

VYSOKÁ ŠKOLA EKONOMICKÁ V PRAZE
FAKULTA INFORMATIKY A STATISTIKY



BAKALÁŘSKÁ PRÁCE

2017

Kateřina Nováková

VYSOKÁ ŠKOLA EKONOMICKÁ V PRAZE
FAKULTA INFORMATIKY A STATISTIKY



**Metody kvantifikace rizika při nastavení limitu expozice
brokerských společností**

Autor:	Kateřina Nováková
Katedra:	Katedra ekonometrie
Obor:	Matematické metody v ekonomii
Vedoucí práce:	Ing. Jan Zouhar, Ph.D.

Prohlášení:

Prohlašuji, že jsem bakalářskou práci na téma „Metody kvantifikace rizika při nastavení limitu expozice brokerských společností“ zpracovala samostatně. Veškerou použitou literaturu a další podkladové materiály uvádím v seznamu použité literatury.

V Praze dne 24. května 2017

Kateřina Nováková

Poděkování:

Ráda bych na tomto místě poděkovala Ing. Janu Zouharovi, Ph.D. za vedení mé bakalářské práce a za odborné konzultace, které mou práci obohatily, brokerské společnosti za poskytnutí dat a svému bratrovi Liborovi za pomoc při programování.

Abstrakt

Název práce: Metody kvantifikace rizika při nastavení limitu expozice brokerských společností
Autor: Kateřina Nováková
Katedra: Katedra ekonometrie
Vedoucí práce: Ing. Jan Zouhar, Ph.D.

Tato práce je zaměřena na problematiku forexových společností, tedy zprostředkovatelů požadavků investorů na nákup či prodej měnových párů, jak nastavit správný limit na své měnové expozici. Velikost limitu ovlivňuje zisk a ztrátu společnosti při pohybu měnového kurzu a tato práce popisuje způsob, jak kvantifikovat riziko ztráty pomocí běžných finančních ukazatelů rizika jako *Value at Risk* a *Expected Shortfall*. Cílem práce je popsat, jak tyto ukazatele odhadnout. K výpočtu jsou využita reálná data od forexové společnosti. Pro stanovení hodnot ukazatelů je použita *replikační metoda*, data pro výpočet jsou tedy stochasticky simulována. Veškeré výpočty jsou provedeny v *R*.

Klíčová slova: Forexová společnost, kvantifikace rizika, Value at Risk, Expected Shortfall, simulační modely

Abstract

Title: Setting of the exposition limit for brokerage companies using risk quantifying methods
Author: Kateřina Nováková
Department: Department of econometrics
Supervisor: Ing. Jan Zouhar, Ph.D.

This thesis is focused on brokerage companies, the middlemen of investors' demands for buying and selling currency pair, and their problems of determining the proper limit on their currency exposition. The limit value has an influence on company's gains and losses resulting from exchange rate movement. The thesis describes a method how to quantify the risk of loss utilizing common financial indicators like Value at Risk and Expected Shortfall. The aim of the thesis is to describe how to estimate these indicators. Real data supplied by brokerage company are used for calculation. The replication method is applied for determining the values of indicators, data for calculation are stochastically simulated. All calculations are implemented in *R*.

Key words: Brokerage company, risk quantification, Value at Risk, Expected Shortfall, simulation modeling

Obsah

1 Úvod	4
2 Brokerské chování	5
2.1 Měnový trh a jeho subjekty	5
2.2 Způsoby měření rizika brokerské expozice	7
2.3 Cíle práce a očekávaný výstup	9
3 Ekonomicko-statistická metodologie	10
3.1 Datové soubory a popis použité metody	10
3.2 Simulování měnových kurzů a příchodů požadavků	12
3.3 Modelování a vyhodnocení dopadu výše brokerské expozice	15
4 Implementace v R	18
4.1 Načtení dat	18
4.2 Simulace ARIMA a náhodné výběry	19
4.3 Funkce výpočtu expozice a odhad rizikových koeficientů	22
5 Výsledky a diskuze	27
5.1 Charakteristiky datového souboru	27
5.2 Vyhodnocení dat	28
6 Závěr	32
Reference	33
Přílohy	34

1 Úvod

Forexové společnosti jsou subjekty devizového trhu, které zprostředkovávají nákup a prodej měn pro své klienty. Pro tyto účely drží určitou likviditu, se kterou disponují. Pohyb měnového kurzu způsobuje, že v případě jeho nepříznivého vývoje podstupují společnosti tím větší riziko ztráty peněz, čím větší likviditu drží. Forexové (nebo také brokerské) společnosti nastavují maximální limit na likviditu, kterou drží, a při jeho překročení se kryjí proti riziku, tzv. hedging. Jedná se o takový obchod mezi brokerskou společností a bankou, kdy likvidita společnosti opět klesne pod nastavený limit.

Tato práce se zabývá způsoby, jak nastavit správný limit likvidity, a snaží se navrhnout postupy, jak k takovým výsledkům dojít. Standardním nástrojem pro měření rizika na finančních trzích jsou *Value at Risk (VaR)* a *Expected Shortfall (ES)*. Stanovení těchto ukazatelů u brokerských společností není tak intuitivní, proto se běžně nepoužívá.

Cílem této práce je navrhnout postup výpočtu *VaR* i *ES* a demonstrovat tím, že je možné využít tyto ukazatele i v tomto případě. Jejich grafické a tabulkové znázornění mohou být užitečným podkladem při rozhodování společnosti, jak vysoký limit likvidity nastavit na základě míry rizika, kterou jsou ochotni přijmout.

Data potřebná k provedení této studie poskytla konkrétní brokerská společnost, která si přála zůstat v anonymitě, a která jsou použita k odhadu parametrů simulačních modelů. Využívány jsou zároveň hodnoty měnového kurzu mezi eurem a dolarem za rok 2016. Z nasimulovaných dat se provedl výpočet ztráty společnosti v závislosti na pohybu měnového kurzu a opakovanou simulací se stanovily hodnoty rizikových ukazatelů.

2 Brokerské chování

Měnové trhy jsou velmi komplexní obor. Zvažuje-li investor vstoupit do tohoto světa, musí mu nejprve porozumět. Totéž platí pro brokerskou společnost, která chce na trhu působit. Následující kapitola se snaží vyjasnit základní principy fungování měnového trhu a postavení brokerských společností.

2.1 Měnový trh a jeho subjekty

Forex, z angl. *Foreign Exchange*, je mezinárodní devizový trh neboli obchodování s cizími měnami. Na forexovém trhu se nakupují a prodávají pouze jednotlivé národní měny, nikoli akcie či obligace, a tento trh je objemem transakcí největší na světě. Forex není centralizovaný, ani nemá konkrétní centrální burzu. Díky neustálému pohybu kurzu světových měn je možné na Forexu vydělat peníze a cílem investorů je taková směna, která jim přinese zisk. Směny jednotlivých měn jsou prováděny vždy v párech, např. EUR/USD, a prostřednictvím forexových brokerů resp. brokerských společností. Na Forexu je možné obchodovat 24 hodin denně, pět dní v týdnu (neobchoduje se o víkendech) a lze obchodovat pouze online.

Majors jsou nejběžněji obchodované měnové páry. Tyto páry jsou tvořeny dolarem a jsou to EUR/USD, USD/JPY, GBP/USD, USD/CHF. První část páru je *základní měna*, druhá část se nazývá měna *opačná* nebo *kotovací*. *Křížové páry* jsou pak měnové páry, které neobsahují americký dolar, např. EUR/JPY, GBP/JPY.

Forexoví brokeři (také makléři) jsou zprostředkovatelé obchodů. Nakupují či prodávají podle rozhodnutí investora, spojují banky, finanční instituce a ostatní makléře a zajišťují potřebnou likviditu na trhu. Zároveň umožňují investorům přístup na trh poskytnutím on-line platformy, kde je možné ovládat obchodní účet. Zákazníci využívají služeb brokerů taky kvůli lepším kurzům, které mohou oproti bankám nabídnout. Brokeři si účtují poplatky za své služby, ale profitují hlavně na tzv. *spreadu*.

Spread je rozdíl mezi *Bid* a *Ask* cenou. *Bid* je nabídková cena, tedy částka, za kterou jsou obchodníci ochotni koupit měnový pár. *Ask* je poptávková cena, za kterou jsou obchodníci ochotni prodat měnový pár. Velikost *spreadu* se měří v *pipech*. Kurz měnových páru je nejčastěji uváděn na přesnost čtyř desetinných míst a nejmenší změnou tedy může být 0.0001, což odpovídá 1 pipu. Rozdíl kurzu GBP/USD 1.6374 a 1.6376 činí tedy 2 pipy apod. Nejvíce obchodované měnové páry mají *spread* do 3 pipů, méně obchodované páry mohou mít *spread* až 10 pipů.

Obchodníci nakupují a prodávají za *Bid* a *Ask* cenu, ale u bank a brokerů je to přesně obráceně. Zároveň platí, že čím nižší je *spread*, tím nižší jsou marže brokerů a větší zisk obchodníků. Pokud se pohne cena GBP/USD z 1.6374 na 1.6375, libra posílila o jeden pip, analogicky dolar oslabil o jeden pip. Velikost obchodu na Forexu se udává v *lotech*. Standardní velikost lotu je 100 000 jednotek dané měny.

Forexový druh obchodování se stává stále populárnější díky relativně snadnému vstupu na trh a kvůli nízkému počátečnímu kapitálu, který umožňuje obchodovat i malým investorům. Denní obrat na Forexu je v dnešní době odhadován na 5 bilionů dolarů [8].

Jak už bylo nastíněno v úvodní kapitole, forexoví brokeri sami drží určitou likviditu měn, kterou používají při obchodování klientů. Nenakupují tedy od banky při každém obchodu, ale drží určitou sumu, ze které čerpají. Tato suma se nazývá *brokerská expozice* a pochopitelně čím vyšší likviditu brokeri drží, tím větší riziko ztráty peněz podstupují při změnách měnového kurzu. Oproti tomu při pozitivním vývoji kurzu mohou o to více na držení vydělat. Cílem je tedy nastavit takový limit expozice, který nese přijatelné riziko. Přijatelné riziko je subjektivní pro každého zprostředkovatele.

Při překročení stanoveného limitu broker prodá nadbytečnou sumu bance, popř. dokoupí chybějící částku od banky. Této operaci se říká *hedging* neboli investice, která má za cíl zajistit se proti riziku. Přestože broker prodává resp. nakupuje za méně výhodný kurz, pojistí se tímto proti negativnímu vývoji měnového kurzu a sníží případnou ztrátu ze znehodnocení měny.

Brokerská expozice tedy představuje kumulovaný součet velikosti obchodů klientů v čase. Pokud klient nakoupí 10 000 eur, brokerská expozice se sníží o 10 000 eur. Brokeri si zároveň určují klidové pásmo, jenž představuje rozpětí od limitu expozice, kdy se hedging neprovádí. Zamezí se tím opakovanému, pro brokerskou společnost nevýhodnému, nákupu či prodeje v případě pohybu expozice kolem jejího limitu.

Expozice se sleduje i u klientů. Nazývá se *klientská* a představuje ji kumulovaný součet velikostí obchodů z pohledu klientů. Pokud je zadán příkaz nákupu 10 000 eur, tak expozice o těchto 10 000 eur vzroste a obráceně. Tato expozice není nějak limitovaná, slouží jako ukazatel celkového objemu obchodů klientů. Platí, že v konkrétním čase se klientská expozice rovná součtu brokerské expozice a hedgovaných částek.

Hedging je krytí proti riziku. Proto ve chvíli, kdy klientská expozice spadne pod limit nastavený na brokerské expozici, není třeba se dále proti tomuto riziku krýt. Celková hedgovaná částka se od banky nakoupí zpět, případně prodá.

Možnost, jak vypočítat zisk brokerských společností, je přepočítat pomocí aktuálních měnových kurzů expozice všech měn do jedné, ve které společnost účtuje, např. dolaru. To lze provádět na konci každého týdne či měsíce. Nejpřesněji jde vývoj zachytit přepočtem expozice po každém obchodu, což je využito i v této práci. Tento postup bere v úvahu měnové kurzy ostatních měn vůči dolaru ve chvíli provedení obchodu klienta.

Expozice se počítá pro každou měnu zvlášť. Expozice eur tedy zahrnuje veškeré obchody měnových párů, které mají v jedné části položku EUR, expozice dolarů a dalších měn je definována obdobně. Tato práce studuje vliv pohybu měnového kurzu pouze u expozice eur. Pro ostatní expozice je možné postupovat analogicky za předpokladu znalosti hodnot měnových kurzů.

2.2 Způsoby měření rizika brokerské expozice

Ukazatelé rizika jsou více známy v kontextu hodnocení výnosnosti portfolia. Investoři odhadují, jak velkou sumu peněz riskují v konkrétním časovém horizontu a jaké jsou pravděpodobnosti této ztráty kvůli pohybu měnového kurzu [4]. Nabízí se tedy použít tyto ukazatele pro kvantifikaci rizika u brokerských společností, jejichž velikost ztráty závisí na pohybu měnových kurzů také.

K jejich stanovení je možné přistoupit dvěma způsoby:

1. hodnoty ukazatelů odhadnout z historických dat,
2. nasimulovat vstupní data a hodnoty ukazatelů z nich určit.

