

VYSOKÁ ŠKOLA EKONOMICKÁ V PRAZE
FAKULTA INFORMATIKY A STATISTIKY



BAKALÁŘSKÁ PRÁCE

VYSOKÁ ŠKOLA EKONOMICKÁ V PRAZE
FAKULTA INFORMATIKY A STATISTIKY



Název bakalářské práce:

**Sestavení akciového portfolia za
neobvyklých tržních podmínek pomocí
metod teorie rozhodování**

Autor: **Adam Čižmař**

Katedra: **Katedra ekonometrie**

Obor: **Matematické metody v ekonomii**

Vedoucí práce: **Ing. Adam Borovička, Ph.D**

Prohlášení:

Prohlašuji, že jsem bakalářskou práci s názvem *Sestavení akciového portfolia za neobvyklých tržních podmínek pomocí metod teorie rozhodování* zpracoval samostatně. Veškerou literaturu a další podkladové materiály uvádím v seznamu na straně 39.

V Praze dne

.....
Jméno Příjmení

Poděkování:

Rád bych na tomto místě poděkoval Ing. Adamu Borovičkovi, Ph.D za vedení bakalářské práce, za podnětné návrhy, které ji obohatily a za jeho trpělivost. Zároveň bych zde rád poděkoval své rodině za nadstandardní podmínky studia.

Abstrakt

Název práce: Sestavení akciového portfolia za neobvyklých tržních podmínek pomocí metod teorie rozhodování

Autor: Adam Čížmař

Katedra: Katedra ekonometrie

Vedoucí práce: Ing. Adam Borovička, Ph.D.

Bakalářská práce zpracovává téma akciového investování. Přístupů k hodnocení akcií je celá řada, v této práci jsou využity metody vícekriteriálního rozhodování, jelikož akcie je běžné hodnotit na základě více kritérií než pouze jednoho. Tyto metody nejsou v praxi typicky využívány, práce proto nabízí zajímavý úhel pohledu lišící se od běžně zavedené praxe. Součástí práce je teoretická definice tržního prostředí a akcií jako takových a dále potom teoretický popis použitých metod. Jedná se o metodu vícekriteriálního hodnocení variant ELECTRE I a metodu vícekriteriálního programování nazvanou agregace účelových funkcí. Tyto metody jsou použity pro konstrukci portfolia na základě dvou odlišných investičních strategií. Jedna se zaměřuje na kapitálový výnos a druhá cílí na dividendový výnos spolu s nižším rizikem.

Klíčová slova: akcie, optimalizace portfolia, vícekriteriální hodnocení variant, vícekriteriální programování.

Abstract

Title: Creation of equity portfolio under unusual market conditions by using the methods of decision making

Author: Adam Čížmař

Department: Department of Econometrics

Supervisor: Ing. Adam Borovička, Ph.D.

This bachelor thesis deals with problems of investing in stock market. There are plenty of different approaches to investing into stocks, however methods used in this thesis belong among multi-criteria decision making methods. Such an approach is not commonly used which provides an interesting point of view that differs from widely used methods. This thesis consists of theoretical background to market environment and stocks themselves and also of theoretical description of multi-criteria evaluation and multi-criteria programming. Specifically I use ELECTRE I method as multi-criteria evaluation and aggregation of linear functions as multi-criteria programming method. By using these two methods I create two different portfolios based on two separate strategies. First of them aims to maximize capital gains whereas the second one aims to maximize dividend profits and to minimize risk, as well.

Keywords: stocks, portfolio optimization, multi-criteria evaluation, multi-criteria programming.

Obsah

Úvod	1
1 Finanční trh	3
1.1 Struktura finančního trhu	3
1.2 Akcie	5
1.2.1 Obchodování s akcemi	6
1.2.2 Akciové indexy	6
1.3 Teorie portfolia	7
2 Vícekriteriální rozhodování	9
2.1 Vícekriteriální hodnocení variant	9
2.1.1 Metody odhadu vah	11
2.1.2 Metody VHV	11
2.1.3 Metoda ELECTRE I	12
2.2 Vícekriteriální programování	13
2.2.1 Princip agregace účelových funkcí	15
2.2.2 Celočíselné programování	15
2.3 Použitý software	16
3 Tvorba portfolia	18
3.1 Investiční strategie	18
3.2 Data	19
3.3 Kritéria	20
3.3.1 Kapitálový výnos	21
3.3.2 Dividendový výnos	21
3.3.3 Riziko	22
3.3.4 Likvidita	22
3.3.5 Souhrnná kritéria	23
3.4 ELECTRE I	23
3.4.1 Výpočet pro strategii A	24
3.4.2 Výpočet pro strategii B	26
3.5 Sestavení portfolia metodami vícekriteriálního programování	28
3.5.1 Výpočet výsledného portfolia pro strategii A	29
3.5.2 Portfolio A - výsledky	31
3.5.3 Výpočet optimálního portfolia pro strategii B	32
3.5.4 Portfolio B - výsledky	34
3.6 Analýza výsledků a porovnání portfolií	35
3.6.1 Srovnání obou protfolií	37
Závěr	38
Přílohy	42

Úvod

Investování do akcií hraje v moderní ekonomice klíčovou roli. Jedná se o jednu z nejznámějších metod investice volných peněžních prostředků. Tento druh investiční příležitosti oslovuje velké množství nejen investičních společností, bankovních domů a jiných podnikatelských subjektů, ale také soukromých osob. Nabízí totiž možnost vysokého výnosu. S tím je však spojeno zvýšené riziko. Akciové trhy jsou velmi dynamické systémy, ve kterých dochází k četným a často také velmi náhlým změnám. Pro investory je tedy klíčové najít způsob, jak takový systém pochopit a dokázat nalézt ideální investiční příležitosti. Cílem práce tedy je pomocí konkrétních popsanych metod vytvořit portfolio akcií, které bude pro investora představovat za daných podmínek ideální variantu.

S využitím metod vícekritériálního rozhodování je mým cílem nalézt konkrétní variantu pro investici určitého finančního obnosu. Modely založené na principu lineárního modelování nejsou v investiční praxi v podstatě využívány. Metody, jak hodnotit akcie, jsou obvykle založeny na více informacích, které běžný lineární model neobsahuje. Mezi tyto informace typicky patří výsledky finanční analýzy podniku, rozbor grafů cenového vývoje nebo třeba psychologické vlivy působící na kupujícího. Obsáhnutí takových informací by mnohonásobně přesáhlo rozsah této práce. Smyslem je tedy spíše pokusit se o netradiční přístup k hodnocení akciových titulů a na základě analýzy výsledků zkusit odhadnout jeho přínos. Vícekritériální rozhodování totiž oproti ostatním metodám nabízí jiný pohled založený kompletně na exaktních metodách.

Obsahem této práce, jak už bylo řečeno, tedy je optimalizovat portfolio akciových titulů. Hledání optimálních variant zde ale není tak prosté. Jako vstupní data jsem zvolil akcie tvořící index S&P 500 v období těsně následujícím po největších propadech na burzách v roce 2008 a 2009. V období nejistoty panuje na trzích značné riziko, ale to s sebou přináší také potencionálně vysoký výnos. K samotné optimalizaci bylo přistoupeno ve dvou krocích. Nejprve je za pomoci metody vícekritériálního hodnocení variant vybrána omezená množina efektivních řešení obsahující menší počet akcií, které jsou podle daných kritérií nejvhodnější. Na tuto množinu jsou potom aplikovány metody vícekritériálního programování, s jejichž pomocí je nakonec výsledné portfolio sestaveno.

V úvodní části této práce je představen finanční trh jako místo, kde k obchodům, na nichž je tato práce založena, vůbec dochází. Jsou zde také představeny akcie, akciová burza a burzovní indexy, protože tyto pojmy jsou pro správné pochopení práce klíčové. V další kapitole jsou ve stručnosti přiblíženy nejběžnější metody analýzy akcií. Smyslem této kapitoly je nabídnout krátký náhled na jiné možnosti, jak k hodnocení akcií přistoupit. Je nutno říci, že tyto metody jsou na rozdíl od lineárního programování v praxi využívány. V následující kapitole jsou představeny všechny metody vícekritériálního rozhodování použité v této práci. Jedná se především o metodu ELECTRE I, která je použita pro

výběr efektivních variant a princip agregace účelových funkcí, díky kterému jsou následně vybrány konečné varianty. Poslední kapitola je věnována praktické části, kde je za pomoci výše popsaných metod přistoupeno k samotné konstrukci optimálního portfolia pro dvě rozdílné investiční strategie.

1. Finanční trh

Finanční trh odkazuje už svým názvem na hlavní a v podstatě jedinou položku na něm obchodovanou. Touto položkou jsou peníze a velké množství jiných instrumentů od nich odvozených, reprezentujících peněžní hodnotu v jiné formě. Jedná se například o akcie, dluhopisy nebo v současnosti velmi významné finanční deriváty. Obecně lze říci, že finančním trhem se rozumí systém vztahů, institucí a nástrojů zprostředkovávajících soustřeďování, rozmísťování a přerozdělování dočasně volných peněžních prostředků na základě nabídky a poptávky (Pavlát, 1992). Pro vyspělé ekonomiky je typická existence finančních přebytků. Proti těmto přebytkům ale stojí velká skupina subjektů pociťujících nedostatek finančních prostředků. Je třeba zmínit, že v případě vlastníků i poptavatelů se jedná nejen o fyzické osoby a rodiny, jako základní mikroekonomické jednotky, ale také podniky. Finanční trh umožňuje, aby se tyto skupiny subjektů potkaly a vzájemně uspokojily své požadavky. Vlastníci přebytků mohou své prostředky buď investovat nebo zapůjčit, což lze považovat pouze za jiný druh investice. Při tom je jejich cílem maximalizovat výnos při minimálním riziku. Současně je nutnou podmínkou investice také maximalizace likvidity, a to z důvodu potencionální potřeby proměnit investici zpět na peněžní prostředky.

Výše popsany princip charakterizuje základní funkci finančního trhu, což je přemisťování kapitálu od subjektů s přebytkem kapitálu k subjektům trpícím nedostatkem kapitálu. Přehledné shrnutí funkcí finančního trhu je uvedeno v (Pavlát, 2003):

- soustředění dočasně volných zdrojů finančních prostředků
- rozmístění a usměrnění volných zdrojů do oblastí z hlediska efektivnosti jejich využití
- přerozdělení dočasně volných zdrojů a jejich transformace na investice

1.1 Struktura finančního trhu

Finanční trh lze dělit na množství různých segmentů. Mezi základní hlediska, jak nahlížet na členění finančního trhu, patří předmět obchodu, zúčastněné strany a v neposlední řadě také použité nástroje, respektive forma výměny. Nejběžnější dělení finančního trhu je založeno na typech obchodů, které se na jednotlivých segmentech uskutečňují. Podle tohoto přístupu je finanční trh rozdělen na čtyři základní segmenty. Jedná se o peněžní trh, kapitálový trh, devizový trh a komoditní trh, resp. trh drahých kovů.

Peněžní trh

Základní charakteristikou peněžního trhu je jeho zaměření na krátkodobá aktiva. Tím je myšleno tržní umístění krátkodobých přebytků a s jejich pomocí pokrytí

krátkodobých závazků, čímž si poptávající zajišťují dostatečnou likviditu. Jako časový horizont je zde běžně považována doba dvanácti měsíců. Peněžní trh je díky tomu charakterizován zejména vysokým objemem transakcí, nízkým rizikem, nízkým výnosem a nakonec vysokou likviditou. Typickými účastníky peněžního trhu jsou centrální banky a komerční bankovní domy, pojišťovny a jiné velké společnosti.

Kapitálový trh

Kapitálový trh se od peněžního liší z hlediska splatnosti obchodovaných produktů. V tomto případě se jedná o střednědobé a dlouhodobé produkty. Paleta účastníků je zde pestřejší. Obchodovat na kapitálovém trhu mohou jak vlády a centrální banky, tak soukromé společnosti, banky a také jednotlivci. Finační nástroje obchodované na kapitálovém trhu jsou především investiční cenné papíry (zejména akcie a dluhopisy), cenné papíry kolektivního investování (podílové fondy a jiné), hypotéky a jiné středně až dlouhodobé půjčky. Z těchto aktiv jsou odvozeny tzv. finanční deriváty, které jsou také obchodovány na kapitálovém trhu. Vzhledem k povaze těchto nástrojů je třeba také rozlišit, v jaké vztahu vůči nim vystupují jednotliví účastníci trhu. Takto je můžeme dělit na emitenty, investory a zprostředkovatele. Emitenti výše uvedené nástroje vydávají a jako první je umísťují na trh, investoři s nimi potom nadále mohou dle libosti obchodovat a zprostředkovatelé tyto obchody umožňují.

Kapitálový trh je dělen na dvě základní skupiny, a to obchody na primárním trhu a obchody na sekundárním trhu. Primární trh je tvořen obchody s nově emitovanými cennými papíry. Pomocí těchto cenných papírů hledají podniky nové zdroje a subjekty s přebytkem peněžních prostředků mají naopak možnost takto prostředky investovat. Sekundární trh je potom tvořen obchody s již vydanými cennými papíry. Místo, kde se typicky střetává nabídka a poptávka po cenných papírech, se nazývá burza. Nákup a prodej cenných papírů ale může probíhat i mimo burzy.

Devizový trh

Jak napovídá název, předmětem obchodu na devizovém trhu jsou devizy, což je nějaký druh pohledávky na cizí měny. Jde tedy o bezhotovostní obchody s cizími měnami.

Komoditní trh

Na komoditním trhu je umožněno obchodovat s tzv. komoditami. Komoditou rozumíme zboží, které lze na trhu obchodovat bez rozdílů v kvalitě. To znamená, že dodávky mezi různými dodavateli jsou mezi sebou z hlediska kvality zastupitelné. Mezi typické komodity patří například ropa a zemní plyn, různé druhy kovů včetně tzv. drahých kovů, rostlinné a živočišné produkty a jiné.

1.2 Akcie

Akcie je cenný papír představující podíl na vlastnictví akciové společnosti (Jílek, 2009). Držitel akcie je tedy částečným vlastníkem společnosti, která danou akcii emitovala. Z držení tohoto cenného papíru vyplývají pro vlastníka následující věci: právo podílet se na zisku společnosti (formou obdržení výplaty dividend), podílet se na vedení společnosti (návrhy a hlasování na valné hromadě) a právo podílet se na likvidačním zůstatku společnosti v případě jejího krachu. Zároveň je třeba říct, že akcionář neručí svým majetkem za závazky společnosti. Právo podílet se na zisku nemusí být nutně splněno každý rok. Výplata dividend obvykle závisí na finančních výsledcích společnosti. Pokud tyto výsledky nejsou uspokojivé, společnost k výplatě dividendy zpravidla nepřistoupí. Akcie jsou obecně považovány za poměrně rizikové cenné papíry. Jejich potencionální výnos se nicméně pohybuje ve velkém rozsahu a není předem daný. To dělá z akcií atraktivní investiční příležitost.

Důvodem, proč firmy akcie vydávají, je získání peněz pro rozvoj firmy a jejích aktivit. Forma vydaných akcií se může lišit. Obecně lze rozeznat několik základních forem akcií. Nejběžnější z nich jsou tzv. kmenové akcie. Z vlastnictví těchto akcií vyplývají všechna výše uvedená práva. Dalším typem jsou akcie prioritní. S jejich vlastnictvím je spojeno prioritní právo na výplatu dividendy, případně i likvidačního zůstatku. To znamená, že společnost nemůže vyplatit dividendy z kmenových akcií předtím, než vyplatí všechny dividendy z prioritních akcií. Toto právo je zpravidla vykoupeno ztrátou práva hlasovat na valné hromadě. Posledním typem akcií jsou tzv. zaměstnanecké akcie. Tyto akcie nejsou vydávány ve všech zemích. Jejich smyslem je motivace pracovníků prostřednictvím podílu na vlastnictví společnosti. Ti je mohou obdržet za zvýhodněných podmínek nebo dokonce i zdarma. Po ukončení pracovního poměru se ale musejí vrátit do vlastnictví společnosti, nejsou tedy veřejně obchodovatelné.

Akcie mohou mít dvojí podobu. Listinné akcie má vlastník fyzicky u sebe, kdežto zaknihované akcie jsou registrovány v určitém registru. Dále je třeba ještě rozlišit formu akcií. První z nich jsou akcie na jméno. V tomto případě je vlastník akcie znám a je zapsán v seznamu akcionářů vedeném emitentem nebo zprostředkovatelem. Druhou formou jsou akcie na doručitele. U těchto akcií má práva plynoucí z jejich vlastnictví osoba, která je jejich fyzickým vlastníkem. Převod práv potom probíhá pouhým předáním. Obecným trendem je ale omezování akcií na doručitele z důvodu nízké transparentnosti a z toho plynoucích možných podvodů.

Cena akcie je obecně taktéž dvojí. Hodnota, za kterou jsou akcie emitovány, se nazývá nominální hodnota. V běžném období je ale akcie obchodována za tržní cenu, která se zpravidla od nominální ceny liší.

Z hlediska výnosnosti potom sledujeme kapitálovou a dividendovou výnosnost. Kapitálová výnosnost představuje v podstatě rozdíl mezi nákupní a prodejní cenou akcie.

Dividendová výnosnost je definována jako podíl výše dividendy na jednu akcii a cenu této akcie. Investiční strategie může být zaměřena na maximalizaci kterékoliv z těchto výnosností.

1.2.1 Obchodování s akciemi

Obchodování s akciemi v praxi probíhá prostřednictvím burzy nebo na tzv. OTC trhu. OTC (over the counter) je označení pro obchody s cennými papíry probíhajícími mimo burzovní prostředí.

Burzovní trh je organizované shromáždění osob na burzovním parketu (prezenční burza) nebo uskutečněné prostřednictvím počítačového systému (elektronická burza) (Musílek, 2011). Obchody se zde řídí podle přesně určených pravidel. Hlavním cílem burzy je vytváření spojitého trhu, což je možnost obchodování za ceny, které se jen velmi málo liší od cen předchozích (Jílek, 2009). Historie burzovního trhu sahá až do 12. století, kdy došlo k prvním náznakům burzovního obchodování v Itálii.

