné vypomoci si právě blokem stabilních rovnic (P4) a zkonstruovat takovou lineární kombinaci obou bloků systému (P4), na základě které vektor $\boldsymbol{\eta}_t$ bude zcela eliminován.

Bloky stabilních, resp. explozivních rovnic obsahují multiplikátor vektoru $\boldsymbol{\eta}_t$ ve tvaru $\boldsymbol{Q_1}\boldsymbol{\Pi}$, resp. $\boldsymbol{Q_2}\boldsymbol{\Pi}$. Vzájemný vztah těchto multiplikátorů je možné vystihnout maticovou rovnicí

$$\boldsymbol{Q_1}\boldsymbol{\Pi} = \boldsymbol{\Upsilon}\boldsymbol{Q_2}\boldsymbol{\Pi}, \tag{P6}$$

kde $\boldsymbol{\Upsilon}$ je obecně jakákoliv matice zvolená tak, aby vztah (P6) byl platný[70].

[70] V případě, že matice $\boldsymbol{Q_2}\boldsymbol{\Pi}$ je regulární, pak stačí přenásobit (P6) její inverzí zprava pro dopočet $\boldsymbol{\Upsilon}$:

$$\boldsymbol{\Upsilon} = \boldsymbol{Q_1}\boldsymbol{\Pi}(\boldsymbol{Q_2}\boldsymbol{\Pi})^{-1}. \tag{P7}$$

Numericky robustnější postup spočívá v aplikaci rozkladu na singulární hodnoty (*singular value decomposition*), kdy položíme

$$\mathrm{svd}(\boldsymbol{Q_1}\boldsymbol{\Pi}) = \boldsymbol{UDV}',$$
$$\mathrm{svd}(\boldsymbol{Q_2}\boldsymbol{\Pi}) = \boldsymbol{TCW}',$$

kde jednotlivé vektory každé z matic $\boldsymbol{U}, \boldsymbol{T}, \boldsymbol{V}$ a $\boldsymbol{W}$ tvoří ortonormální bázi, matice $\boldsymbol{D}$ a $\boldsymbol{C}$ jsou čtvercové a diagonální. V souladu s (P7) potom platí

$$\boldsymbol{\Upsilon} = \boldsymbol{UDV}' \underbrace{(\boldsymbol{TCW}')^{-1}}_{(AB)^{-1}=B^{-1}A^{-1}} = \boldsymbol{UDV}' \underbrace{(\boldsymbol{W}')^{-1}}_{A'A=I \text{ (ortonormální)}} (\boldsymbol{TC})^{-1} = \boldsymbol{UDV}'\boldsymbol{WC}^{-1}\boldsymbol{T}'.$$

Přenásobením systému (P4) maticí $[\mathbf{I}, -\boldsymbol{\Upsilon}]$ zleva anuluje vliv vektoru $\boldsymbol{\eta}$ na stabilní část systému,

$$[\mathbf{I}, -\boldsymbol{\Upsilon}]\begin{bmatrix}\boldsymbol{\Lambda_{11}} & \boldsymbol{\Lambda_{12}}\\ \mathbf{0} & \boldsymbol{\Lambda_{22}}\end{bmatrix}\begin{bmatrix}\boldsymbol{w_{1,t}}\\ \boldsymbol{w_{2,t}}\end{bmatrix} = [\mathbf{I}, -\boldsymbol{\Upsilon}]\begin{bmatrix}\boldsymbol{\Omega_{11}} & \boldsymbol{\Omega_{12}}\\ \mathbf{0} & \boldsymbol{\Omega_{22}}\end{bmatrix}\begin{bmatrix}\boldsymbol{w_{1,t-1}}\\ \boldsymbol{w_{2,t-1}}\end{bmatrix} + [\mathbf{I}, -\boldsymbol{\Upsilon}]\begin{bmatrix}\boldsymbol{Q_1}\\ \boldsymbol{Q_2}\end{bmatrix}(\boldsymbol{C} + \boldsymbol{\Psi} z_t), \tag{P8}$$

kde složka chyby v očekávání, $\boldsymbol{\Pi}\eta_t$, je eliminována – platí totiž

$$[\mathbf{I}, -\boldsymbol{\Upsilon}]\begin{bmatrix}\boldsymbol{Q_1\Pi}\\ \boldsymbol{Q_2\Pi}\end{bmatrix} = [\mathbf{I}, -\boldsymbol{\Upsilon}]\begin{bmatrix}\boldsymbol{\Upsilon Q_2\Pi}\\ \boldsymbol{Q_2\Pi}\end{bmatrix} = \mathbf{0}.$$

Roznásobením systému (P8) a jeho sloučením s řešením explozivního bloku (P5) dostaneme

$$\begin{bmatrix}\boldsymbol{\Lambda_{11}} & \boldsymbol{\Lambda_{12}} - \boldsymbol{\Upsilon\Lambda_{22}}\\ \mathbf{0} & \mathbf{I}\end{bmatrix}\begin{bmatrix}\boldsymbol{w_{1,t}}\\ \boldsymbol{w_{2,t}}\end{bmatrix} = \begin{bmatrix}\boldsymbol{\Omega_{11}} & \boldsymbol{\Omega_{12}} - \boldsymbol{\Upsilon\Omega_{22}}\\ \mathbf{0} & \mathbf{0}\end{bmatrix}\begin{bmatrix}\boldsymbol{w_{1,t-1}}\\ \boldsymbol{w_{2,t-1}}\end{bmatrix} + \begin{bmatrix}\boldsymbol{Q_1} - \boldsymbol{\Upsilon Q_2}\\ (\boldsymbol{\Lambda_{22}} - \boldsymbol{\Omega_{22}})^{-1}\boldsymbol{Q_2}\end{bmatrix}\boldsymbol{C} + \begin{bmatrix}\boldsymbol{Q_1} - \boldsymbol{\Upsilon Q_2}\\ \mathbf{0}\end{bmatrix}\boldsymbol{\Psi} z_t - \begin{bmatrix}\mathbf{0}\\ \sum_{s=0}^{\infty}\left(\boldsymbol{M}^s\boldsymbol{\Omega}_{22}^{-1}\boldsymbol{Q_2}\boldsymbol{\Psi z}_{t+s+1}\right)\end{bmatrix},$$

a zpětnou substitucí na původní modelové veličiny $\boldsymbol{y}_t = \boldsymbol{Z}\boldsymbol{w}_t = \boldsymbol{Z}\begin{bmatrix}\boldsymbol{w_{1,t}}\\ \boldsymbol{w_{2,t}}\end{bmatrix}$ dostaneme

$$\boldsymbol{y}_t = \boldsymbol{ZH}\begin{bmatrix}\boldsymbol{\Omega_{11}} & \boldsymbol{\Omega_{12}} - \boldsymbol{\Upsilon\Omega_{22}}\\ \mathbf{0} & \mathbf{0}\end{bmatrix}\boldsymbol{Z}'\boldsymbol{y}_{t-1} + \boldsymbol{ZH}\begin{bmatrix}\boldsymbol{Q_1} - \boldsymbol{\Upsilon Q_2}\\ (\boldsymbol{\Lambda_{22}} - \boldsymbol{\Omega_{22}})^{-1}\boldsymbol{Q_2}\end{bmatrix}\boldsymbol{C} + \boldsymbol{ZH}\begin{bmatrix}\boldsymbol{Q_1} - \boldsymbol{\Upsilon Q_2}\\ \mathbf{0}\end{bmatrix}\boldsymbol{\Psi z}_t - \boldsymbol{ZH}\begin{bmatrix}\mathbf{0}\\ \mathbb{E}_t\left\{\sum_{s=0}^{\infty}(\boldsymbol{M}^s\boldsymbol{\Omega}_{22}^{-1}\boldsymbol{Q_2}\boldsymbol{\Psi z}_{t+s+1})\right\}\end{bmatrix}, \tag{P9}$$

kde

$$\boldsymbol{H} = \begin{bmatrix}\boldsymbol{\Lambda_{11}} & \boldsymbol{\Lambda_{12}} - \boldsymbol{\Upsilon\Lambda_{22}}\\ \mathbf{0} & \mathbf{I}\end{bmatrix}^{-1}.$$

Operátor očekávání, $\mathbb{E}_t$, je do explozivního bloku rovnic přidán nazpět z důvodu předpokládaných nulových chyb očekávání ($\boldsymbol{\eta}_t = \mathbf{0}$), což odpovídá konceptu *perfect foresight*, kdy simulace modelu je podmíněná předpokládanými budoucími šoky.

Systém (P9) svým tvarem odpovídá řešení modelu (P2).

Příloha 2 – Kalmanův filtr

Analýza lineárních dynamických systémů ve stavovém prostoru v zásadě spadá do třídy optimalizačních úloh, kdy pro nepozorované (stavové) proměnné modelu odhadujeme jejich trajektorie za současného minimalizování předem dané metriky. Taková metrika je zpravidla založena na reziduích modelu.

Kalmanův filtr optimalizační úlohu hledání optimálních trajektorií stavových veličin transformuje na rekurzivní odhady postupně pro všechna časová období, pro která máme k dispozici data. Místo numerických technik založených na gradientním spádu si Kalmanův filtr udržuje své optimální vlastnosti odhadů za použití standardní maticové algebry. Pro svou rychlost je tento algoritmus vhodný i pro vyčíslení věrohodnostní funkce, jelikož vedlejším produktem odhadovaných trajektorií nepozorovaných veličin jsou i identifikované šoky modelu. Omezujícím předpokladem použitelnosti Kalmanova filtru může být linearita dynamického systému.

Definujme linearizovaný model ve stavovém prostoru takto (značení podle Hamilton, 1994):

$$\boldsymbol{\xi}_t = \boldsymbol{F}(\boldsymbol{\phi})\boldsymbol{\xi}_{t-1} + \boldsymbol{G}(\boldsymbol{\phi})\boldsymbol{\epsilon}_t, \tag{P10}$$

$$\boldsymbol{y}_t = \boldsymbol{H}(\boldsymbol{\phi})\boldsymbol{\xi}_t + \boldsymbol{\omega}_t, \tag{P11}$$

kde rovnice (P10) představuje dynamiku nepozorovaných proměnných modelu $\boldsymbol{\xi}_t$ (*states*), rovnice (P11) pak odpovídá napojení modelu na pozorovaná data $\boldsymbol{y}_t$ (*measurements*). Rozměry vektorů $\boldsymbol{\xi}_t$ a $\boldsymbol{y}_t$ nemusí být stejné – zpravidla je pozorovaných dat řádově méně v porovnání s počtem modelových proměnných.

Vztahy mezi proměnnými modelu jsou v rovnicích (P10) a (P11) vyjádřeny prostřednictvím matic $\boldsymbol{F}(\boldsymbol{\phi})$, $\boldsymbol{G}(\boldsymbol{\phi})$ a $\boldsymbol{H}(\boldsymbol{\phi})$, které jsou podmíněné danou modelovou parametrizací, $\boldsymbol{\phi}$[71]. Jednotlivé rovnice také mohou či nemusí obsahovat exogenní

[71] Kromě uvedených vztahů lze v obou typech rovnic uvažovat další exogenní faktory, např. deterministické trendy.

šoky, $\boldsymbol{\epsilon}_t$ a $\boldsymbol{\omega}_t$, které musí vyhovovat několika předpokladům, aby bylo možno přímo aplikovat Kalmanův filtr.

Základním předpokladem je normální rozdělení šoků a jejich nevychýlenost, tj. nulové střední hodnoty. Neboli

$$\boldsymbol{\epsilon}_t \sim N(\mathbf{0}, \boldsymbol{Q}_t),$$
$$\boldsymbol{\omega}_t \sim N(\mathbf{0}, \boldsymbol{R}_t). \tag{P12}$$

V takovém případě Kalmanův filtr podává výsledky, které minimalizují střední kvadratickou chybu odhadovaných stavových veličin[72]. Dále jsou zpravidla splněny (ale nutně nemusí) předpoklady ohledně vzájemné korelační struktury šoků:

$$E(\boldsymbol{\epsilon}_t \boldsymbol{\omega}_s') = \mathbf{0}, \quad \forall t\ \forall s$$
$$E\left(\epsilon_{p,t}\epsilon_{q,t}'\right) = 0, E\left(\omega_{p,t}\omega_{q,t}'\right) = 0, \quad \forall t,\ p \neq q. \tag{P13}$$

Podmínka (P13) říká, že jednotlivé šoky ve stejném čase jsou navzájem nezkorelované, a příslušné kovarianční matice $\boldsymbol{Q}$ a $\boldsymbol{R}$ jsou tak diagonální. Časové indexy, *t*, u matic $\boldsymbol{Q}$ a $\boldsymbol{R}$ poukazují na fakt, že rozptyly jednotlivých šoků mohou být v čase proměnlivé, čehož využívám při aplikaci Kalmanova filtru na časové řady s chybějícími hodnotami (viz dále).

První kategorii šoků, $\boldsymbol{\epsilon}_t$, lze interpretovat jako strukturální exogenní faktory (*structural shocks, loading factors*), které jsou do modelu řetězeny prostřednictvím matice $\boldsymbol{G}$[73]. Druhou kategorii šoků, $\boldsymbol{\omega}_t$, lze interpretovat jako chyby měření pozorovaných dat (*measurement/observation errors*). Jelikož nepředpokládáme zkorelovanost jednotlivých chyb měření u většího množství veličin, vektor šoků $\boldsymbol{\omega}_t$ není přenásoben obdobou matice $\boldsymbol{G}$.

Rekurzivní algoritmus Kalmanova filtru probíhá ve dvou fázích (*forward/backward computation*). Nejprve výpočtem „vpřed“ postupně predikujeme hodnoty stavových

[72] Optimální odhadové vlastnosti Kalmanova filtru platí pouze ve třídě lineárních metod.
[73] Jeden konkrétní šok tak potenciálně může přímo ovlivňovat více veličin naráz v daném čase *t*.

veličin pro každý z časů t na základě informace do období t–1 (*Kalman filter*). Kromě samotné predikce stavových veličin také upravujeme s narůstajícím časem i kovarianční matici jejich odhadu. Ve druhé fázi výpočtem „vzad“ korigujeme předchozí odhady při znalosti informace z celého odhadovaného období (*Kalman smoother*).

Výpočet „vpřed“ zahrnuje sekvenci těchto kroků:

- Inicializace stavového vektoru $\boldsymbol{\xi}_{1|0}$ délky na kovarianční matice jeho odhadu $\boldsymbol{P}_{1|0}$ rozměru $n \times n$.

$$\boldsymbol{\xi}_{1|0} = \mathbf{0}_{n\times 1},$$

$$P_{1|0} = \mathbb{E}\{[\xi_1 - \mathbb{E}(\xi_1)][\xi_1 - \mathbb{E}(\xi_1)]'\} = \boldsymbol{I}_{n\times n},$$ [74]

  Symbolika $1|0$ značí časové přiřazení (t = 1) při znalosti informací do období předcházejícího (t = 0 – na začátku nemusí být k dispozici žádná informace).

- Pro všechna časová období $t = 1, \dots, T$postupně nejprve prodloužíme informační množinu $(t|t-1) \rightarrow (t|t)$:

$$\boldsymbol{\xi}_{t|t} = \boldsymbol{\xi}_{t|t-1} + \mathfrak{K}_t \boldsymbol{\omega}_t,$$

$$\boldsymbol{P}_{t|t} = \boldsymbol{P}_{t|t-1} - \mathfrak{K}_t \boldsymbol{H} \boldsymbol{P}_{t|t-1},$$

  kde $\boldsymbol{\omega}_t$ je vektor chyb měření dopočtený podle rovnice (P11) jako $\boldsymbol{\omega}_t = \boldsymbol{y}_t - \boldsymbol{H}(\phi)\boldsymbol{\xi}_{t|t-1}$. Symbol $\mathfrak{K}_t$ značí Kalmanovo zesílení (*Kalman gain*) aktuálního stavového vektoru s ohledem na pozorovaná data. Platí totiž

$$\mathfrak{K}_t = \boldsymbol{P}_{t|t-1} \boldsymbol{H}' \boldsymbol{\Sigma}_t^{-1},$$

$$\boldsymbol{\Sigma}_t = \boldsymbol{H} \boldsymbol{P}_{t|t-1} \boldsymbol{H}' + \boldsymbol{R}.$$

- V souladu se stavovou rovnicí (P10) konstruujeme předpovědi na jedno období dopředu, tj. posouváme časový horizont bez jakékoliv změny informační množiny $(t|t) \rightarrow (t+1|t)$:

[74] V případě, že všechna charakteristická čísla matice $\boldsymbol{F}$ jsou uvnitř jednotkového kruhu, lze kovarianční matici inicializovat jako $vec(\boldsymbol{P}_{1|0}) = [\boldsymbol{I}_{n^2} - \boldsymbol{F} \otimes \boldsymbol{F}]^{-1} \cdot vec(\boldsymbol{G}\boldsymbol{Q}\boldsymbol{G}')$, kde vec značí operátor vektorizace a symbol $\otimes$ Kroneckerův produkt, viz Hamilton (1994).

$$\boldsymbol{\xi}_{t+1|t} = \boldsymbol{F}\boldsymbol{\xi}_{t|t},$$

$$\boldsymbol{P}_{t+1|t} = \boldsymbol{F}\boldsymbol{P}_{t|t}\boldsymbol{F}' + \boldsymbol{G}\boldsymbol{Q}\boldsymbol{G}',$$

Po realizaci předchozích kroků pro všechna časová období až do $t = T$ následuje výpočet „vzad“, kdy odhadované trajektorie stavových veličin zpětně vyhlazujeme při znalosti celého datového souboru:

- Při znalosti filtrovaných veličin $\boldsymbol{\xi}_{t|t}$ a $\boldsymbol{P}_{t|t}$ pro všechna t konstruujeme $\boldsymbol{\xi}_{t|T}$ a $\boldsymbol{P}_{t|T}$ podle

$$\boldsymbol{\xi}_{t|T} = \boldsymbol{\xi}_{t|t} + \mathfrak{J}_t\left(\boldsymbol{\xi}_{t+1|T} - \boldsymbol{\xi}_{t+1|t}\right) \qquad t = T-1, \dots, 2, 1,$$

$$\boldsymbol{P}_{t|T} = \boldsymbol{P}_{t|t} + \mathfrak{J}_t\left(\boldsymbol{P}_{t+1|T} - \boldsymbol{P}_{t+1|t}\right)\mathfrak{J}_t' \qquad t = T-1, \dots, 2, 1,$$

  kde $\mathfrak{J}_{\mathrm{t}} = \boldsymbol{P}_{\mathrm{t|t}}\boldsymbol{F}'\boldsymbol{P}_{t+1|t}^{-1}$. Jelikož však invertibilita matice $\boldsymbol{P}$ není možná v případě, kdy model obsahuje proměnné, u kterých předpokládáme nulové chyby měření (např. úrokové sazby), můžeme tuto matici nahradit jejím rozkladem na charakteristická čísla a charakteristické vektory (Ansley and Kohn, 1982) a singulární dimenze tohoto rozkladu vypustit:

$$\boldsymbol{P}_{t+1|t} = \boldsymbol{S}\boldsymbol{\Lambda}\boldsymbol{S}', \qquad (\boldsymbol{S}'\boldsymbol{S} = \boldsymbol{S}\boldsymbol{S}' = \boldsymbol{I})$$

  kde $\boldsymbol{\Lambda}$ značí diagonální matici charakteristických čísel matice $\boldsymbol{P}_{t+1|t}$ zkrácenou o nulové prvky na hlavní diagonále. Taková matice je z definice invertibilní a místo $\mathfrak{J}_{\mathrm{t}}$ pak při výpočtu lze použít

$$\mathfrak{J}_t^* = \boldsymbol{P}_{\mathrm{t|t}}\boldsymbol{F}'\boldsymbol{S}\left(\boldsymbol{S}'\boldsymbol{P}_{t+1|t}\boldsymbol{S}\right)^{-1}\boldsymbol{S}'.$$

Tímto je výpočet Kalmanova filtru u konce. Takto představená verze algoritmu je ovšem vhodná pouze pro stacionarizované modely, což je pro potřeby této dizertační práce dostačující. Všechny časové řady jsou totiž s modelem propojeny po transformaci na procentní tempa růstu. V případě napojení modelu přímo na úrovňová data je možno využít speciální varianty algoritmu Kalmanova filtru – např. *diffuse Kalman filter* (de Jong, 1991).