Nevýhodou prvního způsobu je korelovanost dat, ze kterých se ukazatelé budou počítat. Přestože příchod požadavků na nákup měnových párů je možné prohlásit za náhodný, u brokerské expozice, což je v podstatě jejich kumulovaná suma, to není možné. Hodnota expozice v čase t závisí na hodnotách v čase $t-1, \dots, 1$. Odhady koeficientů by tak byly zkreslené.

Druhý způsob pracuje s nasimulovanými daty. Provede-li se pouze jedna simulace, problém by byl stále stejný z důvodu principu výpočtu expozice. Je třeba tedy zvolit přístup komplexnější. Opakovanou simulací lze za určitých podmínek získat data vzájemně nezávislá. Takto je postupováno i v této studii. Podrobněji popsáno v kapitole 3.2.

Mezi nejrozšířenější kvantifikátory finančního rizika patří *Value at Risk* a *Expected Shortfall*.

Value at Risk

Hodnota v riziku, angl. *Value at risk (VaR)*, je relativně mladá metoda, kterou začaly používat investiční firmy na konci 90. let minulého století, a měla za úkol měřit rizikovost obchodovaných portfolií. Mezi první společnosti se řadí americká investiční banka J. P. Morgan & Co., která vznikla v roce 1860. Její zakladatel J. P. Morgan byl americký podnikatel a jeden z největších bankéřů své doby. Představil tuto metodu na konferenci o řízení rizik v roce 1993, kde vyvolala velký zájem, a tak v roce 1994 byla zveřejněna celá metodologie pod názvem „Risk Metrics“ [5]. V současné době je to jedna z nejrozšířenějších metod a je často využívána jak v bankovníctví, tak v pojišťovnictví.

VaR měří největší očekávanou ztrátu na portfoliu v konkrétním časovém horizontu na dané hladině významnosti za předpokladu normálních podmínek na trhu [11]. Také ho lze chápat jako odhad největší ztráty, ke které by mohlo dojít s $100p\%$ pravděpodobností, na základě již známých ztrát určitého časového období. Nejčastěji se p volí 0.05. *VaR* se pak vypočítá jako 5% kvantil a říká, že v 95% případech ztráta nepřesáhne tuto hodnotu v dalším časovém období.

Výpočet VaR je možné provést třemi způsoby:

1. historickou simulací,
2. simulací Monte Carlo,
3. metodou variancí a kovariancí.

Nevýhodou rozdílných přístupů jsou i rozdílné výstupní hodnoty, které se mohou výrazně lišit [5]. Z tohoto důvodu je vhodné použít více přístupů a výsledky porovnat. V této práci byl zvolen přístup simulace Monte Carlo.

Pro hladinu významnosti α a diskrétní veličinu X , která v této práci představuje vektor denních ztrát společnosti, je VaR matematicky definován:

$$VaR_{1-\alpha}(X) := \inf_{t \in R} \left\{ t : Pr(X \leq t) \geq 1 - \alpha \right\}. \quad (1)$$

Pro spojitou veličinu X pak splývá s kvantilem:

$$VaR_{1-\alpha}(X) := q_{1-\alpha}(X), \quad (2)$$

kde $q_{1-\alpha}$ představuje $100(1 - \alpha)\%$ kvantil rozdělení veličiny X .

V roce 1999 profesor P. Artzner označil VaR za nekoherentní nástroj pro měření rizika [3]. Začaly se hledat nové přístupy, jedním z nich je *Expected Shortfall*.

Expected Shortfall

Expected Shortfall (ES) je dalším ukazatelem evaluace rizika navržen jako alternativa k VaR . Poprvé byl zmíněn v roce 1998 v publikaci „Coherent risk measures on general probability spaces“ profesorem F. Delbaenem [6]. V roce 2001 bylo dokázáno, že je koherentním nástrojem, a publikováno pod názvem „Expected shortfall as a tool for financial risk management“ [1]. Nezávisle na této publikaci byl ES představen R. T. Rockafellarem a S. Uryasevem v roce 2001 pod názvem *Conditional Value at Risk (CVaR)* [12].

V případě spojitého rozdělení vede ES také k nekoherentnímu ukazateli. Existují ovšem studie, které ho odhadují efektivněji a výsledky vedou k přesnějším závěrům než VaR .

V kontextu měření výnosnosti portfolií udává ES očekávanou návratnost investice, pokud nastanou nejhorší možné scénáře. Jinak řečeno, odhaduje průměrnou ztrátu, kterou lze očekávat ve $100p\%$ nejhorších případech. Hodnota p se volí stejná jako u VaR . *Expected shortfall* je v literatuře také nazýván *Average Value at Risk (AVaR)* nebo *Expected Tail Loss (ETL)*.

Pro hladinu významnosti α a veličinu X , chápanou stejně jako u VaR , je ES definován:

$$ES_{1-\alpha}(X) := \frac{1}{\alpha} \int_0^\alpha VaR_{1-\gamma}(X) d\gamma. \quad (3)$$

2.3 Cíle práce a očekávaný výstup

Jak již bylo nastíněno dříve, forexové společnosti si individuálně nastavují limity na expozicích jednotlivých měn. Důvodem nastavení tohoto limitu je krytí se proti riziku velké ztráty peněz při nepříznivém pohybu měnového kurzu. Výše limitů u jednotlivých společností se liší především v závislosti na počtu klientů, pro které obchody na měnovém trhu zprostředkovávají. Velké společnosti mohou nastavit své limity vyšší. Požadavky na realizaci obchodu jim chodí častěji, stejně tak rozptýl jejich velikostí je vyšší. Hodnoty brokerské expozice se mění s vyšší frekvencí, proto si mohou tyto společnosti dovolit i vyšší limit.

Limity expozice se liší i u jednotlivých měn. Velkou roli při stanovení správné výše expozice hraje vývoj měnového kurzu. Záleží na jeho stabilitě, především na tom, jak velké výkyvy v jeho hodnotách nastávají. U stabilního měnové kurzu je obecně riziko velké ztráty menší než u kurzu s vysokou fluktuací. Dále záleží na tom, jestli se jedná o přední světové měny jako americký dolar, euro či čínský juan. Jejich kurz je stabilnější a předvídatelnější.

V neposlední řadě záleží i na přístupu společnosti k riziku. Jestli je ochotna riskovat více za cenu případného vyššího výnosu nebo naopak si chce být výsledkem hospodaření co nejvíce jistá.

Tato práce se zabývá pouze nastavením limitu brokerské expozice eur. Pro ostatní měny je postup analogický. Zároveň se neuvažuje zisk společnosti, pracuje se pouze se vzniklými ztrátami. Na ty je cílem aplikovat dva nejrozšířenější finanční ukazatele měření rizika *Value at Risk* a *Expected Shortfall*, které se jinak běžně používají pro odhad výnosnosti portfolia.

Výstupem práce je grafický a tabulkový přehled hodnot VaR a ES pro jednotlivé výše limitů expozice. Cílem práce je poskytnout metodu, kterou mohou brokerské společnosti využít při svém rozhodování o výši limitu. Podrobně je popsán celý proces odhadu koeficientů VaR a ES . Součástí je implementace výpočtu pomocí R .

3 Ekonomicko-statistická metodologie

3.1 Datové soubory a popis použité metody

Brokerská společnost poskytla dva datové soubory. První obsahuje záznamy všech obchodů zprostředkovaných od 12. září 2014 do 18. listopadu 2016. Pro výpočet expozice eur jsou využity pouze obchody, ve kterých je jedním z páru euro a které jsou realizovány v roce 2016. Těchto obchodů je 324 090, z nich se v roce 2016 uskutečnilo 238 088. Tabulka 1 poskytuje náhled na strukturu datového souboru.

Ticket	Open.Time	Type	Item	Volume
750359	25.11.2014 10:00:00	buy	euraud	0.01
750359	25.11.2014 10:33:00	sell	euraud	0.01
750992	25.11.2014 15:32:00	sell	eurusd	0.03
751250	25.11.2014 16:38:00	buy	eurusd	0.04
751244	25.11.2014 16:38:00	buy	eurusd	0.04

Tabulka 1: Datový soubor - ukázka dat

V poskytnutých datech je obchodováno dvanáct různých měnových párů, v nichž nejzastoupenějším je EUR/USD, který tvoří 75% všech požadavků. Nejčastěji se obchodují částky kolem 0.01 lotu, vysoké částky výjimečně. Soubor obsahuje pět proměnných:

- *Ticket* – kód klienta,
- *Open.Time* – čas obchodu (s přesností na minuty),
- *Type* – určuje, zda-li klient chce prodat (sell) nebo nakoupit (buy),
- *Item* – definuje obě části měnového páru, který se obchoduje,
- *Volume* – velikost obchodu v lotech.

Druhý datový soubor obsahuje minutové měnové kurzy mezi eurem a dolarem pro rok 2016. V tabulce 2 je náhled struktury dat, obrázek 1 zachycuje vývoj měnového kurzu. Soubor obsahuje dvě proměnné: *Time* značí čas přiřazený kurzu, *Rate* pak hodnotu kurzu.

Postup odhadu *VaR* a *ES*

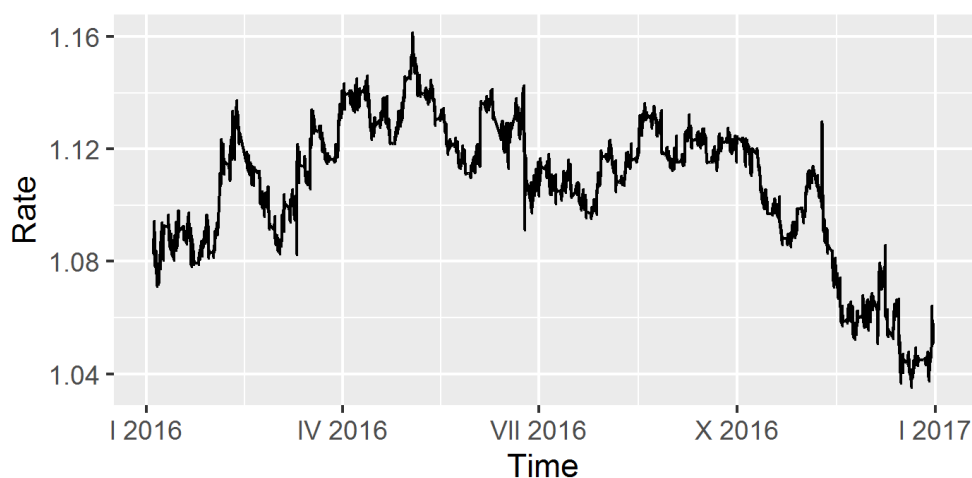
Metoda odhadu rizikových ukazatelů je založena nejprve na simulaci dat měnových kurzů a požadavků. Tato data se použijí k výpočtu brokerské expozice a stanoví se denní ztráty společnosti dle pohybu měnového kurzu. To celé pro různé limity expozice. Z dostatečného množství dat jsou odhadnuty *VaR* a *ES* dle vzorců (2) a (3).

Time	Rate
4.1.2016 0:00:00	1.08566
4.1.2016 0:01:00	1.08713
4.1.2016 0:02:00	1.08711
4.1.2016 0:03:00	1.08716
4.1.2016 0:04:00	1.08721

Tabulka 2: Měnové kurzy - ukázka dat

Podrobný postup metody odhadu koeficientů pro konkrétní limit expozice je možné popsat následovně:

1. analýza dat,
2. odhad parametrů ARIMA modelu aplikovaný na měnové kurzy,
3. odhad parametrů exponenciálního rozdělení aplikovaný na příchody požadavků,
4. generování hodnot měnových kurzů a časů příchodů požadavků,
5. náhodný výběr z poskytnutých dat pro přiřazení velikostí a typů obchodů k časům jejich realizace,
6. výpočet klientské a brokerské expozice,
7. výpočet denních ztrát dle pohybu měnového kurzu,
8. opakování bodu 4. až 7.,
9. odhad koeficientů VaR a ES .



Obrázek 1: Vývoj měnového kurzu v roce 2016

Cílem práce je poskytnout přehled odhadů koeficientů pro různé limity expozice, proto je nezbytné kroky 4. až 9. provést pro všechny limity, které mají přijít v úvahu. Stejně tak je možné pracovat s různými nastaveními klidového pásma. Jednotlivé kroky metody jsou podrobněji popsány v následujících kapitolách.

V kontextu této práce je dále používáno pro hodnoty proměnných následující značení, pokud není stanoveno jinak:

- *Rate* – hodnota měnového kurzu,
- *Volume* – velikost obchodu v lotech,
- *Type* – typ obchodu,
- *Client_expo* – velikost klientské expozice,
- *Broker_expo* – velikost brokerské expozice,
- *Hedge_amount* – velikost hedgované částky,
- *limit* – výše limitu expozice,
- *zone* – horní hranice klidového pásma (spodní hranicí je 0),
- *n* – celkový počet požadavků, jednotlivé požadavky jsou značeny indexem [*i*].

3.2 Simulování měnových kurzů a příchodů požadavků

Počítačové simulace jsou nepostradatelným nástrojem v mnoha vědních disciplínách. Využívají se v astrofyzice, biologii, inženýrství, ekonomii, medicíně a mnohých dalších. Velký rozvoj zaznamenaly po druhé světové válce v meteorologii a nukleární fyzice spolu s rozmachem počítačových technologií. Od té doby prošly obrovským vývojem stejně jako počítače samy a dnešní práci si bez nich není možné představit.