Mezi nejznámější typ burzy patří akciová burza. Ta bývá zpravidla sama nezávislou společností, jejíž činností je zprostředkování obchodů mezi členy burzy. Počet těchto členů bývá omezen a členství lze získat koupí (Veselá, 2005). Nejen samotné obchodování, ale i vstup společností na burzu je dán přesnými pravidly. Pokud společnost tato pravidla a podmínky nesplní nebo nechce splnit, musí být obchodována na OCT trhu. Obchodování s akciemi na burzovním trhu už nepřináší žádné peníze samotné společnosti, podstatou tohoto investování jsou pouze investice.

Akciové burzy se nacházejí napříč celým světem. Velké státy mají standardně jednu nebo více celonárodních burz a větší množství menších lokálních burz. Mezi nejznámější světové akciové burzy patří například New York Stock Exchange (NYSE), což je americká burza sídlící v New Yorku. Dále patří mezi nejvýznamější burzy například Tokijská, Londýnská nebo Frankfurtská burza.

Mimoburzovní obchody (OCT) jsou tvořeny neformální sítí obchodníků. Firmy zde nemusí plnit žádné oficiální podmínky. Ty jsou zde obvykle dohodnuty u konkrétního obchodu zvlášť.

1.2.2 Akciové indexy

Akciový index informuje o vývoji určitého akciového trhu. S jeho pomocí lze hledat ve vývoji akcií určité trendy na jejichž základě potom obchodníci mohou uskutečňovat své obchody. Akciové indexy jsou také využívány jako tzv. standard (benchmark), čímž je myšleno měřítko průměrné výnosnosti daného trhu (Jílek, 2009). Indexy se dělí na souhrnné, které obsahují všechny obchodované tituly na dané burze a indexy výběrové, které jsou tvořeny skupinou předem vybraných titulů. Indexy jsou obecně tvořeny několika základními způsoby. Prvním z nich je cenově vážený index. Hodnota indexu se odvíjí

od tržních cen jednotlivých akcií. Čím je tato cena vyšší, tím je potom také vyšší vliv této akcie na samotný index. Další možností je potom hodnotově vážený index. Akcie v takovém indexu jsou váženy svou tržní kapitalizací, jakou se podílejí na souhrnné hodnotě všech firem v indexu. Poslední možností je potom index se stejnými vahami, ale toto řešení se vyskytuje v praxi minimálně.

Indexy nejsou omezeny pouze na akcie. Obecně lze říci, že jakákoliv obchodovaná aktiva jsou také hodnocena pomocí indexů. Tyto produkty ale nejsou zahrnuty v této práci a nejsou zde proto rozvedeny ani příslušné indexy a další informace.

Pravděpodobně nejznámějším akciovým indexem je Dow Jones Industrial Average. Tento index sleduje vývoj cen akcií 30 amerických společností. Tyto společnosti patří ve svém segmentu k nejvýznamějším a nejvíce obchodovaným. Jedná se o cenově vážený index. Jeho popularita spočívá především v délce období, za které je sledován. Poprvé byl publikován 26. května 1896. V praxi je ale zejména kvůli svému omezenému rozsahu nevhodný.

Index Standard & Poor's (S&P 500) je považován za přesnější ukazatel vývoje amerického trhu. Obsahuje akcie 500 společností reprezentujících různá odvětví. Poprvé byl publikován 4. března 1957. V současné době index reprezentuje cca 70% celkové tržní kapitalizace amerických společností (Jílek, 2009). Tento index má specifický způsob určení vah jednotlivých titulů. Jedná se o tzv. plovoucí váhy, kdy jsou do výpočtu zařazeny pouze akcie dostupné pro obchodování na burze. Společnosti zahrnuté do indexu S&P 500 jsou registrovány na burzách NYSE a NASDAQ.

1.3 Teorie portfolia

Celá podkapitola vychází z (Musílek, 2011).

Jak již bylo řečeno, smyslem investování je maximalizace zisku a minimalizace rizika. Investor se snaží naplnit tyto cíle prostřednictvím správného investování svých prostředků do různých finančních produktů. Těchto produktů je na trhu obrovské množství, a proto je třeba využívat způsoby, jak jednotlivé příležitosti hodnotit a srovnávat mezi sebou.

Na trhu s akciemi bylo vyvinuto několik základních přístupů, jak akcie ohodnotit.

Fundamentální analýza

Cílem této metody je správně určit tzv. vnitřní hodnotu akcie. To se děje pomocí zkoumání faktorů, které ovlivňují cenu akcie na základě veřejně přístupných informací. Toto zkoumání probíhá na třech úrovních, a to makroekonomické, odvětvové a na úrovni jednotlivých podniků. Sledované faktory na všech úrovních jsou například ekonomická, statistická a účetní data, historické trendy, vliv politiky, demografie, počasí a dalších

možností, které by nějak mohly ovlivnit cenu akcie společnosti. Způsobů, jak vypočítat samotnou vnitřní hodnotu akcie, je značné množství. Více informací lze nalézt v uvedené literatuře. Cílem této analýzy je nalézt akcie s tržní cenou nižší než je jejich vnitřní hodnota. Takové akcie se nazývají podhodnocené. Opakem jsou nadhodnocené akcie, do kterých se logicky investovat nevyplatí, protože se dá předpokládat, že tržní cena bude spíše klesat.

Technická analýza

Jedná se o nejstarší metodu hodnocení akcií. Je založena na analyzování historických a současných dat. Tato data jsou převážně historické ceny, indexy, objemy obchodů, atd. Smyslem technické analýzy je předpoklad, že vývoj cen probíhá v trendech a tento trend včetně jeho změn lze na základě historických dat odhadnout. Při správném určení změny trendu je pak možno určit nejziskovější bod. Nástrojem zkoumání jsou pokročilé grafy vytvořené z historických dat.

Psychologická analýza

Smyslem psychologické analýzy je předpoklad, že investování je ovlivněno především emocemi. Dá se tedy říct, že tato analýza se nezaměřuje ani tak na cenný papír, jako spíše na lidi obchodující s cennými papíry. Psychologická analýza se využívá pro predikci ve velmi krátkém období. Obecně se předpokládá, že lidé mají tendenci k davovému chování a že takové chování lze snáze předvídat.

2. Vícekriteriální rozhodování

Rozhodování patří mezi činnosti, které vykonávají lidé po celém světě každý den. Cílem je vždy nalézt co nejvhodnější řešení podle nějakého kritéria.

Z hlediska teorie se rozhodování dělí na modely posuzující varianty podle jednoho kritéria a na modely pracující s více kritérii. Je jasné, že modely obsahující větší množství hodnocených kritérií lépe odrážejí posuzovanou realitu než modely pracující pouze s kritériem jedním. Takové modely využívají metod vícekriteriálního rozhodování popsanych v této kapitole.

Úlohy vícekriteriálního rozhodování obecně řeší rozpor mezi vzájemně protikladnými kritérii. Dělí se na dvě skupiny podle toho, jak je definována množina rozhodovacích variant. Tzv. úlohy vícekriteriálního hodnocení variant (VHV) jsou dány konkrétním seznamem rozhodovacích variant. Naopak úlohy vícekriteriálního programování jsou určeny soustavou omezujících podmínek. Jsou-li všechny obsažené funkce lineární, lze hovořit o úlohách vícekriteriálního lineárního programování (VLP)(Jablonský, 2007).

Následující podkapitoly popisují výše definované skupiny úloh. Nejdříve jsou popsány úlohy vícekriteriálního hodnocení variant, a poté jsou v následující podkapitole zpracovány i metody vícekriteriálního programování.

2.1 Vícekriteriální hodnocení variant

V případě úloh vícekriteriálního hodnocení variant je k dispozici jak množina variant $\mathbf{A}$, definována jako $\mathbf{A} = \{a_1, a_2, \dots, a_p\}$, tak množina kritérií $\mathbf{F}$, definována jako $\mathbf{F} = \{f_1, f_2, \dots, f_k\}$. Hodnocení variant podle jednotlivých kritérií je ve tvaru tzv. kritériální matice $\mathbf{Y}$ dané následujícím předpisem (Fiala, 2013):

$$\mathbf{Y} = \begin{matrix} & \begin{matrix} f_1 & f_2 & & f_k \end{matrix} \\ \begin{matrix} a_1 \\ a_2 \\ \vdots \\ a_p \end{matrix} & \begin{bmatrix} y_{11} & y_{12} & \cdots & y_{1k} \\ y_{21} & y_{22} & \cdots & y_{2k} \\ \cdots & \cdots & \cdots & \cdots \\ y_{p1} & y_{p2} & \cdots & y_{pk} \end{bmatrix} \end{matrix},$$

Jednotlivé prvky y_{ij} ($i = 1, \dots, p$)($j = 1, \dots, k$) vyjadřují informace o hodnocení konkrétní varianty podle jednoho kritéria. Informace se ale dále dělí na několik druhů. Prvním z nich je kardinální informace, která vyjadřuje konkrétní skutečné hodnoty. Druhou je ordinální informace popisující pořadí, v jakém jsou varianty hodnoceny podle jednotlivých kritérií. A nakonec relativní informace vyjadřuje poměr různých párů

variant mezi sebou podle jednotlivých kritérií. Kritéria mohou být buď maximalizačního nebo minimalizačního typu.

Samotná úloha vícekritériálního hodnocení variant může mít více různých cílů. V (Jablonský, 2007) je uvedeno několik základních cílů:

- **Výběr jedné varianty** - taková varianta bývá označována jako kompromisní, jelikož je kompromisem mezi jednotlivými kritérii. Tento cíl se používá u úloh, kdy není třeba znát pořadí ostatních variant, nýbrž je třeba znát pouze tu jednu kompromisní.
- **Uspořádání variant** - tento cíl požaduje, aby byly varianty uspořádány od nejlepší po nejhorší. Obecně je ale těžké na základě rozhodovacích preferencí určit, co je nejlepší a co nejhorší, proto tyto úlohy v praxi nejsou nejvhodnější.
- **Klasifikace variant** - cílem je rozdělit varianty do určitých tříd

Vztahy mezi dvojicí variant lze při absenci nějakých dodatečných informací klasifikovat podle následujících vztahů (Jablonský, 2007):

- **varianta X_i dominuje variantu X_j** v případě, že kritériální hodnoty varianty X_i jsou lepší nebo stejné jako kritériální hodnoty varianty X_j a zároveň nejsou obě varianty hodnoceny stejně podle všech kritérií.
- **varianta X_j dominuje variantu X_i** platí analogicky
- **varianty X_i a X_j jsou nedominované** v případě neplatnosti výše uvedeného

Dále je třeba říci, že varianta X_i je nedominovaná, pokud neexistuje v množině rozhodovacích variant taková varianta, která by ji dominovala. Z toho plyne, že při hledání kompromisního řešení se soustředíme na nedominované varianty (kompromisní varianta je vždy variantou nedominovanou).

Velmi důležitou součástí VHV je tzv. modelování preferencí rozhodovatele. To v praxi znamená, že rozhodovatel musí být schopen určit, která kritéria jsou pro něj důležitější a jak moc.

Postupů modelování preferencí je více druhů. Jedním z nich jsou aspirační úrovně, kdy rozhodovatel stanoví minimum, kterého kritérium musí alespoň dosáhnout a takto rozdělí varianty na akceptovatelné a neakceptovatelné. Další možností je použití ordinálních informací. Zde rozhodovatel kritéria subjektivně seřadí podle důležitosti. Třetí možností je využití vektoru vah jednotlivých kritérií.

$$v = (v_1, v_2, \dots, v_k), \quad \sum_{i=1}^k v_i = 1, \quad v_i \geq 0 \quad (2.1)$$

Vyšší důležitosti je přiřazena vyšší váha, takto může rozhodovatel určit své preference snadno a přehledně. Vektor vah je získáván různými metodami z informací od rozhodovatele.

2.1.1 Metody odhadu vah

Bodovací metoda

Tato metoda vyžaduje od rozhodovatele kvantitativní ohodnocení důležitosti kritérií. Je třeba zvolit určitou stupnici, na které potom rozhodovatel jednotlivým kritériím přiřazuje bodovou hodnotu b_i ležící na zvolené stupnici. Čím více bodů rozhodovatel určitému kritériu přidělí, tím je považováno za důležitější. Výpočet vah probíhá podle následujícího vzorce (Fiala, 2013):

$$v_i = \frac{b_i}{\sum_{i=1}^k b_i}, \quad i = 1, 2, \dots, k. \quad (2.2)$$

Tato metoda je využita v praktické části pro stanovení vektoru vah. Pro úplnost zde stručně uvádím i další známé metody odhadu vah. Podrobněji jsou popsány v (Fiala, 2013).

Metoda pořadí

Tato metoda pracuje s ordinální informací. Jednotlivým kritériím je od nejdůležitějšího po nejméně důležité přiřazeno číslo $k, k-1, k-2$, atd. Výpočet vah probíhá podle stejného vzorce jako u bodovací metody, kdy je obecně i -tému kritériu přiřazeno číslo b_i .

Metoda párového srovnání kritérií

Zde je k odhadu vah využito informací pocházejících z párového srovnání variant. Tato srovnání probíhají v tzv. Fullerově trojúhelníku. Celý popis je uveden ve (Fiala, 2013). Vzhledem k jeho rozsahu ho zde dále neuvádím.

Mezi pokročilejší metody patří například Saatyho metoda, poprvé představena Thomasem Saatyem v 70. letech minulého století, která porovnává podobně jako metoda párového srovnání všechny dvojice kritérií. Popis metody je uveden v (Jablonský, 2007).

2.1.2 Metody VHV

Metod vícekritériálního hodnocení variant existuje velké množství a jsou rozděleny do několika skupin. Mezi nejzákladnější patří metody s aspiračními úrovněmi, ordinální a kardinální informací. Tyto pojmy byly vysvětleny již v úvodu. Cílem této práce není představit tyto metody. Jejich podrobný popis je v (Fiala, 2013).

V této práci je využita metoda s kardinální informací pocházející z rodiny metod ELECTRE poprvé představené ve Francii v 60. letech minulého století. Od té doby prošly tyto metody rozvojem a v současnosti jich je definováno velké množství. V této práci byla použita metoda představená úplně jako první. Z toho vyplývá také její název -

ELECTRE I. Tato metoda poskytuje rozhodovateli možnost pohodlně a jednoduše rozhodnout o svých preferencích a nevyžaduje další zpřesnění hodnocení nebo jiné informace.

2.1.3 Metoda ELECTRE I

Metoda ELECTRE I (Elimination Et Choix Traduisant la Realité - Elimination and Choice Expressing Reality) byla první z mnoha metod spadajících do stejnojmenné rodiny. Představena byla v roce 1968 v práci Bernarda Roy. Zde lze také nalézt její kompletní teoretický popis (Roy, 1968). Smyslem této metody je rozdělit množinu variant na dvě indifferenční třídy. Tyto třídy jsou tvořeny tzv. efektivními a neefektivními variantami. Předpokladem této metody je znalost vektoru vah $\mathbf{v}$ a kritériální matice $\mathbf{Y}$. Mějme y_{ih} ($i = 1, 2, \dots, p; h = 1, 2, \dots, k$) ohodnocení varianty a_i podle kritéria f_h . Pro každou dvojici variant a_i a a_j ($i, j = 1, 2, \dots, p$) pak definujeme množiny C_{ij} a D_{ij} s následujícím předpisem:

$$\begin{aligned} C_{ij} &= \{h; y_{ih} \geq y_{jh}, h = 1, 2, \dots, k\}, i, j = 1, 2, \dots, p, \\ D_{ij} &= \{h; y_{ih} < y_{jh}, h = 1, 2, \dots, k\}, i, j = 1, 2, \dots, p. \end{aligned}$$

Množina C_{ij} obsahuje indexy všech kritérií, podle kterých je varianta a_i hodnocena alespoň tak dobře jako varianta a_j a množina D_{ij} obsahuje indexy zbývajících kritérií, tj. takových, kde je varianta a_i hodnocena hůře než varianta a_j .

Na základě normalizovaného vektoru vah $\mathbf{v}$ vypočítaného na základě informací od rozhodovatele a množiny C_{ij} je určen tzv. stupeň preference varianty a_i před variantou a_j . Stupeň preference představuje součet vah kritérií podle kterých je varianta a_i hodnocena alespoň stejně jako varianta a_j .

$$c_{ij} = \sum_{h \in C_{ij}} v_h, \quad i, j = 1, 2, \dots, p, c_{ij} \in \langle 0, 1 \rangle \quad (2.3)$$

Na to přímo navazuje výpočet hodnoty d_{ij} , která je nazývána stupeň dispreference mezi variantami a_i a a_j . Pro d_{ij} platí, že $d_{ij} \in \langle 0, 1 \rangle$.

$$d_{ij} = \begin{cases} 0, & \text{pokud } D_{ij} = \emptyset \\ \frac{\max_{h \in D_{ij}} |y_{ih} - y_{jh}|}{\max_h |y_{ih} - y_{jh}|} & \text{jinak.} \end{cases}$$

Pro určení matice celkové preference $\mathbf{P}$ mezi každou dvojicí variant je třeba stanovit práh preference c^* a práh dispreference d^* . Pro tyto hodnoty platí, že $a_i P a_j$ právě tehdy, když $c_{ij} \geq c^*$ a $d_{ij} \leq d^*$. Výchozí hodnoty prahu preference a dispreference lze spočítat jako průměr prvků matice C_{ij} (práh preference) a matice D_{ij} (práh dispreference).

Všechny celkové párové preference pro každou dvojici variant je možno vyjádřit v matici $\mathbf{P} = (p_{ij})$:

$$p_{ij} = 1, \text{ jestliže } a_i P a_j \quad \wedge \quad p_{ij} = 0, \text{ jinak, pro } i, j = 1, 2, \dots, p.$$

Efektivní varianty jsou potom takové varianty, ke kterým neexistuje žádná preferující varianta a samy jsou preferovány alespoň před jednou variantou. V praxi je efektivní varianta taková, která má ve sloupci matice $\mathbf{P}$ samé nuly a v řádku alespoň jednu jedničku (Fiala, 2013).

Množinu efektivních variant E a množinu neefektivních variant N lze definovat následovně:

$$E = \{a_i; p_{ij} = 0 \text{ pro všechna } j, p_{ih} = 1 \text{ pro alespoň jedno } h\}$$

$$N = A - E.$$

Jedním z klíčových aspektů této metody je stanovení prahů preference a dispreference. Ty jsou sice nejprve stanoveny jako průměry matic $\mathbf{C}$ a $\mathbf{D}$, ale v praxi je pak obvykle třeba je upravit. Postupným posouváním lze nalézt různé velké množiny efektivních variant.