Příloha 3 – Implementace nominálních strnulostí

V této příloze uvádím podrobné odvození nominálních strnulostí a jejich zapracování do modelové logiky. Zde uvedený postup je v souladu se strategií použitou v Erceg et al. (2000), příp. Calvo (1983), použitá symbolika kopíruje z velké části CTW (2011). V obecné rovině je tento postup aplikovatelný v případě jakýchkoliv cenových strnulostí, na tomto místě jako ilustraci uvádím konkrétní odvození strnulostí ve mzdách.

Erceg et al. (2000) navrhují odvození nabídky práce a mzdové dynamiky dvoustupňovým způsobem[75]. První stupeň tvoří jednotlivé domácnosti, které se specializují na různý typ práce, a mohou tak při mzdovém vyjednávání využít jistou monopolní sílu[76]. Druhý stupeň tvoří entita (různí autoři tuto entitu nazývají jako *employment agency*, případně *labor packer*), která nabízenou práci jednotlivých domácností agreguje pomocí produkční funkce ve finální nabídku práce (po vzoru Dixit and Stiglitz, 1977). Tímto způsobem lze do dynamiky mezd a nabídky práce zabudovat žádoucí strnulosti pozorované v datech.

Agregátor individuálních nabídek práce (tj. *employment agency*) pracuje s produkční funkcí typu CES

$$H_t = \left[\int_0^1 \left(h_t^j\right)^{\frac{1}{\psi_w}} dj \right]^{\psi_w}, \ \psi_w > 1 \tag{P14}$$

kde parametr $\psi_w > 1$ představuje elasticitu substituce jednotlivých individuálních nabídek práce h_t^j. Umocnění celého integrálu tímto parametrem zajistí konstantní výnosy z rozsahu (McCandless, 2008)[77].

Agregátor maximalizuje svůj zisk volbou objemu práce *j*-té domácnosti

[75] Erceg et al. (2000) adaptují postup Calvo (1983), standardně uplatňovaný při odvození cenových strnulostí, nejen ve třídě DSGE modelů.

[76] …na rozdíl od dokonale konkurenčního prostředí, ve kterém každá entita ceny a mzdovou sazbu přebírá z trhu.

[77] Fernández-Villaverde, J. a Rubio-Ramírez, J. (2006, str. 5) uvádějí interpretaci produkční funkce v závislosti na hodnotě elasticity substituce. Pokud $\psi_w \to 0$, vztah mezi individuálními nabídkami práce je ryze komplementární (produkční funkce leontiefského typu); v případě, že $\psi_w = 1$, jednotlivé prvky agregace jsou vzájemnými substituty; v případě, že $\psi_w \to \infty$, produkční funkce přechází do tvaru Cobba-Douglase.

$$\max_{\{h_t^j\}} W_t H_t - \int_0^1 w_t^j \, h_t^j dj,$$

z čehož dosazením produkční funkce (P14) za H_t dostaneme kriteriální funkci $\mathcal{F}$:

$$\mathcal{F} = \max_{\{h_t^j\}} W_t \left[\int_0^1 \left(h_t^j\right)^{\frac{1}{\psi_w}} dj \right]^{\psi_w} - \int_0^1 w_t^j \, h_t^j dj.$$

Pro optimální volbu h_t^j musí být splněno:

$$\frac{\partial \mathcal{F}}{\partial h_t^j} = W_t \psi_w \left[\int_0^1 \left(h_t^j\right)^{\frac{1}{\psi_w}} dj \right]^{\psi_w - 1} \frac{1}{\psi_w} \left(h_t^j\right)^{\frac{1}{\psi_w} - 1} - w_t^j = 0,$$

odkud dostaneme poptávku agregátora po práci j-té domácnosti:

$$h_t^j = H_t \left(\frac{w_t^j}{W_t} \right)^{\frac{\psi_w}{1-\psi_w}}. \tag{P15}$$

Substitucí poptávky zpět do produkční funkce agregátora stanovíme úroveň mzdové sazby, která je nezávislá na objemu nabízené práce H_t, neboť platí:

$$H_t = \left[\int_0^1 \underbrace{\left(H_t \left(\frac{w_t^j}{W_t} \right)^{\frac{\psi_w}{1-\psi_w}} \right)}_{h_t^j}^{\frac{1}{\psi_w}} dj \right]^{\psi_w}$$
$$= H_t W_t^{-\frac{\psi_w}{1-\psi_w}} \left[\int_0^1 \left(w_t^j\right)^{\frac{1}{1-\psi_w}} dj \right]^{\psi_w},$$

z čehož vykrácením a přeskupením dostaneme

$$W_t = \left[\int_0^1 \left(w_t^j\right)^{\frac{1}{1-\psi_w}} dj \right]^{1-\psi_w}. \tag{P16}$$

Tímto je odvození veličin relevantních pro agregátora individuálních nabídek práce všech domácností úplné.

Samotné rigidity do mezd jsou zavedeny přímo na straně domácností. Práce domácností je specializovaná, z čehož plyne monopolní síla při mzdovém vyjednávání. Strnulost ve mzdách pramení z toho, že v každém období je umožněno domácnostem optimálně (tj. racionálně) nastavit své mzdy pouze s pravděpodobností $(1 - \xi_w)$. Pokud zrovna j-tá domácnost není vybrána k tomu, aby rozhodovala o své mzdě $\left(w_t^j\right)$, dojde k automatické indexaci mzdy podle pravidla

$$w_{t+1}^j = \tilde{\pi}_{t+1}^w w_t^j,$$

ve kterém člen indexace, $\tilde{\pi}_{t+1}^w$, je funkcí aktuálně pozorované inflace spotřebitelských cen (π_t^c) a inflačního cíle měnověpolitické autority platném pro další období $(\bar{\pi}_{t+1}^c)$:

$$\tilde{\pi}_{t+1}^w = (\pi_t^c)^{\kappa_w} (\bar{\pi}_{t+1}^c)^{1-\kappa_w-\varkappa_w} (\bar{\mu}_z). \tag{P17}$$

Vývoj mezd je měřen nominálně, proto indexační pravidlo kromě cenového vývoje obsahuje i člen $\bar{\mu}_z$ reprezentující dlouhodobě rovnovážný reálný růst ekonomiky (≡ růst HDP).

Jelikož jedna část domácností racionálně rozhoduje o své mzdě identickým způsobem, a zbylá část domácností svou mzdu indexuje podle $\tilde{\pi}_{t+1}^w$, pak celková mzda v ekonomice musí být váženým průměrem mezd z obou skupin domácností a rovnici (P16) můžeme přepsat jako

$$W_t = \left[\xi_w (\tilde{\pi}_t^w W_{t-1})^{\frac{1}{1-\psi_w}} + (1 - \xi_w)(W_t^*)^{\frac{1}{1-\psi_w}} \right]^{1-\psi_w}, \tag{P18}$$

kde W_t^* značí mzdu domácností, kterým bylo umožněno rozhodnout o její výši racionálním způsobem. Všechny tyto domácnosti se rozhodují stejně, proto indexace mzdy podle *j*-té domácnosti není zapotřebí ($W_t^* \equiv w_t^j$).

Jelikož pro dynamiku modelu není podstatná samotná výše optimální mzdy, ale její relace vůči průměrné mzdě, tj. (W_t^*/W_t), úpravou rovnice (P18) dostaneme

$$\frac{W_t^*}{W_t} = \left[\frac{1-\xi_w\left(\tilde{\pi}_t^w \frac{W_{t-1}}{W_t}\right)^{\frac{1}{1-\psi_w}}}{1-\xi_w}\right]^{1-\psi_w}. \tag{P19}$$

Relativní mzda (W_t^*/W_t) musí být zároveň nastavena v souladu s maximalizací užitku domácnosti. Optimální volbu mzdy, při znalosti toho, že v dalším období s pravděpodobností ξ_w nebude možno mzdu znovu přenastavit, odvodíme z původní Lagrangeovy úlohy pro domácnosti, $\mathcal{L}$ (rovnice 11 v kapitole 5.2), která má (po vynechání členů, které jsou v tuto chvíli irelevantní) tvar:

$$\max_{\{h_t^j\}} E_0 \sum_{i=t}^{\infty} (\beta\xi_w)^{i-t} \left\{ -\zeta_i^h A_L \frac{\left(h_i^j\right)^{1+\sigma_L}}{1+\sigma_L} + \lambda_i\left[-(1-\tau_i^w)W_i h_i^j\right] \right\}. \tag{P20}$$

Substitucí rovnice (P15) určující poptávku agregátora po individuální nabídce práce lze úlohu (P20) transformovat do ekvivalentního tvaru, kde domácnosti místo nabídky práce určují přímo mzdovou sazbu:

$$\mathcal{L}^w \equiv \max_{\{W_t^*\}} E_0 \sum_{i=t}^{\infty} (\beta\xi_w)^{i-t} \left\{ \begin{array}{c} -\zeta_i^h A_L \dfrac{\left(H_i (W_i^*/W_i)^{\frac{\psi_w}{1-\psi_w}}\right)^{1+\sigma_L}}{1+\sigma_L} \\ -\lambda_i \left[(1-\tau_i^w) W_i^* H_i (W_i^*/W_i)^{\frac{\psi_w}{1-\psi_w}}\right] \end{array} \right\},$$

kde zvolená mzda v čase *t*, W_t^*, je v každém budoucím čase $i = t+1, \cdots, \infty$ automaticky indexována v souladu s rovnicí (P17), neboli

$$W_i^* = \begin{cases} W_t^*(\tilde{\pi}_{t+1}^w \cdot \tilde{\pi}_{t+2}^w \cdots \cdot \tilde{\pi}_{t+i}^w) = W_t^* \prod_{j=1}^{i-t} \tilde{\pi}_{t+j}^w, & i > t, \\ W_t^*, & i = t. \end{cases} \tag{P21}$$

Pro zjednodušení zápisu zavedeme substituci

$$\mathbb{P}_i = \prod_{j=1}^{i-t} \tilde{\pi}_{t+j}^w.$$

Derivací $\mathcal{L}^w$ za použití (P21) podle W_t^* v relaci k celkové (průměrné) mzdě W_t dostaneme

$$\frac{\partial \mathcal{L}^w}{\partial \left(\frac{W_t^*}{W_t}\right)} = \sum_{i=t}^{\infty} (\beta \xi_w)^{i-t} \left\{ -\zeta_i^h A_L \left[H_i \left(\frac{W_t}{W_i} \mathbb{P}_i \right)^{\frac{\psi_w}{1-\psi_w}} \right]^{1+\sigma_L} \right.$$
$$\left. -\frac{\lambda_i}{\psi_w} (1 - \tau_i^w) \left(\frac{W_t^*}{W_t} \right)^{\frac{1-\psi_w(1+\sigma_L)}{1-\psi_w}} W_t \mathbb{P}_i H_i \left(\frac{W_t}{W_i} \mathbb{P}_i \right)^{\frac{\psi_w}{1-\psi_w}} \right\} = 0,$$

odkud pro (W_t^*/W_t) plyne pravidlo

$$\left(\frac{W_t^*}{W_t} \right)^{\frac{1-\psi_w(1+\sigma_L)}{1-\psi_w}}$$
$$= -\frac{A_L \sum_{i=t}^{\infty} (\beta \xi_w)^{i-t} \left\{ \zeta_i^h \left[H_i \left(\frac{W_t}{W_i} \mathbb{P}_i \right)^{\frac{\psi_w}{1-\psi_w}} \right]^{1+\sigma_L} \right\}}{W_t \sum_{i=t}^{\infty} (\beta \xi_w)^{i-t} \left\{ \frac{\lambda_i}{\psi_w} (1 - \tau_i^w) \, W_t \mathbb{P}_i H_i \left(\frac{W_t}{W_i} \mathbb{P}_i \right)^{\frac{\psi_w}{1-\psi_w}} \right\}} \tag{P22}$$
$$= -\frac{A_L K_t^w}{W_t F_t^w},$$

kde proměnné K_t^w, resp. F_t^w jsou substitucí za příslušné $\sum_{i=t}^{\infty}(\beta\xi_w)^{i-t}\{\cdot\}$ výrazy. Tyto proměnné mají za použití polynomů s operátorem zpoždění [78] $\left(1-\beta\xi_w\left(\frac{W_t}{W_{t+1}}\mathbb{P}_1\right)^{\frac{\psi_w}{1-\psi_w}(1+\sigma_L)}L^{-1}\right)$, resp. $\left(1-\beta\xi_w\frac{W_{t+1}}{W_t}\left(\frac{W_t}{W_{t+1}}\mathbb{P}_1\right)^{\frac{1}{1-\psi_w}}L^{-1}\right)$ rekurzivní reprezentace:

$$\begin{aligned} K_t^w &= \zeta_t^h H_t^{1+\sigma_L} + \beta\xi_w\left(\frac{W_t}{W_{t+1}}\mathbb{P}_1\right)^{\frac{\psi_w}{1-\psi_w}(1+\sigma_L)} K_{t+1}^w, \\ F_t^w &= \frac{\lambda_t}{\psi_w}(1-\tau_t^w)\,H_t + \beta\xi_w\frac{W_{t+1}}{W_t}\left(\frac{W_t}{W_{t+1}}\mathbb{P}_1\right)^{\frac{1}{1-\psi_w}} F_{t+1}^w. \end{aligned} \tag{P23}$$

Vyjádřením W_t^* z rovnice (P19) můžeme provést substituci do rovnic (P17), (P18), (P22) a (P23), které tvoří ucelený mechanizmus dynamiky mezd v ekonomice.

[78] Aplikací operátoru zpoždění, L, na veličinu X, lze dosáhnout jakéhokoliv řádu zpoždění – platí $L^k X_t = X_{t-k}$. Je-li $k < 0$, jedná se o budoucí realizaci veličiny X.