Používají se všude, kde je možné popsat fungování systému matematickým modelem. Ten se snaží definovat jeho chování a v simulaci ho aproximovat. Simulační modely se dělí na deterministické a stochastické dle toho, je-li do modelu zahrnuto i generování náhodné složky. U stochastických simulací, označovaných také jako *Monte Carlo simulace*, probíhá generování hodnot ze známého nebo hypotetického rozdělení opakovaným náhodným výběrem o dostatečně konečné velikosti [10].

Pro analýzu a následně simulaci časových řad, které v této práci představují měnové kurzy, se používají modely ARIMA, ARCH nebo GARCH. Modely ARIMA reprezentují autoregresní integrované modely klouzavých průměrů, jež jsou univerzálním nástrojem analýzy chování časových řad. Jsou využity i v této práci. Modely ARCH neboli autoregresní modely s podmíněnou heteroskedasticitou pracují s proměnlivým rozptylem v čase. GARCH modely jsou zobecněné ARCH modely.

Intervaly mezi příchody jednotlivých požadavků se modelují pomocí *exponenciálního rozdělení*. Vhodnou úpravou se dají zjistit přesné časy příchodů požadavků. Je možné využít i *Poissonovo rozdělení* pro generování počtu příchodů požadavků [7].

V případě, že jsou známy historické hodnoty, v ekonometrii označovány jako populace, se pro generování hodnot může provést náhodný výběr z celkové populace. V praxi je celková populace ovšem neznámá, pracuje se vždy s výběrem. Určitou aproximací náhodného výběru z populace je provádět náhodný výběr s opakováním ze vzorku. Tím se získají reprezentativní nezávislá pozorování využívající vlastnosti *zákonu velkých čísel*.

Měnové kurzy – ARIMA modely

Důvodem simulací časových řad je možnost modelovat jejich vývoj na základě odvozených charakteristik, opakovanou simulací pak určit nejpravděpodobnější vývoj. S nasimulovanými měnovými kurzy je možné odhadnout ztrátu společnosti, která je na vývoji kurzu závislá, a stanovit její nejpravděpodobnější scénáře. Časové řady je potřeba nejprve analyzovat a získat model, který jejich průběh dobře vysvětluje.

Univerzálním nástrojem pro tuto analýzu je model ARIMA. Je to smíšený proces autoregresního procesu a procesu klouzavých průměrů pro nestacionární časové řady. Nestacionární časové řady jsou takové řady, jejichž rozdělení pravděpodobnosti není v čase neměnné. Výstupem ARIMA modelu jsou hodnoty parametrů p , d a q , kde p je řád autoregresního procesu, d značí d -tou diferenci procesu a q je řád obecného procesu klouzavých průměrů [13]. Tyto parametry pak vstupují do simulačního procesu, jehož výstupem jsou nové hodnoty měnových kurzů. Princip výpočtu v *R* pak je následující:

input : Rates (původní hodnoty)
output: Rates (simulované hodnoty)

- 1 *odhad parametrů p, d, q ;*
- 2 *simulace nových hodnot.*

V případě, že je model odhadnut s diferencemi prvního a vyššího řádu, tedy $d = 1, 2, \dots$, výstupem simulace ARIMA jsou tyto diferencované hodnoty. Pro přesné velikosti měnových kurzů stačí kumulovaně sečíst celý vektor, případně nastavit i výchozí hodnotu, od které má kumulace začínat.

Časy příchodů – exponenciální rozdělení

Pro stanovení délky intervalu mezi příchodem dvou po sobě jdoucích požadavků, v tomto kontextu dvou obchodů měnových párů, se používá *exponenciální rozdělení* [7, 9]. Jako spojitě rozdělení se ve statistice a ekonometrii běžně aplikuje na veličiny obsahující délky intervalů mezi dvěma realizacemi událostí. Využívá se vlastnost bezpaměťového rozdělení, tedy nové hodnoty nezávisí na hodnotách historických ani na hodnotě aktuální. Díky tomu je možné generováním náhodných čísel získat nezávislé hodnoty.

Rozdělení má dva parametry:

- A – konstanta, jež zdola omezuje délku intervalu mezi dvěma realizacemi jevů, často se volí hodnota 0,
- δ – udává počet realizací jevů za časovou jednotku.

Převrácenou hodnotu parametru δ lze také chápat jako průměrný časový interval po sobě jdoucích požadavků [7]. Hustota pravděpodobnosti má tvar [9]:

$$f(x) = \begin{cases} \frac{1}{\delta} e^{-\frac{(x-A)}{\delta}} & \text{pro } x \geq 0; \\ 0 & \text{pro } x < 0. \end{cases} \quad (4)$$

Parametr A je dále v této práci zvolen 0, omezování intervalu zdola není žádoucí. Princip generování časů příchodů v R je předchozímu případu podobný:

input : Time (původní čas příchodu požadavku)

output: Time (nový čas příchodu požadavku)

- 1 *odhad parametru λ ;*
- 2 *simulace nových hodnot;*
- 3 *kumulovaná suma generovaných hodnot v případě $d > 0$.*

Velikosti a typy obchodů - náhodný výběr

Velikosti a typy obchodů nejsou spojité veličiny, nelze je popsat spojitým pravděpodobnostním rozdělením a tedy generovat stejně jako měnové kurzy a časy příchodů požadavků. V některých případech se používá diskrétní *Poissonovo rozdělení*. Jelikož jsou ale známá historická data o dostatečné velikosti, je možné provést náhodný výběr z těchto dat. V případě náhodného výběru s vrácením bude i zajištěna nezávislost jednotlivých výběrů.

Replikační metoda

Realizuje-li se výpočet na kompletně nasimulovaných datech, nejsou denní ztráty pro svůj způsob výpočtu ani v tomto případě nezávislé. Vychází z předchozích hodnot brokerské expozice a pro pravděpodobností analýzu je třeba získat vzájemně nezávislé hodnoty denních ztrát.

Dalším problémem této simulace je počáteční chování, které se liší od obvyklého režimu. Příkladem může být příchod požadavků, kterých nejprve přichází pár, než se systém dostane do stavu normální obsluhy příchodu průměrného počtu požadavků.

První problém je možné vyřešit využitím *replikační metody* [7]. Princip spočívá v dostatečném počtu opakování simulací, tedy replikací, kdy se z každé simulace získá jedno pozorování,

resp. jedna hodnota denní ztráty. Jednotlivá pozorování z každé simulace jsou pak mezi sebou nezávislá. Tento postup se používá u simulací s konečným horizontem.

Druhý problém je možné eliminovat tak, že se vynechá dostatečné množství počátečních hodnot v simulaci. Odstraní se tak problém s neadekvátními informacemi o chování systému obsaženými v počátečních hodnotách. Prvotní (přechodový) stav se nazývá tranzientní a celý postup je znám pod pojmem *replikační metoda s vynecháním přechodového stavu* [7].

Tímto postupem jsou získány nezávislé hodnoty, tedy vzájemně nezávislé denní ztráty společnosti při daném limitu expozice. Lze je využít ke kvantifikaci rizika pomocí ukazatelů, jež jsou popsány v kapitole 2.2. *Value at Risk* jako 100p% kvantil a *Expected shortfall* jako průměrnou hodnotu 100p% největších ztrát.

Průběh této metody lze shrnout:

input : oba datové soubory

output: hodnoty *VaR* a *ES*

```
1 s = počet replikací;  
2 for j = 1, ..., s do  
3   simulace měnových kurzů (Rates);  
4   simulace časů příchodů požadavků (Time);  
5   náhodné výběry pro typ a velikost obchodu (Type, Volume);  
6   výpočet klientské a brokerské expozice (Client_expo, Broker_expo);  
7   výpočet denních ztrát společnosti (Daily_Loss);  
8   náhodný výběr denní ztráty pro Daily_Loss[i] > zone;  
9 end  
10 výpočet VaR a ES.
```

3.3 Modelování a vyhodnocení dopadu výše brokerské expozice

Pro určení dopadu pohybu měnového kurzu na zisk či ztrátu brokerské společnosti je třeba vypočítat brokerskou expozici v eurech po každém obchodě. Ta se následně násobí změnou měnového kurzu od posledního provedeného obchodu. Ke každému obchodu se přiřadí měnový kurz v čase obchodu a vypočítají se jejich první difference. Pokud je v jedné minutě více provedených obchodů, všechny mají stejný měnový kurz a difference mezi nimi jsou nulové.

Výstupem je časová řada, jejíž hodnoty ukazují, jak brokerská společnost ztrácela či vydělávala na pohybu měnového kurzu při konkrétním limitu expozice. Součtem ztrát po dnech, tedy záporných hodnot, lze získat denní ztráty společnosti v závislosti na pohybu měnového kurzu. Denní ztráty jsou v této práci dále značeny *Daily_Loss*.

Stručný popis brokerské a klientské expozice je v kapitole 2.1. Podrobný popis bude následovat.

Výpočet klientské expozice

Klientská expozice není žádným limitem omezována, je to kumulovaná suma přes velikosti obchodů, rozlišuje se pouze typ obchodu. Při *buy* se velikost obchodu přičte, při *sell* se odečte. Princip výpočtu v kódu vypadá následovně:

```
input : Volume, Type
output: Client_expo
1 n = délka souboru;
2 if Type[1] = „buy“ then Client_expo[1] = Volume[1];           // první požadavek;
3 else Client_expo[1] = - Volume[1];
4 for i = 2, ..., n do                                           // ostatní požadavky;
5   | if Type[i] = „buy“ then Client_expo[i] = Client_expo[i-1] + Volume[i];
6   | else Client_expo[i] = Client_expo[i-1] - Volume[i];
7 end
```

Výpočet brokerské expozice

U brokerské expozice je třeba pracovat s nastaveným limitem, klidovým pásmem a brát v úvahu hedging. Klidové pásmo určuje, kdy se ještě hedging neprovádí, přestože byl překročen limit expozice. Proběhne až ve chvíli, kdy výše expozice přesáhne limit plus klidové pásmo:

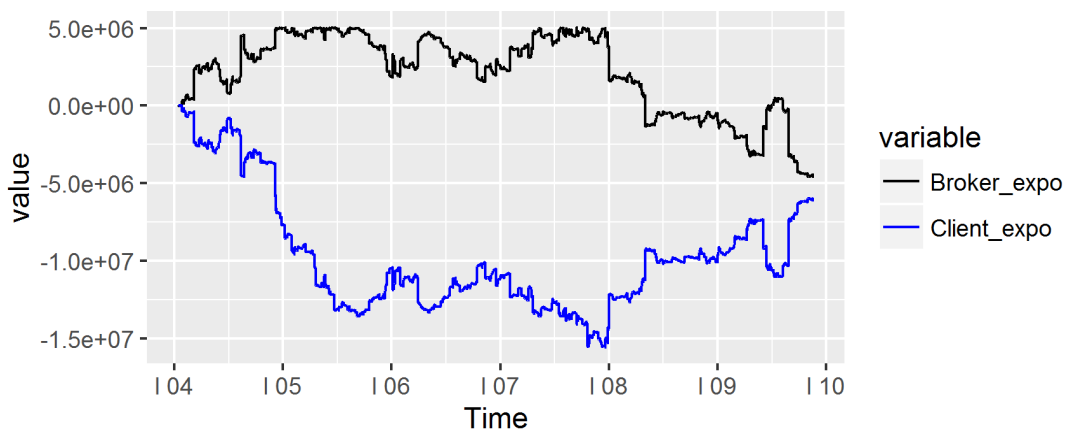
$$|Broker_expo| \begin{cases} > limit + zone & \Rightarrow hedging; \\ < limit + zone & \Rightarrow \text{běžný provoz.} \end{cases} \quad (5)$$

Hedguje se přebytek expozice nad limitem a hodnota expozice spadne na nastavený limit. Tato částka se kupuje resp. prodává zpět ve chvíli, kdy se brokerská společnost již nepotřebuje proti tomuto riziku krýt. Tato situace nastane ve chvíli, kdy hodnota klientské expozice spadne pod limit nastavený na brokerské expozici.