2.2 Vícekriteriální programování

Běžná úloha lineárního programování hledá optimální řešení jedné účelové funkce omezené soustavou podmínek. Matematická formulace takového modelu je například v (Lagová a Jablonský, 2014). Úlohy vícekriteriálního programování potom optimalizují více účelových funkcí najednou za dané soustavy podmínek. Množina přípustných řešení je podobná jako v případě úloh matematického programování. Matematický model úlohy vícekriteriálního programování v maticovém vyjádření má následující podobu (Jablonský, 2011):

„maximalizovat“

$$\begin{aligned} z_1 &= \mathbf{c}^1 \mathbf{x}, \\ z_2 &= \mathbf{c}^2 \mathbf{x}, \\ &\vdots \\ z_k &= \mathbf{c}^k \mathbf{x}, \end{aligned} \tag{2.4}$$

za podmínek

$$\mathbf{x} \in \mathbf{X} = \{\mathbf{x} \in \mathbf{R}^n | \mathbf{Ax} \leq \mathbf{b}, \mathbf{x} \geq 0\}, \quad (2.5)$$

kde $\mathbf{c}^i$ ($i = 1, 2, \dots, k$) reprezentuje vektor cenových koeficientů i -té účelové funkce, $\mathbf{z}^i$ ($i = 1, 2, \dots, k$) jsou hodnoty jednotlivých účelových funkcí a $\mathbf{x}$ jsou hodnoty vstupních proměnných. Je nutné vysvětlit, proč je uvedena maximalizace v závorkách. Důvodem je, že na množině několika účelových funkcí není předem jasné, co současná maximalizace více účelových funkcí znamená. Může zde dojít například k situaci, kdy se výsledná účelová funkce maximalizační skládá ze dvou dílčích účelových funkcí, z nichž jedna je maximalizační a druhá minimalizační. Takovou funkci lze převést na maximalizační přenásobením hodnotou (-1). Pomocí těchto metod ale obvykle nelze nalézt ideální hodnoty všech funkcí najednou.

Přípustná řešení úlohy vícekriteriálního programování mají mezi sebou definovány stejné vztahy nedominovanosti a dominovanosti jako úlohy vícekriteriálního hodnocení variant. Tyto vztahy jsou definovány v podkapitole 2.1.

Cílem řešení úlohy vícekriteriálního programování bývá obvykle nalezení nějakého kompromisního řešení. Pojem kompromisní řešení byl vysvětlen v podkapitole 2.1. Kompromisní řešení musí být vždy řešením nedominovaným.

Existuje více metod, jak řešit úlohy vícekriteriálního programování. Jednou ze základních metod je princip agregace účelových funkcí, který je podrobněji vysvětlen v následujícím oddílu, jelikož je v praktické části použit pro optimalizaci portfolií. Několik dalších možností, jak úlohy vícekriteriálního programování řešit, je uvedeno v následujících odstavcích.

Kompromisní řešení podle minimální komponenty

Tato metoda hledá takové kompromisní řešení, které maximalizuje hodnotu minimální (nejhorší) účelové funkce. Taková účelová funkce je minimalizována na množině všech zadaných účelových funkcí.

Minimalizace vzdálenosti od ideálních hodnot

Cílem této metody je minimalizovat vážený součet odchylek od tzv. ideální účelové funkce, což je optimální účelová funkce na množině přípustných řešení. V případě lineárních úloh lze hodnotu této funkce získat klasickou simplexovou metodou.

Cílové programování

Úlohy vícekriteriálního programování lze řešit i pomocí metod cílového programování. Tento přístup je založen na sestavení tzv. pevných a volných cílů, ke kterým je

potom modelem přiřazena cílová hodnota.

Všechny tyto tři metody jsou podrobněji popsány v (Jablonský, 2011).

2.2.1 Princip agregace účelových funkcí

Tato metoda, podobně jako metoda ELECTRE I, vyžaduje od rozhodovatele ohodnotit důležitost jednotlivých účelových funkcí. Důležitost je popsána vektorem vah $v_i = (v_1, v_2, \dots, v_k)$, $\sum v_i = 1$. Na základě těchto vah potom lze sloučit dílčí účelové funkce do jedné agregované funkce následujícího tvaru:

maximalizovat

$$z = \sum_{i=1}^k v_i c^i x \quad (2.6)$$

za podmínek 2.5. Jestliže předpokládáme nezápornost všech vah, získáme takto vždy nedominované řešení. Obecně se také doporučuje normalizovat hodnoty účelových funkcí, a to přidáním hodnot jednotlivých účelových funkcí do jmenovatele agregované účelové funkce. Smyslem normování účelových funkcí je zajistit jejich lepší srovnatelnost. Toho se nejčastěji využívá například u účelových funkcí pracujících s rozdílnými jednotkami.

$$z = \sum_{i=1}^k v_i \frac{c^i x}{z_i} \quad (2.7)$$

2.2.2 Celočíselné programování

Celočíselné programování je název pro speciální případ úloh lineárního programování. Mezi podmínky takovýchto úloh jsou navíc zařazeny podmínky celočíselnosti. Tyto podmínky zabezpečují, že proměnné nabývají pouze celočíselných hodnot (Jablonský, 2007). Tím se značně komplikuje náročnost výpočtu zejména vzhledem k výpočetnímu výkonu programového vybavení a hardwaru. Celočíselné programování se dále dělí na několik podskupin. Mezi ně patří například úlohy s obecnými podmínkami celočíselnosti a úlohy s bivalentními proměnnými (0 a 1). Jiné dělení pracuje s ryze celočíselnými a smíšeně celočíselnými úlohami.

Základní metody řešení celočíselných úloh jsou popsány v (Jablonský, 2007). Jednou z nich jsou metody řezných nadrovin. Vychází se zde z množiny přípustných řešení bez podmínek celočíselnosti. Postupně se pak konstruuje další omezení, které dále odděluje další podmnožiny neobsahující přípustné řešení celočíselné úlohy a je nově vypočítáno přípustné řešení. Po konečném počtu kroků lze takto nalézt optimální řešení celočíselné úlohy. Jednou z metod využívajících tento princip je například Gomoryho algoritmus.

Další možností je využití tzv. kombinatorických metod. Jedná se o univerzální metodu založenou na efektivním prohledávání. Přesný popis je nemožný, jelikož samotný výpočet se u jednotlivých metod liší. Tyto metody bývají standardně využívány v optimalizačních programech. V praktické části je využit program Lingo, který obsahuje řešitel Integer solver, s jehož pomocí lze tyto úlohy řešit.

Poslední skupinou jsou tzv. speciální metody. Jedná se o metody pro řešení úloh se speciální strukturou, kde lze nalézt pouze přibližné optimální řešení. Konkrétní jedno optimální řešení nelze nalézt.

2.3 Použitý software

V této práci jsou použity dva softwarové programy. V této podkapitole jsou ve zkratce představeny.

Matlab

Program Matlab¹ je vyvíjen a vlastněn společností MathWorks. Jedná se o speciální prostředí a na něj navázaný skriptovací jazyk. Možnosti využití tohoto softwaru jsou skutečně široké. Mezi běžně používané funkce patří výpočty v oboru lineární algebry, počítačové simulace, vykreslování grafů apod. Software není volně dostupný ani pro studentské účely. Vyškeré výpočty proto byly provedeny na školních počítačích s licencovanou verzí programu. Syntaxe modelů je vysoce specifická a není zde dále popisována. Použitý skript je přiložen jako příloha (Příloha 2).

Lingo

Optimalizační výpočty byly provedeny v programu Lingo². Jedná se o programový nástroj pro řešení lineárních, nelineárních a celočíselných optimalizačních problémů. Program nabízí možnost propojení vstupních dat a následných výstupů optimalizace s programem Microsoft Excel. Tato funkce je velmi užitečná v případě úloh větších rozsahů. Program umožňuje použít syntaxi dvojího typu. V případě jednodušších problémů lze omezující podmínky a účelovou funkci napsat jako přepis matematického modelu úlohy. Druhou možností je potom využití již zmíněného programu Microsoft Excel. V tomto případě je třeba definovat jednotlivé sekce a podmínky podle následujícího předpisu (Jablonský, 2011):

¹Dostupné na: <http://www.mathworks.com/> [Cit. 18.5.2017]

²Dostupné na: <http://www.lindo.com/> [Cit. 18.5.2017]

MODEL:
SETS:
vymezení množin, indexování proměnných
ENDSETS:
obecný zápis
DATA:
vložení vstupních dat z MS Excel
ENDDATA
INIT:
nastavení počátečních hodnot proměnných
ENDINIT
CALC:
možnost úpravy dat
ENDCALC
END

Program nevyžaduje použití všech uvedených sekcí. Zároveň je dobré zmínit, že obsahuje množství různých funkcí, které nabízejí výrazné rozšíření možností uplatnění programu, namátkou lze třeba uvést práci s binárními proměnnými atd.

3. Tvorba portfolia

V závěrečné kapitole je popsán způsob, kterým investor hledá ideální variantu složení svého portfolia za splnění jím definovaných podmínek. To je také celým smyslem této práce a výše uvedené metody a informace nám poskytují základ pro úspěšné vyřešení navrhnutého problému.

V první části kapitoly jsou představeny dvě investiční strategie, mezi kterými investor chce rozhodnout a zvolit racionální variantu. Následuje oddíl, kde jsou představena vstupní data, jejich získání a úprava. Na to přímo navazuje oddíl popisující zvolená kritéria, pomocí nichž se akcie hodnotí. Na základě těchto kritérií je v následující sekci vybrána množina efektivních variant pro obě strategie. Výběr těchto variant probíhá pomocí metody ELECTRE I. Samotný výpočet je uskutečněn v programu Matlab. Následně se věnuji výběru optimálních akciových titulů, a to pomocí metod vícekritériálního programování, konkrétně metodou agregace účelových funkcí. Na závěr potom uvádím analýzu výsledků a srovnání obou investičních variant.

3.1 Investiční strategie

Volba investiční strategie je klíčovou složkou samotného investování. Zároveň se také jedná o vysoce subjektivní oblast. Troufám si říct, že cílem každého investora je co nejlépe zhodnotit vložené prostředky, ať už formou kapitálového výnosu nebo třeba prostřednictvím dividend. To, co především odlišuje investory mezi sebou, je míra averze vůči riziku. Obecně platí, že vyšší riziko s sebou nese i vyšší výnos, ale z definice rizika vyplývá, že míra selhání zde bude vyšší. Naopak nižší riziko neznamená takovou pravděpodobnost selhání (myšleno jako záporné zhodnocení vložených prostředků), ale výnosy z takových aktiv bývají zpravidla nižší. Rizikovější nebo raději méně rizikové portfolio? Tuto otázku si musí každý investor zodpovědět sám za sebe, protože nakonec se jedná o jeho peníze a jeho život.

Tato práce nicméně necílí na investice za běžných tržních podmínek, ale na investování v době krize, kdy běžně platné zákony trhu a obecně přijímané pravdy ne zcela platí. Riziko plynoucí z takového investování je v porovnání s běžným trhem značné, ale jak už jsem výše psal, výnosy jsou mnohem zajímavější. V době nejistoty na trzích je tedy minimálně zajímavé o investicích přemýšlet.

Investor představený v této práci je z logiky věci vůči riziku benevolentnější než je obvyklé, jinak by se nepouštěl do investování v době nejistoty a krize. To ale neznamená, že by se o riziko nezajímal vůbec, naopak při hodnocení akciových titulů mu přikládá vysokou váhu, právě z důvodu zvýšené rizikovosti. Samotná investiční strategie je prostá. V roce 2007 a 2008 došlo na burzách po celém světě k masivním propadům způsobeným

bublinou na americkém hypotéčním trhu. Vzhledem k velikosti bubliny a zaznamenaným ztrátám došlo k poklesu napříč celým trhem, nejen u společností podnikajících na finančním a hypotéčním trhu. Tržní ceny tedy spadly dolů, ale samotná hodnota většiny společností zůstala nezměněna, což znamená, že by se potencionálně ceny měly vyšplhat zpět nebo alespoň výrazně vzrůst. Index S&P 500 spadl mezi polovinou roku 2007 a první čtvrtinou roku 2009 o více než 50% své hodnoty. Minima dosáhl v březnu 2009, načež začal poměrně strmě růst. V tom je vidět velká příležitost. Investor tedy hledá ideální variantu na základě analýzy vývoje cen za jeden rok počínaje právě březnem 2009. V březnu 2010 nebyla hodnota indexu S&P 500 ještě zdaleka na své maximální hodnotě z roku 2007. Investor má zájem o porovnání dvou různých přístupů k výběru ideální varianty, budu jim říkat varianta A a varianta B. Pro obě varianty však platí společné omezení. Investor je ochoten investovat maximálně 25 000 dolarů. Zároveň ale chce investovat většinu svých prostředků, jelikož investice menších rozměrů jsou pro něj nezajímavé. Proto se rozhodl stanovit si minimální hranici 20 000 dolarů. Potencionálních 5 000 dolarů, které by neinvestoval, případně považuje za bezpečnostní rezervu, se kterou by v případě nepříznivé se vyvíjející situace mohl reagovat a některé své pozice tzv. naředit. To znamená, že by doukoupil akcie konkrétní společnosti za nižší cenu a v případě růstu ceny této akcie by rychleji dosáhl zisku. Minimální částka byla stanovena především s cílem minimalizovat riziko promítnutí poplatků za zprostředkování obchodu. Brokerské firmy totiž standardně účtují za provedený obchod paušální poplatky. Vzhledem k nejistotě by totiž mohl být donucený opustit své pozice co nejdříve a příliš nízký rozpočet by mohl být těmito poplatky ovlivněn. Další podmínkou investora je, aby podíl jedné akcie nepřesáhl 20%. Cílem této podmínky je vhodně diverzifikovat portfolio, ale zároveň ne příliš rozmělnit vložené prostředky. Dalším cílem investora je pokusit se zjistit, jestli některé odvětví podnikání mohlo být krizí ovlivněno jiným způsobem a z tohoto faktu potencionálně těžit.

Varianta A je zaměřená čistě na kapitálový výnos akcie, riziko je zde vnímáno jako méně důležité a dividendový výnos není sice zanedbáván, ale jeho zastoupení je v relativním vyjádření malé. Všechna tato kritéria budou podrobně představena v následujícím oddílu.

Varianta B je opakem varianty A. Investor zde cílí na dividendový výnos a minimalizaci rizika zde vnímá jako důležitější. Cílit na dividendový výnos v takto nejisté době může znít bláhově, ale z dat vyplývá, že většina společností od výplaty dividend neustoupila ani navzdory složité době. Investor tedy chce zhodnotit obě varianty.

3.2 Data

Index S&P 500 jsem zvolil z důvodu jeho rozsahu a obsažení všech důležitých segmentů ekonomiky. Tento index bývá totiž považován za jeden z nejpřesnějších ukazatelů vývoje amerického akciového trhu. Získání vstupních dat byl poměrně značný problém.

Současná data jsou běžně k dispozici, nicméně historická data ne. Samotný index S&P 500 je poměrně proměnlivý (např. vzhledem k Dow Jones Industrial Average). Nejprve bylo tedy třeba sestavit podobu, jakou měl index v roce 2009, konkrétně jsem jako záchytné datum zvolil 2.3. 2009. Toto datum bylo zvoleno jako výchozí bod, protože v těchto dnech index S&P 500 dosáhl svého minima a 1.3.2009 nebyl obchodní den. Toho jsem docílil díky informacím ze stránek společnosti Standard & Poor's¹ a ze stránky wikipedia², kde jsou uvedeny změny konstituentů indexu i s datem změny. Na základě takto sestaveného seznamu společností jsem ze stránek společnosti Patria získal datasety s historickými cenami a obchodovaným objemem každého titulu. Data byla ve formě excelovských souborů dostupných z databanky společnosti³. Vyplacené dividendy byly získány ze stránky dividend.com⁴, která bezplatně uvádí historii výplat dividend u společností obchodovaných na burze. V následující podkapitole jsou představena kritéria získaná na základě těchto dat.

3.3 Kritéria

Metody a informace použité v tomto oddíle vycházejí z (Brada, 1996), jiné zdroje jsou citovány zvlášť.

Výběr kritérií a jejich správná kvantifikace jsou klíčovými aspekty při tvorbě portfolia. Metody hledající optimální varianty vycházejí z informací poskytnutých právě hodnotami zvolených kritérií, což znamená, že špatně zvolená či špatně kvantifikovaná kritéria povedou k výsledku, který by v praxi mohl vést k zápornému výnosu z portfolia, což je přesný opak smyslu této práce. Investor v tomto případě bude hodnotit akcie na základě čtyř kritérií. Prvním z nich je kapitálový výnos, dalším je dividendový výnos, poté riziko a nakonec likvidita. Možností, jak hodnotit akcie jsou desítky, mezi nejznámější patří například P/E ration (Price/Earning ratio), které nám udává poměr tržní ceny akcie k zisku společnosti po zdanění (Jílek, 2009). Nicméně tato kritéria sledují jiný druh informace a spadají spíše do oblasti fundamentální analýzy, která není předmětem této práce. Smyslem výše uvedených čtyř kritérií, je poskytnout odrazový můstek pro investování pouze na základě racionálního hledání ideálních variant bez nutnosti hodnotit další aspekty finančního zdraví podniku a jiných kritérií, která mohou být už více subjektivní.