Příloha 4 – Parametry modelu a jejich ekonometrický odhad

Tabulka 4: Kalibrované parametry modelu

Parametr	Interpretace	Hodnota
	Podíly na HDP	
C/HDP	váha spotřeby na HDP	0,50
I/HDP	váha investic na HDP	0,27
G/HDP	váha vládních výdajů na HDP	0,23
X/HDP	váha vývozu na HDP	0,70
M/HDP	váha dovozu na HDP	0,70
	Dovozní náročnosti	
ω_c	dovozní náročnost spotřeby	0,36
ω_i	dovozní náročnost investic	0,48
ω_x	dovozní náročnost vývozu	0,45
	Finanční frikce	
N^{MIN}	počáteční úroveň vlastního jmění podnikatelů	0,01
$\overline{\omega}$	prahová hodnota idiosynkratického šoku do výnosu kapitálu oddělující zbankrotované podnikatele	0,49
	Perzistence AR(1) procesů	
ρ^G	persistence vládních výdajů	0,85
ρ^z	agregátní technologický růst	0,50
ρ^ϵ	tranzientní technologie	0,50
	Ostatní	
b	míra vyhlazování spotřeby domácností	0,75
A_L	váha práce v užitkové funkci domácností	1
σ_b	zakřivení funkce míry využití kapitálu	1
δ	míra depreciace kapitálu	2,50 %
α	váha kapitálu v produkční funkci domácích statků	37,50 %
β	diskontní míra	0,99
μ_z	průměrný růst agregátní technologie	0,63 %
$\overline{\Pi}$	anualizovaná hodnota inflačního cíle	2 %
$\overline{\Pi}^*$	anualizovaná hodnota růstu cen v zahraničí	2 %
$\tilde{\phi}^a$	váha dopadu pozice čistých zahraničních aktiv do rizikové prémie	0,15
ψ_i	elasticity substituce při odvození cenových rigidity $i \in \{w, d, m, x\}$	1,20

Tabulka 5: Parametry odhadované bayesovským způsobem

Parameter	Interpretace	Rozdělení	Prior		Posterior		
			μ	σ	μ	5%	95%
	Calvo strnulosti						
ξ_d	výroba domácích statků	β	0,87	0,075	0,89	0,879	0,898
ξ_x	výroba statků pro vývoz	β	0,78	0,075	0,69	0,678	0,721
ξ_{mc}	výroba dovezených statků pro spotřebu	β	0,85	0,075	0,67	0,650	0,700
ξ_{mi}	výroba dovezených statků pro investice	β	0,78	0,075	0,58	0,558	0,606
ξ_{mx}	výroba dovezených statků pro vývoz	β	0,65	0,10	0,51	0,466	0,568
	Míra indexace cen na minulou inflaci						
κ_d	domácí statky	β	0,15	0,05	0,13	0,121	0,161
κ_x	statky pro vývoz	β	0,49	0,15	0,36	0,286	0,462
κ_{mc}	dovezené statky pro spotřebu	β	0,29	0,15	0,21	0,129	0,299
κ_{mi}	dovezené statky pro investice	β	0,61	0,15	0,30	0,245	0,361
κ_{mx}	dovezené statky pro vývoz	β	0,38	0,15	0,32	0,244	0,419
κ_w	indexace mezd	β	0,38	0,15	0,02	0,008	0,036
	Taylorovo pravidlo						
ρ	persistence úrokové míry	β	0,82	0,10	0,83	0,805	0,849
ρ^R	citlivost na odchylku inflace od cíle	oříznuté N	1,70	0,15	1,68	1,535	1,774
	Perzistence AR(1) procesů						
ρ^{μ_z}	růst agregátní technologie	β	0,86	0,10	0,93	0,882	0,970
ρ^{ϵ}	nezpředmětněný technologický růst	β	0,85	0,075	0,87	0,855	0,895
ρ^{Υ}	šok do efektivity transformace investic na kapitál	β	0,55	0,075	0,59	0,531	0,645

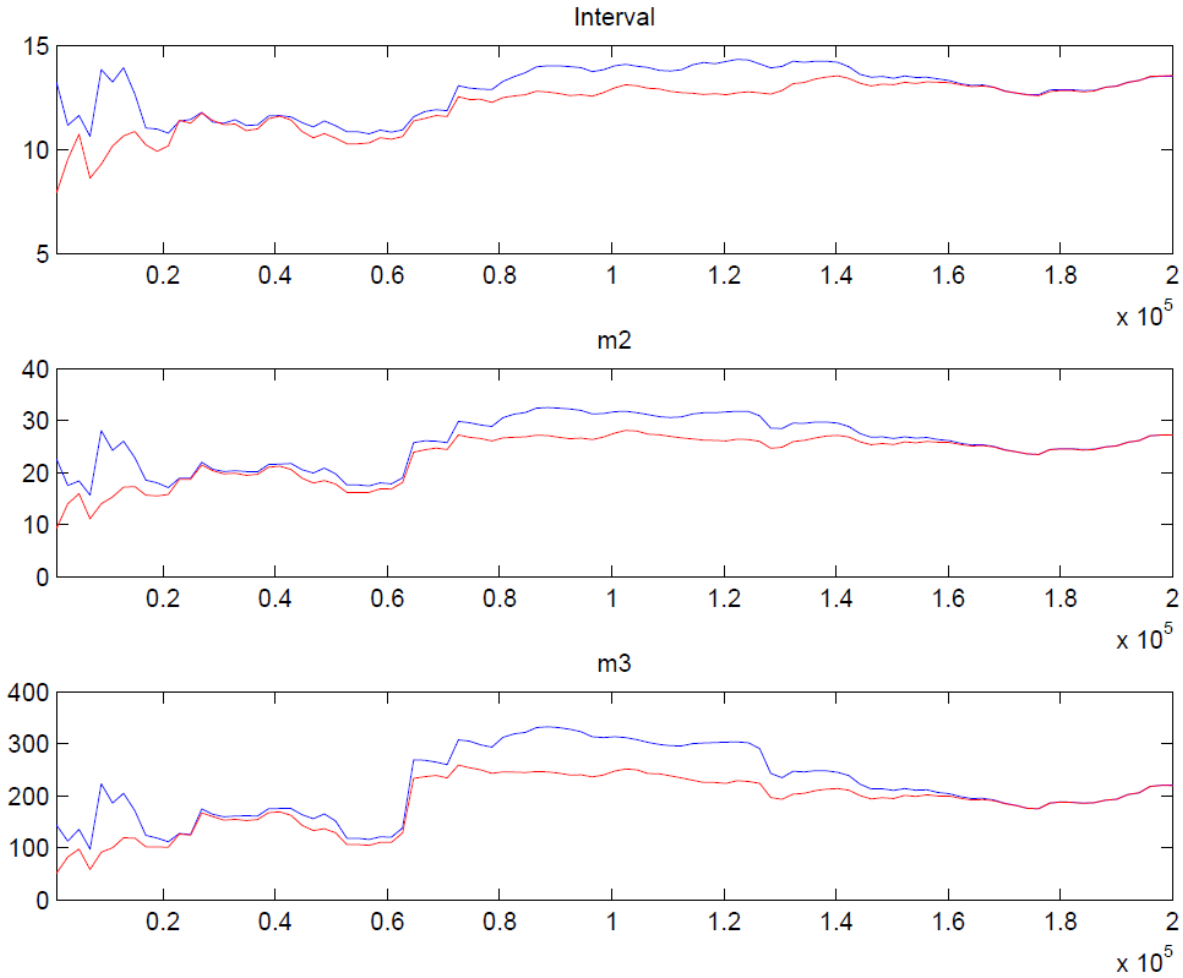
Tabulka 5 (pokr.): Parametry odhadované bayesovským způsobem

Parameter	Interpretace	Rozdělení	Prior		Posterior		
			μ	σ	μ	5%	95%
ρ^{ζ_c}	šok do spotřebitelských preferencí	β	0,72	0,075	0,78	0,737	0,823
ρ^{ζ_h}	šok do preference práce v užitkové funkci	β	0,80	0,075	0,86	0,822	0,925
$\rho^{\tilde{\Phi}}$	šok do rizikové prémie	β	0,67	0,075	0,59	0,517	0,672
	Elasticity substituce						
η^x	vývoz	oříznuté N	1,31	0,25	1,04	1,007	1,099
η^c	spotřeba	oříznuté N	1,63	0,25	1,96	1,870	2,067
η^i	investice	oříznuté N	1,53	0,25	1,58	1,313	1,848
	Zahraniční VAR						
$\mathcal{A}_{11}$	perzistence HDP (Y^*)	oříznuté N	0,50	0,25	0,91	0,844	0,959
$\mathcal{A}_{22}$	perzistence inflace (Π^*)	N	0,00	0,50	0,09	-0,120	0,272
$\mathcal{A}_{33}$	perzistence úrokové sazby (R^*)	oříznuté N	0,50	0,25	0,88	0,806	0,955
$\mathcal{A}_{12}$	$\Pi^* \rightarrow Y^*$	N	0,00	0,50	0,20	0,003	0,403
$\mathcal{A}_{13}$	$R^* \rightarrow Y^*$	N	0,00	0,50	0,06	-0,124	0,231
$\mathcal{A}_{21}$	$Y^* \rightarrow \Pi^*$	N	0,00	0,50	0,18	0,088	0,271
$\mathcal{A}_{23}$	$R^* \rightarrow \Pi^*$	N	0,00	0,50	-0,79	-1,060	-0,464
$\mathcal{A}_{31}$	$Y^* \rightarrow R^*$	N	0,00	0,50	0,03	0,009	0,057
$\mathcal{A}_{32}$	$\Pi^* \rightarrow R^*$	N	0,00	0,50	0,14	0,067	0,207
	Finanční frikce						
μ	monitorovací náklady	β	0,42	0,075	0,37	0,329	0,414
ρ^{γ}	šok do vlastního jmění podnikatelů	β	0,78	0,075	0,62	0,579	0,679
ρ^{σ}	šok do výnosnosti kapitálu	β	0,85	0,075	0,95	0,947	0,970
	Ostatní						
$\tilde{\phi}^s$	váha úrokového diferenciálu v rizikové prémii	N	1,005	0,20	0,69	0,576	0,851
σ_a	zakřivení funkce míry využití kapitálu	Γ	0,12	0,075	0,10	0,065	0,132
$\tilde{S}''$	míra konvexity funkce nákladovosti změny investic	Γ	0,20	0,15	0,21	0,169	0,256
σ_L	elasticita nabídky práce	Γ	0,74	0,20	0,93	0,859	0,990

Tabulka 6: Odhadované směrodatné odchylky strukturálních šoků

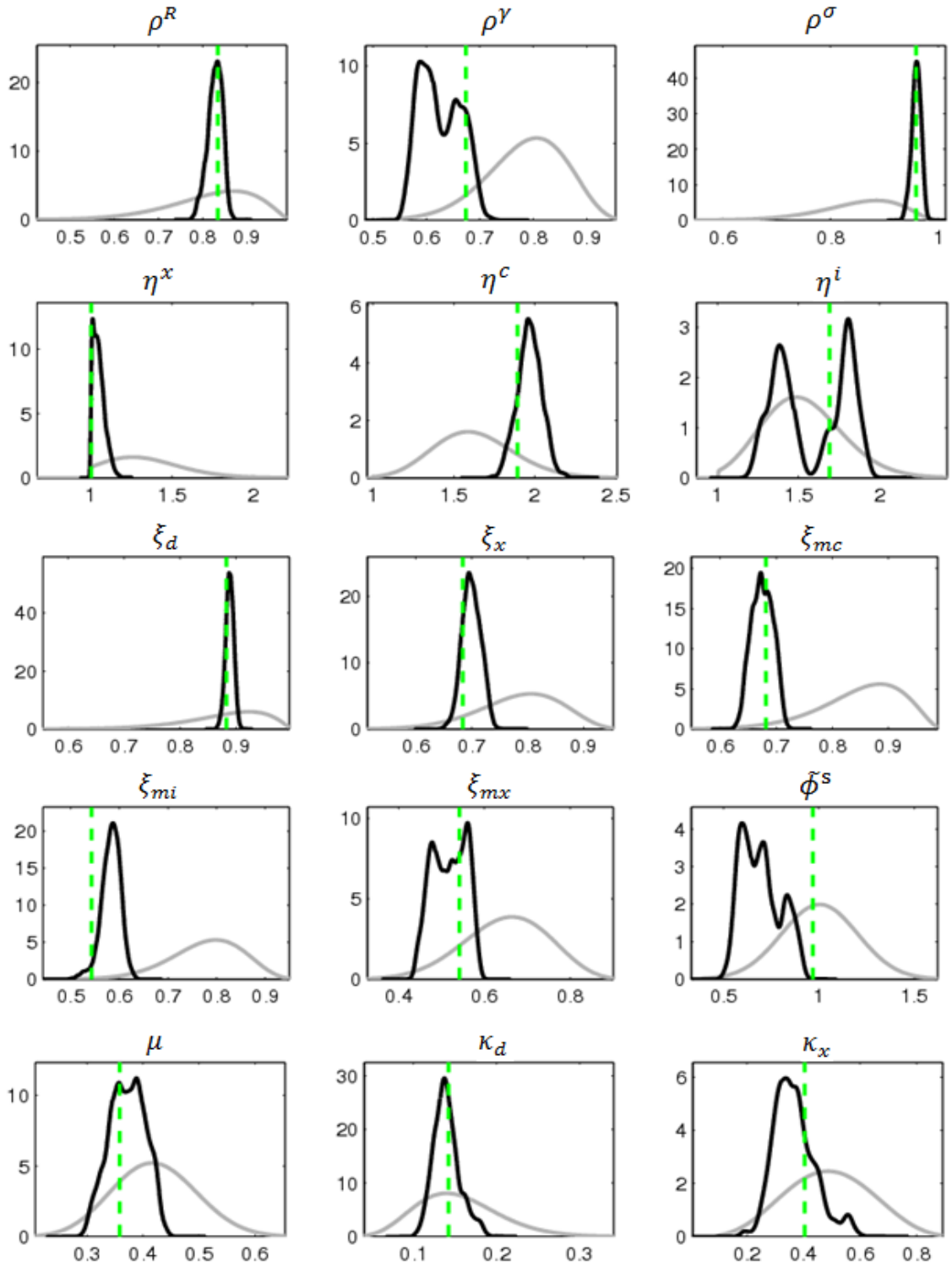
Směrodatná odchylka	**Interpretace**	**Rozdělení**	**Prior**		**Posterior**		
			μ	σ	μ	5%	95%
ϵ^{ζ_c}	šok do spotřebitelských preferencí	inv. Γ	0,50	∞	0,71	0,535	0,903
ϵ^{ζ_h}	šok do preference práce v užitkové funkci	inv. Γ	0,50	∞	0,89	0,817	0,972
$10 \times \epsilon^{\tilde{\Phi}}$	tranzientní šok do rizikové prémie	inv. Γ	0,50	∞	0,64	0,587	0,709
ϵ^{z}	technologický proces s deterministickým trendem	inv. Γ	0,50	∞	0,31	0,223	0,408
ϵ^{ϵ}	šok do nezpředmětněného technologického růstu	inv. Γ	0,50	∞	0,56	0,442	0,699
$100 \times \epsilon^{R}$	šok do Taylorova pravidla	inv. Γ	0,50	∞	0,28	0,210	0,375
$10 \times \epsilon^{G}$	šok do vládních výdajů	inv. Γ	0,50	∞	1,73	1,526	1,982
$100 \times \epsilon^{\gamma}$	míra odchodu podnikatelů z ekonomiky (ovlivňující dynamiku vlastního jmění)	inv. Γ	0,50	∞	0,31	0,235	0,347
$100 \times \epsilon^{\sigma}$	šok do agregátní rizikovosti investic podnikatelů	inv. Γ	0,50	∞	0,42	0,329	0,506
ϵ^{Y^*}	šok do zahraniční poptávky	inv. Γ	0,50	∞	0,58	0,515	0,641
ϵ^{Π^*}	šok do zahraniční inflace	inv. Γ	0,50	∞	0,23	0,176	0,294
$100 \times \epsilon^{R^*}$	šok do zahraniční úrokové sazby	inv. Γ	0,50	∞	0,15	0,118	0,194

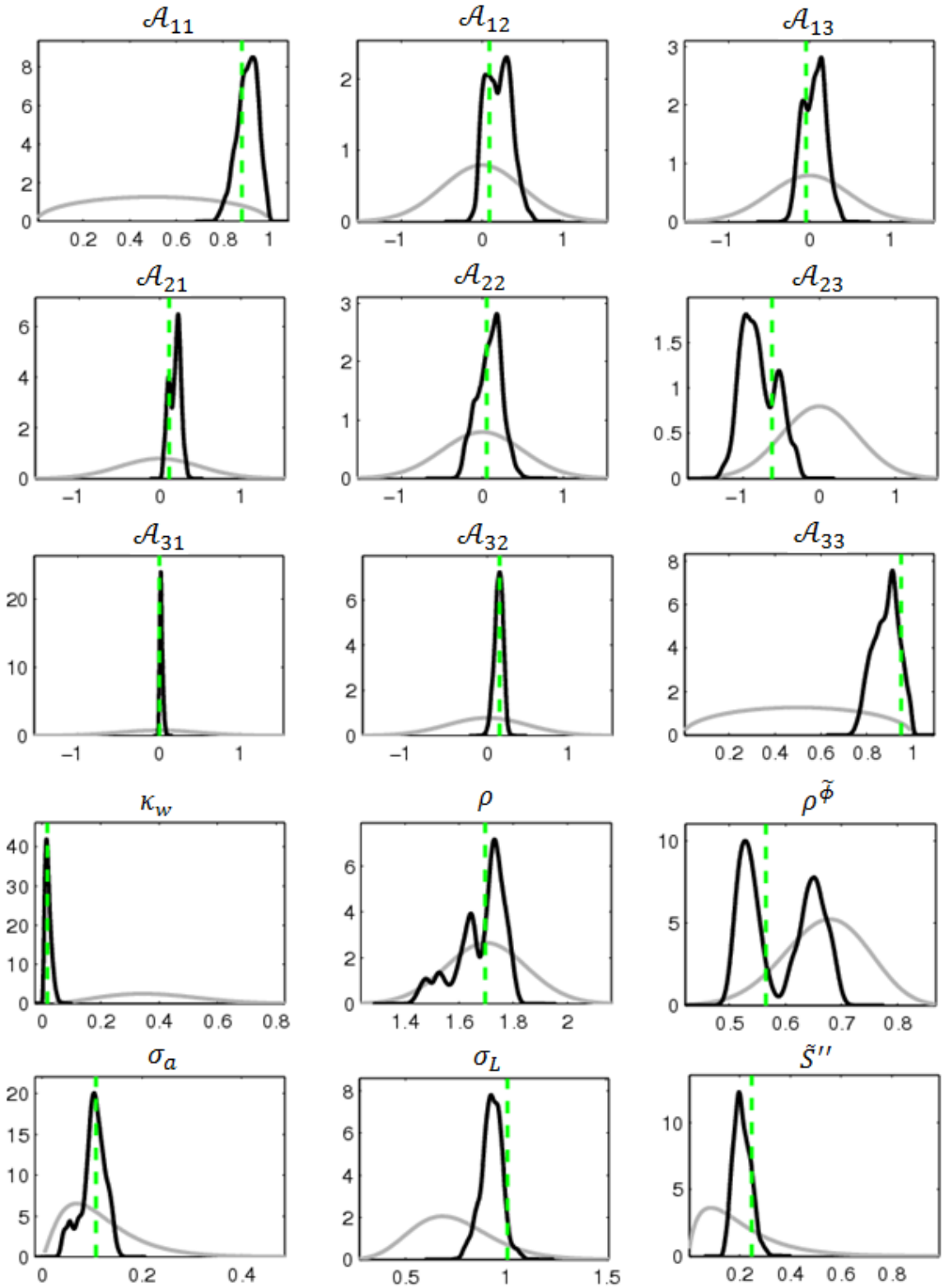
Graf 13: Konvergenční charakteristiky odhadovaných parametrů