Brokerská a klientská expozice se vyvíjí stejně, pouze s opačným znaménkem. Rozdíl nastává až při hedgování, kdy se brokerská expozice o hedgovanou částku v jeden okamžik změní. Vývoj bude přesto dále pokračovat stejně. Obrázek 2 demonstuje klientskou a brokerskou expozici při nastavení limitu 5 mil. eur a klidového pásma 250 tis. Je zde dobře pozorovatelný shodný vývoj pouze s rozdílem hedgingu. Platí tedy:

$$Client_expo = Broker_expo + Hedge_amount. \quad (6)$$

Myšlenka je tedy taková, že se pokaždé, kdy brokerská expozice překročí limit expozice plus klidové pásmo, hedguje rozdíl expozice a jejího limitu a expozice je snížena na hodnotu limitu. Hedgované částky se sčítají a ve chvíli, kdy klientská expozice klesne pod limit nastavený na brokerské expozici, se provedou opačné obchody. V praxi je měnový kurz, za který nakupují klienti,



Obrázek 2: Vývoj klientské a brokerské expozice

výhodnější, než který má brokerská společnost od banky, ale zde pro zjednodušení je uvažován stejný. Princip algoritmu je pak:

```

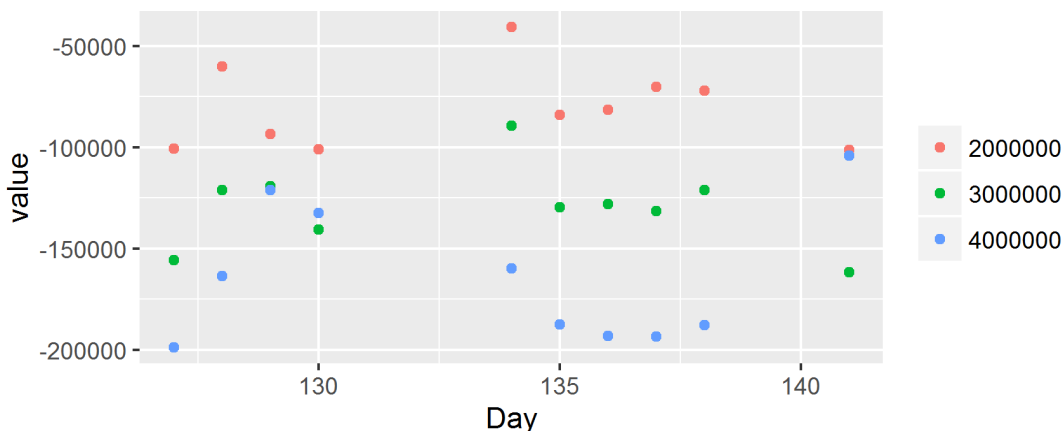
input : Volume, Type, Client_expo
output: Broker_expo

1   $n = \text{délka souboru};$ 
2  if  $\text{Type}[1] = \text{"buy"}$  then  $\text{Broker\_expo}[1] = -\text{Volume}[1];$            // první požadavek;
3  else  $\text{Broker\_expo}[1] = \text{Volume}[1];$ 
4  for  $i = 2, \dots, n$  do                                           // ostatní požadavky;
5      if  $|\text{Broker\_expo}[i]| > \text{limit} + \text{klidové pásmo}$  then
6           $\text{Hedge\_amount}[i] = |\text{Broker\_expo}[i]| - \text{limit};$ 
7           $\text{Broker\_expo}[i] = \text{limit}$ 
8      else
9           $\text{Hedge\_amount}[i] = 0;$ 
10          $\text{Broker\_expo}[i] = \text{Broker\_expo}[i-1] + \text{Volume}[i]$ 
11     end
12 end

```

Pro větší přehlednost se v tomto algoritmu neřeší případ, kdy klientská expozice klesne pod limit brokerské expozice. Celý kód v R je v příloze 3.

Analogicky se napočítá vývoj expozice pro jiné hodnoty limitu. Výstupem je datový soubor obsahující denní ztráty pro různé výše limitu brokerské expozice, na obrázku 3 je grafický náhled možného výstupu.



Obrázek 3: Denní ztráty při různých limitech expozice

4 Implementace v R

Pro výpočty podobné náročnosti již není možné používat běžné software jako MS Excel. Generování náhodných čísel je v nich sice omezeným způsobem možné, ale iterační cykly neumožňují. Pro složitější úlohy je nezbytné použít statistické software navržené na komplexní výpočty a práci s velkým objemem dat. Zároveň umožňují jednoduchou práci s regresními modely, časovými řadami a poskytují grafické výstupy.

Tato práce je zpracována pomocí programovacího jazyka R. V následujících kapitolách je popsáno, jak při odhadu rizikových koeficientů v R postupovat.

4.1 Načtení dat

Prvním krokem je načtení dat. Pro soubor ve formátu *.csv* (*comma-separated values*, *hodnoty oddělené čárkami*) existují funkce *read.csv()* pro hodnoty oddělené čárkou a *read.csv2()* pro hodnoty oddělené středníkem. Vytvoří se data frame. Datový soubor měnových kurzů (pojmenován zde *Ratesfunkce*) se načte se dvěma proměnnými, v závorce je uveden formát:

- *Time* (Factor) – čas,
- *Rate* (num) – hodnota měnového kurzu EUR/USD,

kde *num* (z angl. *numeric*) je reálné číslo a *Factor* je kategoriální proměnná.

R dokáže samo rozeznat typy proměnných, u některých je ale třeba formát upravit. V tomto případě proměnnou *Time* by bylo vhodné mít v datumovém formátu namísto faktoru. Mezi nejčastěji používanější patří *POSIXct*, který definuje datum a čas jako počet sekund od 1. 1. 1990 00:00.00 a *POSIXlt*, jež je text o pevném formátu.

Kód, který vytvoří obě časové proměnné, vypadá následovně:

```
Ratesfunkce <- within(Ratesfunkce, {  
  Time <- strptime(as.character(Time), "%d.%m.%Y %H:%M")  
  Time2 <- as.POSIXct(Time)  
})
```

kde *Time* bude proměnnou *POSIXlt* a *Time2* proměnnou formátu *POSIXct*.

Obdobně se načte i datový soubor obsahující informace o obchodech s měnovými páry, pojmenován zde *Datafunkce*. Proměnných je pět:

- *Ticket* (int) – kód klienta,
- *Open.Time* (Factor) – čas obchodu v minutách,
- *Type* (Factor) – určuje, zda klient chce prodat (sell) nebo nakoupit (buy),
- *Item* (Factor) – definuje obě části měnového páru, který se obchoduje,
- *Volume* (num) – velikost obchodu v lotech,

kde *int* (z angl. *integer*) je celé číslo.

Při počáteční úpravách byla využita funkce *within*, která umožňuje práci uvnitř datového souboru bez jeho další specifikace. V případech s obsáhlými datovými soubory ale tato funkce výrazně zpomaluje veškeré výpočty, proto je v této práci používána výjimečně.

4.2 Simulace ARIMA a náhodné výběry

Simulace měnových kurzů

Simulace ARIMA modelu se provádí funkcí *arima.sim()*, která je obsažena v balíčku *forecast*. Pro spuštění simulace je potřeba nejprve odhadnout model na původní časové řadě, tedy na původních měnových kurzech, a získané parametry použít v simulační funkci. V *R* se využívá funkce *auto.arima()*, která automaticky vyhodnotí nejlepší parametry časové řady. Není třeba provádět manuální analýzu jako u použití základní funkce *arima()*.

Funkce *auto.arima()* má jediný povinný parametr – vektor definovaný jako časová řada, angl. *time series*. Pomocí funkce *ts()* se libovolný vektor konvertuje do formátu *Time-Series*, kde jedním z parametrů je počátek časové řady, pro zjednodušení může být použito číslo 1. Výstupem je list s veškerými údaji o odhadnutém modelu, jehož jedna složka pojmenovaná *model* je listem sama o sobě a která vstupuje jako parametr do simulační funkce.

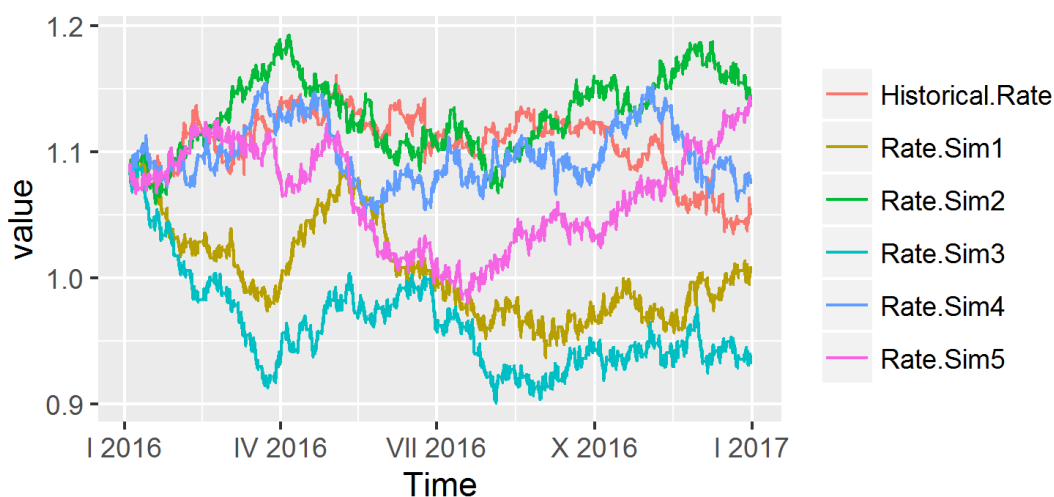
Vektor měnových kurzů má přes 360 tis. hodnot a takto dlouhou časovou řadu trvá v *R* analyzovat přes dvě minuty¹. Získat parametry modelu je ale třeba pouze jednou. Výstup se uloží a do simulace již vstupují pouze uložené charakteristiky modelu.

¹Veškeré výpočty jsou prováděny na notebooku ASUS s procesorem *Intel Core i3*, 1.8 GHz a 4 GB RAM.

Dalším parametrem funkce `arima.sim()` je délka výstupního vektoru nasimulovaných hodnot n . Simulují se měnové kurzy, které jsou zadány po minutách, proto jsou nové hodnoty přiřazeny těmto časům. Využije se tedy parametr délky výstupu, který odpovídá délce původního vektoru měnových kurzů. Původní a některé nasimulované měnové kurzy lze porovnat na obrázku 4, zápis simulace v *R* vypadá následovně:

```
library(forecast)
Rates <- Ratesfunkce[,2] # Vyjmutí vektoru hodnot měnových kurzů
Rates <- ts(Rates,start=c(1)) # Definování jako časová řada

model1 <- auto.arima(Rates)
simulace <- arima.sim(model=model1$model,n=nrow(Ratesfunkce)) # Simulace
origin <- Ratesfunkce[1,2] # Počáteční hodnota časové řady
Ratesfunkce[,2] <- as.numeric(cumsum(simulace)+origin)
# Úprava a uložení do datového souboru
```



Obrázek 4: Porovnání historického měnového kurzu v roce 2016 a nasimulovaných hodnot

Simulace příchodů, velikostí a typů obchodů

Intervaly mezi příchody jednotlivých požadavků jsou simulovány pomocí exponenciálního rozdělení, jak bylo stanoveno v kapitole 3.2. Na generování náhodných čísel se používá v *R* funkce `rexp()` se dvěma parametry:

- n – počet generovaných čísel (defaultně se $n = 1$),
- $rate$ – parametr δ .

Výstupem nejsou hodnoty příchodů požadavků, ale intervaly mezi nimi. Tyto časy je třeba kumulovaně sečíst, čímž vznikne vektor s přesnými časy příchodů. Je nezbytné získat dostatečně velký počet hodnot pokrývající celý rok 2016, na kterém je výpočet realizován. Na příklad stanovením na 1.5krát hodnoty počtu požadavků v empirických datech. Jednoduchým příkazem jsou dodatečně odebrány hodnoty zasahující do dalšího roku, na které nejsou nasimulované měnové kurzy a působily by ve výpočtu potíže.

Parametr *delta* je třeba dopočítat ručně. Pro $A = 0$ byl v kapitole 3.2 definován jako průměrná délka časového intervalu mezi dvěma příchody požadavků nebo jako počet realizací za časovou jednotku. Využitím druhé definice se stanoví jako součet počtu realizací v jednotlivých minutách vydělených počtem minut v roce.

Velikosti a typy obchodů se generují náhodným výběrem. V *R* se využívá funkce *sample()*, jejíž parametry jsou:

- *x* – vektor, ze kterého je výběr prováděn,
- *size* – velikost výběru (celé nezáporné číslo),
- *replace = TRUE* – logický parametr, který při *TRUE* pracuje s výběrem s vrácením.

Použití funkce je velmi intuitivní, jejím výstupem je vektor. Pokud není zadána velikost výběrů, výstupem je výběr o velikosti vstupního vektoru. Výpočet v *R* je rychlý i pro velké vstupy, zápis vypadá následovně:

```
# Časy příchodů požadavků
Time.sim <- cumsum(rexp(n=size=(1.5 * nrow(Datafunkce),rate=delta))
Time.sim <- as.POSIXlt(Time.sim,format="%Y.%m.%d %H:%M:%S",
                        origin = "2016.01.01 00:00:00")
# Náhodné výběry z populace
Volume.sim <- sample(x=Datafunkce$Volume,size=length(Time.sim),
                     replace=TRUE)
Type.sim <- sample(x=Datafunkce$Type,size=length(Time.sim),
                  replace=TRUE)
```

Náhodná čísla v počítačových softwarech

Přestože se obecně hovoří o generování náhodných čísel, počítačové softwarey ve skutečnosti generují pseudonáhodná čísla. Jedná se o čísla vypočtená ze složitých matematických algoritmů, jejichž cílem je vygenerovat takovou posloupnost co nejvíce blížíící se náhodné.

Zda-li generovaná čísla mají vlastnosti náhodných je možné ověřit pomocí empirických nebo teoretických testů. Empirické testy vycházejí z testů statistických, teoretické testy pracují s teorií čísel. Nejde o testy v pravém slova smyslu, netestují se generovaná čísla, ale parametry generátoru. Pokud se testům nepodaří najít pravidlo posloupnosti, čísla jsou prohlášena za náhodná [7].