¹Dostupné na: <http://us.spindices.com/indices/equity/sp-500> [Cit. 15.4.2017]

²Dostupné na: https://en.wikipedia.org/wiki/List_of_S%26P_500_companies [Cit. 15.4.2017]

³Dostupné na: <https://www.patria-cz.zdroje.vse.cz/akcie/vyzkum/databanka.html> [Cit. 15.4.2017]

⁴Dostupné na: <http://www.dividend.com/dividend-stocks/conglomerates/conglomerates-general/> [Cit. 17.4. 2017]

3.3.1 Kapitálový výnos

Kapitálový výnos v podstatě znamená, kolik by byl zisk z prodeje akcie samozřejmě za předpokladu znalosti nákupní ceny. Možností, jak takovou hodnotu vypočítat, je více. Jedním z nich je například postup na základě očekávaného výnosu, kdy na základě vývoje z minulosti odhaduji míru růstu v budoucnosti (Rejnuš, 2001). Takový postup by byl ale jen těžko aplikovatelný na mnou zvolené období a z něj plynoucí nestálost cen titulů. Pravděpodobnost dosažení míry výnosu by šla velmi těžko určit. V této práci je použita podobná metoda vycházející z dat v minulosti (tzv. historický přístup), ale pro potřeby investora byla doba, ze které je výpočet realizován, omezena na jeden rok. Cílem je určení specifického výnosu v dané době způsobeného neobvyklými aspekty doby. Tato metoda předpokládá, že výnos akcie bude v blízké budoucnosti podobný, jako průměrný výnos z titulu v minulosti. Výpočet je realizován na základě vzorce

$$kv_{it} = \frac{TC_{it} - TC_{i(t-k)}}{TC_{i(t-k)}} \quad i = 1, \dots, n \quad t = 1, \dots, T. \quad (3.1)$$

Kde:

- kv_{it} je výnos akcie i za období $t-(t-k)$
- TC_{it} je tržní cena akcie i v době t
- $TC_{i(t-k)}$ je tržní cena akcie i v době $t-k$
- i je i -tá akcie a n celkový počet akcií
- t je časový okamžik a T počet období
- k je délka sledovaného intervalu

3.3.2 Dividendový výnos

Dividendový výnos udává, kolik bylo za vlastnictví akcie vyplaceno peněz formou dividend. Dividenda je podíl na zisku společnosti (Jílek, 2009). V praxi se ale používá ukazatel tzv. míry dividendového výnosu, který ukazuje poměr ceny akcie a výše dividendy vyplacené na akcii. Takový ukazatel mnohem přesněji vyjadřuje profit plynoucí z držení akcie, protože absolutní dividenda společnosti s tržní hodnotou 100 dolarů za akcii a společnosti s tržní hodnotou 10 dolarů za akcii, bude při stejné výši celkové dividendy ve výrazném nepoměru. Vzorec pro výpočet je následující

$$dv_i = \frac{d_i}{TC_{it}} \quad i = 1, \dots, n. \quad (3.2)$$

Kde:

- dv_i je dividendový výnos akcie i
- d_i je výše dividendy na akcii
- TC_{it} je tržní cena akcie i v čase t

3.3.3 Riziko

Rizikovost nebo také volatilita akcie vychází z kolísání jejího kurzu. Čím vyšší míra rizikovosti, tím je logicky větší i kolísání ceny, z čehož plyne těžší předvídatelnost této akcie. Výpočet rizika akcie se provádí standartně pomocí rozptylu nebo z něj vycházející směrodatné odchylky. Vzorec pro výpočet je následující

$$\sigma_i = \sqrt{\frac{\sum_{t=1}^T (kv_{it} - kv_p)^2}{T}} \quad i = 1, \dots, n \quad (3.3)$$

Kde:

- σ_i je rizikovost i -té akcie
- kv_{it} je kapitálový výnos akcie i za období (viz.4.1)
- kv_p je očekávaný výnos akcie (odhadnutý na základě vývoje indexu S&P 500)
- T je délka období

3.3.4 Likvidita

Likvidita znamená schopnost přeměnit instrument na peněžní prostředky v minimálním čase a s minimálními náklady (Musílek, 2011). Toto kritérium je zvláště důležité v tak nejisté době jako představovala krize. Investor by se mohl dostat do situace, kdy ho nenadálý vývoj na trzích donutí opustit své pozice a kritérium likvidity bere toto v potaz. Mohla by totiž teoreticky nastat situace, kdy by investor chtěl prodat, ale systém by mu nenašel kupce. Vzhledem k objemům obchodovaným na světových burzách se může toto kritérium zdát nepodstatné, ale tak neobvyklé tržní podmínky, jaké jsou předmětem zkoumání této práce, myslím, ospravedlňují zahrnutí likvidity mezi hodnotící kritéria.

Samotný výpočet byl proveden jako průměr zobchodovaných objemů každého titulu za zkoumané období.

3.3.5 Souhrnná kritéria

Souhrnné charakteristiky (výnosy, riziko) lze spočítat jako vážený součet jednotlivých ukazatelů za akcii a podíl dané akcie v portfoliu. Tyto hodnoty hrají důležitou roli později při hodnocení portfolia. Nabízejí velmi jednoduchý způsob, jak mezi sebou různá portfolia porovnávat. V případě portfolia většího rozsahu je dobré zahrnout do výpočtu celkových výnosů a rizika také závislosti, které mezi nimi panují. To lze uskutečnit pomocí výpočtu kovariance, ať už jednotlivých výnosů nebo rizika. Zde je ale portfolio omezeno nízkým rozpočtem a bude pravděpodobně tvořeno pouze několika tituly. Proto jsem toho názoru, že vliv závislostí v tomto případě hraje spíše marginální roli a není třeba jej do výpočtu zahrnout.

3.4 ELECTRE I

Obsahem této podkapitoly je aplikace teoretické metody pro vícekritériální hodnocení variant ELECTRE I na data popsaná v předchozích podkapitolách. Samotná metoda ELECTRE I je popsána v kapitole 2. Metoda ELECTRE I je, jak už bylo řečeno, nejstarší a nejzákladnější z metod rodiny ELECTRE. Jiné pokročilejší metody nejen z této skupiny, ale i další typy metod vícekritériálního hodnocení variant nabízejí lepší výsledky. Výhodou metody ELECTRE I je ale její srozumitelnost pro investora. Jediným požadavkem na něj kladeným je určení důležitosti jednotlivých kritérií. Z tohoto důvodu byla vybrána a použita právě tato konkrétní metoda. Zároveň je vždy možnost tento krok obecně vynechat a přistoupit rovnou k vícekritériálnímu programování. Vzhledem k rozsahu vstupních dat a podobě, jakou by výsledné portfolio mělo zaujímat, mi nepřijde vhodné hledat ideální varianty na tak velké množině, ale je vhodnější nejprve tuto množinu omezit a zjednodušit tak hledání těchto ideálních variant.

Jak už bylo uvedeno dříve, investor chce ohodnotit dvě rozdílné strategie investování do akciových titulů, proto zde popíšu dva postupy a dvě verze výsledků. V tabulce 3.1 uvádím ukázkou vstupních dat. Kapitálový a dividendový výnos a riziko jsou uvedeny v relativním vyjádření. Tabulka obsahující všech 500 společností je vložena na konci dokumentu jako Příloha 1.

Jméno	Kap. výnos	Div. výnos	Riziko	Likvidita [ks]
3M	0,881	0,063	0,1055	4 380 481
Aetna	0,4445	0,0132	0,078	7 048 657
CBS	1,2377	0,0037	0,128	11 407 913
Clorox	0,3003	0,0075	0,0689	1 089 892
DR Horton	0,651	0,0029	0,091	4 916 166

Tabulka 3.1: Ukázka dat

Hodnoty jednotlivých kritérií byly vypočítány podle vzorců uvedených v podkapitole 3.3. Období zahrnuté do výpočtu sahá od 2.3.2009 do 1.3.2010. Tržní ceny akcií z tohoto dne byly použity pro výpočet optimálního portfolia v další části této kapitoly. Zároveň byly také použity pro výpočet dividendového výnosu. Samotná výše dividendy byla určena jako poslední vyplacená dividendy za nejbližší minulé období, ve kterém společnost k vyplácení dividend přistoupila, nejdéle však jeden rok. U společností s kvartálním vyplácením byla použita dividendy za poslední kvartál. Kapitálový výnos byl určen jako průměr jednotlivých mezidenních výnosů za celé sledované období. Do vzorce pro výpočet rizika byl potom tento výnos dosazen spolu s očekávaným výnosem, který byl získán jako poměr vývoje dané akcie vzhledem k vývoji celého indexu. Likvidita byla spočítána jako průměr zobchodovaných objemů za celé období. Krom likvidity jsou všechna data vyjádřena v podobě procentuálního vývoje vyjádřeného desetinným číslem.

3.4.1 Výpočet pro strategii A

Cílem oddílu je rozdělit vstupní data na dvě množiny, efektivní a neefektivní. Prvky efektivní množiny jsou charakterizovány tak, že neexistuje lepší varianta a zároveň je každý prvek lepší než alespoň jeden jiný. Vzhledem k rozsahu vstupních dat a zejména matic z nich vytvořených byl na data použit script napsaný v programu Matlab. Vzorem pro tento skript bylo matlabovské řešení dostupné na stránkách společnosti MathWorks⁵. Postup výpočtu je analogický s ručním postupem. Skript je uveden na konci dokumentu jako Příloha 2.

Nejprve je třeba definovat množinu dat, ze kterých se hledají efektivní varianty. Tato množina má podobu maticového vyjádření a jedná se o kritériální matici $\mathbf{Y}$ popsanou v kapitole 2. Tato matice má podobu tabulky obsahující hodnoty kritérií a je uvedena na konci dokumentu jako Příloha 1. Dále je třeba definovat vektor normalizovaných vah, který vychází z bodového ohodnocení jednotlivých kritérií investorem. Toto bodové ohodnocení odráží jeho preference a dispreference k jednotlivým kritériím. Vektor normalizovaných vah byl spočítán podle vzorce 2.2.

Cílem investiční strategie A je maximalizovat kapitálový výnos s tím, že riziko je zde připouštěno sice obecně vyšší, ale i tak je v zájmu investora jej minimalizovat. Dividendový výnos není pro tuto strategii důležitý a hraje spíš podružnou roli. Likvidita není také nijak výrazně důležitá, z hodnot matice $\mathbf{Y}$ plyne, že obchodovaná množství byla dostatečně vysoká a riziko nemožnosti prodat bylo investorem vyhodnoceno jako marginální. Na základě výše uvedených informací obodoval investor kritéria následně: kapitálový výnos 8, dividendový výnos 3, riziko 8, likvidita 2. V tabulce 3.2 jsou uvedena všechna kritéria spolu s obodováním, výslednou váhou a cílem. Kromě rizika, které je minimalizováno,

⁵Dostupné na: <https://www.mathworks.com/matlabcentral/fileexchange/57147-electre-elimination-and-choice-expressing-the-reality>, Copyright (c) 2016, Omid Ameri Sianaki All rights reserved [Cit. 10.4.2017]

jsou všechna ostatní kritéria maximalizována. Cíl kritérií odráží požadavky racionálního investora.

Kritérium	Body	Váha	Cíl
Kapitálová výnosnost	10	0,43	max
Dividendová výnosnost	3	0,13	max
Riziko	8	0,35	min
Likvidita	2	0,09	max

Tabulka 3.2: Kritéria - strategie A

Správně naformátovaná data je třeba načíst do Matlabu. Cíl kritérií musí být správně označen. V případě maximalizace je kritériu přiřazena hodnota 1 a v případě minimalizace je mu přiřazena hodnota -1. Po spuštění programu je výstupem matice **P**, která obsahuje všechny kombinace variant. Mezi nimi je třeba nalézt varianty považované za efektivní. Jedná se o takové varianty, které obsahují ve sloupcích matice **P** pouze nuly a v řádku alespoň jednu jedničku.

Práh preference je takto spočítán jako průměr matice **C** a práh dispreference jako průměr matice **D**. Výsledkem byl práh preference zaokrouhlený na 0,53 a práh dispreference zaokrouhlený na 0,61. Počet efektivních variant byl takto stanoven na osm, což mi nepřišlo jako dostatečný počet především z důvodu podmínky investora nepřesáhnout podíl jedné akcie v portfoliu 20%. Přistoupil jsem tedy k posunu prahu preference a dispreference, abych rozšířil množinu efektivních řešení. Ve skriptu stačilo označit výpočet těchto hodnot (označených jako alfa a beta) jako poznámku a samotné hodnoty potom manuálně určit. Takto jsem nakonec našel 21 efektivních variant. Hodnota prahu preference byla stanovena na 0,65 a hodnota dispreference na 0,3. V tabulce 3.3 je uvedeno všech 21 variant i s hodnotami jednotlivých kritérií.

V posledním sloupci tabulky je uvedena i cena jednotlivých akcií, ale ta není pro hledání efektivních variant použita. Význam získává až při sestavování účelových funkcí a omezujících podmínek při hledání optima na této množině.

Z výsledku je patrné, že stěžejním kritériem byla skutečně kapitálová výnosnost. Hodnoty tohoto kritéria jsou u vybraných titulů vysoké a obecně patří k nejvyšší na celé množině všech akcií. Výše rizika je v podstatě navázána na volatilitu akcie, tudíž jsou hodnoty rizikovosti u vybraných akcií také vysoké. V dalším kroku výpočtu ale dochází k minimalizaci rizikovosti. Hodnoty dividendového výnosu a likvidity nebyly ohodnoceny významně, proto nejsou jejich hodnoty ve všech případech ideální. Např. dividendový výnos společnosti Ford Motor Company je 0, což znamená, že společnost žádnou dividendu v daném období nevyplácela, ale stejně se tato akcie mezi efektivní dostala. Její kapitálový výnos je evidentně dostatečně vysoký a nepříznivou hodnotu dividendového

	Kap. výnos	Div. výnos	Riziko	Likvidita	Cena (USD)
"AK Steel"	3,0789	0,0022	0,2440	8840734	22,23
"American Express"	2,4476	0,0047	0,2042	17675675	38,13
"Analog Devices"	0,6631	0,0067	0,0918	4878692	29,82
"Bank of America"	0,9207	0,0006	0,1080	310745024	16,71
"Caterpillar"	1,6094	0,0073	0,1514	11970106	57,85
"CenturyLink"	1,3652	0,0204	0,1360	56389669	34,33
"Dow Chemical"	1,6224	0,0052	0,1522	16252021	28,69
"Ford"	1,477	0	0,1430	86566230	12,41
"Freeport-McMoran"	1,8859	0,0010	0,1688	34399909	38,23
"Frontier Communications"	0,4692	0,0973	0,0796	5654651	2,57
"General Electric"	1,0921	0,0063	0,1188	107524338	15,90
"Kraft Foods"	0,4584	0,0058	0,0789	7824036	34,58
"L Brands"	1,3055	0,0067	0,1322	5035217	22,53
"LSI"	0,9902	0,0242	0,1124	78654	6,20
"Macy's"	1,5983	0,0076	0,1507	12489727	19,78
"New York Times"	1,7146	0,0128	0,1580	1749254	11,75
"Office Depot"	1,5224	0,0198	0,1459	7405508	7,58
"Regions Financial"	0,8907	0,0226	0,1061	36036216	6,65
"Starbucks"	1,6701	0,0064	0,1552	11805587	23,29
"Tesoro Petroleum"	1,5419	0,0144	0,1471	5845957	10,39
"XL Capital"	0,9695	0,0487	0,1111	135462	3,08

Tabulka 3.3: Efektivní varianty pro strategii A

výnosu zastínil. Stejný případ můžeme vidět u likvidity u některých akcií, např. společnosti LSI nebo XL Capital. I když je jejich likvidita výrazně nižší než u ostatních titulů, jsou součástí množiny efektivních variant. V jejich případě se zřejmě jedná o kombinaci stále velmi slušného výnosu doprovázeného zároveň nadstandartním dividendovým výnosem.

3.4.2 Výpočet pro strategii B

Výpočet pro strategii B probíhá analogicky jako pro strategii A. Kriteriační matice **Y** je shodná. Výpočet normalizovaného vektoru vah probíhá taktéž stejným způsobem (popsáno v 2.1.1). V popisu této varianty je uvedeno, že investor cílí na co nejvyšší míru dividendového výnosu při co nejnižším riziku. V předchozí variantě bylo vidět, že kapitálový výnos má díky svým hodnotám velký vliv na podobu efektivní množiny. Proto je v této variantě jeho síla stanovena minimální.

Dividendovému výnosu bylo v tomto případě přiděleno deset bodů, jelikož jeho maximalizace je hlavním cílem této varianty. Zároveň je jejím cílem i co možná největší eliminace rizika, proto bylo míře rizikovosti přiděleno 8 bodů jako v předchozím případě. Vzhledem k samotné rizikovosti investování v době krize jsem nechtěl zvolit bodovou hodnotu

vyšší, jelikož rizikovost je základním stavebním kamenem takové investice. Kapitálový výnos byl ale naopak ohodnocen pouze jedním bodem, protože jeho vliv je i tak značný. První verzí bylo ohodnocení kapitálového výnosu třemi body, ale efektivní množiny se téměř rovnaly, proto jsem přistoupil k dalšímu snížení váhy. Nakonec je likvidita ohodnocena sedmi body, protože jak už bylo řečeno, investor v této variantě přece jenom hledá bezpečnější investici, což spočívá také v její dostatečné likviditě. V následující tabulce 3.4 jsou přehledně uvedena všechna kritéria s jejich ohodnocením, vypočítanou váhou a cílem.

Kritérium	Body	Váha	Cíl
Kapitálová výnosnost	1	0,04	max
Dividendová výnosnost	10	0,38	max
Riziko	8	0,31	min
Likvidita	7	0,27	max

Tabulka 3.4: Kritéria - strategie B

Stejně jako u varianty A je dalším krokem výpočet prahu preference a dispreference. Obdobným způsobem byly nejprve vypočítány jako průměr matice **C** (práh preference) a matice **D** (práh dispreference). Práh preference v tomto případě vyšel 0,51 a práh dispreference 0,65. Tyto hodnoty potom vedly k množině efektivních variant obsahující pouze 3 akcie, navíc všechny tyto 3 tituly byly už obsaženy v množině efektivních variant pro strategii A. Proto jsem přistoupil opět k úpravě obou hodnot a po sérii pokusů jsem dospěl k variantě efektivní množiny obsahující třináct společností. Hodnota prahu preference byla stanovena na 0,9 a hodnota prahu dispreference na 0,15. Třináct titulů se může zdát málo, ale vzhledem k mezním hodnotám, ke kterým se model dostal, jsem ji přijal jako dostatečnou. Efektivní varianty jsou uvedeny v následující tabulce 3.5.