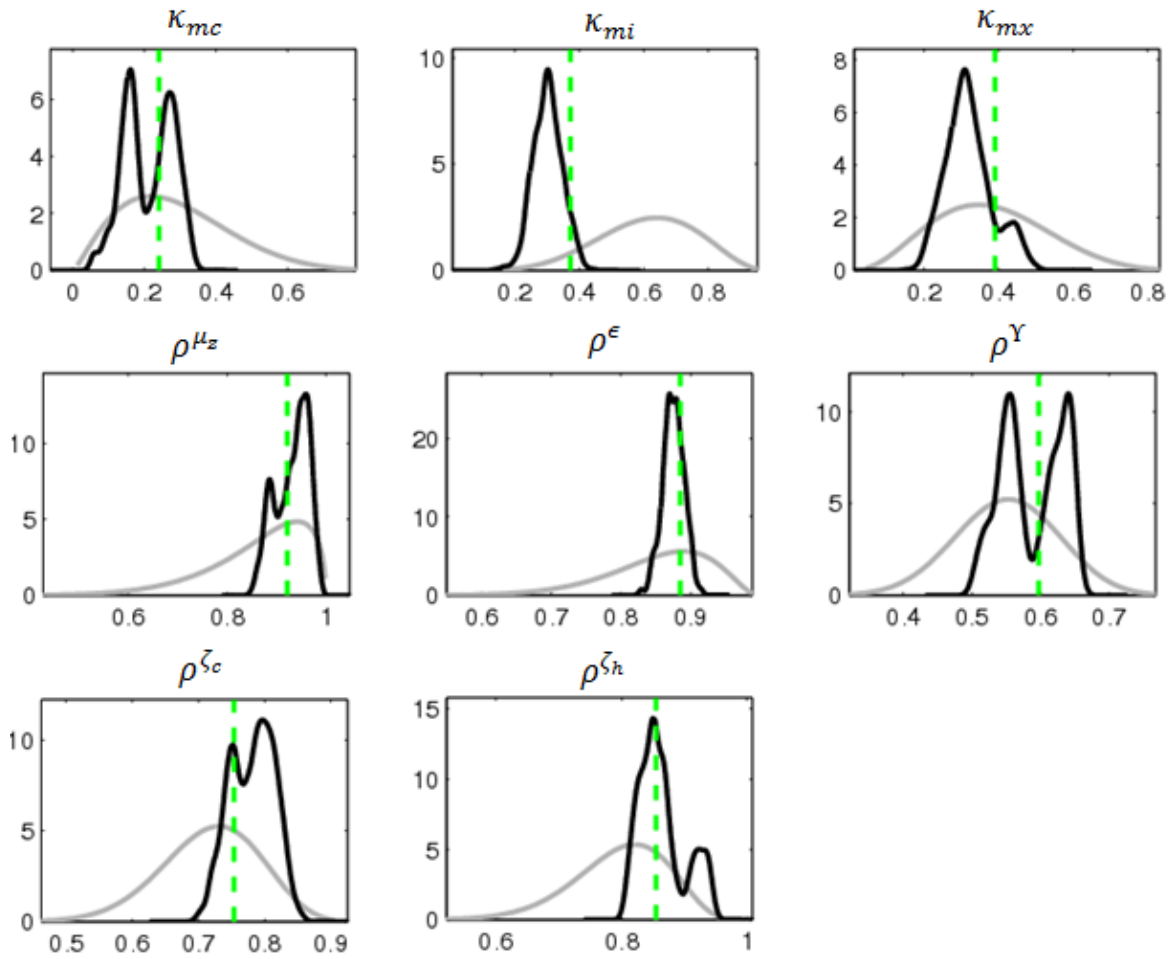


Poznámka: Pro účely ověření konvergence odhadovaných parametrů do jejich posteriorních distribucí byl výpočet proveden ve dvou paralelních blocích o délce 200 000 generovaných vzorků algoritmem Metropolis-Hastings. Jednotlivé části grafu znázorňují splynutí vícerozměrného srovnání mezi paralelními bloky simulace pro střední hodnoty odhadovaných parametrů (Interval), jejich rozptyly (m2) a šikmosti (m3). Všechna zobrazená kritéria poukazují na dostatečnou konvergenci odhadu.

Graf 14: Srovnání apriorních předpokladů a posteriorních odhadů parametrů modelu



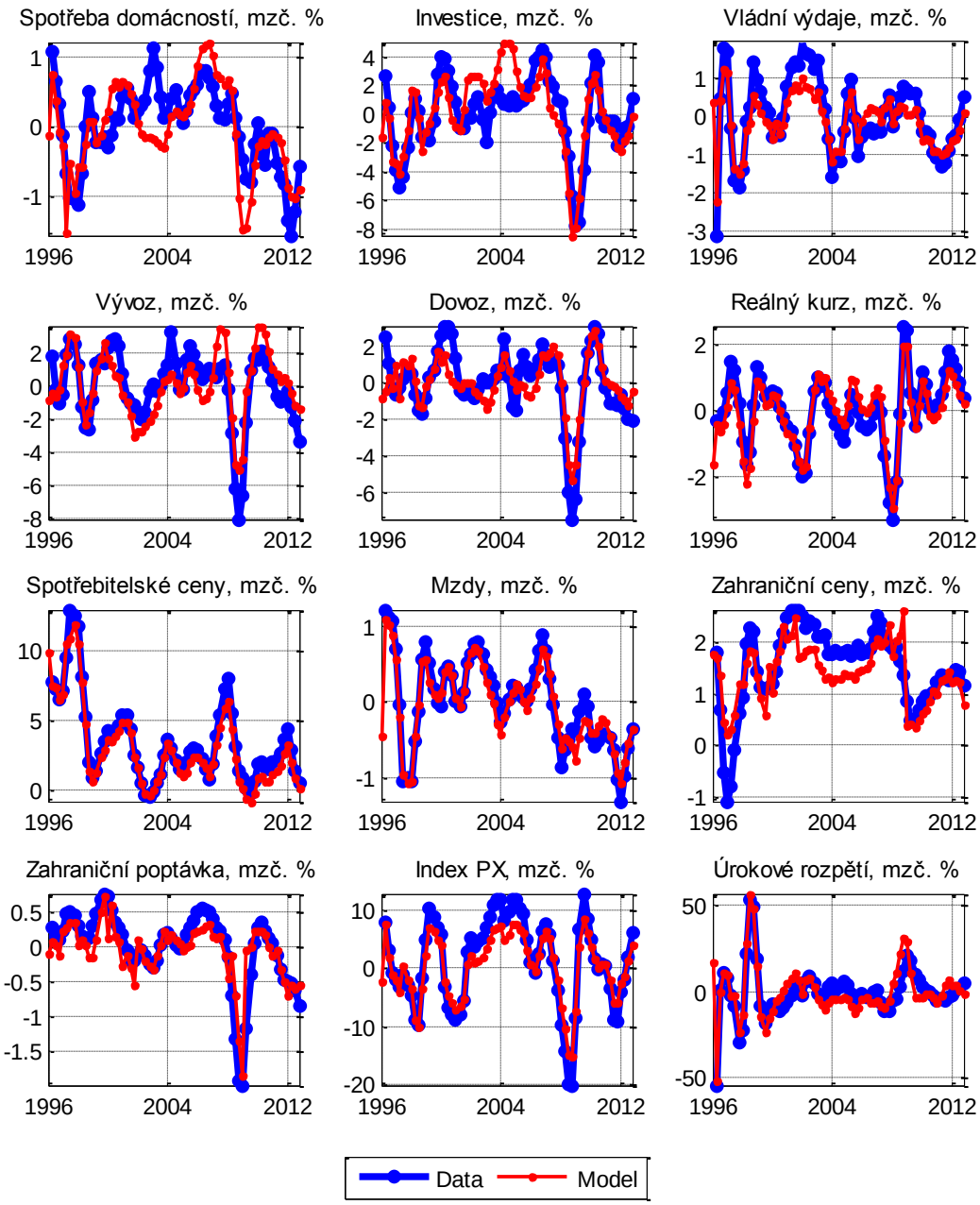

$\mathcal{A}_{11}$
$\mathcal{A}_{12}$
$\mathcal{A}_{13}$
$\mathcal{A}_{21}$
$\mathcal{A}_{22}$
$\mathcal{A}_{23}$
$\mathcal{A}_{31}$
$\mathcal{A}_{32}$
$\mathcal{A}_{33}$
κ_w
ρ
$\rho^{\tilde{\Phi}}$
σ_a
σ_L
$\tilde{S}''$



Poznámka: Světle jsou vyneseny apriorní distribuce, tmavě posteriorní distribuce simulované algoritmem Metropolis-Hastings, přerušovaně jsou značeny hodnoty parametrů pro inicializaci posteriorního vzorkování.

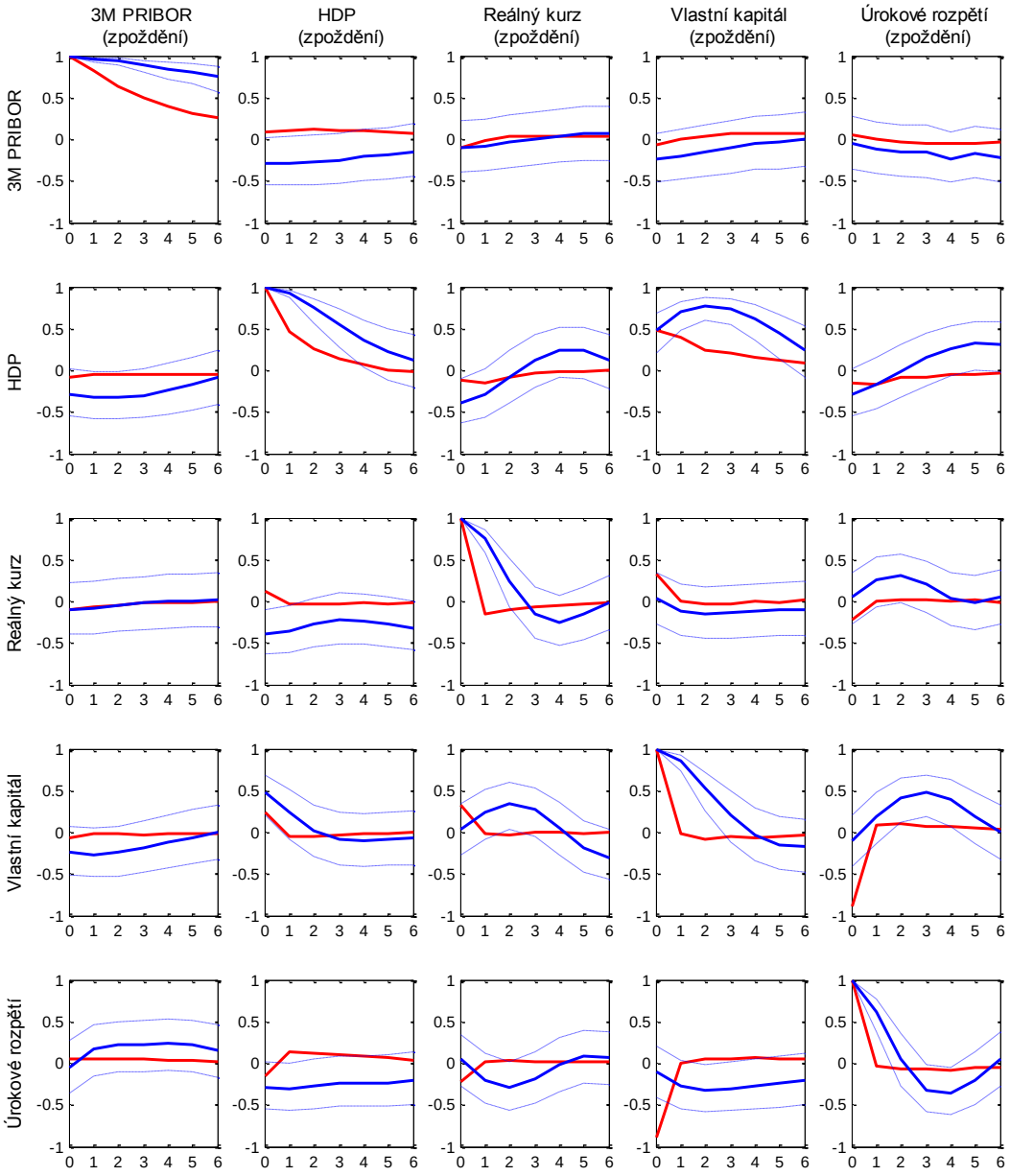
Příloha 5 – Shoda modelu s daty

Graf 15: Srovnání dat za domácí ekonomiku a zahraničí s modelovou filtrací



Poznámka: Domácí a zahraniční úrokové sazby do grafu 14 nejsou vykresleny, neboť nejsou zatíženy chybou v měření. Modelová filtrace těchto veličin odpovídá přímo pozorovaným datům.

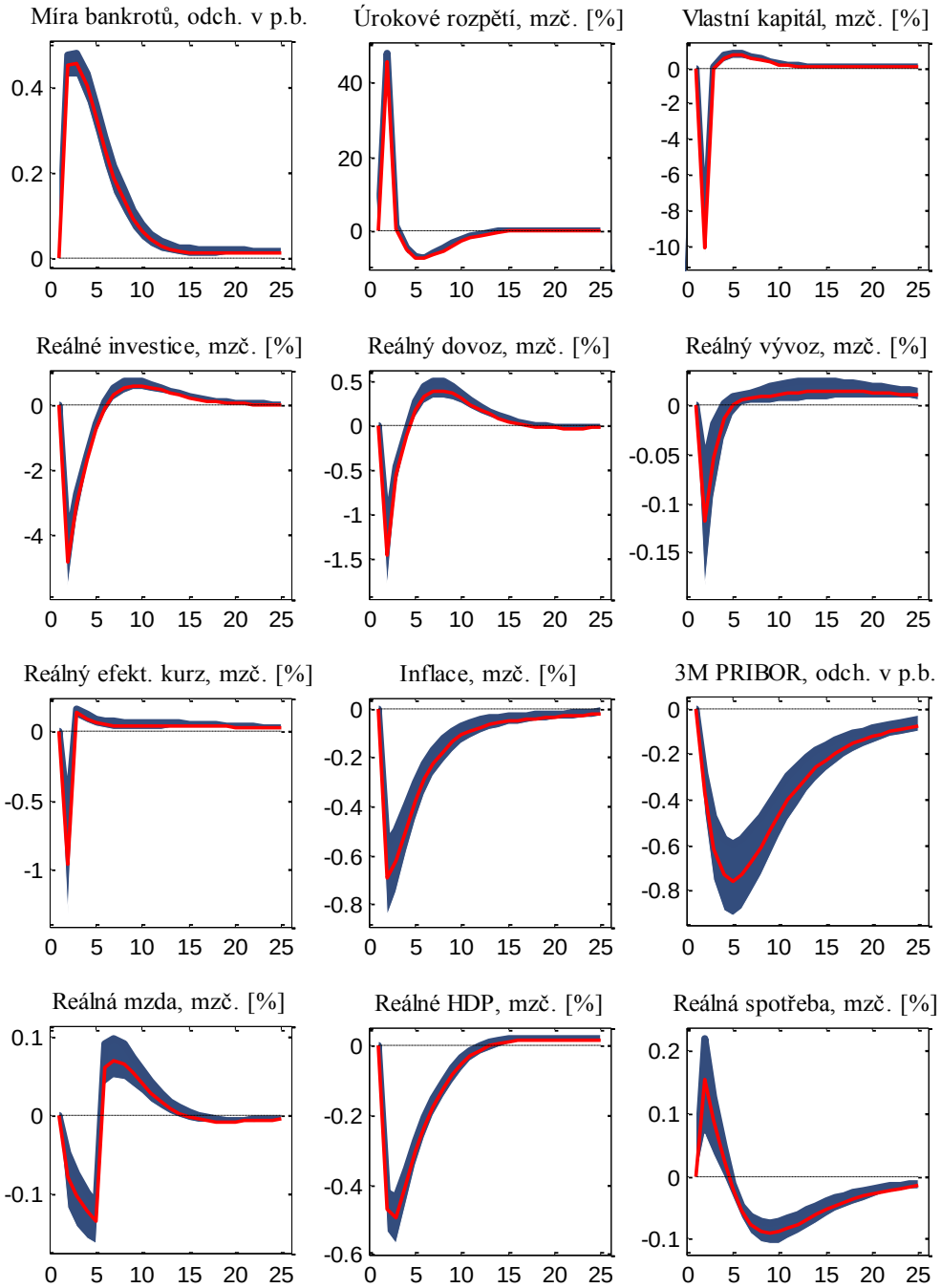
Graf 16: Srovnání autokorelací a křížových korelací skutečných dat a modelových dat



Poznámka: Každý z grafů [x,y] ukazuje velikost korelačního koeficientu mezi veličinou [x] a různým zpožděním veličiny [y]. Maximální uvažovaná délka zpoždění je 6 čtvrtletí. Modře jsou vykresleny korelační koeficienty spočtené na skutečných datech včetně 99% konfidenčních intervalů. Červeně jsou vykresleny korelace mezi modelovými veličinami při parametrizaci modelu na úrovních posteriorních modů plynoucích z bayesovského odhadu.