Díky této skutečnosti je možné generovat stejná pseudonáhodná čísla dvakrát. Stačí programu zadat, který algoritmus má použít. V *R* se využívá funkce `set.seed()`, která byla v práci využita při tvorbě modelu a ověřování funkčnosti programu. V iteračním cyklu již není zakomponována, aby se v každém kroku mohla generovat nová pseudonáhodná čísla.

4.3 Funkce výpočtu expozice a odhad rizikových koeficientů

Výpočet klientské a brokerské expozice se realizuje dle popisu výše. Pro zrychlení výpočtu v *R* se klientská expozice neiteruje, ale využívá se vektorové násobení. Obecně je vektorové násobení podstatně rychlejší než výpočet s datovými soubory. Proto všude, kde je to možné, se doporučuje využít vektory namísto datových setů. Obdobná myšlenka je skryta za používáním funkcí.

Další zrychlení přináší definování vektorů a datových setů před začátkem výpočtu. Stanovením délky vektoru popř. rozměrů datového setu se urychlí práce programu, který nemusí vznikající vektor postupně zvětšovat.

Před výpočtem expozice se vytvoří pomocný vektor (pojmenován *P1*), jehož prvky nabývají hodnot 1 a -1 dle pravidla:

$$Type = \begin{cases} „buy“ & \Rightarrow 1; \\ „sell“ & \Rightarrow -1. \end{cases} \quad (7)$$

Násobením pomocného vektoru a velikosti obchodu vzniká vektor obsahující velikosti obchodu s příslušnými znaménky naznačujícími pohyb expozice. Hodnoty kumulované sumy tohoto násobku odpovídají hodnotám klientské expozice. Výpočet se velmi podstatně zrychlil z 10 minut na 0.06 sekund. Stejně tak se zkrátil zápis kódu v *R* na čtyři řádky:

```
P1 <- numeric(length=nrow(Datafunkce))
Client_expo <- numeric(length=nrow(Datafunkce))
P1 <- (as.numeric(Datafunkce$Type == "buy")*2-1) * Volume
Client_expo <- cumsum(P1)
```

Podobné zjednodušení nelze aplikovat na brokerskou expozici. Výpočet je komplikovanější, některé hodnoty se počítají na základě stavu v dané iteraci. Je tedy třeba počítat postupně každou iteraci a zaznamenávat příslušné hodnoty. Výsledkem je pak datový soubor s výšemi expozic po každém obchodu v eurech.

Opět se výpočet podstatně zrychlí při využití vektorů namísto datových setů. Konkrétně z 15 minut na 20 sekund. Pokud iterační cyklus pracuje s datovým souborem, musí do něj opakovaně nahlížet a celý ho načítat. Z vektorů, které se iteračním cyklem naplní, je možné vytvořit datový soubor (na příklad funkcí `cbind()`) a výstup bude stejný jako při práci s datovým souborem po celou dobu výpočtu.

Jelikož společnost účtuje v dolarech, tak chce znát, jak ztrácela na pohybu měnového kurzu EURUSD při držení odpovídající expozice. Je tedy třeba vložit z jiného datového souboru hodnoty měnového kurzu v daný čas obchodu a jimi násobit hodnoty expozice v eurech. Takto se

vypočítá brokerská expozice v dolarech. Pro spárování dvou datových setů se v *R* používá funkce *merge()*, které se zadají následující parametry:

- *x* – datový soubor, ke kterému se přiřadí hodnoty,
- *y* – datový soubor, ze kterého se hodnoty přiřadí,
- *by.x* – název proměnné v prvním datovém souboru, která je pro párování používána,
- *by.y* – název proměnné v druhém datovém souboru, která je pro párování používána,
- *all.x = TRUE* – logický parametr, který zajistí spárování všech hodnot v datovém souboru.

Na spárovaných datech se dopočítá, jak společnost vydělávala či ztrácela pohybem měnového kurzu násobením brokerské expozice v eurech a příslušnými diferencemi měnového kurzu. Kód vypadá následovně:

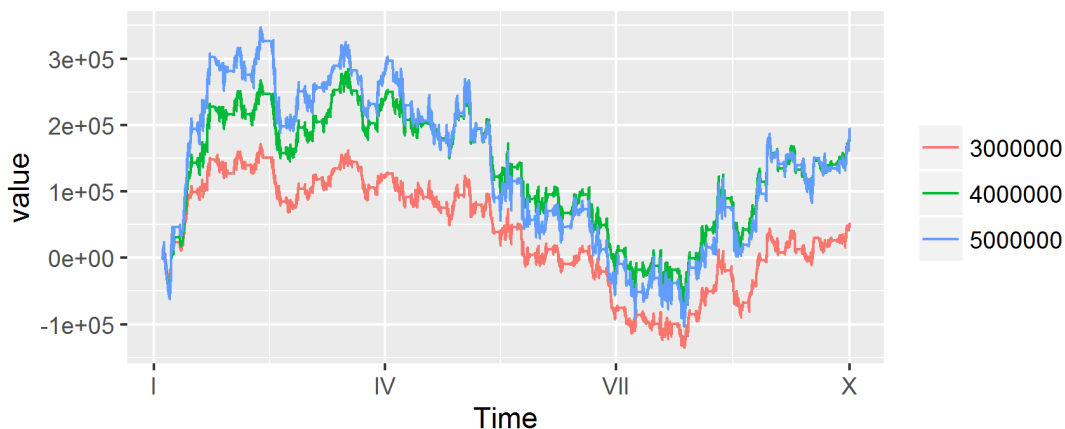
```
# Spárování souborů
dt <- merge(dt, Rates, by.x="Open.Time", by.y="Time", all.x=TRUE)

# Příprava vektorů
Price_delta <- numeric(n)
Loss_prompt <- numeric(n)
Result <- numeric(n)
# První difference měnového kurzu
Price_delta <- c(NA, diff(Rate))
# Kumulovaná ztráta na pohybu kurzu
Loss_prompt <- Price_delta * (Broker_expo + Hedge_Amount)
Result[!is.na(Loss_prompt)] <- cumsum(Loss_prompt[!is.na(Loss_prompt)])
```

kde *Price_delta* je vektor prvních diferencí měnových kurzů, *Loss_prompt* je vektor hodnot ztrát nebo zisků po každém obchodu z důvodu pohybu měnového kurzu a *Result* je kumulovaným součtem *Loss_prompt*, který ukazuje vývoj v čase. Pro tři hodnoty limitu expozice a klidového pásma 250 tisíc eur je vývoj zaznamenán na obrázku 5.

Celý výpočet expozice, vložení měnových kurzů a dopočítání postavení společnosti po každém provedeném obchodě je možné také zrychlit a to uložením do funkce. Není třeba spouštět při dalším výpočtu všechny řádky kódu, pouze se zadá funkce, ve které je celý kód uložen. Funkce se v *R* vytvoří funkcí *function()* a je nezbytné ji pojmenovat. V této práci je použit název *BP*. Volitelné jsou parametry, které funkce používá. Pokud se žádné nedefinují, výstup funkce je vždy stejný (za předpokladu, že funkce pro svůj výpočet parametry nepotřebuje). Zadáním parametrů je možné funkci používat pro různé hodnoty proměnných a zadat defaultní hodnoty. U výpočtu expozice v kontextu této práce jsou definovány dva parametry:

- *Bound* – limit brokerské expozice,
- *Zone* – horní hranice klidového pásma.



Obrázek 5: Vliv pohybu měnového kurzu na zisk a ztrátu společnosti

Tělo funkce obsahuje kód výpočtu, stejný jako bez funkce. Na konci musí být uvedeno, co má použitá funkce uživateli vrátit - datový soubor, vektor, sumu. Píše se do příkazu `return()`. Zápis v R s defaultními hodnotami `Bound = 5 mil.`, `Zone = 250 tis.` vypadá kód následovně:

```
BP <- function(Bound = 5e6, Zone = 25e4) {
  # kód výpočtu
  return(název datového souboru)
}
```

Funkci je nejprve třeba načíst a uložit do paměti programu. Následně je možné ji použít a to napsáním příkaz `BP()` s parametry nebo bez nich.

Výpočet ztrát pro různé hranice expozice

Výstupem funkce `BP` je datový soubor, proto je třeba provést další výpočty pro získání hodnot požadovaných koeficientů. Jsou-li v zájmu pouze ty případy, kdy se měnový kurz znehodnotil a brokerská společnost přicházela o peníze, součtem všech záporných výsledků se vypočítá celková ztráta vlivem pohybu měnového kurzu. Podrobnější statistiku lze získat jejich součtem po dnech, tak je možné vyhodnotit denní hospodaření.

V R se využívá funkce sumy `sum()`, která ale nemá argument podmínky. Tuto operaci je třeba obejít a připravit vektor, který obsahuje pouze záporné hodnoty. Všechny kladné hodnoty se nahradí nulou, což při použití značení z kódu výše lze zapsat:

```
Loss_prompt[Loss_prompt > 0] <- 0
sum(Loss_prompt)
```

Ve vektoru tak zbudou pouze záporné hodnoty, které se sečtou zmiňovanou funkcí `sum()`. Výsledkem je celková ztráta společnosti způsobená nepříznivým vývojem měnového kurzu.

Pro sčítání po dnech je situace komplikovanější. V R je k dispozici funkce *aggregate()*, která dle požadavku v argumentu dokáže počítat různé souhrnné statistiky pro definované podmnožiny. Pro situaci sčítání vektoru dle levelů dní je třeba si připravit nový vektor, který obsahuje číslo dne v roce extrahovaného z času a data obchodu. Pro takové případy je vhodný formát času *POSIXlt*, který má v sobě tuto informaci uloženou.

Funkce *aggregate()* má následující argumenty:

- *x* – objekt R, tedy vektor hodnot, které jsou čítány,
- *by* – list, který obsahuje levely, podle kterých se sčítá, tedy čísla dnů,
- *FUN = sum* – funkce, která se pro statistiku použije, v tomto případě součet,
- *na.rm = TRUE* – logický argument, který říká, že ve vektoru jsou obsaženy hodnoty NA (jinak funkce vrátí error)
- *na.action = NULL* – logický argument, který z hodnot NA definuje nuly, aby funkce nevrátila error.

Výstupem funkce je vektor stejně dlouhý jako počet levelů dní v původním vektoru hodnot, nazvaný zde *Daily_Loss*. Zjednodušený zápis kódu je následující:

```
Den <- Open.Time$yday # Extrahování dne
Loss_df <- cbind(Loss, Den) # Vytvoření datového souboru
# Denní ztráty
Daily_Loss <- aggregate(Loss_df$Loss, by=list(Loss_df$Den),
                        FUN=sum, na.rm=TRUE, na.action=NULL)
```

Náhodné výběry denních ztrát

Výpočtem denních ztrát končí jedna celá replikace. Jak bylo popsáno v kapitole 3.2, rizikové ukazatele se počítají z vektoru náhodných výběrů denních ztrát, nikoli jedné replikace. Z každé provedené simulace je náhodně vybrána jedna hodnota a uložena. Podmínkou je, aby nepadla do přechodového stavu. Určit konec přechodového stavu je subjektivní, v této práci byl zvolen 40. den. Pro náhodný výběr je opět použita funkce *sample()*:

```
r <- as.numeric(as.character(sample(Daily_Loss$Level[40:nrow(Daily_Loss)],
                                   size = 1, replace = TRUE)))
Random_row <- Daily_Loss[r,]
Random_Loss <- rbind(Random_Loss, Random_row)
```

kde *Random_row* je vektor náhodných denních ztrát pro všechny počítané limity expozice a *Random_Loss* je datový soubor tvořený vektory *Random_row*.

Funkce *BP* využívá jedna nasimulovaná vstupní data pro výpočet denních ztrát u více limitů expozice, proto bude náhodně vybrán celý vektor hodnot jednoho levelu dne a uložen. Z těchto hodnot se jako konečná fáze počítají odhady koeficientů *Var* a *ES*.

Odhad *VaR* a *ES*

Posledním krokem je výpočet rizikových ukazatelů. *VaR* jako 100*p*% kvantil. Pro empirický kvantil postačí funkce *quantile()* se dvěma argumenty:

- *x* – objekt *R*, tedy vektor hodnot, ze kterých je kvantil počítaný,
- *probs* – vektor pravděpodobností (*p*).

ES jako aritmetický průměr z hodnot menších než daný kvantil. V *R* pomocí funkce *mean()*, kdy je třeba přeložit vektor pouze s požadovanými hodnotami, které jsou průměrovány.