	Kap. výnos	Div. výnos	Riziko	Likvidita	Cena (USD)
"Bank of America"	0,9207	0,0006	0,1080	310745024	16,71
"CenturyLink"	1,3652	0,0204	0,1360	56389669	34,33
"Disney"	0,9541	0,0113	0,1101	65184245	35,31
"Consolidated Edison"	0,9453	0,0348	0,1095	173044	17,10
"Federated Investors"	0,2708	0,0562	0,0671	24450	4,27
"Frontier Communications"	0,4692	0,0973	0,0796	5654651	2,57
"General Electric"	1,0921	0,0063	0,1188	107524338	15,90
"Kraft Foods"	0,4584	0,0058	0,0789	7824036	34,58
"Office Depot"	1,5224	0,0198	0,1459	7405508	7,58
"Regions Financial"	0,8907	0,0226	0,1061	36036216	6,65
"Sprint Nextel"	0,2369	0,0347	0,0649	481654	4,32
"Western Digital"	0,6936	0,0038	0,0937	3165463	39,25
"XL Capital"	0,9695	0,0487	0,1111	135462	3,08

Tabulka 3.5: Efektivní varianty pro strategii B

Při srovnání obou množin je vidět, že hned osm variant z efektivní množiny strategie B je shodných s variantami ze strategie A. Tento výsledek už napovídá, že strategie B, která cílí na maximalizaci dividendového výnosu, nebude zřejmě tak účinná, jako strategie A.

Z výsledků je vidět, že zejména akcie, které se neobjevily mezi ideálními variantami pro strategii A, mají oproti ostatním akciím vysoký dividendový výnos. Nicméně těchto akcií je v celé množině vstupních dat poměrně málo. To je nejspíš způsobeno tím, že společnosti sice nezmrazily vyplácení dividend ani v době krize, ale jejich výše byla malá. Navíc v době výpočtu dividendového výnosu už byly tržní ceny většiny titulů výrazně výše, než v době výplaty poslední dividendy. Další informací, vyplývající z řešení, je setrvání např. Bank of America v efektivní množině navzdory velmi nízkému dividendovému výnosu. Kapitálový výnos je sice slušný, ale vzhledem k jeho obodování téměř zanedbatelný. Společnost byla ale jedním z nejobchodovanějších titulů, což asi také vedlo k tomu, že tato varianta byla vyhodnocena jako efektivní. Podobný případ je i společnost Western Digital.

3.5 Sestavení portfolia metodami vícekriteriálního programování

V této podkapitole dojde k samotné tvorbě optimálního portfolia za pomoci metody vícekriteriálního programování. Využita je metoda agregace účelových funkcí, která je popsána v kapitole 2. Tato metoda byla zvolena z důvodu její srozumitelnosti pro investora. Na základě svých představ o charakteru portfolia může zvolit velice přímočaře váhy jednotlivých účelových funkcí, které jsou taktéž sestaveny v souladu s jeho strategiemi. Tímto způsobem má investor celý proces pod kontrolou a může snadno subjektivně zvolit, jak moc chce konkrétní kritérium obsáhnout při tvorbě optimálního portfolia. To je hlavním důvodem volby metody agregace účelových funkcí.

Jako vstupní data se zde využijí dvě efektivní množiny akciových titulů získané v předchozí podkapitole metodou ELECTRE I. Tyto množiny jsou sice nepoměrně menší než samotný žebříček S&P 500, ale díky principu, jakým byly sestaveny, obsahují varianty, které by měly být za daných kritérií nejvhodnější. To znamená, že by investor neměl najít jinou vhodnější variantu, než které jsou již zde uvedeny. Na základě těchto dat je tedy sestaveno portfolio pro každou variantu zvlášť. Portfolia jsou zde sestavována na základě pouze dvou kritérií. V předchozím kroku se varianty hodnotily na základě čtyř kritérií. Tím se zajistilo, že všechna kritéria ovlivnila výsledky tak, jak si investor přál. Zároveň ale zejména kritérium likvidity nepředstavuje až takovou prioritu, proto je z dalších výpočtů úplně vyloučeno. Kapitálový a dividendový výnos představují hlavní kritéria, podle kterých budou portfolia tvořena, vymezují také hlavní rozdíl mezi jednotlivými

livými strategiemi, proto by nedávalo smysl hodnotit obě strategie pomocí těchto dvou kritérií současně. Tyto důvody vedou k závěru, že každé portfolio je hodnoceno pouze dvěma kritérii. Účelové funkce jsou v nelineárním tvaru, ale program Lingo umožňuje řešit i takové úlohy.

3.5.1 Výpočet výsledného portfolia pro strategii A

Při využití strategie A bude investor hledat maximální kapitálový výnos, stejně jako když hledal efektivní množinu. Ideální složení hledá mezi 21 akciemi již vybranými jako efektivními. Níže uvádím seznam proměnných pro investiční strategii A:

- x_i je množství kusů zakoupených akcií společnosti i
- c_i cena akcie společnosti i uvedená v USD
- kv_i kapitálový výnos akcie společnosti i v relativním vyjádření
- dv_i dividendový výnos akcie společnosti i v relativním vyjádření
- r_i rizikovost akcie společnosti i v relativním vyjádření
- R maximální možná investovaná částka v USD
- S minimální možná investovaná částka V USD

Pro i platí: $i=1, \dots, 21$

Dílčí účelové funkce

Dílčí účelové funkce pro strategii A jsou dvě. První z nich maximalizuje kapitálový výnos a druhá minimalizuje riziko. Nabízí se zde ještě možnost zařadit třetí účelovou funkci maximalizující dividendový výnos, ale vzhledem k důrazu na kapitálovou výnosnost a možné překrývání výsledků při volbě takové varianty jsem tuto účelovou funkci do modelu nezahrnul. Muselo by totiž mimo jiné také dojít ke snížení váhy účelové funkce maximalizující kapitálový výnos.

První účelová funkce je tedy maximalizace kapitálového výnosu.

$$z_1 = \frac{\sum_{i=1}^{21} x_i c_i kv_i}{\sum_{i=1}^{21} x_i c_i} \rightarrow \max \quad (3.4)$$

Druhá účelová funkce si klade za cíl minimalizovat riziko portfolia.

$$z_2 = \frac{\sum_{i=1}^{21} x_i c_i r_i}{\sum_{i=1}^{21} x_i c_i} \rightarrow \min \quad (3.5)$$

Podmínky:

$$\sum_{i=1}^{21} x_i c_i \leq R \quad (3.6)$$

$$\sum_{i=1}^{21} x_i c_i \geq S \quad (3.7)$$

$$\frac{x_j c_j}{\sum_{i=1}^{21} x_i c_i} \leq 0,2 \quad (3.8)$$

$$x_i \text{ celé, } x_i \geq 0, i, j = 1, \dots, 21$$

První účelová funkce maximalizuje kapitálový výnos akcií tvořících portfolium. Celkový výnos je počítán jako vážený součet jednotlivých výnosů akcií a váhami jsou poměrné zastoupení jednotlivých akcií v portfoliu. Hodnota této účelové funkce je 2,159. Toto číslo nám říká, že by kapitálový výnos takového portfolia byl více než 215%. Výsledek je získán výpočtem v programu Lingo, model je uveden jako Příloha 3.

Druhá účelová funkce potom minimalizuje riziko. Celkové riziko je zde opět bráno jako vážený součet rizikovostí jednotlivých akcií a váhami jsou zastoupení jednotlivých akciových titulů v portfoliu. Optimální hodnota po výpočtu v programu Lingo je 0,0929. Interpretace tohoto výsledku je, že celková rizikovost takto sestaveného portfolia byla lehce přes 9%.

První podmínka (3.6) stanovuje maximální částku, kterou je možno investovat. Tato částka je rovna 25 000 USD. Druhá podmínka (3.7) naopak stanovuje minimální investovanou částku. Ta je rovna 20 000 USD. Třetí podmínka (3.8) potom stanovuje, že žádná akcie nesmí přesáhnout svou hodnotou 20% z celého portfolia. Cílem této podmínky je docílit diverzifikace portfolia. Tyto podmínky jsou shodné pro obě účelové funkce.

Agregace účelových funkcí pro strategii A

V této sekci dojde k finálnímu kroku tvorby portfolia. Na základě získaných hodnot účelových funkcí a vah jim přidělených se sestaví výsledná účelová funkce obsahující všechny tyto informace v sobě. Nejprve je ale třeba určit váhy jednotlivých dílčích účelových funkcí. Protože je primárním cílem investora kapitálový výnos, je této účelové funkci přiřazena váha $v_1 = 0,7$. Účelová funkce minimalizující riziko má potom logicky váhu $v_2 = 0,3$. Investor tímto ohodnocením pevně definuje svůj postoj jako výnosově orientovaný a riziku odolný. Obě dílčí účelové funkce jsou normalizovány svými optimálními

hodnotami. Výsledná účelová funkce má tvar:

$$z_A = v_1 \frac{\sum_{i=1}^{21} x_i c_i k v_i}{\sum_{i=1}^{21} x_i c_i} - v_2 \frac{\sum_{i=1}^{21} x_i c_i r_i}{\sum_{i=1}^{21} x_i c_i} \rightarrow \max \quad (3.9)$$

Podmínky:

$$\sum_{i=1}^{21} x_i c_i \leq R \quad (3.10)$$

$$\sum_{i=1}^{21} x_i c_i \geq S \quad (3.11)$$

$$\frac{x_j c_j}{\sum_{i=1}^{21} x_i c_i} \leq 0,2 \quad (3.12)$$

$$x_i \text{ celé, } x_i \geq 0, i, j = 1, \dots, 21$$

Agregovaná účelová funkce je složena ze vzorců dílčích účelových funkcí, které jsou vyděleny optimálními hodnotami získanými v Lingo optimalizací těch dílčích funkcí (z_1 a z_2). Navíc jsou vynásobeny vypočítanými váhami uvedenými v prvním odstavci. Podmínky jsou totožné s podmínkami modelů dílčích účelových funkcí. První dvě podmínky omezují investici kapitálu a třetí podmínka omezuje podíl jednoho titulu v portfoliu na 20%. Veškeré modely jsou uvedeny jako příloha (Příloha 3).

3.5.2 Portfolio A - výsledky

Výpočtem v programu Lingo investor získal následující skladbu portfolia uvedenou v tabulce níže (Tabulka 3.6). Je patrné, že bylo vybráno pouze pět titulů, do kterých by mělo smysl investovat. V původním výstupu byly zařazeny ještě navíc tituly společností Dow Chemical a Tesoro Petroleum, ale obě byly zastoupeny pouze jedním kusem cenného papíru, což z hlediska tvorby portfolia není smysluplná varianta a nutno podotknout, že by v praxi byla i pravděpodobně neproveditelná. Většina titulů se na burzách obchoduje v předem určených blocích, tzv. lotech, které se ale mohou pro různé společnosti celkem výrazně lišit, proto nebyla nakonec po úvaze tato podmínka do modelu zanesena. Vzhledem k rozpočtu by tak totiž mohlo předem dojít k vyloučení několika akcií s vyšší tržní cenou než je průměrná cena ostatních titulů. Proto tedy došlo k vyjmutí těchto dvou akcií z modelu. Je třeba také říci, že jejich vliv by byl jen velmi nepatrný.

Optimální portfolio je tvořeno pěti akciemi. Jedná se o společnosti AK Steel, American Express, Freeport-McMoran, New York Times a Starbucks. Celková investovaná částka je takto rovna po zaokrouhlení 24 414 USD. To je zcela v mezích modelu. Každá akcie je zde zastoupena 20% s drobnými odchylkami zaviněnými zaokrouhlováním. Takovéto rozdělení napovídá, že v případě prolomení podmínky o maximálním podílu by došlo k další redukci optimálních variant. Co se týče oborů podnikání, není zde patrné

žádné odvětví, které by vyšlo vhodnější v porovnání s ostatními. Oborem podnikání společnosti AK Steel je ocelářství, American Express se zabývá finančními službami, Freeport-McMoran podniká v těžbě, v případě New York Times se jedná o světoznámý deník a nakonec společnost Starbucks je všem známý poskytovatel občerstvení a kávy. Portfolio je tedy diverzifikováno napříč obory, i když to nebylo nutnou podmínkou.

Společnost	Počet ks	Cena (USD)	Celkem	Podíl
"AK Steel"	211	22,23	4690,53	0,200
"American Express"	123	38,13	4689,99	0,200
"Freeport-McMoran"	123	38,23	4701,675	0,200
"New York Times"	399	11,75	4688,25	0,200
"Starbucks"	201	23,29	4681,29	0,200

Tabulka 3.6: Skladba portfolia pro strategii A

3.5.3 Výpočet optimálního portfolia pro strategii B

Výpočet pro strategii B probíhá podle stejného schématu pouze s odlišnými vstupy a cíly. Smyslem, jak už bylo mnohokrát zmíněno, je maximalizovat dividendový výnos. Množina vstupů je v tomto případě tvořena 13 efektivními variantami. Proměnné modelu jsou tyto:

- x_i je množství kusů zakoupených akcií společnosti i
- c_i cena akcie společnosti i uvedená v USD
- kv_i kapitálový výnos akcie společnosti i v relativním vyjádření
- dv_i dividendový výnos akcie společnosti i v relativním vyjádření
- r_i rizikovost akcie společnosti i v relativním vyjádření
- R maximální možná investovaná částka v USD
- S minimální možná investovaná částka V USD

Pro i platí: $i=1, \dots, 13$

Dílčí účelové funkce

Stejně jako v prvním případě se zde budou vyskytovat dvě účelové funkce. První maximalizuje dividendový výnos a druhá minimalizuje riziko. Ani zde by zařazení třetí funkce pravděpodobně nemělo smysl. Obě vstupní množiny jsou do značné míry obdobné a účelová funkce maximalizující kapitálový výnos, byť s nízkou váhou, by nejspíš výsledné portfolio příliš ovlivnila.

První účelová funkce maximalizuje dividendový výnos.

$$z_3 = \frac{\sum_{i=1}^{13} x_i c_i d v_i}{\sum_{i=1}^{13} x_i c_i} \rightarrow \max \quad (3.13)$$

Druhá účelová funkce minimalizuje riziko portfolia.

$$z_4 = \frac{\sum_{i=1}^{13} x_i c_i r_i}{\sum_{i=1}^{13} x_i c_i} \rightarrow \min \quad (3.14)$$

Podmínky:

$$\sum_{i=1}^{13} x_i c_i \leq R \quad (3.15)$$

$$\sum_{i=1}^{13} x_i c_i \geq S \quad (3.16)$$

$$\frac{x_j c_j}{\sum_{i=1}^{13} x_i c_i} \leq 0,2 \quad (3.17)$$

$$x_i \text{ celé, } x_i \geq 0, i, j = 1, \dots, 13$$

Je patrné, že celá soustava omezujících podmínek je totožná. Ve zkratce se jedná v případě prvních dvou (3.15 a 3.16) o definování rozsahu investované částky a třetí podmínka (3.17) omezuje podíl jedné akcie v portfoliu na 20%.

Účelová funkce na maximalizaci dividendového výnosu vyjde samostatně 0,0543. Dividendový výnos bez ohledu na riziko by tedy byl 5,43%. Tato hodnota bude dále použita jako jmenovatel u agregované účelové funkce stejně jako v předchozím případě.

Druhá účelová funkce má stejný tvar jako u strategie A, liší se pouze množina vstupů. Hodnota této účelové funkce pro strategii B je 0,0785. To znamená, že minimální riziko je 7,85%. Účelová funkce minimalizace rizika pro strategii A měla hodnotu 0,0929. Je vidět, že strategie B je méně riziková, ale tento rozdíl není nijak výrazný. Hodnota účelové funkce bude opět použita jako jmenovatel druhého zlomku v agregované účelové funkci.

Agregace účelových funkcí pro strategii B

Analogicky jako u strategie A i zde v tomto oddíle dojde k závěrečné tvorbě portfolia na základě preferencí investora popsaných jako investiční strategie B. Určení vah probíhá podle stejného vzorce popsaného v kapitole 2. V této situaci byly váhy stanoveny lehce vyrovnanější. Hodnota váhy pro účelovou funkci maximalizující dividendový výnos je $v_3 = 0,6$. Účelová funkce minimalizující riziko má váhu vyšší než v předchozím případě, a to $v_4 = 0,4$. I zde jsou dílčí účelové funkce normalizovány svými optimálními hodnotami. Výsledná účelová funkce má tvar:

$$z_B = v_3 \frac{\frac{\sum_{i=1}^{21} x_i c_i d v_i}{\sum_{i=1}^{13} x_i c_i}}{z_3} - v_4 \frac{\frac{\sum_{i=1}^{13} x_i c_i r_i}{\sum_{i=1}^{13} x_i c_i}}{z_4} \rightarrow \max \quad (3.18)$$

Podmínky:

$$\sum_{i=1}^{21} x_i c_i \leq R \quad (3.19)$$

$$\sum_{i=1}^{21} x_i c_i \geq S \quad (3.20)$$

$$\frac{x_j c_j}{\sum_{i=1}^{21} x_i c_i} \leq 0,2 \quad (3.21)$$

$$x_i \text{ celé, } x_i \geq 0, i, j = 1, \dots, 13$$

Agregovaná účelová funkce je tvořena jednotlivými účelovými funkcemi dělenými jejich optimální hodnotou a vynásobenými určeným vektorem vah. Podmínky modelu jsou opět zcela totožné, nebudou proto už znovu interpretovány. Model je uveden v příloze (Příloha 3).

3.5.4 Portfolio B - výsledky

Program Lingo vybral i ve druhém případě pět optimálních variant. Tyto varianty jsou níže uvedeny v tabulce (Tabulka 3.7). I v tomto případě bylo optimálních variant původně více. Byla zde zahrnuta ještě akcie společnosti Office Depot, ale opět pouze v počtu jednoho kusu. Byla proto z důvodů uvedených v oddíle 3.5.2 vyjmuta obdobně, jako byly u strategie A vyjmuty akcie společností Dow Chemical a Tesoro Petroleum.

Výsledné portfolio je tvořeno 275 ks akcií společnosti Consolidated Edison, dále potom 1102 ks akcií společnosti Federated Investors, 1831 kusy akcií Frontier Communications, 1089 kusy akcií Sprint Nextel a nakonec 1527 ks akcií společnosti XL Capital. Celková investovaná částka je po zaokrouhlení 23 521 USD, což spadá do požadovaných mezí. Podíl jednotlivých titulů je rovnoměrně 20%.

Rozdělení sektorů podnikání není v tomto případě tak variabilní. Společnost Consolidated Edison podniká v oblasti energií, Federated Investors zajišťuje finanční služby

a XL Capital se zase zaměřuje na pojistný trh. Frontier Communications a Sprint Nextel jsou telekomunikační společnosti. Nicméně při pohledu na výplaty dividend není sektor nejspíše tak důležitý, jako z hlediska jeho vlivu na tržní cenu. Společným jmenovatelem těchto společností je spíše jejich nízká tržní cena, která pak vedla k vyšší míře dividendového výnosu.