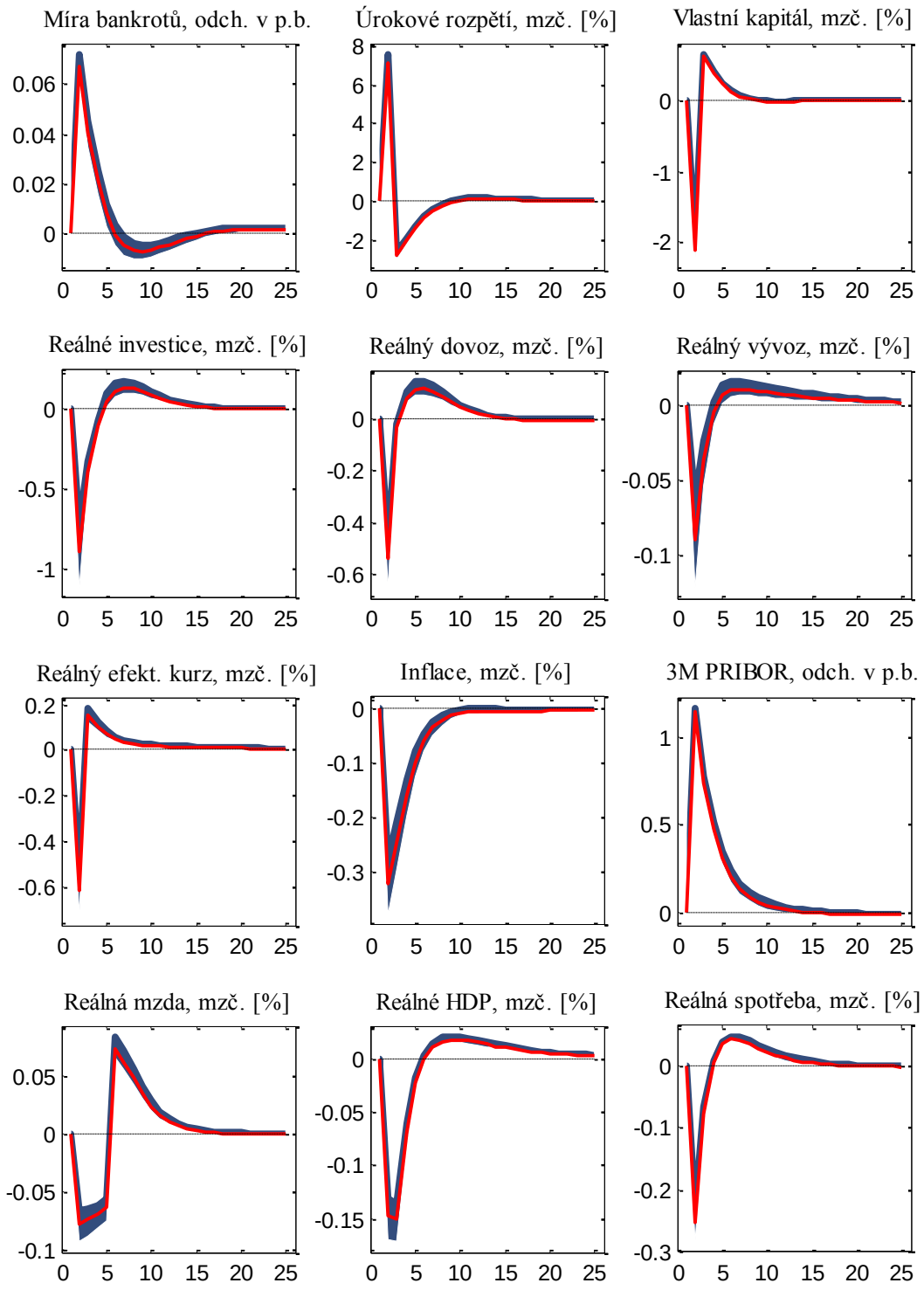
Příloha 6 – Funkce odezvy

Graf 17: Odezva na nepříznivý (negativní) šok do vlastního jmění podnikatelů

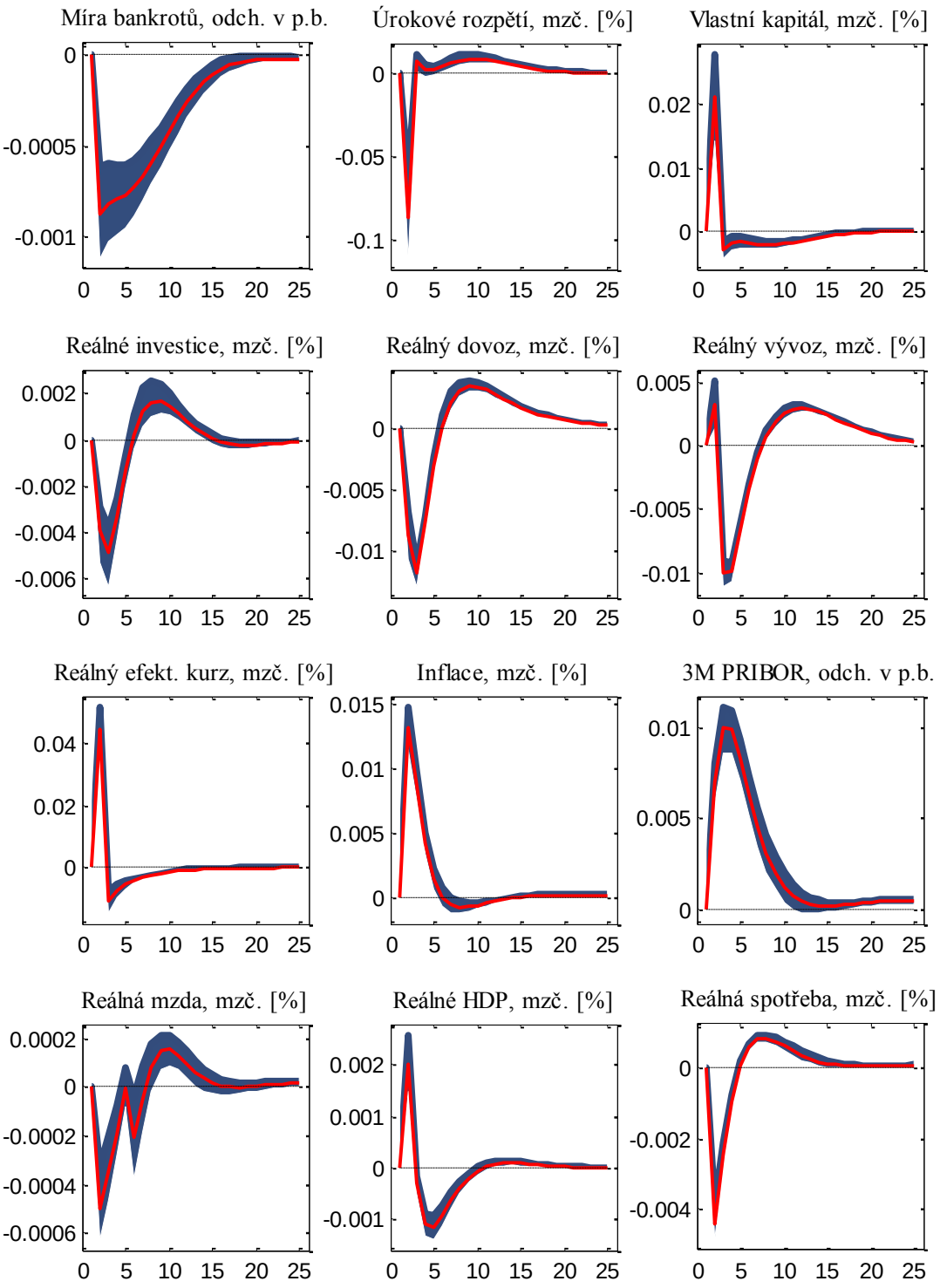


Poznámka: Jednotky na vertikálních osách grafů reprezentují odchylky od dlouhodobě rovnovážných stavů příslušných veličin. Funkce odezvy jsou konstruovány na základě střední hodnoty posteriorních rozdělení modelových parametrů (červeně) včetně simulovaných 90% konfidenčních intervalů (tmavě).

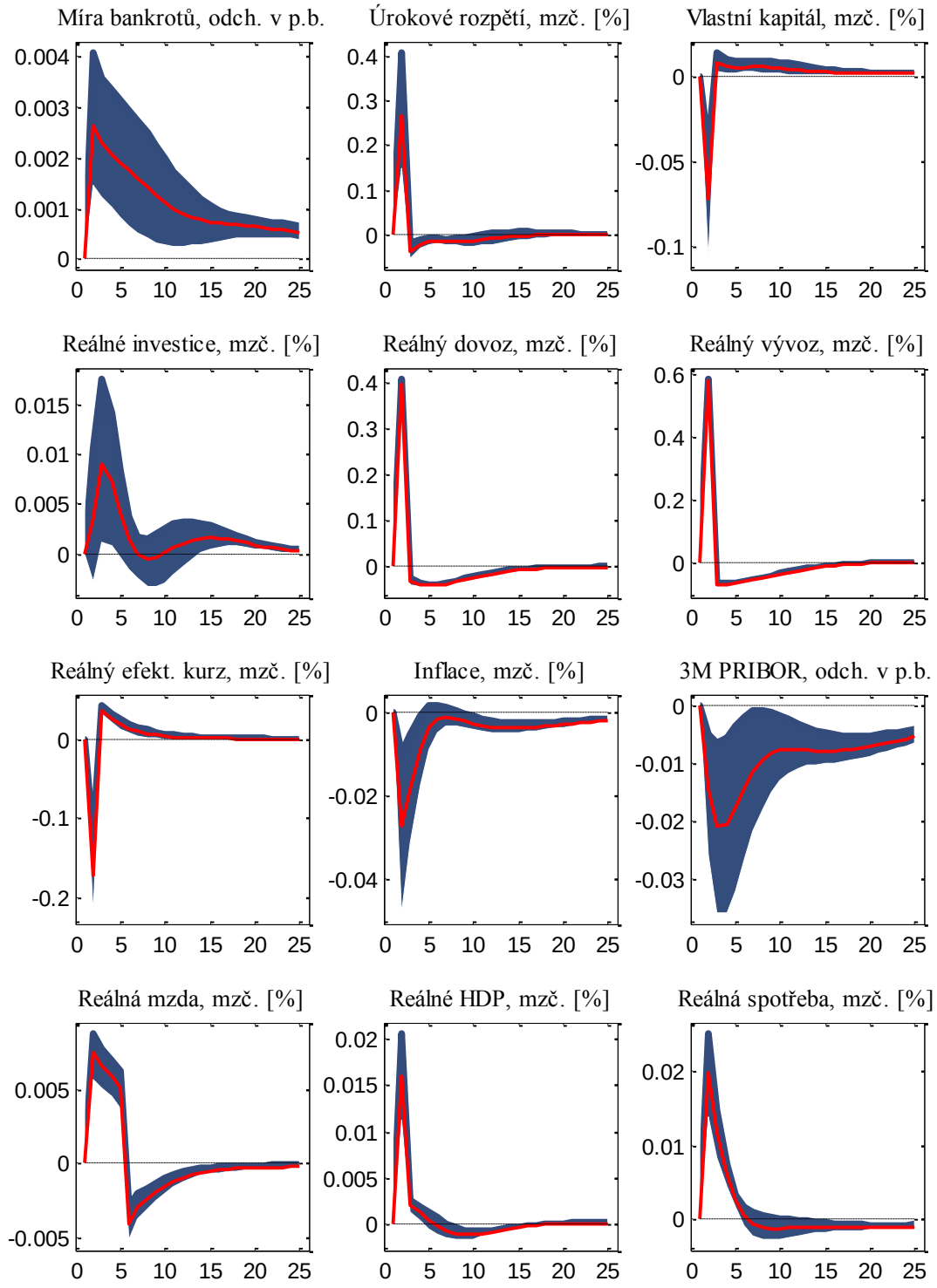
Graf 18: Odezva na měnověpolitický šok



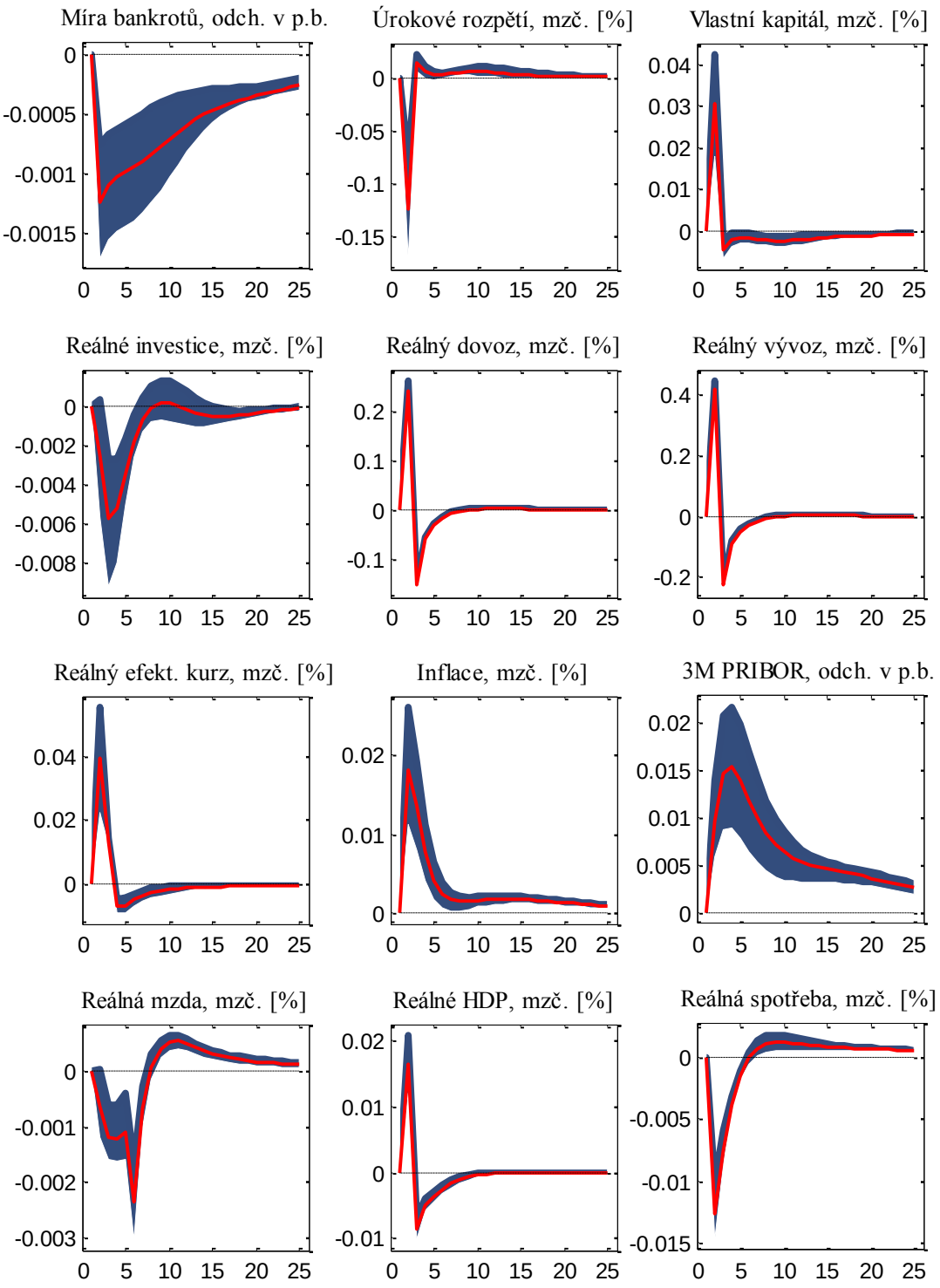
Graf 19: Odezva na šok do zahraniční úrokové míry



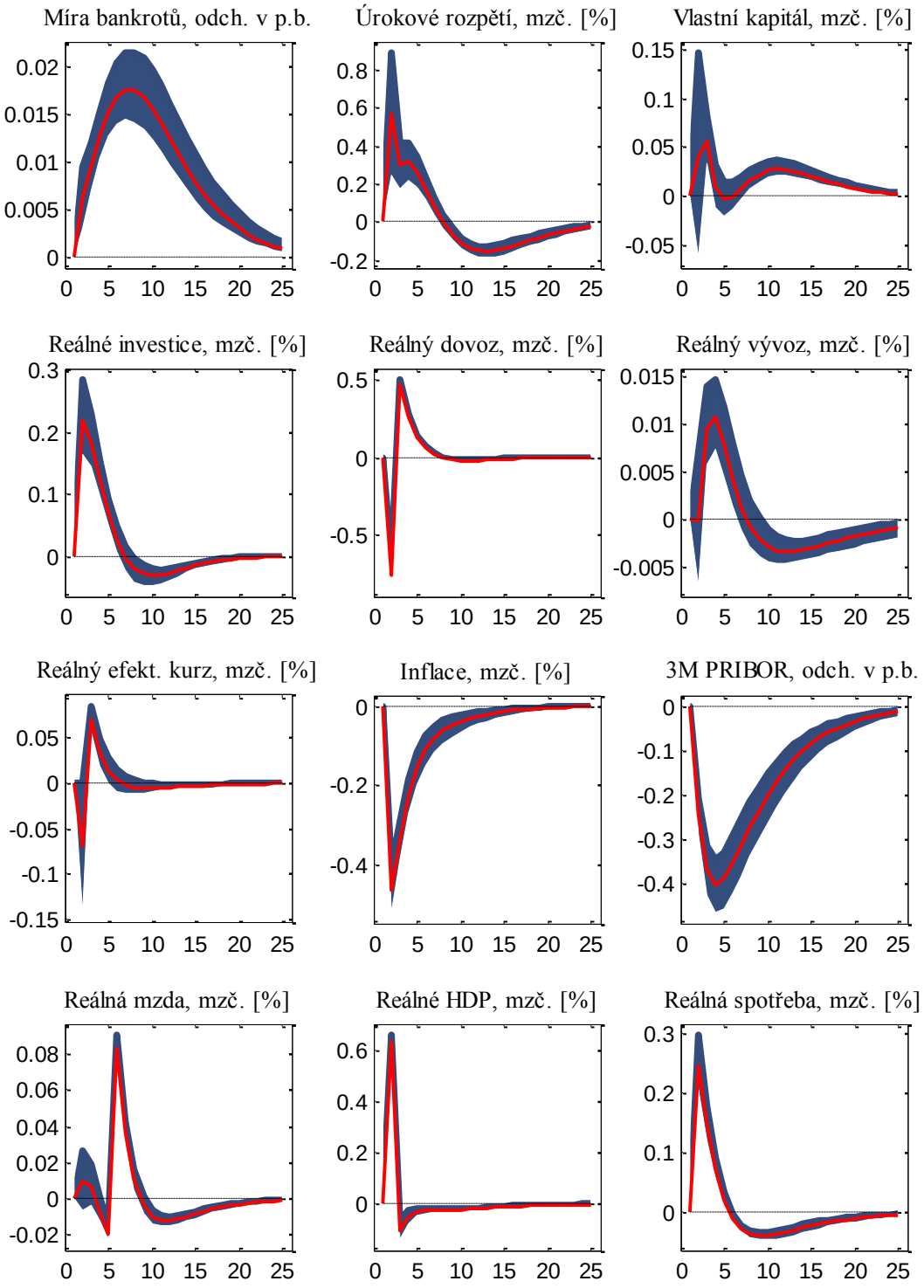
Graf 20: Odezva na šok do zahraniční poptávky