Pro všechny limity expozice je nejpohodlnější použít cyklus. Zápis v *R* je pak následující:

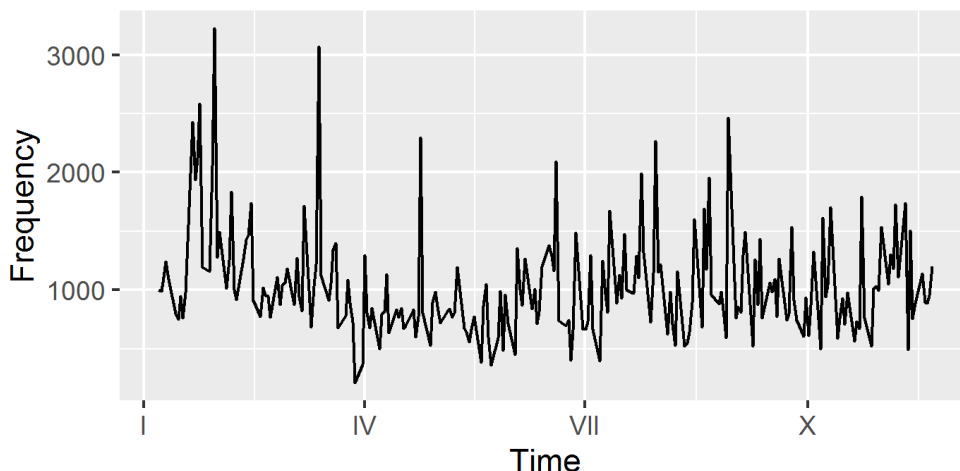
```
# Value at Risk
n <- ncol(Daily_Loss)-1
Prob <- 0.05
Value_at_Risk <- numeric(n)
for(i in 1:n) {
  Value_at_Risk[i] <- quantile(Daily_Loss[,i+1],probs=Prob)
}
# Expected Shortfall
k <- Prob * nrow(Daily_Loss)
Expected_Shortfall <- numeric(n)
for (i in 1:n) {
  P2 <- sort(Daily_Loss[,i+1])
  Expected_Shortfall[i] <- mean(P2[1:k])
}
```

kde *Prob* je hladina významnosti, *Value_at_Risk* představuje vektor odhadů *VaR* a analogicky *Expected_Shortfall* představuje vektor odhadů *ES*.

5 Výsledky a diskuze

5.1 Charakteristiky datového souboru

Brokerské společnosti, která poskytla data pro účely této práce, přichází požadavek průměrně každých 116 s, což je přibližně 746 požadavků za den. Vezme-li se v úvahu, že o víkendech se neobchoduje, zvedne se denní četnost na 1 035 požadavků s průměrným časovým rozstupem 83 s. Na obrázku 6 jsou zobrazeny denní četnosti příchodů požadavků v roce 2016.



Obrázek 6: Denní četnosti příchodů požadavků

V tabulce 3 jsou zaznamenány popisné charakteristiky velikostí požadavků, měnových kurzů a dvou simulací měnových kurzů. Je vidět, že velké částky se obchodují výjimečně. Průměrná obchodovaná suma byla vypočtena na 0.31 lotu. Ovšem 75% kvantil má hodnotu 0.15 lotu, což poukazuje na velmi výjimečné, ale vysoké částky. Velký rozptyl v jednotlivých výběrech je pak pochopitelný.

Měnové kurzy jsou graficky zobrazeny v kapitole 3.1 (obrázek 1), jejich vybrané simulace pak v kapitole 4.2 (obrázek 4). Během celého roku se původní kurz pohyboval mezi hodnotami 1.035 a 1.161, směrodatná odchylka byla nízká. V tomto období byl kurz relativně stabilní bez velkých výkyvů.

Statistika	Průměr	Medián	Sm. odch.	Min	25% kv.	75% kv.	Max
Volume (lot)	0.31	0.05	1.25	0.01	0.01	0.15	51.00
Rate (EURUSD)	1.107	1.113	0.025	1.035	1.092	1.125	1.161
Simulation 1	1.004	0.995	0.037	0.937	0.975	1.028	1.096
Simulation 2	1.130	1.129	0.030	1.059	1.106	1.154	1.193

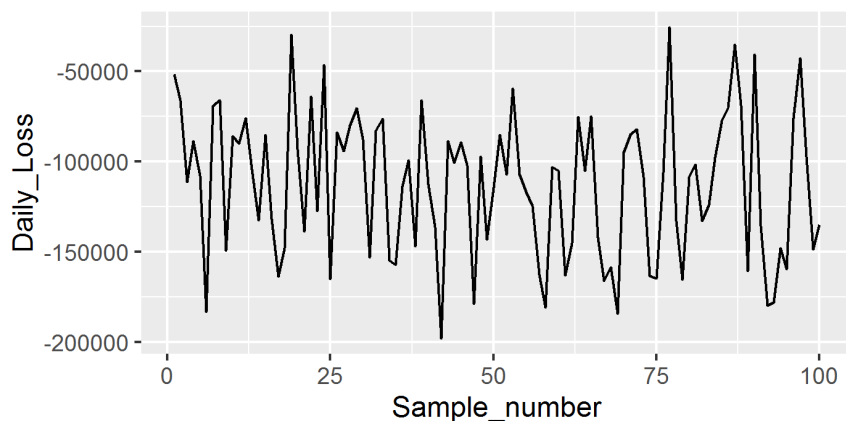
Tabulka 3: Popisné charakteristiky dat

Časová řada měnových kurzů byla v *R* odhadnuta jako ARIMA(1,1,4). Jedná se tedy o první řád autoregresního procesu, první diferenci a čtvrtý řád obecného procesu klouzavých průměrů. Charakteristiky v tabulce 3 porovnávají původní měnový kurz a jeho simulace. Směrodatná odchylka je o něco vyšší, zbylé charakteristiky jsou si podobné. Parametry, které byly v *R* vypočítány, jsou shledány jako kvalitní.

5.2 Vyhodnocení dat

V rámci simulačního modelu bylo spuštěno sto replikací. Výpočet v *R* trval téměř dvanáct hodin. Pro dosažení náhodných výběrů byl v každé simulaci vybrán náhodný den pomocí funkce *sample()* a tato denní ztráta společnosti uložena (více o náhodných výběrech a replikační metodě v kapitole 3.2).

Výpočet se provedl pro limity expozice od 1 mil. do 5 mil. eur po 250 tis. a klidové pásmo bylo jednotně nastaveno na 250 tis. eur. Že se jedná o náhodné výběry je porovnatelné na obrázku 7, kde jsou zobrazeny denní ztráty společnosti pro limit expozice 3 mil. Tabulka 4 uvádí popisné charakteristiky pro vybrané limity expozice.



Obrázek 7: Demonstrace náhodného výběru

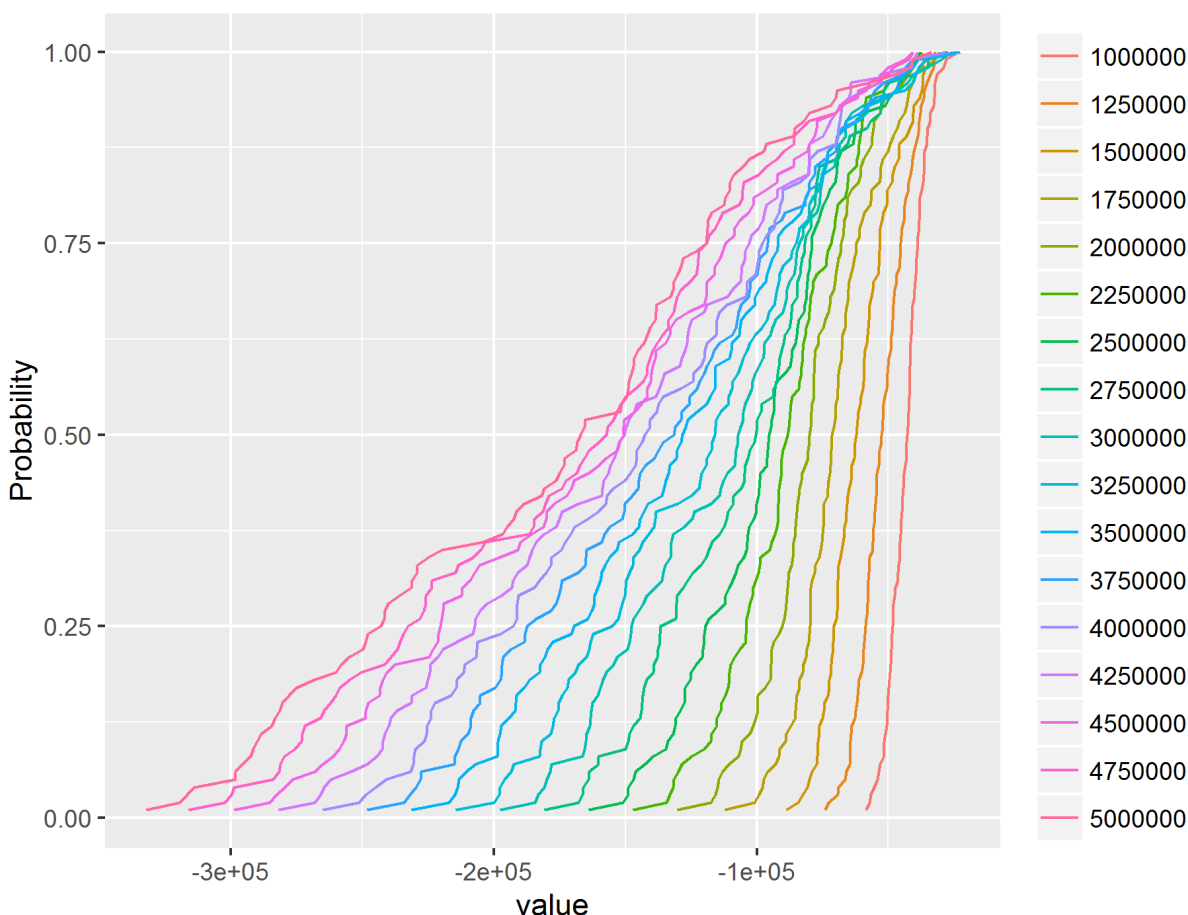
Statistika	Průměr	Sm. odch.	Min	25% kv.	75% kv.	Max
1 000 000	-43 063	6 693	-58 449	-48 193	-38 794	-23 464
2 000 000	-79 697	18 780	-130 421	-89 818	-67 670	-37 251
3 000 000	-112 101	40 225	-197 816	-147 189	-83 508	-25 638
4 000 000	-144 991	59 225	-265 212	-191 664	-97 476	-28 288
5 000 000	-178 374	76 239	-332 313	-242 023	-119 059	-33 539

Tabulka 4: Popisné charakteristiky náhodných výběrů denních ztrát

Denní ztráty jsou průměrně vyšší u vyšších limitů expozice, stejně tak rozptýl. Společnost s vyšším limitem podléhá riziku ztráty větší sumy peněz, což lze očekávat. Stejně tak, že denní ztráty více fluktuují. Tato práce se nezabývá ziskem společnosti, nebere v úvahu, kdy na pohybu měnového kurzu vydělává. Proto závěr čím nižší limit expozice je nastaven, tím více na tom společnost vydělá, není jednoznačný.

Společnost získává pokaždé, když se měnový kurz mění v její prospěch a čím vyšší expozici v tu chvíli bude držet, tím více získá. Při nastavení správné výše limitu je tak třeba brát v úvahu nejen částku, kterou je společnost ochotna riskovat, ale i případný zisk, který jí může tento limit přinést.

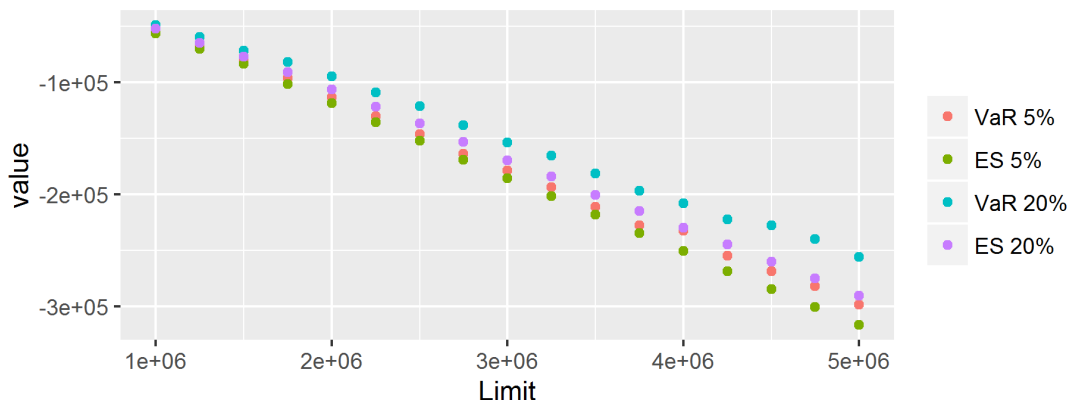
Srovnání všech výběrů denních ztrát je na obrázku 8. Empirické distribuční funkce velikosti ztráty pro různé limity expozice poukazují na vzrůstající rozptýl při zvyšování limitu. Zatímco pro nejnižší denní ztráty jsou hodnoty velmi podobné.