Společnost	Počet ks	Cena	Celkem	Podíl
"Consolidated Edison"	275	17,10	4702,5	0,200
"Federated Investors"	1102	4,27	4705,54	0,200
"Frontier Communications"	1831	2,57	4705,67	0,200
"Sprint Nextel"	1089	4,32	4704,48	0,200
"XL Capital"	1527	3,08	4703,16	0,200

Tabulka 3.7: Skladba portfolia pro strategii B

3.6 Analýza výsledků a porovnání portfolií

Tato podkapitola obsahuje souhrnné informace o obou portfoliích a také je mezi sebou porovnává.

Portfolio A

Akciové tituly zahrnuté do portfolia A byly uvedeny v předchozí podkapitole v oddíle 3.5.2. Níže uvedená tabulka ukazuje souhrnné ukazatele za celé portfolium. Jedná se o celkový výnos jak kapitálový, tak i dividendový a celkovou rizikovost. Tyto ukazatele jsou spočítány jako vážený součet daného ukazatele pro akcii i a podíl této akcie v portfoliu. Jedná se de facto o totožné vzorce z jakých jsou tvořeny jednotlivé účelové funkce. Pro úplnost jsou v tabulce 3.8 uvedeny i hodnoty jednotlivých účelových funkcí. V tomto případě jsou pouze rozšířeny vždy o tu variantu, která nebyla pro dané portfolio hodnocena již v samotném modelu, což znamená, že pro variantu A se jedná o dividendový výnos. Jako dílčí portfolio 1 je označen výběr akciových titulů podle dílčí účelové funkce 1 (maximalizace kapitálového výnosu) a jako dílčí portfolio 2 výběr akcií podle dílčí účelové funkce 2 (minimalizace rizika).

Ukazatel	Portfolio A	Dílčí portfolio 1	Dílčí portfolio 2
Celková kapitálová výnosnost	2,159	2,159	0,0814
Celková dividendová výnosnost	0,0054	0,0053	0,0083
Celkové riziko	0,1861	0,1866	0,0929

Tabulka 3.8: Souhrnné výsledky - varianta A

Z tabulky jasně plyne, že kapitálová výnosnost takto sestaveného portfolia dosahuje z hlediska běžných hodnot až extrémní výše. Investor nemůže reálně očekávat zhodnocení o více než 200%. Cílem bylo najít varianty s největším růstem cen za předpokladu, že tyto akcie budou dále růst, i když ne tak rapidním tempem. Dividendová výnosnost takového portfolia je vzhledem k vloženým prostředkům zanedbatelná, nedosahuje ani 1%. Rizikovost portfolia je zhruba 18,6%, což je poměrně vysoké číslo, ale vysoká rizikovost takovýchto investic byla známá již na začátku.

Dále je patrné, že hodnoty portfolia získaného na základě vyhodnocení dílčí účelové funkce jsou téměř totožné s celkovým optimálním portfoliem. Tato portfolia byla totiž po stránce obsahové stejná, lišilo se pouze zastoupení jednotlivých titulů. Tato podobnost je pravděpodobně způsobena celkovým velkým důrazem na kapitálovou výnosnost, který se takto promítnul do výsledků.

Z následujícího vývoje cen na trhu v horizontu dalšího roku od doby nákupu došlo v průměru k 10% růstu ceny akcií obsažených v portfoliu A. Nicméně akcie společnosti AK Steel se za dobu jednoho roku propadly o více než 25% a akcie New York Times ztratily za stejné období téměř 10%. Vzhledem k poměru zastoupení jednotlivých titulů tak celkově portfolio vzrostlo pouze o 10%. Pokud by investor dokázal tuto situaci zvládnout a například tyto pozice opustil, tak zbývající tři akcie za dané období vykazovaly průměrný růst o zhruba 30%, což je velmi vysoký výnos, který by určitě nejednoho investora zajímal.

Portfolio B

Zde je uvedena stejná analýza pro výsledky vycházející z modelů zpracovávajících strategii B. Výsledné portfolium je uvedeno v oddílu 3.5.4. Níže je uvedena tabulka 3.9 sestavená podle stejného principu jako pro portfolio A. Srovnává celkové výnosy a riziko jak pro výslednou optimální variantu, tak i pro obě dílčí účelové funkce, ze kterých se při výpočtu vycházelo. Jako dílčí portfolia 3 a 4 jsou zde označena portfolia vytvořená pouze na základě účelových funkcí z_3 (maximalizace dividendového výnosu) a z_4 (minimalizace rizika).

Ukazatel	Portfolio B	Dílčí portfolio 3	Dílčí portfolio 4
Celková kapitálová výnosnost	0,5782	0,5783	0,4257
Celková dividendová výnosnost	0,0543	0,0544	0,0395
Celkové riziko	0,0864	0,0864	0,0768

Tabulka 3.9: Souhrnné výsledky - varianta B

Vztah mezi výsledky se zdá být i v tomto případě podobný. Souhrnné ukazatele pro celkové portfolio a dílčí portfolio 3 jsou opět téměř totožné. I v této variantě byly totiž do portfolia zahrnuty totožné tituly pouze v jiném poměru. Dílčí portfolio 4 bylo tvořeno

jinými tituly a jeho výsledky jsou jiné. Kapitálová a dividendová výnosnost je nižší, ale i riziko je nižší. Změna zde však není až tak významná.

Takto sestavené portfolio slibuje kapitálový výnos téměř 58%, což je velmi slušná hodnota, kterou by každý investor uvítal. Zároveň je zde oproti variantě A výrazný nárůst na poli dividendových výnosů. Portfolio B má celkovou dividendovou výnosnost přesahující 5%. Riziko tohoto portfolia potom lehce překračuje hranici 8,5%, což představuje v poměru k potencionálnímu výnosu velmi příznivé riziko, alespoň v porovnání s variantou A.

Vývoj cen tohoto portfolia v horizontu dalšího roku (tj. od 1.3.2010 dále) nabídl zajímavé hodnoty. Jako celek tato skupina akcií v průměru vzrostla o téměř 91%. Akcie společnosti Federated Investors sice za dané období ztratily 25% své hodnoty, ale například tržní cena akcií Frontier Communications za dané období svou cenu více než zčtyřnásobila. Jako celku nicméně hodnota portfolia vzrostla o 45%, což je velmi dobrý výsledek. Pokud by se investor dokázal akcií Federated Investors zbavit, vzrostla by hodnota portfolia o téměř 107%.

3.6.1 Srovnání obou portfolií

Z uvedené analýzy výsledků jasně plyne, že strategie B bude vhodnější než strategie A. Tento závěr je podložen dvěma skutečnostmi. Zaprvé výsledné hodnoty celkové kapitálové výnosnosti byly u strategie A výrazně vyšší. Tento závěr je neobvyklý vzhledem k tomu, že strategie B měla primárně cílit na dividendový výnos. Nicméně akcie obsažené v portfoliu B skoro dvakrát přesáhly odhadovaný kapitálový výnos. Druhou výhodou portfolia B je výrazně vyšší dividendový výnos. Na základě výsledků optimalizace by racionální investor mohl zvolit obě varianty, neboť obě nabízejí zajímavý výnos. Dokonce lze pravděpodobně tvrdit, že by pro většinu investorů byla zajímavější strategie A. Nicméně z reálného vývoje plyne, že strategie B by byla výrazně úspěšnější.

Závěr

Obsah této bakalářské práce byl zaměřen na optimalizaci akciového portfolia v době nejistoty. V první části byl popsán trh a nejdůležitější teoretické pojmy související s investováním. Cílem bylo položit teoretický základ pro praktickou část, která byla na investičním obchodování kompletně založená. Další kapitola potom představila teoreticky metody vícekritériálního rozhodování použité v praktické části. V té potom za pomoci těchto metod došlo k hledání optimálního portfolia pro dvě rozdílné investiční strategie. Díky faktu, že práce pracovala s historickými daty, bylo následně možno porovnat optimální variaty se skutečným vývoje a přesně tak určit, jakého výnosu by investor případně dosáhl.

Vytyčené cíle práce byly úspěšně naplněny. Obě portfolia byla nalezena, ale co je důležitější, obě portfolia by investorovi přinesla zisk. Nicméně na základě další analýzy výsledků bylo zjištěno, že s takto sestavenými portfolii by bylo vhodné dále pracovat, protože navzdory prvotně avizovaným ziskům by bylo při aktivní formě správy portfolia možno tyto zisky dále výrazně zvýšit. Tato problematika by mohla být základem pro další výzkum založený například na rozšíření vstupních informací nebo využití pokročilejších metod. Zajímavé dále bylo, že očekávaný výnos, stanovený na základě vstupních dat v prvním případě, byl výrazně vyšší, než kolik by byl reálný výnos po porovnání se skutečným vývojem. Ve druhém případě tomu bylo naopak. Očekávaný výnos byl významně nižší. Je nutno říci, že tato skutečnost se dala předem očekávat. Vzhledem k turbulencím, k nimž totiž v dané době na trhu docházelo, byly výnosy jednotlivých akcií vysoko nad hodnotami, jichž dosahovali v běžném tržním prostředí a zároveň byly také ceny některých akcií rekordně nízko. Tato fakta měla velký vliv na podobu výsledků. Je také třeba říct, že pomocí metod, použitých v této práci, došlo k sestavení portfolia, kde některé tituly v následujícím období dokonce zaznamenaly pokles. Tento fakt dobře ilustruje omezenost metod lineárního programování pro sestavování investičních strategií. Lze totiž předpokládat, že s využitím jiných metod (například metod zmíněných v podkapitole 1.3) by mohlo být možné takový pokles potencionálně předpokládat a vyhnout se tak nutnosti reagovat na tuto tržní situaci. Na druhou stranu žádná strategie nikdy nemůže zaručit pouze pozitivní výsledky. Jak už ale bylo řečeno, tato skutečnost by mohla být podkladem pro další rozšíření zkoumaného problému s cílem takovým situacím předejít.

Literatura

- [1] BRADA Jaroslav. *Teorie portfolia*, Praha: Vysoká škola ekonomická, 1996, ISBN 80-7079-259-0.
- [2] FIALA Petr. *Modely a metody rozhodování*, 3. přeprac. vyd., Praha: Oeconomica, 2013, ISBN 978-80-245-1981-4.
- [3] JABLONSKÝ Josef. *Operační výzkum*, 3. vyd., Praha: Professional Publishing, 2007, ISBN 978-80-8694-644-3.
- [4] JABLONSKÝ Josef. *Programy pro matematické modelování*, 2. přeprac. vyd., Praha: Oeconomica 2011, ISBN 978-80-245-1810-7.
- [5] JÍLEK Josef. *Akciové trhy a investování*, Praha: Grada 2009, ISBN 978-80-247-2963-3.
- [6] LAGOVÁ Milada a JABLONSKÝ Josef. *Lineární modely*, 3. vyd., Praha: Oeconomica 2014, ISBN 978-80-24-52020-9.
- [7] MUSÍLEK Petr. *Trhy cenných papírů*, 2. vyd., Praha: Oeconomica 2011, ISBN 978-80-86929-70-5.
- [8] PAVLÁT Vladislav. *Kapitálové trhy a burzy ve světě*, Praha: Grada 1992, ISBN 80-85424-90-8.
- [9] PAVLÁT Vladislav a kol. *Kapitálové trhy*, Praha: Professional Publishing 2003, ISBN 80-86419-33-9.
- [10] REJNUŠ Oldřich. *Teorie a praxe obchodování s cennými papíry*, Praha: Computer press 2001, ISBN 80-7226-571-7.
- [11] ROY Bernard. "Classement et choix en présence de points de vue multiples (la méthode ELECTRE)". *La Revue d'Informatique et de Recherche Opérationnelle (RI-RO)*(8), 1968.
- [12] VESELÁ Jitka. *Burzy a burzovní obchody: výchozí texty ke studiu*, Praha: Ekopress 2005, ISBN 80-245-0939-3.

Internetové zdroje

- [13] DIVIDEND.COM. Dividendy jednotlivých společností, dostupné na: <http://www.dividend.com/dividend-stocks/conglomerates/conglomerates-general/> [Cit. 17.4.2017]
- [14] GOOGLE FINANCE. Vývoj indexu S&P 500, dostupné na: <https://www.google.com/finance?cid=626307> [Cit. 10.4.2017]
- [15] LINGO. Program Lingo, dostupné na: <http://www.lindo.com/> [Cit. 18.5.2017]
- [16] MATHWORK. Program Matlab, dostupné na: <http://www.mathworks.com/> [Cit. 18.5.2017]

- [17] MATLAB. Podklad pro matlabovský skript, dostupné na: <https://www.mathworks.com/matlabcentral/fileexchange/57147-electre-elimination-and-choice-expressing-the-reality>, Copyright (c) 2016, Omid Ameri Sianaki All rights reserved [Cit. 10.4.2017]
- [18] PATRIA.CZ. Historické ceny akcií, dostupné na: <https://www-patria-cz.zdroje.vse.cz/akcie/vyzkum/databanka.html> [Cit. 15.4.2017]
- [19] STANDARDANDPOORS.COM. Index S&P 500, dostupné na: <http://us.spindices.com/indices/equity/sp-500> [Cit. 15.4.2017]
- [20] WIKIPEDIE.CZ. Změny indexu S&P 500, dostupné na: https://en.wikipedia.org/wiki/List_of_S%26P_500_companies [Cit. 15.4.2017]

Seznam tabulek

3.1	Ukázka dat	23
3.2	Kritéria - strategie A	25
3.3	Efektivní varianty pro strategii A	26
3.4	Kritéria - strategie B	27
3.5	Efektivní varianty pro strategii B	27
3.6	Skladba portfolia pro strategii A	32
3.7	Skladba portfolia pro strategii B	35
3.8	Souhrnné výsledky - varianta A	35
3.9	Souhrnné výsledky - varianta B	36

Přílohy

Příloha 1

Společnost	Výnos	Dividenda	Riziko	Likvidita	Společnost	Výnos	Dividenda	Riziko	Likvidita
MMM	0,881	0,0063	0,1055	4 380 481	ABT	1,2369	0,0050	0,1279	1263547
ABT	0,1541	0,0154	0,0597	8642620	APOL	-0,2365	0,0195	0,0649	4578963
ANF	0,7744	0,0048	0,0988	4094352	AAPL	1,3765	0	0,1367	19515116
ACT	0,1469	0	0,0593	1665468	AMAT	0,0269	0,0049	0,0517	1428756
ADBE	1,1752	0	0,1240	7146344	ADM	0,1751	0,0047	0,0610	5384080
AMD	1,7921	0	0,1629	63278451	AIZ	0,6337	0,0049	0,0899	1511916
AES	0,9946	0	0,1127	7707226	T	0,0851	0,0168	0,0554	29664744
AET	0,4445	0,0132	0,0780	7048657	ADSK	1,3735	0	0,1365	4294226
AFL	2,1243	0,0056	0,1838	5787826	ADP	0,2695	0,0079	0,0670	3584045
A	1,5308	0	0,1464	3366978	AN	0,8346	0	0,1026	5885251
AGL	0,1369	0,0314	0,0586	4589236	AZO	0,1854	0	0,0617	935528
APD	0,5704	0,0065	0,0859	1662957	AVB	0,9585	0,0110	0,1104	2148922
MMM	1,1036	0,0025	0,1195	1589143	AVY	0,6999	0,0129	0,0941	1341814
ABT	3,0789	0,0022	0,2440	8840734	AVP	0,9212	0,0068	0,1080	4088477
ANF	0,6569	0	0,0914	4961080	BHI	0,8026	0,0031	0,1006	5633292
ACT	1,4523	0,0073	0,1415	6421785	BLL	0,4047	0,0009	0,0755	2088664
ADBE	0,1138	0	0,0572	28768	BAC	0,9207	0,0006	0,1080	310745024
AMD	1,5742	0,0039	0,1492	2531069	BK	0,3286	0,0032	0,0707	12589125
AES	0,7836	0,0002	0,0994	1563489	BAX	0,1196	0,0045	0,0575	4561684
AET	0,9333	0,0063	0,1088	5409755	BBT	0,7786	0,0054	0,0990	9745915
AFL	0,5423	0,0021	0,0842	7891236	BEAM	0,4569	0,0097	0,0788	8446131
A	0,345	0,0158	0,0717	16161791	BDX	0,2403	0,0042	0,0651	1835819
AGL	1,009	0	0,1136	8756575	BBBY	1,0406	0	0,1156	4285674
APD	0,4782	0	0,0801	6314753	BMS	0,6701	0,0076	0,0922	937647
MMM	0,1279	0,0154	0,0581	1807926	BRK	0,6211	0	0,0891	1489
ABT	0,258	0,0121	0,0663	4559363	BBY	0,3721	0,0038	0,0734	7332700
ANF	2,4476	0,0047	0,2042	17675675	BIG	1,322	0	0,1333	2139343
ACT	0,4259	0	0,0768	58929920	BIIB	0,2729	0	0,0672	3141223
ADBE	0,5709	0	0,0860	3556211	BJS	0,9145	0	0,1076	98214233
AMD	1,6878	0,0042	0,1563	3444905	SWK	0,7234	0	0,0956	5631472
AES	0,8382	0,0018	0,1028	3489359	BMC	0,1468	0	0,0592	1354484
AET	0,1884	0	0,0619	8112138	BA	1,1687	0,0066	0,1236	6689166
AFL	0,7664	0,0002	0,0983	1382794	BXP	1,0171	0,0100	0,1141	2949311
A	1,2604	0,0013	0,1294	5876839	BSX	0,1702	0	0,0607	17818097
AGL	0,6631	0,0067	0,0918	4878692	BMV	0,3749	0,0127	0,0736	16109902
APD	1,5321	0,0062	0,1465	16931451	BRCM	0,4983	0	0,0814	7316954
MMM	1,0063	0,0014	0,1134	3714393	BF	0,2483	0,0028	0,0656	674102