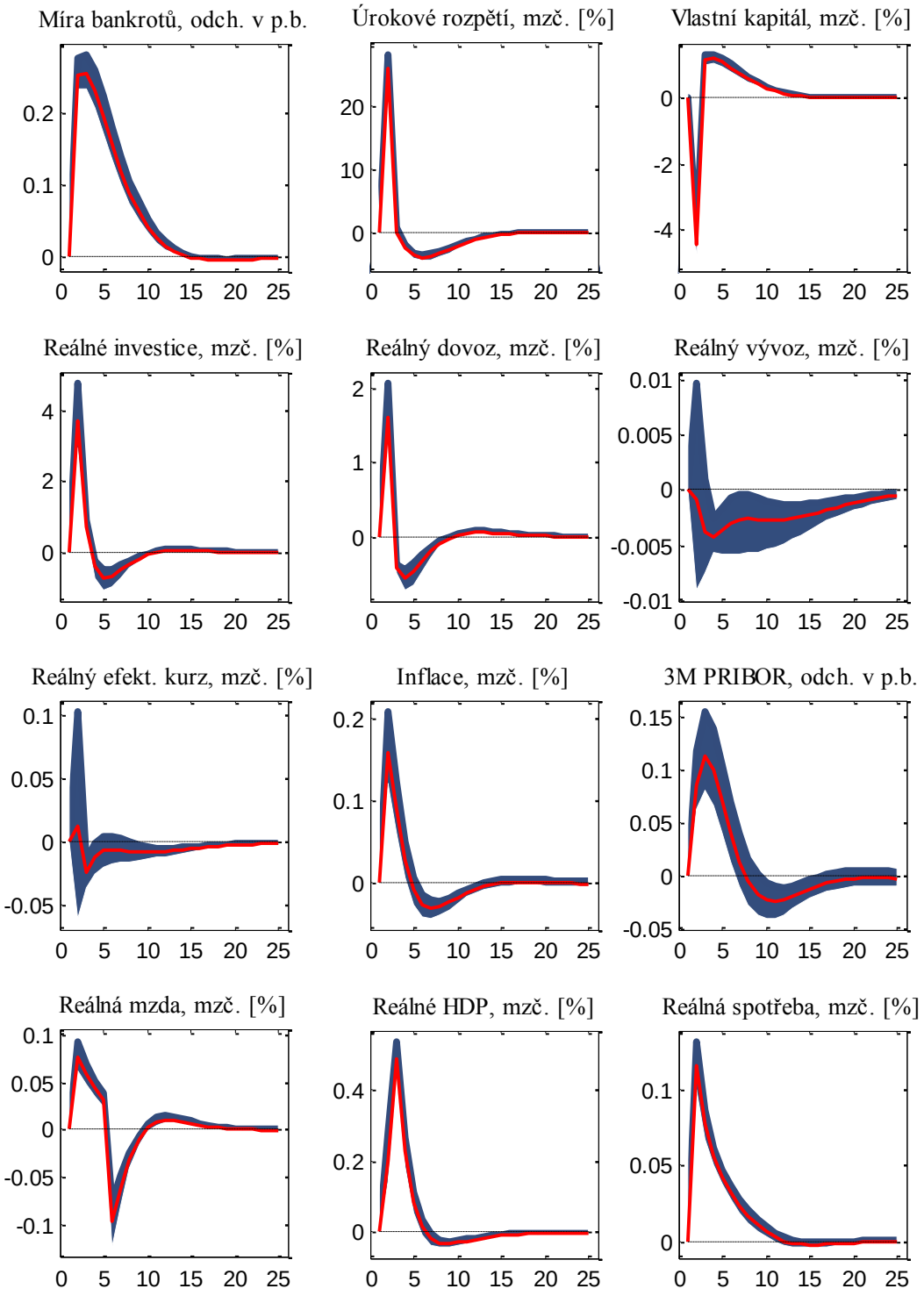
Graf 21: Odezva na šok do zahraničních cen



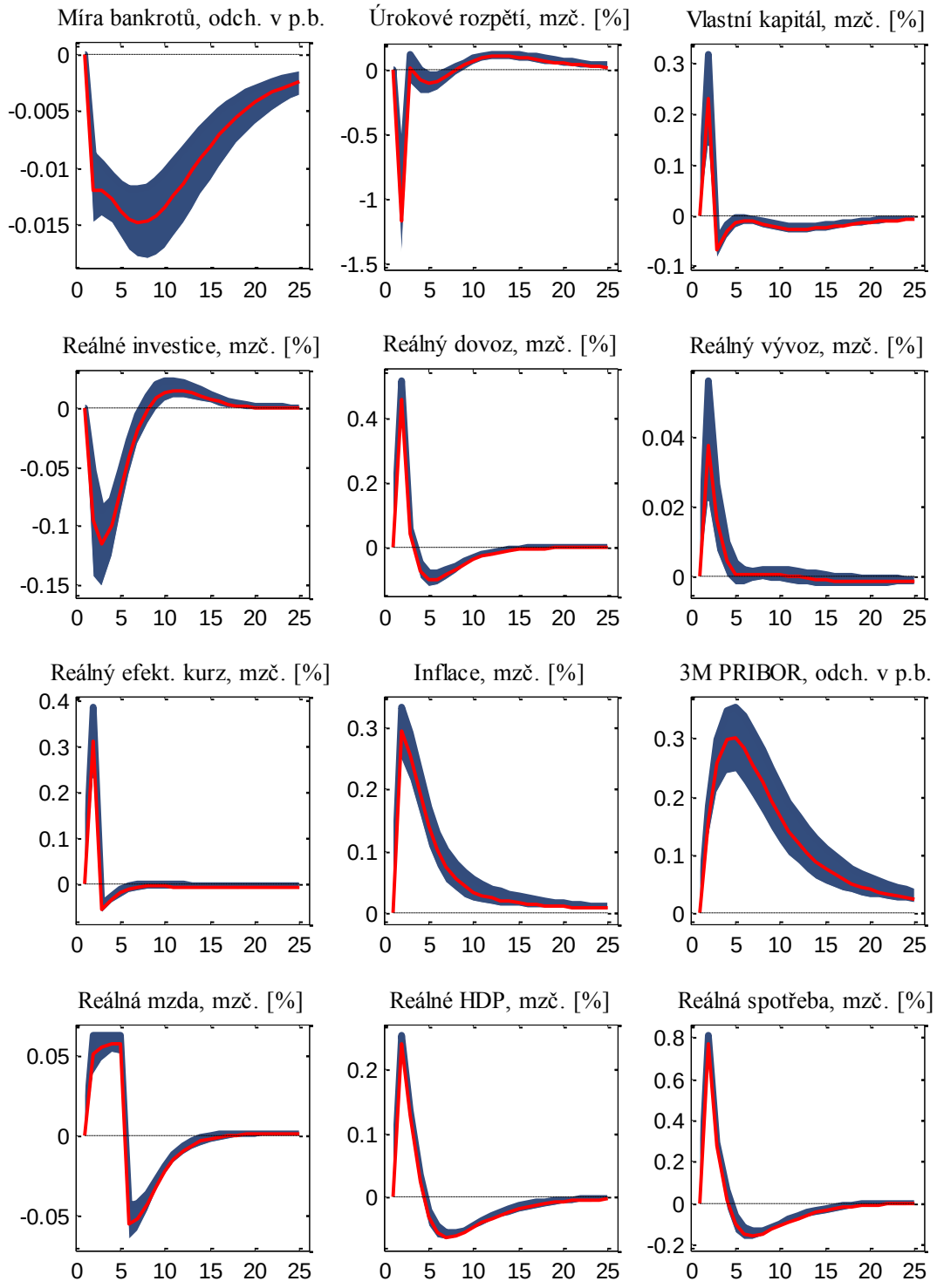
Graf 22: Odezva na technologický šok



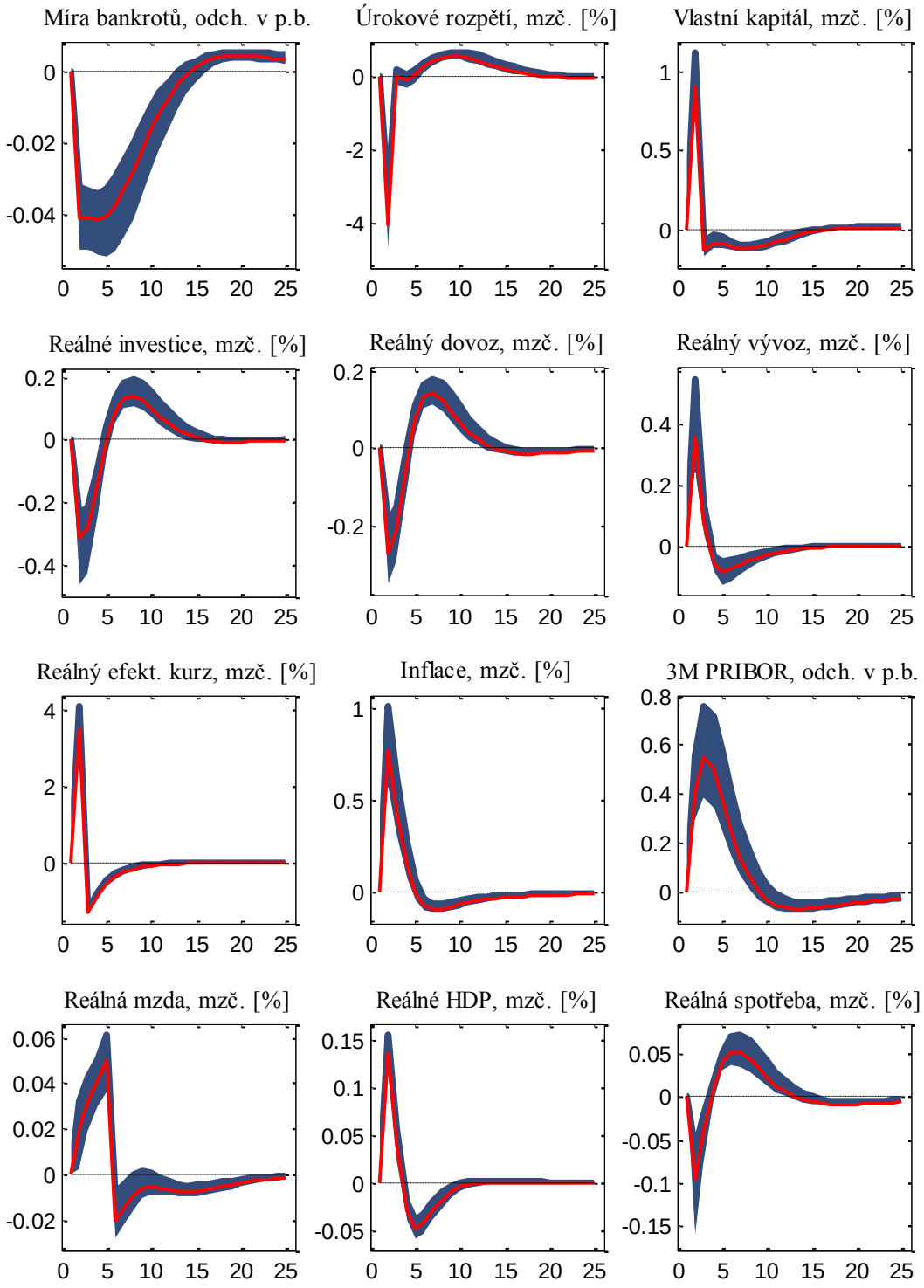
Graf 23: Odezva na šok do efektivity transformace investic na kapitál