Obrázek 8: Empirická distribuční funkce velikosti ztráty pro různé limity expozice

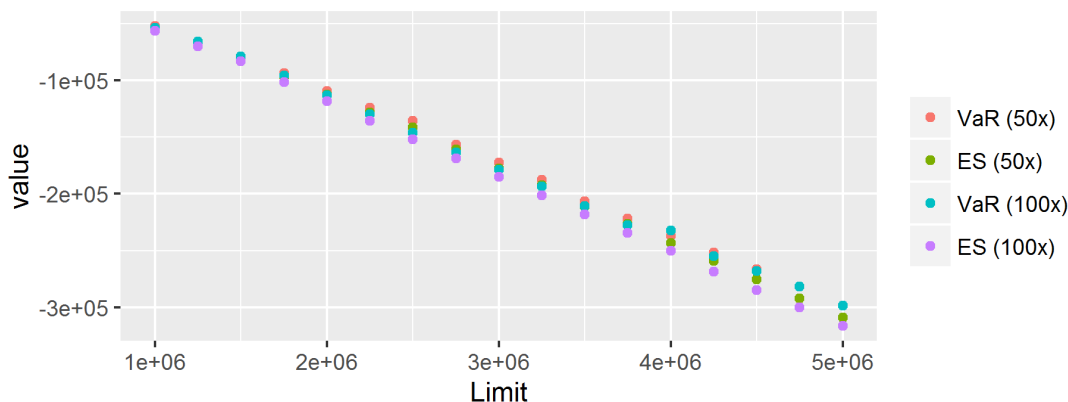
Na obrázku 9 jsou bodově zobrazeny vypočtené odhady koeficientů VaR a ES pro hladinu významnosti 0.05 a 0.2. Hodnoty koeficientů pro všechny limity jsou uvedeny v příloze 1. Pokud společnost nastaví limit expozice na 1 mil., s 95% pravděpodobností neztratí na pohybu

měnového kurzu více než 53 601 dolarů. Zároveň průměrná ztráta v 5 % nejhorších případech je 56 306 dolarů. Analogicky se hodnoty interpretují pro ostatní limity expozice i pro 80 % pravděpodobnosti. Hodnoty koeficientů mají klesající tendenci. Čím vyšší limit expozice, tím nižší *VaR* i *ES*, a jejich vztah je téměř lineární.



Obrázek 9: Porovnání odhadnutých koeficientů *VaR* a *ES*

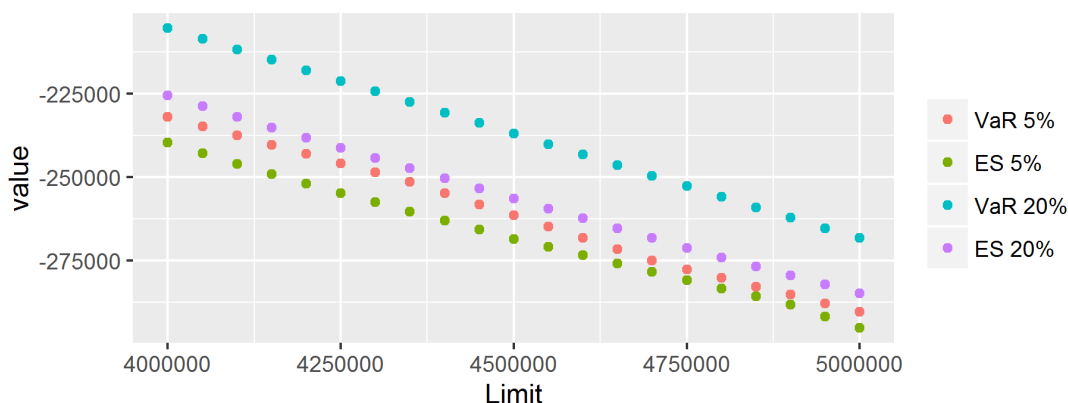
Vzhledem k limitacím výpočetního zařízení nebyla simulace spuštěna vícekrát. Proto je nezbytné porovnat, jestli se vztah mezi koeficienty výrazně mění při počtu simulací padesát a sto. Tato situace je zobrazena na obrázku 10. Je zřejmé, že se zvyšujícím se počtem simulací je změna odhadnutých koeficientů nepatrná. Lze předpokládat, že i při velkém počtu simulací nedojde k výrazné změně v odhadech.



Obrázek 10: Porovnání odhadnutých koeficientů *VaR* a *ES* při různém počtu simulací

Spuštěna byla také replikace pro jemnější hodnoty limitů, tedy místo 250 tis. po 50 tis. s hraničními hodnotami od 4 mil. do 5 mil. eur a klidovým pásmem 50 tis. Cílem bylo zjistit, zda-li se pro některé hodnoty ztráta kumuluje nebo je opět téměř lineární. Bylo spuštěno třicet replikací s využitím pozorování, že se zvyšujícím se počtem replikací se odhadované koeficienty zásadně nemění. Obrázek 11 zachycuje situaci pro limity expozice od 4 mil. do 5 mil. eur počítané

po 50 tis. a klidové pásmo 50 tis. Tendence je opět postupně klesající, téměř lineární. Důvodem jsou malé obchodované částky, proto nedochází ke kumulacím stejných ztrát pro více limitů. Odhadnuté koeficienty pro všechny počítané limity jsou uvedeny v příloze 2.



Obrázek 11: Porovnání odhadnutých koeficientů *VaR* a *ES* s limity expozice po 50 tis.

Vzhledem k počtu možných přístupů k počítačovým simulacím by neměla společnost vyvozovat závěry dle jednoho způsobu, ale zkusit i jiné metody simulací, které mohou dané koeficienty rozdílně odhadnout. Například je možné využít pro simulace měnových kurzů modely ARCH nebo GARCH, zmíněné v kapitole 3.2.

Existují další rizikové ukazatele, např. *Coherent Risk Measure*, které investoři využívají při analýze portfolia. Výpočet je komplikovaný a transformace pro účely brokerských společností vyžaduje hlubší porozumění fungování celého systému.

Podobnou analýzu, která je popsána v této práci, je vhodné provádět častěji a sledovat, zda-li nastavená výše limitu expozice plní požadovanou funkci. Vzhledem k vysokému počtu denních obchodů bude odezva velmi rychlá a je možné data vyhodnocovat i na konci každého dne, případně týdne. V tomto případě by se výpočet nerealizoval na ročních datech, ale pouze na konkrétním období.

Simulace mají široké spektrum modifikací. Tato práce řešila rychlost výpočtu, kdy sto replikací ročního běhu systému trvalo téměř dvanáct hodin. Čas výpočtu by se výrazně zkrátil v případě modelování pouze týdenního či dokonce denního běhu systému pro vysoce obchodované měny.

Simulační modely jsou obecně velmi sofistikované téma a nejen správné definování modelu často vyžaduje více pokusů.

6 Závěr

Tato práce je zaměřena na problematiku nastavení limitu expozice brokerských společností. Společnosti riskují tím větší sumu peněz čím větší limit na své expozici mají nastavený. Jejich snahou je nastavit takový limit, při kterém riskují s danou pravděpodobností maximálně určitou sumu peněz.

Byla sestavena metoda, kterou mohou brokerské společnosti využít při rozhodování o výši limitu expozice. Byl vyvinut algoritmus, který je implementován v *R* a který využívá dvou finančních ukazatelů rizika známých z kontextu výnosnosti portfolia. První z nich, *Value at Risk*, měří nejvyšší ztrátu, ke které by mohlo dojít se 100*p*% pravděpodobností. Vypočtený pro konkrétní limit expozice uvádí, jak velkou ztrátu lze očekávat s danou pravděpodobností v případě nastavení tohoto limitu. Druhý ukazatel, *Expected Shortfall*, odhaduje průměrnou ztrátu, kterou lze očekávat ve 100*p*% nejhorších případech. Průměruje tedy nejhorších 100*p*% očekávaných ztrát společnosti.

Odhady těchto ukazatelů jsou řešením v případě, že společnosti znají, jak velkou sumu peněz jsou ochotni riskovat, a hledají k ní odpovídající limit expozice. Je možné upravit parametry algoritmu týkající se jak pravděpodobnosti ztráty, tak velikosti klidového pásma a hodnot limitů, pro které se odhady *VaR* a *ES* počítají.

Na základě provedeného výpočtu a odhadu rizikových ukazatelů bylo vypořizováno, že se zvyšujícím se limitem brokerské expozice se téměř lineárně zvyšují i denní ztráty společnosti a zvětšuje se i rozptyl denních ztrát mezi jednotlivými limity. Čím vyšší limit společnost nastaví, tím větší sumu peněz riskuje. Výhodou vyššího limitu je ale vyšší zisk v případě zhodnocení měnového kurzu. Zisk společnosti v této práci nebyl brán v úvahu.

Limitací popsané metody je vysoká výpočetní náročnost, proto byly porovnány odhady *VaR* a *ES* po 50 a 100 replikacích. Hodnoty vyšly téměř shodné, bez zvyšujícího se rozptylu mezi oběma ukazateli. Lze předpokládat, že při zvyšujícím se počtu simulací se nebudou koeficienty zásadně měnit. Přes snahu program zrychlit pomocí vektorizace je nicméně možné dále urychlit výpočet využitím výkonnějších komerčních zařízení, popřípadě paralelizací algoritmu a spuštěním výpočtu na více zařízeních najednou. V neposlední řadě je možná i další optimalizace kódu zkušeným programátorem.

Postup popsaný v této práci je možné použít i pro jiné měnové expozice, subjektivně je třeba zvážit časové období, pro které se ztráty počítají. V případě často obchodované měny jako euro, použité v této práci, se počítají denní ztráty, pro méně obchodované měny pak týdenní či měsíční ztráty.

Použitý algoritmus je možné rozšířit o další metody simulace, např. měnové kurzy analyzovat pomocí ARCH nebo GARCH modelů. Také lze odhadnout i jiné finanční rizikové koeficienty, např. *Coherent Risk Measure*. V neposlední řadě je možné rozlišit použité měnové kurzy mezi klienty, kteří mají kurz nižší v řádu pipů, a bankou. Rozdílné měnové kurzy se v praxi používají a přinesou zpřesňující odhady rizikových ukazatelů.

Reference

- [1] ACERBI, C., NORDIO, C., AND SIRTORI, C. Expected shortfall as a tool for financial risk management. *Working paper* (2001).
- [2] ACERBI, C., AND TASCHE, D. Expected shortfall: a natural coherent alternative to value at risk. *Economic notes* 31, 2 (2002), 379–388.
- [3] ARTZNER, P., DELBAEN, F., EBER, J.-M., AND HEATH, D. Coherent measures of risk. *Mathematical finance* 9, 3 (1999), 203–228.
- [4] BENNINGA, S., AND WIENER, Z. Metoda value at risk a její nedostatky. *Mathematica in Education and Research* 7, 4 (1998).
- [5] BOLESLAV, M. Value at risk. European Scientific Conference of Doctoral Students.
- [6] DELBAEN, F. Coherent risk measures on general probability spaces. *Working paper* (1998).
- [7] DLOUHÝ, M., FÁBRY, J., KUNCOVÁ, M., AND HLADÍK, T. *Simulace podnikových procesů*. 2007.
- [8] HARTMAN, O. *Jak se stát forexovým obchodníkem*. Praha: FXstreet, 2009.
- [9] HINDLS, R., HRONOVÁ, S., SEGER, J., AND FISCHER, J. *Statistika pro ekonomy*. Praha: Professional publishing, 2006.
- [10] HUŠEK, R. *Ekonometrická analýza*. Praha: Oeconomica, 2007.
- [11] LINSMEIER, T. J., AND PEARSON, N. D. Value at risk. *Financial Analysis Journal* (2000), 47–67.
- [12] ROCKAFELLAR, R. T., AND URYASEV, S. Conditional value-at-risk for general loss distributions. *Journal of banking & finance* 26, 7 (2002), 1443–1471.
- [13] WEI, W. W.-S. *Time series analysis*. Addison-Wesley publ Reading, 1994.
- [14] WINSBERG, E. Computer simulations in science. In *The Stanford Encyclopedia of Philosophy*, E. N. Zalta, Ed., summer 2015 ed. Metaphysics Research Lab, Stanford University, 2015.