Příloha 1

Společnost	Výnos	Dividenda	Riziko	Likvidita	Společnost	Výnos	Dividenda	Riziko	Likvidita
CA	0,3549	0	0,0724	5 505 641	ED	0,9453	0,0348	0,1095	173044
COG	1,2475	0,00019	0,1286	3310800	STZ	0,0145	0	0,0509	1486931
CAM	1,1423	0	0,1220	8865423	CEG	0,2113	0,0103	0,0633	232928
CPB	0,2599	0,00825	0,0664	2335501	GLW	0,8784	0,0028	0,1053	15829397
COF	1,1409	0,00134	0,1219	11857705	COST	0,5151	0,0029	0,0824	4550546
CAH	0,7864	0,00499	0,0995	4435252	CVH	0,1675	0	0,0606	7932145
CFN	0,4536	0	0,0786	593136	BCR	0,0486	0	0,0531	32145864
CCL	0,9824	0,00277	0,1119	5320041	CSX	1,1137	0	0,1202	6069716
CAT	1,6094	0,00726	0,1514	11970106	CMI	1,4084	0,0030	0,1387	2861744
CBG	1,5612	0	0,1483	5871286	CVS	0,3568	0,0025	0,0725	12487154
CBS	1,2377	0,0037	0,1280	11407913	DHR	0,5424	0,0005	0,0842	4465749
CELG	0,4543	0	0,0786	4526172	DRI	0,5999	0,0061	0,0878	2891547
CNP	0,4107	0,0143	0,0759	4011335	DVA	0,364	0	0,0729	933278
CTL	1,3652	0,02039	0,1360	56389669	DF	-0,2769	0	0,0674	3022891
CEPH	0,1278	0	0,0581	5633212	DELL	0,7513	0	0,0973	9723354
CF	0,8323	0,0002	0,1024	1596855	DNR	0,3312	0	0,0709	4339277
CI	1,4647	0,00116	0,1423	4579315	XRAY	0,0459	0,0015	0,0529	2568951
CINF	0,3561	0,01443	0,0724	1310525	DVN	0,7635	0,0023	0,0981	4836011
CTAS	0,2768	0,0191	0,0674	1434368	DV	0,2501	0,0016	0,0658	1034137
CSCO	0,7179	0	0,0952	49503212	DO	0,4863	0,0014	0,0806	7413693
C	0,9044	0,0000	0,1070	53581964	DTV	0,1498	0	0,0594	1789351
CTXS	1,1777	0	0,1242	3212157	DISCA	0,7624	0	0,0980	496218
CLF	1,562	0,00148	0,1484	5341996	DFS	1,6478	0,0015	0,1538	8542383
CLX	0,3003	0,00747	0,0689	1546748	DIS	0,9541	0,0113	0,1101	65184245
CME	0,7371	0,00076	0,0964	1089892	D	0,3354	0,0119	0,0711	3045178
CMS	0,2496	0,00769	0,0657	761642	DOV	0,9614	0	0,1106	1715061
COH	1,6476	0,00203	0,1538	5397972	DOW	1,6224	0,0052	0,1522	16252021
KO	0,3718	0,00413	0,0734	11019153	DHI	0,6514	0,0029	0,0910	4916166
CTSH	1,1372	0	0,1216	4539879	DPS	1,313	0,0048	0,1327	2033941
CL	0,4412	0,00263	0,0778	3147623	DTE	0,7472	0,0120	0,0971	1171994
CMCSA	0,3367	0,00281	0,0712	22992118	DD	1,3945	0	0,1378	407426
CMA	1,4489	0,0014	0,1413	3249802	DUK	0,2763	0,0146	0,0674	2806810
CSC	0,5341	0,0000	0,0836	1074551	DNB	-0,0187	0,0050	0,0512	510942
CPWR	0,2875	0,0000	0,0681	1684484	EMN	1,2993	0,0037	0,1318	1100211
CAG	1,6526	0,0081	0,1541	4156527	EK	-0,1756	0	0,0611	9495168
COP	0,3923	0,0102	0,0747	12777812	ETN	1,0939	0,0046	0,1189	3879475
CNX	0,2256	0,0023	0,0642	2116810	EBAY	1,2743	0	0,1303	17262658

Příloha 1

Společnost	Výnos	Dividenda	Riziko	Likvidita	Společnost	Výnos	Dividenda	Riziko	Likvidita
ECL	0,3621	0,0037	0,0728	1858555	FCX	1,8859	0,0010	0,1688	34399909
EIX	0,3118	0,0093	0,0696	2655851	FTR	0,4692	0,0973	0,0796	5654651
EP	0,5041	0,0005	0,0818	262236	GME	-0,3296	0	0,0708	5172755
EA	0,0997	0	0,0563	8046114	GCI	0,2369	0,0048	0,0649	6325418
LLY	0,2367	0,0143	0,0649	6743359	GD	0,8005	0,0051	0,1004	2601608
EMC	0,1538	0,0061	0,0597	19485	GE	1,0921	0,0063	0,1188	107524338
EMR	0,8783	0,0071	0,1053	5239647	GIS	0,3847	0,0068	0,0742	5766311
ETR	0,1891	0,0096	0,0619	1416704	GPC	0,5137	0,0100	0,0824	996914
EOG	1,0761	0,0008	0,1178	3192422	GNW	1,6727	0	0,1554	18467615
EQT	0,6164	0	0,0888	1146531	GENZ	0,3452	0	0,0717	6468452
EFX	0,5846	0,0012	0,0868	1361777	GILD	0,0852	0	0,0554	8593088
EQR	1,1591	0,0093	0,1230	5350354	GS	0,9155	0,0022	0,1077	14199944
EL	1,428	0,0088	0,1400	3860164	GR	0,1569	0	0,0599	4879321
ETFC	-0,265	0	0,0667	9845121	GT	1,1419	0	0,1219	5319162
EXC	-0,043	0,0118	0,0527	4361093	GHC	0,5469	0	0,0845	985562
EXPE	1,0875	0,0064	0,1185	4054642	HRB	-0,0714	0,0087	0,0545	3688560
EXPD	0,4443	0,0052	0,0780	2575153	HAL	0,8807	0,0029	0,1055	15484534
ESRX	1,1084	0	0,1198	2740898	HOG	1,4825	0,0040	0,1434	4583181
XOM	0,0075	0,0064	0,0505	26852672	HAR	0,1436	0,0003	0,0590	6446512
FDO	0,2395	0,0044	0,0651	4565532	HRS	0,4244	0,0049	0,0767	1384586
FAST	0,7028	0,0045	0,0943	1682878	HIG	1,2972	0,0020	0,1317	16170100
FII	0,2708	0,0562	0,0671	24450	HAS	0,6019	0,0069	0,0879	2337420
FDX	1,1292	0,0013	0,1211	3523599	HCP	0,7032	0,0158	0,0943	5154777
FIS	0,3667	0,0065	0,0731	3284046	HCN	0,4415	0	0,0778	6405836
FITB	1,8202	0,0008	0,1647	29235427	HNZ	0,1247	0,0077	0,0579	4213838
FHN	0,5614	0	0,0854	4333547	HP	0,9603	0,0015	0,1105	2089008
FSLR	-0,044	0	0,0527	3407255	HSY	0,1906	0,0080	0,0620	1557044
FE	-0,036	0,0141	0,0522	2568529	HES	0,1574	0,0017	0,0599	4725348
FISV	0,5274	0	0,0832	1692341	HPQ	0,1578	0,0016	0,0599	7189215
FLIR	0,3673	0	0,0731	2076028	HD	0,5778	0,0075	0,0864	16708642
FLS	0,5971	0,0028	0,0876	8985654	HON	0,6254	0,0075	0,0894	6028246
FLR	0,4074	0,0029	0,0757	3586984	HRL	0,3149	0,0013	0,0698	1236840
FTI	0,3486	0	0,0720	8451641	HSP	1,0014	0	0,1131	9845123
FMC	0,5803	0,0022	0,0866	2085644	HST	1,3567	0,0009	0,1355	14199739
F	1,477	0	0,1430	86566230	HCBK	0,1245	0,0112	0,0578	1651629
FRX	0,1598	0	0,0601	1131654	HUM	1,374	0	0,1366	3105526
BEN	1,3844	0,0007	0,1372	1800441	HBAN	1,2325	0	0,1276	25347416

Příloha 1

Společnost	Výnos	Dividenda	Riziko	Likvidita	Společnost	Výnos	Dividenda	Riziko	Likvidita
CHRW	0,367	0,0047	0,0731	1788957	KLAC	0,8138	0,0003	0,1013	4586591
SCHW	0,2458	0,0037	0,0655	4855123	KSS	0,5514	0,0056	0,0847	4907385
CHK	0,9762	0,0028	0,1115	15311401		0,4584	0,0058	0,0789	7824036
CVX	0,1785	0,0093	0,0612	11240312	KR	0,0875	0,0067	0,0555	8549914
CB	0,0147	0,0070	0,0509	4616111	LB	1,3055	0,0067	0,1322	5035217
ITW	0,7294	0,0067	0,0959	3739967	LLL	0,2547	0	0,0660	3165131
IR	1,0707	0	0,1174	5396582	LH	0,3466	0	0,0718	1230814
TEG	0,0159	0	0,0510	1486517	LM	1,1981	0,0057	0,1255	3231339
INTC	0,6677	0,0075	0,0921	64615387	LEG	0,7578	0,0078	0,0977	1676856
ICE	0,4539	0	0,0786	26544892	LEN	1,4826	0,0090	0,1434	6808059
IBM	0,4437	0,0051	0,0780	7640336	LUK	1	0,0062	0,1130	1555911
IFF	0,6578	0	0,0914	574566	LXX	0,9965	0,0040	0,1128	651653
IGT	0,0258	0,0057	0,0516	1645131	LIFE	0,1463	0,0030	0,0592	1616544
IP	1,4085	0,0010	0,1387	7500953	LNC	1,7519	0,0059	0,1604	8126516
IPG	1,0718	0	0,1175	7030125	LLTC	0,2541	0,0048	0,0660	6461321
INTU	0,4583	0	0,0789	3673571	LMT	0,2968	0,0019	0,0687	3306531
ISRG	1,5611	0	0,1483	936695	L	0,9199	0,0041	0,1079	2732397
IVZ	0,8666	0,0051	0,1046	4992737	LO	0,1442	0,0058	0,0591	1648456
IRM	-0,215	0,0010	0,0635	1684166	LOW	0,6129	0,0063	0,0886	15162201
ITT	-0,129	0,0048	0,0581	245862	LSI	0,9902	0,0242	0,1124	78654
JBL	1,5241	0,0045	0,1460	3591114	MTB	1,215	0,0019	0,1265	1300111
JEC	0,2792	0	0,0676	2123744	M	1,5983	0,0076	0,1507	12489727
JNS	0,8063	0,0031	0,1008	3659416	MRO	0,3838	0,0085	0,0742	11135051
JCP	0,8698	0,0072	0,1048	5797450	MMC	0,3089	0,0064	0,0695	4603271
JDSU	0,7834	0	0,0993	1646844	MAR	0,7265	0,0052	0,0958	1486698
SJM	0,6568	0,0067	0,0914	1006240	MI	0,6985	0,0031	0,0940	1354862
DE	1,3076	0	0,1324	5492387	MAS	1,4539	0,0107	0,1416	5158248
JNJ	0,3146	0,0077	0,0698	12544301	MEE	1,0469	0,0029	0,1159	1677895
JCI	0,1789	0,0036	0,0613	4984352	MA	0,4895	0,0006	0,0808	21989918
JOY	0,0142	0,0038	0,0509	2458965	MAT	0,9477	0,0068	0,1097	4004684
JPM	0,9834	0,0012	0,1119	58415413	MFE	0,2463	0,0072	0,0655	1235488
JNPR	1,1236	0	0,1208	2646846	MKC	0,1936	0,0040	0,0622	776282
K	0,3716	0,0029	0,0734	2232818	MCD	0,2314	0,0023	0,0646	9171071
KEY	0,0751	0,0025	0,0547	21858288	MHFI	0,1698	0,0083	0,0607	796516
KMB	0,3241	0,0049	0,0704	2640372	MCK	0,4895	0,0025	0,0808	2728564
KIM	0,7276	0,0025	0,0958	9651175	MJN	0,7518	0,0031	0,0974	1544016
KG	0,2675	0,0056	0,0669	6844655	MWV	1,5699	0,0060	0,1489	6879465

Příloha 1

Společnost	Výnos	Dividenda	Riziko	Likvidita	Společnost	Výnos	Dividenda	Riziko	Likvidita
MHS	0,0478	0,0000	0,0530	12348	NTRS	-0,0189	0,0028	0,0512	2904314
MDT	0,1674	0,0055	0,0605	716513	NOC	0,7281	0,0026	0,0959	2529027
WFR	-0,246	0,0116	0,0655	21646844	NOVL	0,2589	0,0003	0,0663	48963
MRK	0,6218	0,0040	0,0892	19103669	NVLS	0,8251	0,0067	0,1020	3509182
MET	1,2041	0,0041	0,1259	8992318	NRG	0,1767	0,0066	0,0611	3742780
PCS	0,0236	0,0148	0,0515	123468	NUE	0,3467	0,0035	0,0718	5764468
MCHP	0,5236	0,0055	0,0830	3587384	NVDA	1,1372	0,0089	0,1216	18674982
MU	1,1168	0,0154	0,1204	24691367	NYX	0,4236	0,0044	0,0767	2688123
MSFT	0,8157	0,0052	0,1014	60261033	OXY	0,6339	0,0019	0,0899	6229957
MIL	-0,147	0,0051	0,0593	4531556	ODP	1,5224	0,0198	0,1459	7405508
MOLX	0,0147	0,0082	0,0509	1230054	OMC	0,6189	0,0040	0,0890	2454319
TAP	0,1429	0,0037	0,0590	1473350	OKE	1,1666	0,0066	0,1235	1456938
MDLZ	0,2852	0,0080	0,0680	13097919	ORCL	0,6217	0,0061	0,0892	32908128
MON	-0,015	0,0021	0,0510	6348292	ORLY	0,2193	0	0,0638	2225489
MWW	0,8963	0,0096	0,1065	5698325	PCAR	0,5416	0,0042	0,0841	3930018
MCO	0,6094	0,0055	0,0884	4461062	PLL	0,3645	0,0038	0,0730	798413
MS	0,5699	0,0053	0,0859	27425579	PH	0,9194	0,0024	0,1079	1859417
MMI	0,1823	0,0108	0,0615	2478896	PDCO	0,7551	0,0050	0,0976	1385348
MSI	1	0,0056	0,1130	7678441	PAYX	0,4304	0,0050	0,0771	3759439
MUR	0,3593	0,0028	0,0726	1859567	BTU	0,5456	0,0031	0,0844	2566987
MYL	0,8364	0,0070	0,1027	7659981	PBCT	-0,0741	0,0095	0,0547	4372046
NBR	1,5929	0,0067	0,1503	6858680	POM	0,8689	0,0091	0,1047	798264
NDAQ	-0,062	0,0080	0,0539	3085087	PEP	0,3334	0,0024	0,0710	7979437
NOV	0,8963	0,0034	0,1065	4699963	PKI	0,8663	0,0064	0,1046	1435749
NSM	0,4878	0,0062	0,0807	6369825	PFE	0,5051	0,0085	0,0818	54766331
NTAP	1,3263	0,0048	0,1335	8133971	PCG	0,1025	0,0036	0,0565	2577796
NYT	1,7146	0,0128	0,1580	1749254	PM	0,5145	0,0031	0,0824	8525439
NEM	0,3009	0,0030	0,0690	8049432	PNW	0,4593	0,0041	0,0789	969761
NWSA	0,0369	0,0099	0,0523	4777896	PXD	1,7169	0,0032	0,1582	2176427
NEE	0,0438	0,0032	0,0528	2859781	PBI	0,2405	0,0065	0,0652	2023823
NKE	0,7002	0,0044	0,0941	6876554	PCL	0,0136	0,0042	0,0509	1646871
NI	0,8074	0,0099	0,1009	3018783	PNC	1,0581	0,0028	0,1167	7793323
NE	-0,125	0,0112	0,0579	1898465	RL	1,4331	0,0019	0,1403	1456393
NBL	0,7834	0,0020	0,0993	1855898	PPG	1,0486	0,0024	0,1161	1710166
JWN	1,3156	0,0040	0,1329	4794394	PPL	0,0674	0,0052	0,0542	2103968
NSC	0,7398	0,0028	0,0966	4071060	PX	0,3932	0,0020	0,0748	1982768
NU	0,1312	0,0056	0,0583	1051034	PCP	1,3569	0,0012	0,1355	466982