Graf 24: Odezva na šok do spotřebitelských preferencí

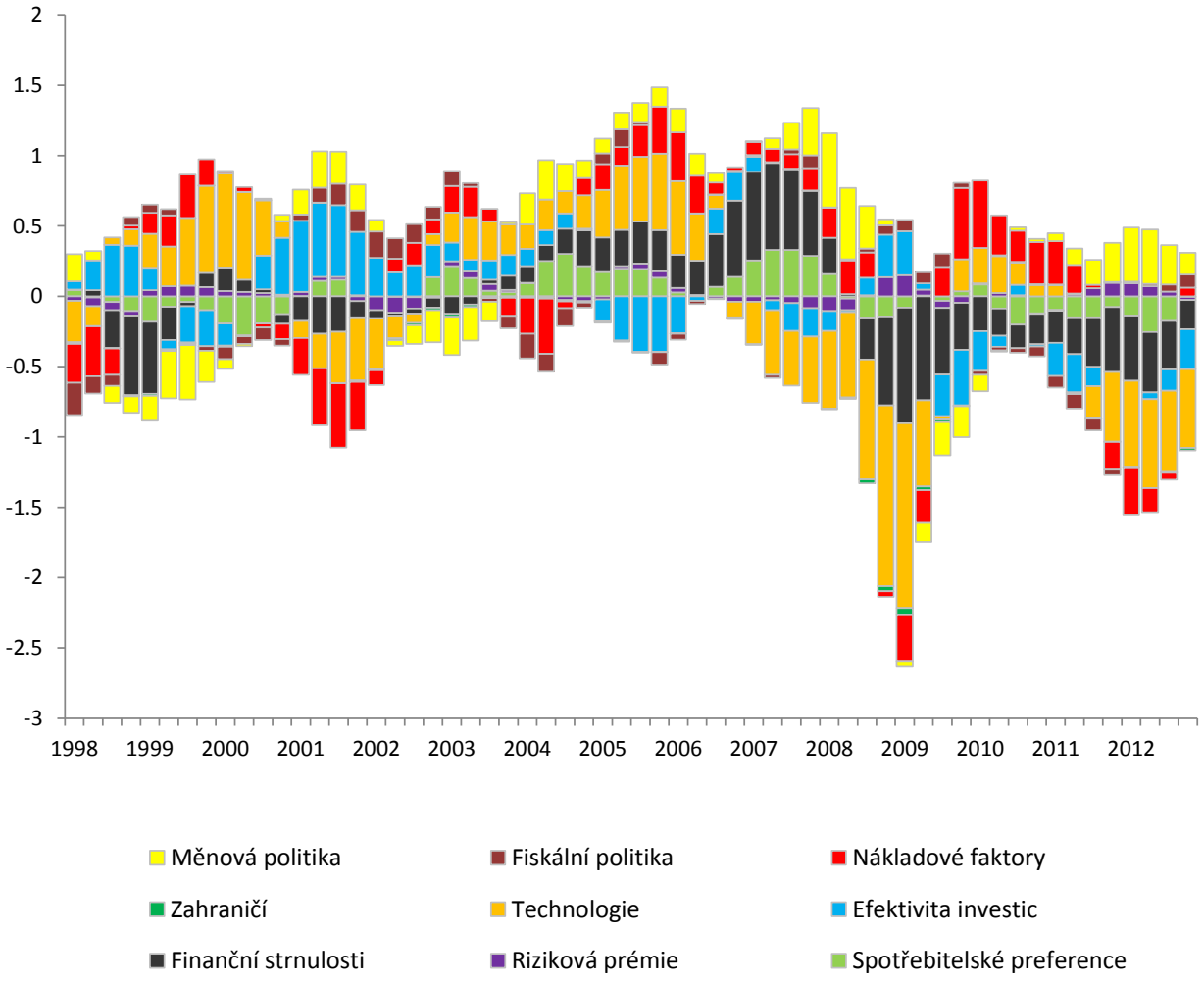


Graf 25: Odezva na šok do rizikové prémie



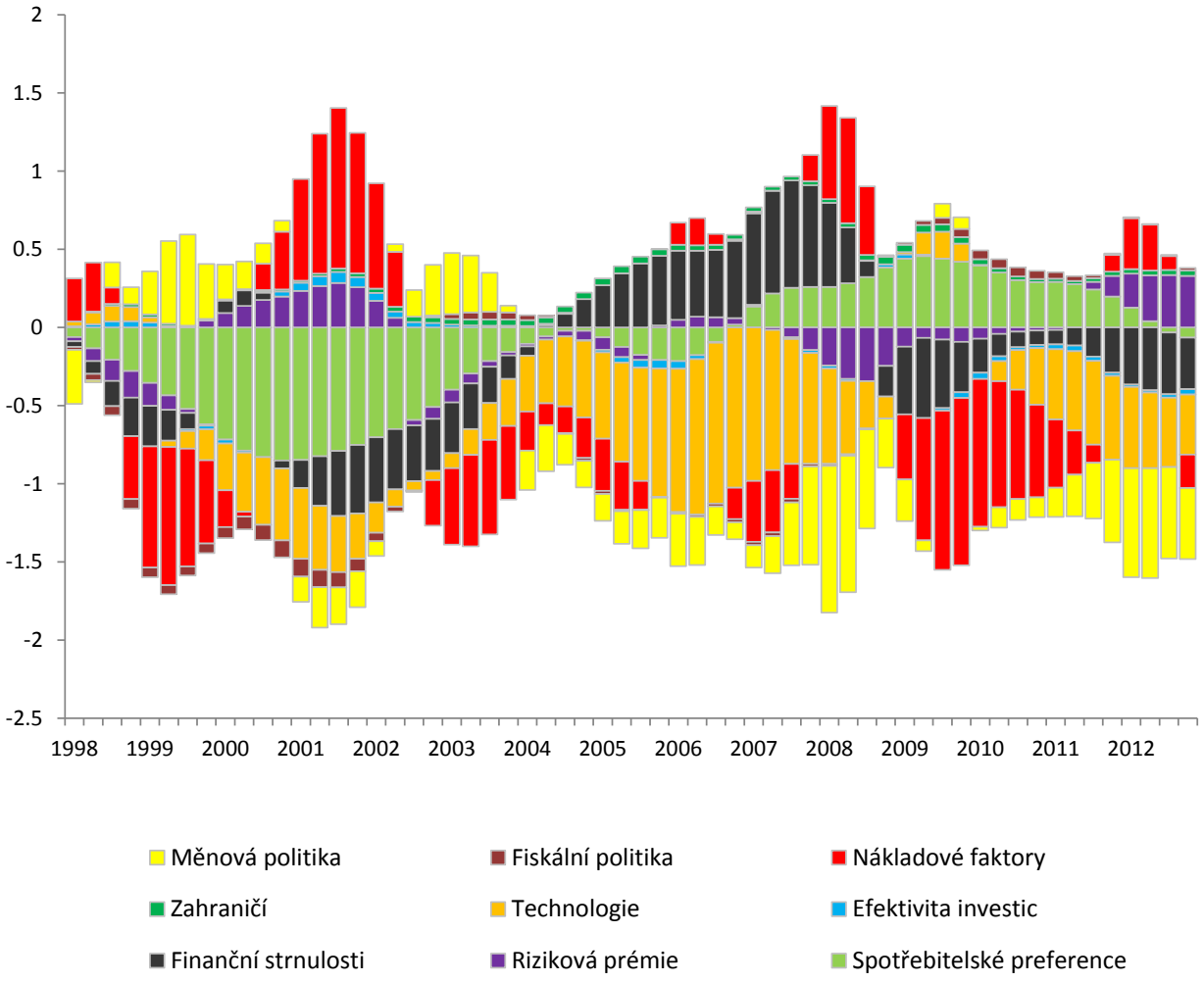
Příloha 7 – Šoková dekompozice

Graf 26: Dekompozice růstu HDP

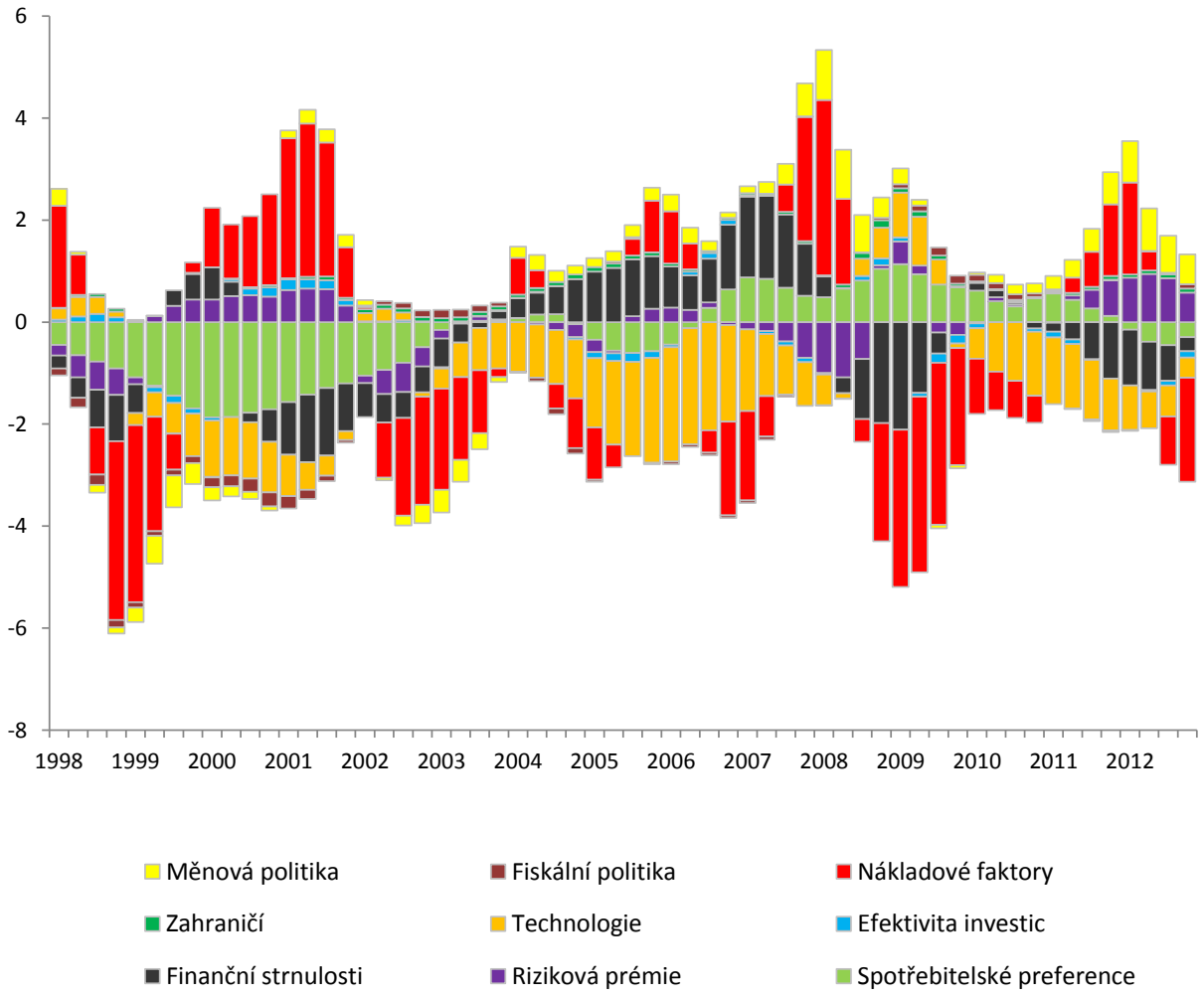


Poznámka: V rámci této přílohy jsou graficky znázorněny šokové dekompozice procentních odchylek mezičtvrtletních růstů vybraných veličin od jejich dlouhodobých trendů. Výjimku tvoří dekompozice úrokové sazby, inflace a úrokového rozpětí, které jsou měřeny jako odchylky od dlouhodobě rovnovážných hodnot. Rozdíly mezi dekomponovanými veličinami a jejich datovými protějšky jsou dány chybami v měření identifikovanými pomocí Kalmanova filtru.

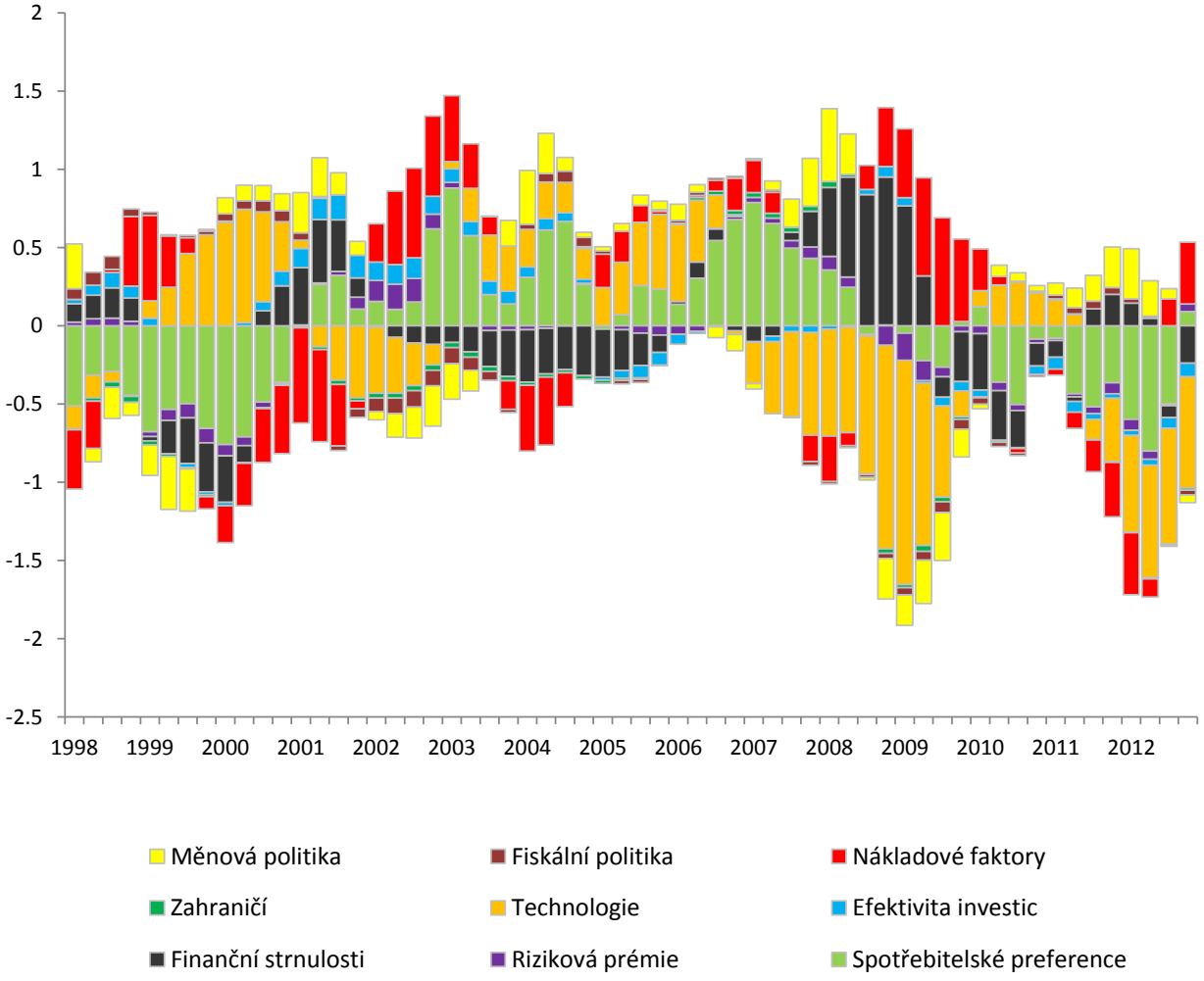
Graf 27: Dekompozice odchylky úrokové sazby 3M PRIBOR od rovnovážné sazby



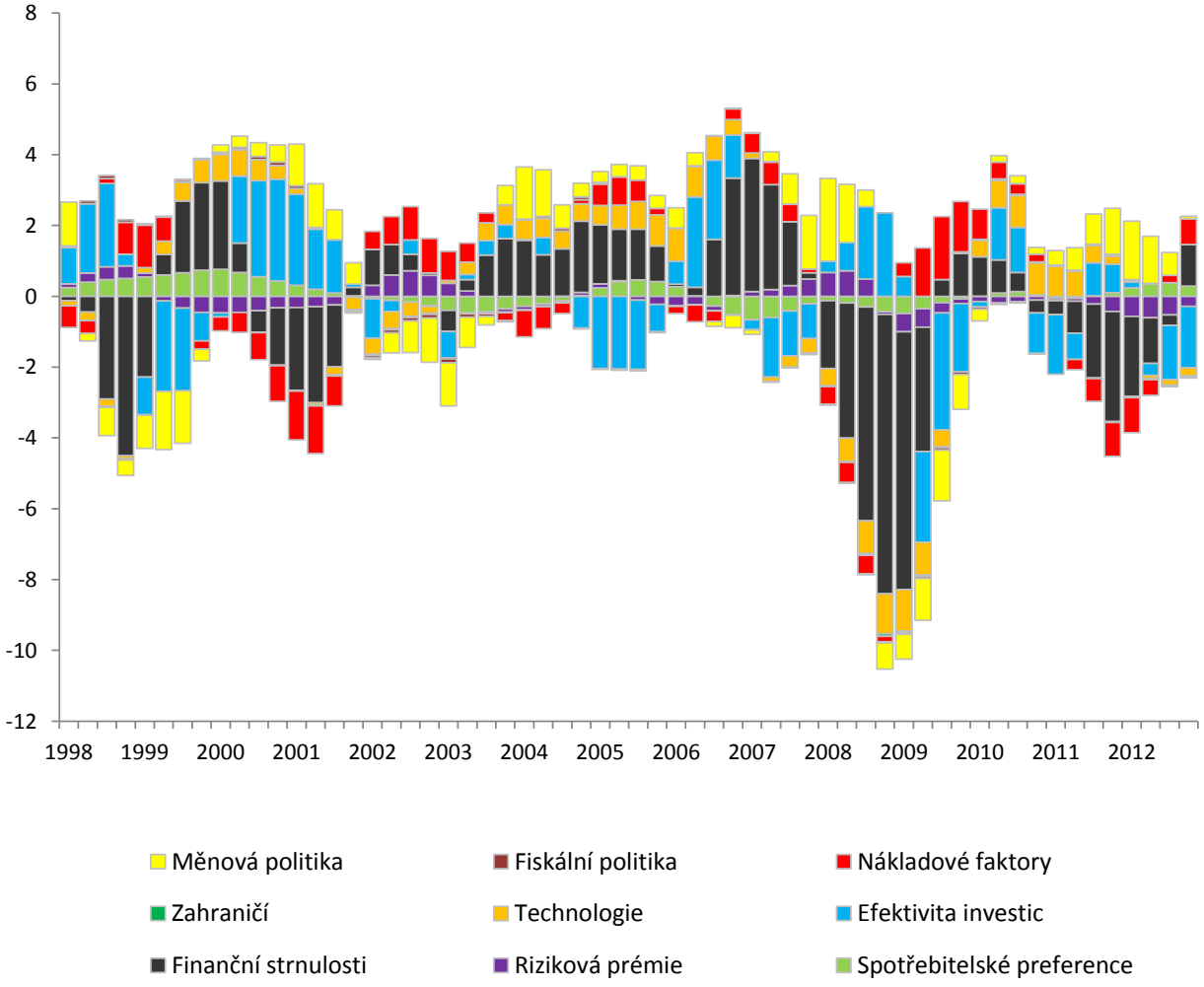
Graf 28: Dekompozice odchylky inflace od inflačního cíle



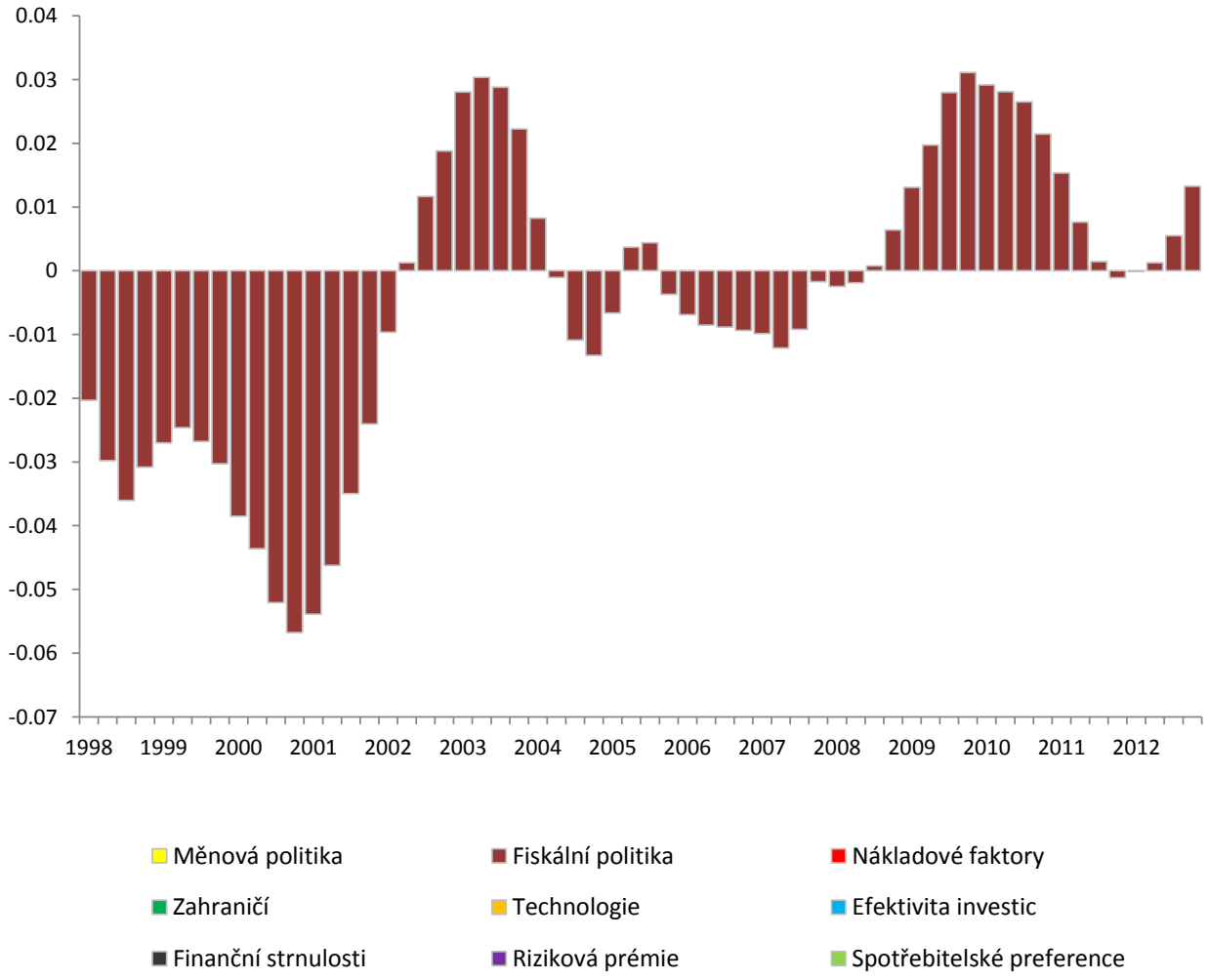
Graf 29: Dekompozice růstu reálné spotřeby domácností