Přílohy

Příloha 1: Odhady koeficientů *VaR* a *ES* po 250 tis. limitu expozice

Limit	<i>VaR</i> 5%	<i>ES</i> 5%	<i>VaR</i> 20%	<i>ES</i> 20%
1 000 000	−53 601	−56 306	−48 953	−52 158
1 250 000	−66 068	−70 234	−59 476	−64 720
1 500 000	−79 018	−83 282	−71 524	−76 995
1 750 000	−96 016	−101 462	−81 540	−90 872
2 000 000	−113 014	−118 621	−94 399	−105 981
2 250 000	−130 011	−135 618	−108 695	−121 393
2 500 000	−146 305	−151 970	−121 185	−136 724
2 750 000	−163 770	−168 980	−138 195	−153 079
3 000 000	−178 683	−185 206	−153 456	−169 352
3 250 000	−193 512	−201 264	−165 466	−183 874
3 500 000	−210 736	−218 121	−180 984	−200 386
3 750 000	−227 562	−234 356	−196 550	−214 582
4 000 000	−232 192	−250 243	−207 684	−229 425
4 250 000	−254 768	−268 594	−221 960	−244 716
4 500 000	−268 235	−284 622	−227 233	−259 893
4 750 000	−281 810	−300 222	−239 622	−274 758
5 000 000	−298 260	−316 130	−255 733	−290 327

Tabulka 5: Odhady *Value at Risk* a *Expected Shortfall* při stu replikací

Příloha 2: Odhady koeficientů *VaR* a *ES* po 50 tis. limitu expozice

Limit	<i>VaR</i> 5%	<i>ES</i> 5%	<i>VaR</i> 20%	<i>ES</i> 20%
4 000 000	−232 004	−239 623	−205 345	−225 551
4 050 000	−234 779	−242 887	−208 507	−228 767
4 100 000	−237 553	−246 106	−211 669	−231 968
4 150 000	−240 328	−249 022	−214 831	−235 067
4 200 000	−243 102	−251 911	−217 993	−238 159
4 250 000	−245 877	−254 767	−221 155	−241 238
4 300 000	−248 652	−257 561	−224 317	−244 298
4 350 000	−251 426	−260 360	−227 479	−247 359
4 400 000	−254 768	−263 115	−230 641	−250 405
4 450 000	−258 156	−265 827	−233 804	−253 438
4 500 000	−261 543	−268 538	−236 966	−256 469
4 550 000	−264 930	−271 023	−240 128	−259 425
4 600 000	−268 317	−273 508	−243 290	−262 382
4 650 000	−271 704	−275 993	−246 452	−265 338
4 700 000	−274 992	−278 478	−249 614	−268 294
4 750 000	−277 690	−280 963	−252 776	−271 251
4 800 000	−280 315	−283 381	−255 938	−274 162
4 850 000	−282 845	−285 713	−259 100	−276 892
4 900 000	−285 293	−288 377	−262 262	−279 566
4 950 000	−287 880	−291 795	−265 380	−282 236
5 000 000	−290 423	−295 212	−268 348	−284 890

Tabulka 6: Odhady *Value at Risk* a *Expected Shortfall* po 50 tis. eurech

Příloha 3: Kompletní kód v R

```
# Packages #
library(reshape)
library(forecast)
library(ggplot2)
library(stargazer)

# Prvotní parametry #
Bound <- 5e6
Zone <- 25e4

# Úprava vstupních dat
setwd("D:/Škola/8. semestr/Bakalářka")
Datafunkce <- read.csv2("data_r_all.csv")
# Převedení Open.Time z factoru na číslo a následně na datum
Datafunkce <- within(Datafunkce, {
  Open.Time <- strptime(as.character(Open.Time), "%d.%m.%Y %H:%M")
  Time <- as.POSIXct(Open.Time)
  Year <- 1900 + Open.Time$year
  ID <- 1:nrow(Datafunkce)
})
Datafunkce <- Datafunkce[c(6, 1, 2, 8, 7, 3, 4, 5)]
# Úprava kurzů na vstup
Ratesfunkce <- read.csv2("EURUSD_2016_allb.csv")
names(Ratesfunkce)[1] <- "Time"
Ratesfunkce$Time <- strptime(as.character(Ratesfunkce$Time),
                             "%Y.%m.%d %H:%M")

# Funkce výpočtu expozice a ztrát společnosti
BP <- function(Bound=5e6, Zone=25e4) {
  dt <- Datafunkce
  n <- nrow(dt)
  # Amount, pomocný sloupec P1 a klientská expozice
  Amount <- dt$Volume*1e5
  P1 <- numeric(n)
  P1 <- (as.numeric(dt$Type == "sell")*2-1) * Amount
  Client_expo <- cumsum(-P1)
  # Příprava vektoru na hedging a brokerskou expozici
  Broker_expo <- numeric(n)
  Hedge_Amount <- numeric(n)
  Cum_Hedge_Amount <- numeric(n)
  Reverse_Hedge <- numeric(n)
```

```

# Vyřešen první řádek brokerské expozice
Broker_expo[1] <- P1[1]
# For cyklus pro brokerskou expozici
for (i in 2:n) {
  prom1 <- Broker_expo[i-1] + P1[i] # Pomocná proměnná
  # Limit horní
  if (prom1 > Bound + Zone) {
    Hedge_Amount[i] <- prom1 - Bound
    Cum_Hedge_Amount[i] <- Cum_Hedge_Amount[i-1] - Reverse_Hedge[i-1] +
      Hedge_Amount[i]
    if (abs(Client_expo[i]) < Bound) {
      Reverse_Hedge[i] <- Cum_Hedge_Amount[i]
    } else {
      Reverse_Hedge[i] <- 0
    }
    Broker_expo[i] <- Bound + Reverse_Hedge[i]

    # Limit spodní
  } else if (prom1 < -Bound - Zone) {
    Hedge_Amount[i] <- prom1 + Bound
    Cum_Hedge_Amount[i] <- Cum_Hedge_Amount[i-1] - Reverse_Hedge[i-1] +
      Hedge_Amount[i]
    if (abs(Client_expo[i]) < Bound ) {
      Reverse_Hedge[i] <- Cum_Hedge_Amount[i]
    } else {
      Reverse_Hedge[i] <- 0
    }
    Broker_expo[i] <- - Bound + Reverse_Hedge[i]

    # Běžný provoz
  } else {
    Hedge_Amount[i] <- 0
    Cum_Hedge_Amount[i] <- Cum_Hedge_Amount[i-1] - Reverse_Hedge[i-1] +
      Hedge_Amount[i]
    if (abs(Client_expo[i]) < Bound ) {
      Reverse_Hedge[i] <- Cum_Hedge_Amount[i]
    } else {
      Reverse_Hedge[i] <- 0
    }
    Broker_expo[i] <- prom1 + Reverse_Hedge[i]
  }
}
i <- NULL

```

```

dt <- cbind(dt,Amount,Client_expo,P1,Broker_expo, Hedge_Amount,
            Cum_Hedge_Amount, Reverse_Hedge)

#Přeuložení dat pouze za rok 2016
dt <- dt[dt$Year == 2016,]
# Měnové kurzy
Rates <- Ratesfunkce # Načtení měnových kurzů
# Spárování dle časů a uložení do dt
dt <- merge(dt,Rates,by.x = "Open.Time",by.y = "Time",all.x = TRUE)
dt <- sort_df(dt, vars = "ID") # Seřazení dle ID
r <- nrow(dt)
# Výpočet ztrát
# Extrakt potřebných vektorů z dt
Broker_expo <- dt[,12]
Rate <- dt[,16]
Hedge_Amount <- dt[,13]
# Příprava vektorů
Broker_expo_usd <- numeric(r)
Price_delta <- numeric(r)
Loss_prompt <- numeric(r)
Result <- numeric(r)
# Vlastní výpočty
Broker_expo_usd <- Broker_expo * Rate
Price_delta <- c(NA, diff(Rate))
Loss_prompt <- Price_delta * (Broker_expo + Hedge_Amount)
Result <- 0
Result[!is.na(Loss_prompt)] <- cumsum(Loss_prompt[!is.na(Loss_prompt)])
# Připojení k dt
dt <- cbind(dt,Broker_expo_usd,Price_delta,Loss_prompt,Result)

return(dt)
}

# Simulace
# Simulace měnových kurzů
Rates <- Ratesfunkce[,2]
Rates <- ts(Rates,start=c(1)) # Jako ts
origin <- Ratesfunkce[1,2]
model1 <- auto.arima(Rates) # Odhad parametrů
simulace <- arima.sim(model = model1$model ,n=367487) # Simulace
simulace <- cumsum(sqrt(model1$sigma2)*simulace) + origin
Ratesfunkce[,2] <- as.numeric(simulace)
names(Ratesfunkce)[1] <- "Time"

```

```

# Simulace požadavků
# Generování časů příchodů požadavků
nS <- length(datafunce)
lambda <- 0.01009395 # Vypočteno ručně
Time.sim <- floor(cumsum(rexp(nS,lambda))/60)*60 #Celé minuty
Time.sim <- as.POSIXlt(Time.sim, format="%Y.%m.%d %H:%M:%S",
                        origin = "2016.01.04 00:00:00")

# Náhodné výběry velikostí obchodů
Volume.sim <- numeric(nS)
Volume.sim <- sample(pom2$Volume, size = nS, replace = TRUE)
# Náhodné výběry typů obchodů
Type.sim <- numeric(nS)
Type.sim <- sample(pom2$Type, size = nS, replace = TRUE)
# Vytvoření datového souboru, který vstupuje do funkce BP
Datafunkce <- NULL
ID <- 1:nS
Ticket <- pom2$Ticket
Item <- pom2$Item
Datafunkce <- data.frame(ID,Ticket,Type.sim,Item,Volume.sim)
Datafunkce <- within(Datafunkce, {
  Open.Time <- strptime(as.character(Time.sim), "%Y-%m-%d %H:%M:%S")
  Time <- as.POSIXct(Open.Time)
  Year <- 1900 + Open.Time$year
})
Datafunkce <- Datafunkce[c(8,1,2,7,6,3,4,5)]
names(Datafunkce) <- c("Open.Time","ID","Ticket","Time","Year",
                       "Type","Item","Volume")

# Iterační cyklus výpočtu denních ztrát
# Parametry
Boundfrom <- 1e06
Boundto <- 5e06
Boundby <- 25e04
# Vektor limitů
Bounds <- seq(Boundfrom, Boundto, Boundby)
nB<- length(Bounds)
# Vektor jmen sloupců dat dle výše limitu
NamesBounds <- as.character(Bounds)
# Připravení data setu pro záznamy
pom <- BP()
pom <- Datafunkce
nD <- nrow(pom)

```

```

# Vytvoření datasetu
ResultsbyBound <- cbind(pom[c(2,1,4)] ,
                        data.frame(matrix(NA, nrow = nD, ncol = nB)))
names(ResultsbyBound) <- c("ID", "Open.Time", "Time", NamesBounds)
Broker_expo_byBound <- cbind(pom[c(2,1,4)] ,
                             data.frame(matrix(NA, nrow = nD,
                                                ncol = nB)))
names(Broker_expo_byBound) <- c("ID", "Open.Time", "Time", NamesBounds)
Client_expo_byBound <- cbind(pom[c(2,1,4)] ,
                             data.frame(matrix(NA, nrow = nD,
                                                ncol = nB)))
names(Client_expo_byBound) <- c("ID", "Open.Time", "Time", NamesBounds)
LossesbyBound <- pom[c(2,1,4)]

# Přidání levelu dne
LossesbyBound <- within(LossesbyBound, {
  Day <- Open.Time$yday
})
LossesbyBound <- cbind(LossesbyBound, data.frame(matrix(NA, nrow = nD,
                                                       ncol = nB)))
names(LossesbyBound) <- c("ID", "Open.Time", "Time", "Day", NamesBounds)

# For cyklus, který spočítá a uloží výsledky dle výše limitu
for (i in 1:nB) {
  pom <- BP(Bound = Bounds[i])
  ResultsbyBound[,i+3] <- pom[,which(colnames(pom) == "Result")]
  LossesbyBound[,i+4] <- pom[,which(colnames(pom) == "Loss_prompt")]
  Broker_expo_byBound[,i+3] <- pom[,which(colnames(pom) ==
                                           "Broker_expo")]
  Client_expo_byBound[,i+3] <- pom[,which(colnames(pom) ==
                                           "Client_expo")]
}

# For cyklus pro ztráty za celý rok 2016 dle limitů
Sum_Losses <- numeric(nB)
for (i in 1:nB) {
  pom2 <- LossesbyBound[,i+4]
  pom2[pom2 > 0] <- 0
  Sum_Losses[i] <- sum(pom2, na.rm = TRUE)
}

# Suma ztrát po dnech
# Vektor levelů dní
LossesbyBound$Day <- as.factor(LossesbyBound$Day)
Day_levels <- levels(LossesbyBound$Day)
nL <- length(Day_levels)

```

```

# Data set se sumami ztrát dle levelu dne
pom3 <- numeric(nL)
Sum_Losses_Day <- cbind(Day_levels, data.frame(matrix(NA, nrow = nL,
                                                    ncol = nB)))

# Jména sloupců v dataframě se součty po dnech
names(Sum_Losses_Day) <- c("Level", NamesBounds)

# For cyklus na spočítání sum po dnech
for (j in 1:nB) {
  pom2 <- LossesbyBound[j+4]
  pom2[pom2 > 0] <- 0
  LossesbyBound[,j+4] <- pom2
  pom3 <- aggregate(LossesbyBound[j+4],
                    by=list(LossesbyBound$Day),
                    FUN=sum, na.rm=TRUE,
                    na.action=NULL)

  Sum_Losses_Day[j+1] <- pom3[2]
}

# Výběr náhodného dne v roce od 40. dne
r <- as.numeric(as.character(sample(Daily_Loss$Level[40:nrow(Daily_Loss)],
                                   size = 1, replace = TRUE)))
Random_row <- Daily_Loss[r,]

# Uložení
Random_Loss <- rbind(Random_Loss, Random_row)
## Konec iteračního cyklu

# Value at Risk
n <- ncol(Daily_Loss)-1
Prob <- 0.05
Value_at_Risk <- numeric(n)
for(i in 1:n) {
  Value_at_Risk[i] <- quantile(Daily_Loss[,i+1], probs=Prob)
}

# Expected Shortfall
k <- Prob * nrow(Daily_Loss)
Expected_Shortfall <- numeric(n)
for (i in 1:n) {
  P2 <- sort(Daily_Loss[,i+1])
  Expected_Shortfall[i] <- mean(P2[1:k])
}

```

```
# Grafické zobrazení
dt.graf <- data.frame(Bounds, Value_at_Risk, Expected_Shortfall)
names(dt.graf) <- c("Limit", "VaR 5%", "ES 5%")
dt.graf <- melt(dt.graf, id="Limit")
ggplot(aes(x=Limit, y=value, color=variable), data=dt.graf) +
  geom_point() +
  theme(legend.title=element_blank())

# Tabulkový výstup
stargazer(Value_at_Risk, Expected_Shortfall)
```