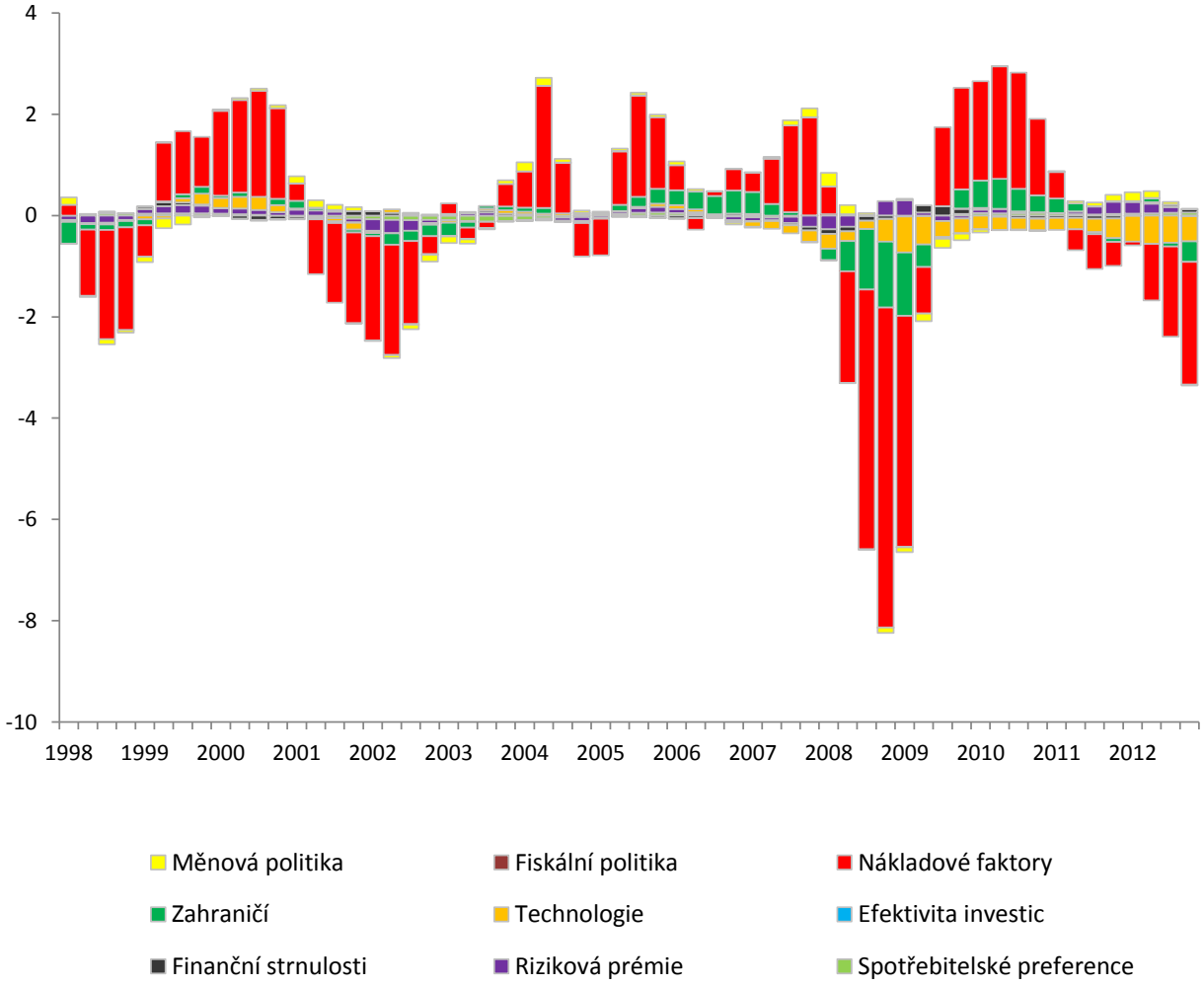
Graf 30: Dekompozice růstu celkových reálných investic



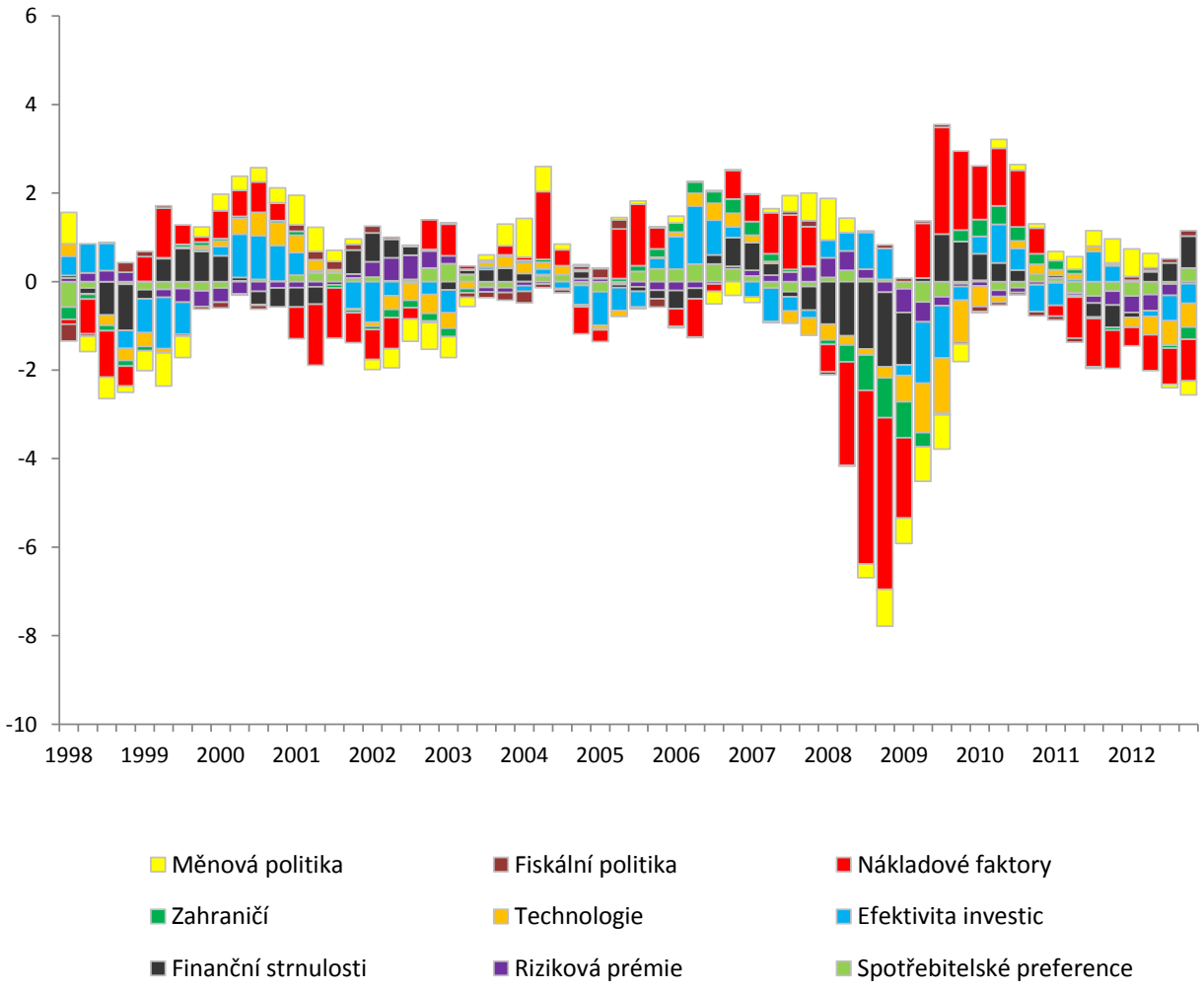
Graf 31: Dekompozice růstu reálných vládních výdajů



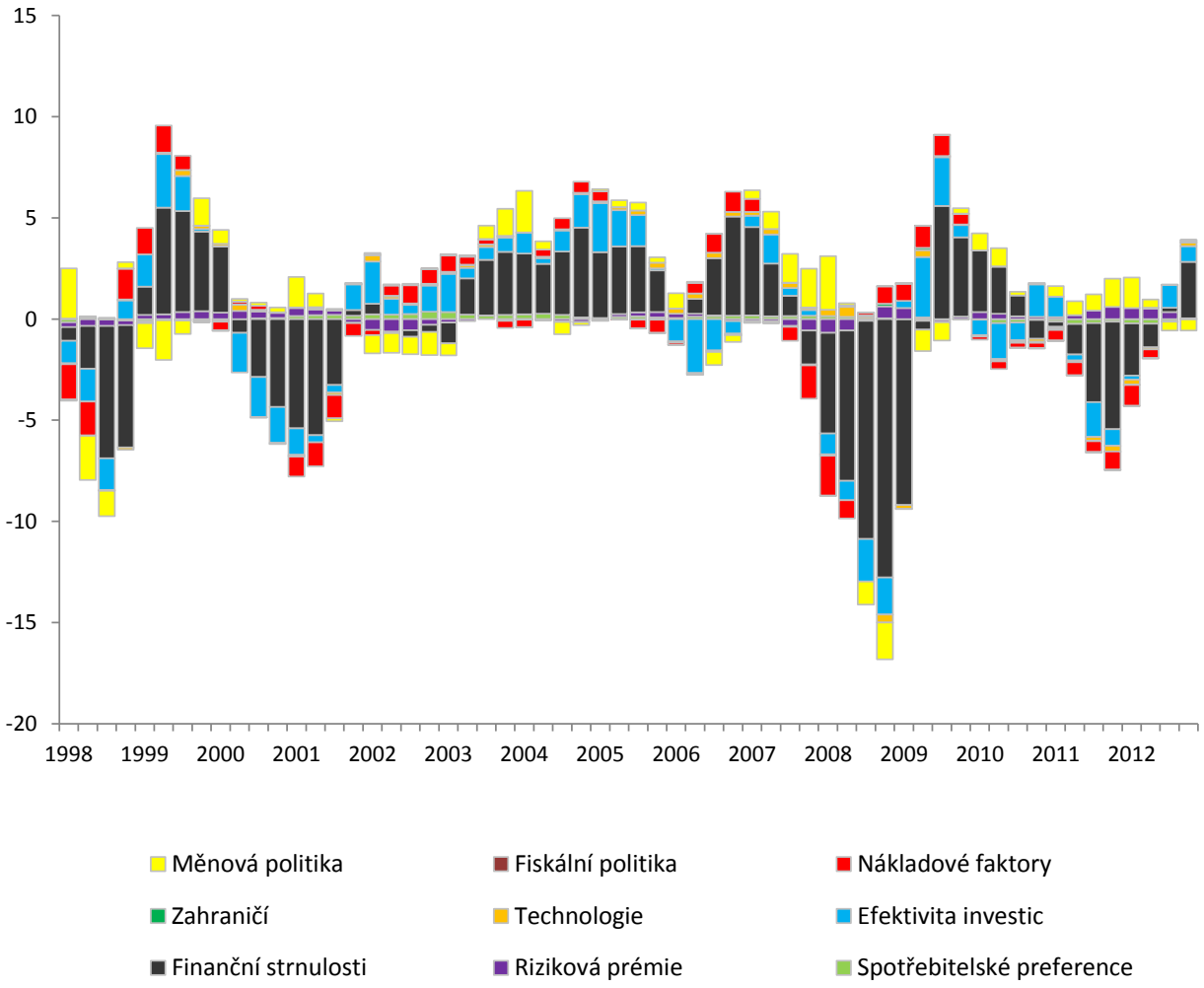
Graf 32: Dekompozice růstu reálného vývozu



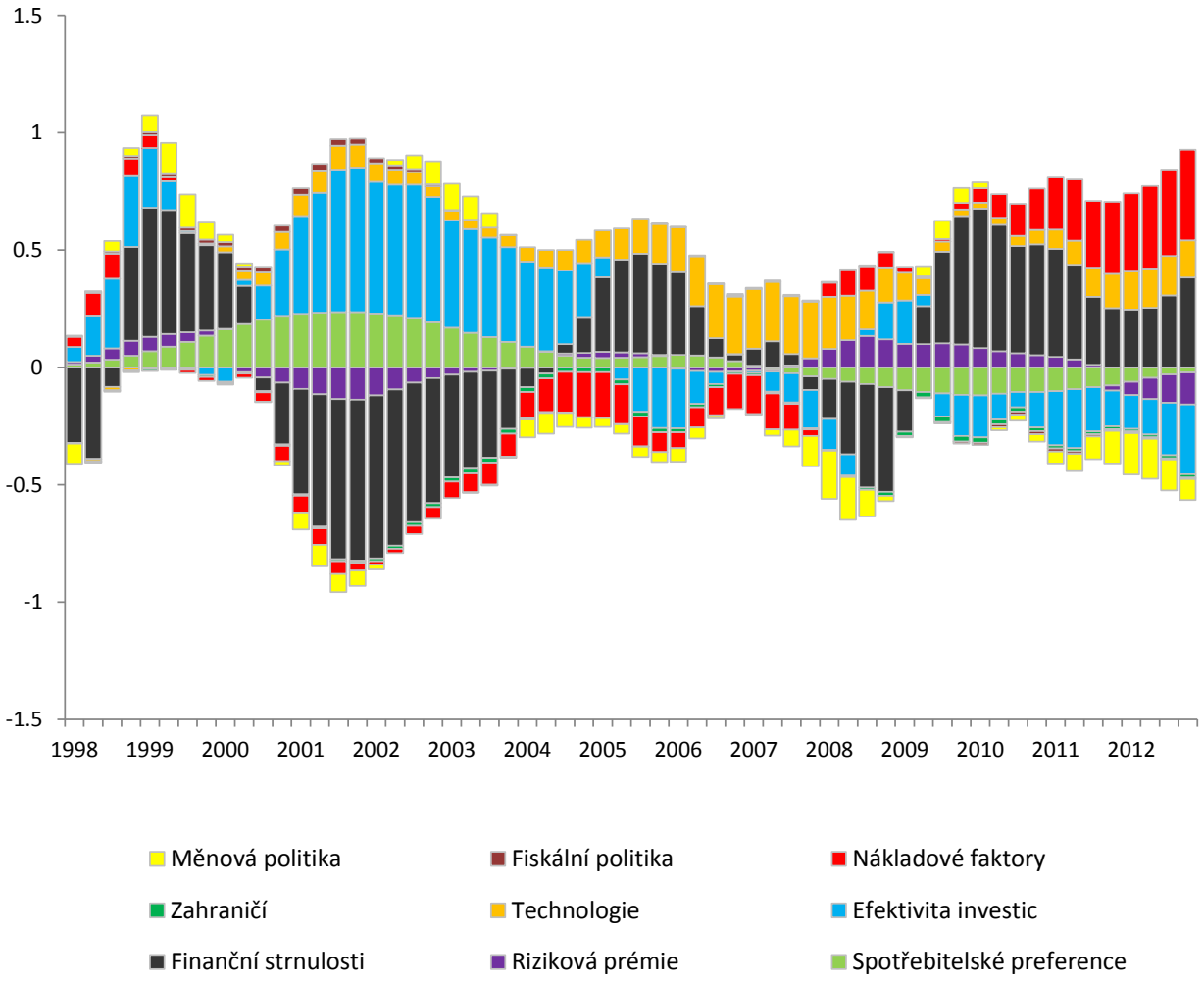
Graf 33: Dekompozice růstu reálného dovozu



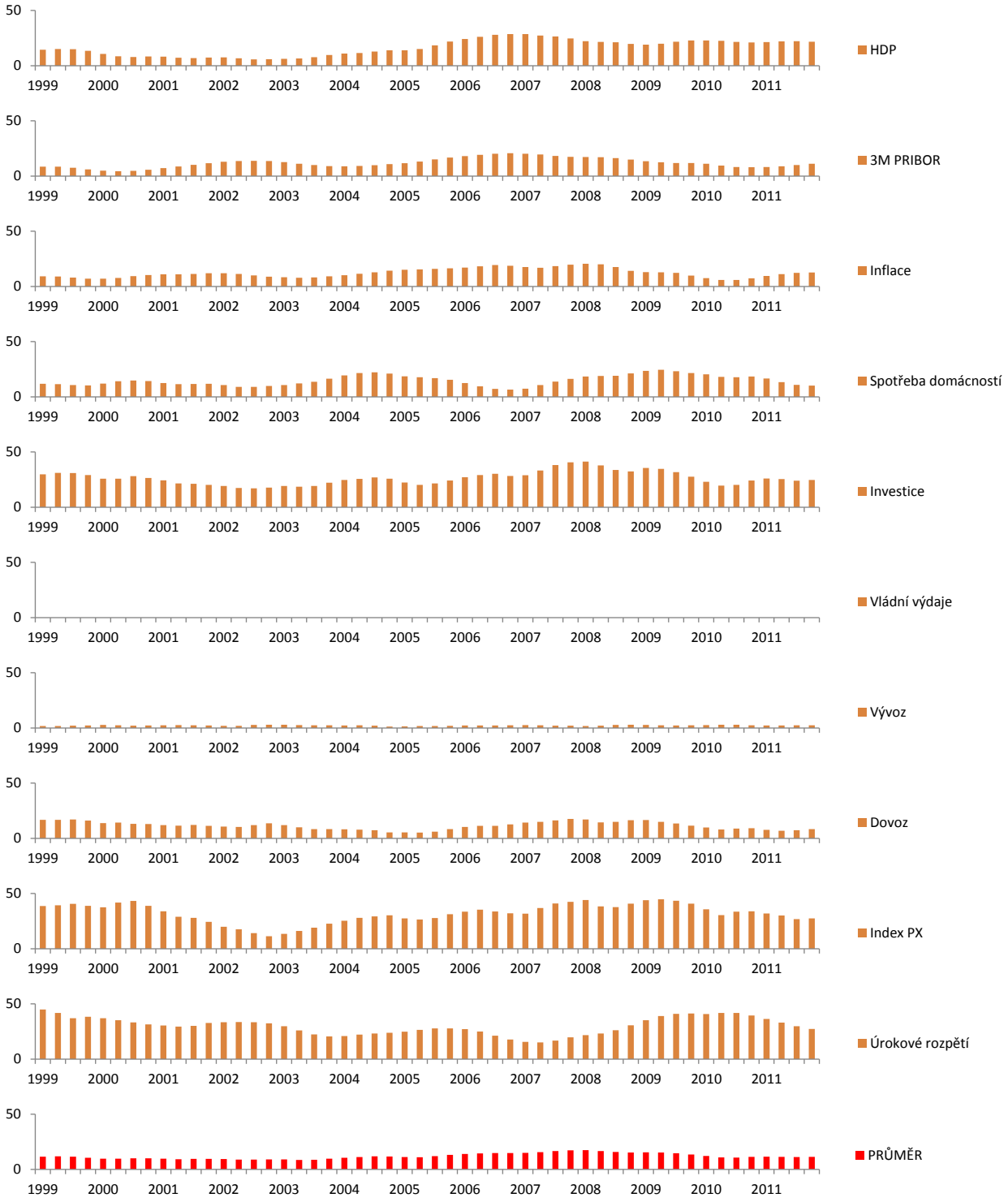
Graf 34: Dekompozice růstu indexu PX (veličina aproximující vlastní kapitál podnikatelů)



Graf 35: Dekompozice úrokového rozpětí (tržní 3M sazby – 3M PRIBOR)



Graf 36: Síla efektů finančních frikcí



Poznámka: Síla efektů finančních frikcí je na jednotlivých grafech uvedena jako procentní podíl šoků ve finanční oblasti na všech modelových šocích. Takto spočtené údaje jsou nakonec vyhlazeny pomocí dvoustranného klouzavého průměru.