Příloha 1

Společnost	Výnos	Dividenda	Riziko	Likvidita	Společnost	Výnos	Dividenda	Riziko	Likvidita
PCLN	1,743	0,0006	0,1598	1182781	SNI	1,0147	0,0036	0,1139	7951863
PFG	1,5449	0,0065	0,1473	5029357	SEE	0,904	0,0073	0,1069	1401540
PG	0,3501	0,0024	0,0721	12784270	SHLD	1,6373	0,0016	0,1531	1440499
PGN	0,4478	0,0030	0,0782	798931	SRE	0,2445	0,0030	0,0654	1677014
PGR	0,5285	0,0087	0,0833	4958439	SHW	0,4022	0,0024	0,0753	1565062
PLD	1,2919	0,0061	0,1314	2960176	SGP	0,4589	0,0039	0,0789	7985147
PRU	-0,205	0,0163	0,0629	2929	SLB	0,7047	0,0024	0,0944	10500766
PEG	0,1223	0,0049	0,0577	3130935	SIAL	0,0147	0,0028	0,0509	4789996
PSA	0,6339	0,0018	0,0899	2504346	SPG	1,6131	0,0019	0,1516	6243579
PHM	0,2681	0,0137	0,0669	8251986	SLM	0,8963	0,0134	0,1065	9849936
QCOM	0,1187	0,0042	0,0575	19728631	SII	0,4236	0,0054	0,0767	8761651
PWR	0,1578	0	0,0599	2917509	SNA	0,889	0,0035	0,1060	628828
DGX	0,2619	0,0026	0,0665	1358002	SO	0,0668	0,0047	0,0542	4704358
STR	1,1592	0,0034	0,1230	45676323	LUV	1,2789	0,0118	0,1306	9632134
Q	0,4521	0,0081	0,0785	2254974	SWN	0,573	0	0,0861	4832439
RSH	0,1852	0,0063	0,0617	5166060	SE	0,3764	0,0050	0,0737	140259
RRC	0,5392	0,0029	0,0840	2703620	S	0,2369	0,0347	0,0649	481654
RTN	0,4913	0,0026	0,0809	3440622	STJ	0,0125	0,0037	0,0508	9851987
RHT	1,0731	0	0,1176	2650535	SPLS	0,6608	0,0058	0,0916	8037995
RF	0,8907	0,0226	0,1061	36036216	SBUX	1,6701	0,0064	0,1552	11805587
RSG	0,5016	0,0052	0,0816	2530008	HOT	-0,0645	0,0080	0,0541	382360
RAI	0,5951	0,0056	0,0875	2965470	STT	1,0553	0,0033	0,1165	7841159
RHI	0,9188	0,0052	0,1079	1712658	SRCL	0,122	0	0,0577	783813
ROK	1,8863	0,0027	0,1688	1667664	SYK	0,6208	0,0028	0,0891	2460267
COL	0,94	0,0026	0,1092	1175770	SUN	0,3262	0,0061	0,0705	3675163
ROP	0,4593	0,0027	0,0789	745067	STI	1,1508	0,0063	0,1225	12331883
ROST	0,6791	0,0030	0,0928	2414528	SVU	0,0039	0,0096	0,0502	3839191
RDC	0,9969	0,0068	0,1128	4896365	SYMC	0,2259	0,0090	0,0642	13808194
RRD	0,4555	0,0109	0,0787	1234898	SY	0,3874	0,0052	0,0744	3981718
NWL	0,4772	0,0098	0,0801	8465212	TROW	1,3697	0,0029	0,1363	2971763
R	0,6804	0,0043	0,0929	1053748	TGT	0,8823	0,0029	0,1056	9268373
SWY	0,0145	0,0060	0,0509	2369987	TE	0,4879	0,0097	0,0807	1246513
SAI	0,0142	0,0039	0,0509	2477896	TLAB	0,2452	0,0056	0,0654	468772
CRM	1,4871	0	0,1437	2039293	THC	1,4164	0	0,1392	8938084
SNDK	1,123	0,0042	0,1207	4669847	TDC	1,0798	0	0,1180	1659148
SLE	0,2412	0,0105	0,0652	5987020	TER	0,9875	0,0123	0,1122	6511472
SCG	0,2456	0,0041	0,0655	824872	TSO	1,5419	0,0144	0,1471	5845957

Příloha 1

Společnost	Výnos	Dividenda	Riziko	Likvidita	Společnost	Výnos	Dividenda	Riziko	Likvidita
TXN	-0,107	0,0127	0,0567	6001485	VNO	1,1812	0,0023	0,1244	4006133
TXT	1,1866	0,0074	0,1247	6373998	VMC	0,0684	0,0035	0,0543	1444970
GPS	1,0813	0,0069	0,1181	9740701	WAG	0,0265	0,0023	0,0517	8494456
TMO	0,1247	0,0028	0,0579	9861651	WMT	0,1255	0,0028	0,0579	17482943
TIF	1,5629	0,0033	0,1485	2668076	WM	0,2793	0,0045	0,0676	2990444
TWC	0,9113	0,0051	0,1074	9511898	WAT	0,7814	0	0,0992	1076461
TIE	0,1412	0,0031	0,0589	2348302	WLP	1,0254	0,0024	0,1146	5430950
TJX	0,8922	0,0072	0,1062	10934326	WFC	0,3217	0,0143	0,0703	168210
TMK	1,3907	0,0048	0,1376	1868767	WDC	0,6936	0,0038	0,0937	3165463
TSS	0,1643	0,0103	0,0603	1605234	WU	0,4665	0,0094	0,0794	6724067
TRV	0,4726	0,0028	0,0798	5843118	WY	0,8388	0,0036	0,1028	2192380
TSN	1,0654	0,0087	0,1171	4618513	WHR	1,6306	0,0017	0,1527	1899864
UNP	0,8813	0,0022	0,1055	4782374	WFM	1,0303	0,0041	0,1149	3224138
UNH	0,937	0,0044	0,1090	12493449	WMB	1,1518	0,0083	0,1226	8511855
X	1,6364	0,0027	0,1531	15327693	WIN	0,1241	0,0110	0,0578	66865411
UTX	0,7526	0,0022	0,0974	5659664	WEC	0,7842	0,0059	0,0994	9875165
UNM	1,2281	0,0070	0,1274	4176972	GWV	0,3543	0,0014	0,0723	5231541
UPS	0,9863	0,0023	0,1121	19846512	WYN	0,9683	0,0063	0,1110	3669072
URBN	0,9827	0	0,1119	4171561	WYNN	1,1	0,0023	0,1193	3835512
USB	0,8786	0,0061	0,1053	22537292	XEL	0,2134	0,0071	0,0634	3040796
VLO	0,0318	0,0085	0,0520	11929907	XRX	0,9726	0,0157	0,1113	11713619
VAR	0,6816	0	0,0929	1423850	XLNX	0,5457	0,0057	0,0844	7222234
VTR	1,1747	0,0034	0,1240	3191153	XL	0,9695	0,0487	0,1111	135462
VRSN	0,3143	0	0,0698	4393750	XTO	-0,2369	0,0023	0,0649	1246532
VZ	0,0512	0,0055	0,0532	17484666	YHOO	0,217	0	0,0637	23783502
VFC	0,0481	0,0019	0,0530	1032636	YUM	0,3509	0,0044	0,0721	4850234
VIAB	0,7823	0,0050	0,0993	7896513	ZMH	0,6991	0,0026	0,0940	2085363
V	0,5688	0,0017	0,0858	7295548	ZION	1,0784	0,0082	0,1179	6343931

Příloha 2

```
function [h]=electreEntropy(Y, v, c)
sumEvl = sum(Y());
sumEvlMatrix=repmat(sumEvl,size(Y,1),1);
evlNorm=Y./sumEvlMatrix;
lnm=-1/log(size(Y,1));
lnEvlNorm = log(evlNorm);
E=lnm .* sum(evlNorm .* lnEvlNorm);
d=ones(1,size(E,2))-E;
weightEntropy=d ./sum(d);
wt=v .*weightEntropy ./sum(v .*weightEntropy);
clsm = sqrt(sum(Y().^2));
nevl=Y./repmat(clsm,size(Y,1),1);
wtmat=eye(size(wt,2)) .* repmat(wt.*c,size(wt,2),1);
v=nevl*wtmat;
cond=zeros(size(Y,1));
for(i=1:1:size(Y,1));
for(j=1:1:size(Y,1));
cond(i,j)=sum(double(v(i,:)≥v(j,:)).*wt);
end
end
desc=zeros(size(Y,1));
for(i=1:1:size(Y,1));
for(j=1:1:size(Y,1));
desc(i,j)=max(abs(double(v(i,:)-v(j,:)).*( v(i,:)-v(j,:))))/max(abs( v(i,:)-v(j,:)));
end
end
cond(isnan(cond)) = 0 ;
cond=cond.*(eye(size(Y,1))-1) .*-1;
desc(isnan(desc)) = 0 ;
desc=desc.*(eye(size(Y,1))-1) .*-1;
alfa=sum(sum(cond ./ (size(Y,1)* (size(Y,1)-1))));
beta=sum(sum(desc ./ (size(Y,1)* (size(Y,1)-1))));
f=cond≥alfa;
g=desc≤beta;
h=(f.*g ).*(eye(size(Y,1))-1) .*-1;
end
```

Příloha 3

Model: (Maximalizace kapitálového výnosu pro portfolio A)

$$\begin{aligned} \max = & (3.0789 * 22.23 * x_1 + 2.4476 * 38.13 * x_2 + 0.6631 * 29.82 * x_3 + 0.9207 * 16.71 * x_4 + 1.6094 * 57.85 * x_5 + 1.3652 * 34.33 * x_6 + 1.6224 * 28.69 * x_7 + 1.477 * 12.41 * x_8 + 1.8859 * 38.23 * x_9 + 0.4692 * 2.57 * x_{10} + 1.0921 * 15.9 * x_{11} + 0.4584 * 34.58 * x_{12} + 1.3055 * 22.53 * x_{13} + 0.9902 * 6.2 * x_{14} + 1.5983 * 19.78 * x_{15} + 1.7146 * 11.75 * x_{16} + 1.5224 * 7.58 * x_{17} + 0.8907 * 6.65 * x_{18} + 1.6701 * 23.29 * x_{19} + 1.5419 * 10.39 * x_{20} + 0.9695 * 3.08 * x_{21}) / (22.23 * x_1 + 38.13 * x_2 + 29.82 * x_3 + 16.71 * x_4 + 57.85 * x_5 + 34.33 * x_6 + 28.69 * x_7 + 12.41 * x_8 + 38.23 * x_9 + 2.57 * x_{10} + 15.9 * x_{11} + 34.58 * x_{12} + 22.53 * x_{13} + 6.2 * x_{14} + 19.78 * x_{15} + 11.75 * x_{16} + 7.58 * x_{17} + 6.65 * x_{18} + 23.29 * x_{19} + 10.39 * x_{20} + 3.08 * x_{21}); \end{aligned}$$

Model: (Minimalizace rizika pro portfolio A)

$$\begin{aligned} \min = & (0.244 * 22.23 * x_1 + 0.2042 * 38.13 * x_2 + 0.0918 * 29.82 * x_3 + 0.108 * 16.71 * x_4 + 0.1514 * 57.85 * x_5 + 0.136 * 34.33 * x_6 + 0.1522 * 28.69 * x_7 + 0.143 * 12.41 * x_8 + 0.1688 * 38.23 * x_9 + 0.0796 * 2.57 * x_{10} + 0.1188 * 15.9 * x_{11} + 0.0789 * 34.58 * x_{12} + 0.1322 * 22.53 * x_{13} + 0.1124 * 6.2 * x_{14} + 0.1507 * 19.78 * x_{15} + 0.158 * 11.75 * x_{16} + 0.1459 * 7.58 * x_{17} + 0.1061 * 6.65 * x_{18} + 0.1552 * 23.29 * x_{19} + 0.1471 * 10.39 * x_{20} + 0.1111 * 3.08 * x_{21}) / (22.23 * x_1 + 38.13 * x_2 + 29.82 * x_3 + 16.71 * x_4 + 57.85 * x_5 + 34.33 * x_6 + 28.69 * x_7 + 12.41 * x_8 + 38.23 * x_9 + 2.57 * x_{10} + 15.9 * x_{11} + 34.58 * x_{12} + 22.53 * x_{13} + 6.2 * x_{14} + 19.78 * x_{15} + 11.75 * x_{16} + 7.58 * x_{17} + 6.65 * x_{18} + 23.29 * x_{19} + 10.39 * x_{20} + 3.08 * x_{21}); \end{aligned}$$

Model: (Agregované účelové funkce pro portfolio A)

$$\begin{aligned} \max = & 0.7 * ((3.0789 * 22.23 * x_1 + 2.4476 * 38.13 * x_2 + 0.6631 * 29.82 * x_3 + 0.9207 * 16.71 * x_4 + 1.6094 * 57.85 * x_5 + 1.3652 * 34.33 * x_6 + 1.6224 * 28.69 * x_7 + 1.477 * 12.41 * x_8 + 1.8859 * 38.23 * x_9 + 0.4692 * 2.57 * x_{10} + 1.0921 * 15.9 * x_{11} + 0.4584 * 34.58 * x_{12} + 1.3055 * 22.53 * x_{13} + 0.9902 * 6.2 * x_{14} + 1.5983 * 19.78 * x_{15} + 1.7146 * 11.75 * x_{16} + 1.5224 * 7.58 * x_{17} + 0.8907 * 6.65 * x_{18} + 1.6701 * 23.29 * x_{19} + 1.5419 * 10.39 * x_{20} + 0.9695 * 3.08 * x_{21}) / (22.23 * x_1 + 38.13 * x_2 + 29.82 * x_3 + 16.71 * x_4 + 57.85 * x_5 + 34.33 * x_6 + 28.69 * x_7 + 12.41 * x_8 + 38.23 * x_9 + 2.57 * x_{10} + 15.9 * x_{11} + 34.58 * x_{12} + 22.53 * x_{13} + 6.2 * x_{14} + 19.78 * x_{15} + 11.75 * x_{16} + 7.58 * x_{17} + 6.65 * x_{18} + 23.29 * x_{19} + 10.39 * x_{20} + 3.08 * x_{21}) / 2.159) - 0.3 * ((0.244 * 22.23 * x_1 + 0.2042 * 38.13 * x_2 + 0.0918 * 29.82 * x_3 + 0.108 * 16.71 * x_4 + 0.1514 * 57.85 * x_5 + 0.136 * 34.33 * x_6 + 0.1522 * 28.69 * x_7 + 0.143 * 12.41 * x_8 + 0.1688 * 38.23 * x_9 + 0.0796 * 2.57 * x_{10} + 0.1188 * 15.9 * x_{11} + 0.0789 * 34.58 * x_{12} + 0.1322 * 22.53 * x_{13} + 0.1124 * 6.2 * x_{14} + 0.1507 * 19.78 * x_{15} + 0.158 * 11.75 * x_{16} + 0.1459 * 7.58 * x_{17} + 0.1061 * 6.65 * x_{18} + 0.1552 * 23.29 * x_{19} + 0.1471 * 10.39 * x_{20} + 0.1111 * 3.08 * x_{21}) / (22.23 * x_1 + 38.13 * x_2 + 29.82 * x_3 + 16.71 * x_4 + 57.85 * x_5 + 34.33 * x_6 + 28.69 * x_7 + 12.41 * x_8 + 38.23 * x_9 + 2.57 * x_{10} + 15.9 * x_{11} + 34.58 * x_{12} + 22.53 * x_{13} + 6.2 * x_{14} + 19.78 * x_{15} + 11.75 * x_{16} + 7.58 * x_{17} + 6.65 * x_{18} + 23.29 * x_{19} + 10.39 * x_{20} + 3.08 * x_{21}) / 0.09288); \end{aligned}$$

Podmínky na rozpočtové omezení v portfoliu A:

$$(22.23 * x_1 + 38.13 * x_2 + 29.82 * x_3 + 16.71 * x_4 + 57.85 * x_5 + 34.33 * x_6 + 28.69 * x_7 + 12.41 * x_8 + 38.23 * x_9 + 2.57 * x_{10} + 15.9 * x_{11} + 34.58 * x_{12} + 22.53 * x_{13} + 6.2 * x_{14} + 19.78 * x_{15} + 11.75 * x_{16} + 7.58 * x_{17} + 6.65 * x_{18} + 23.29 * x_{19} + 10.39 * x_{20} + 3.08 * x_{21}) \leq 25000;$$

$$(22.23 * x_1 + 38.13 * x_2 + 29.82 * x_3 + 16.71 * x_4 + 57.85 * x_5 + 34.33 * x_6 + 28.69 * x_7 + 12.41 * x_8 + 38.23 * x_9 + 2.57 * x_{10} + 15.9 * x_{11} + 34.58 * x_{12} + 22.53 * x_{13} + 6.2 * x_{14} + 19.78 * x_{15} + 11.75 * x_{16} + 7.58 * x_{17} + 6.65 * x_{18} + 23.29 * x_{19} + 10.39 * x_{20} + 3.08 * x_{21}) \geq 20000;$$

Podmínky omezující podíl jednotlivých společností v portfoliu A:

$$22.23 * x_1 / (22.23 * x_1 + 38.13 * x_2 + 29.82 * x_3 + 16.71 * x_4 + 57.85 * x_5 + 34.33 * x_6 + 28.69 * x_7 + 12.41 * x_8 + 38.23 * x_9 + 2.57 * x_{10} + 15.9 * x_{11} + 34.58 * x_{12} + 22.53 * x_{13} + 6.2 * x_{14} + 19.78 * x_{15} + 11.75 * x_{16} + 7.58 * x_{17} + 6.65 * x_{18} + 23.29 * x_{19} + 10.39 * x_{20} + 3.08 * x_{21}) \leq 0.2;$$

$$38.13 * x_2 / (22.23 * x_1 + 38.13 * x_2 + 29.82 * x_3 + 16.71 * x_4 + 57.85 * x_5 + 34.33 * x_6 + 28.69 * x_7 + 12.41 * x_8 + 38.23 * x_9 + 2.57 * x_{10} + 15.9 * x_{11} + 34.58 * x_{12} + 22.53 * x_{13} + 6.2 * x_{14} + 19.78 * x_{15} + 11.75 * x_{16} + 7.58 * x_{17} + 6.65 * x_{18} + 23.29 * x_{19} + 10.39 * x_{20} + 3.08 * x_{21}) \leq 0.2;$$

$$29.82 * x_3 / (22.23 * x_1 + 38.13 * x_2 + 29.82 * x_3 + 16.71 * x_4 + 57.85 * x_5 + 34.33 * x_6 + 28.69 * x_7 + 12.41 * x_8 + 38.23 * x_9 + 2.57 * x_{10} + 15.9 * x_{11} + 34.58 * x_{12} + 22.53 * x_{13} + 6.2 * x_{14} + 19.78 * x_{15} + 11.75 * x_{16} + 7.58 * x_{17} + 6.65 * x_{18} + 23.29 * x_{19} + 10.39 * x_{20} + 3.08 * x_{21}) \leq 0.2;$$

$$16.71 * x_4 / (22.23 * x_1 + 38.13 * x_2 + 29.82 * x_3 + 16.71 * x_4 + 57.85 * x_5 + 34.33 * x_6 + 28.69 * x_7 + 12.41 * x_8 + 38.23 * x_9 + 2.57 * x_{10} + 15.9 * x_{11} + 34.58 * x_{12} + 22.53 * x_{13} + 6.2 * x_{14} + 19.78 * x_{15} + 11.75 * x_{16} + 7.58 * x_{17} + 6.65 * x_{18} + 23.29 * x_{19} + 10.39 * x_{20} + 3.08 * x_{21}) \leq 0.2;$$

$$57.85 * x_5 / (22.23 * x_1 + 38.13 * x_2 + 29.82 * x_3 + 16.71 * x_4 + 57.85 * x_5 + 34.33 * x_6 + 28.69 * x_7 + 12.41 * x_8 + 38.23 * x_9 + 2.57 * x_{10} + 15.9 * x_{11} + 34.58 * x_{12} + 22.53 * x_{13} + 6.2 * x_{14} + 19.78 * x_{15} + 11.75 * x_{16} + 7.58 * x_{17} + 6.65 * x_{18} + 23.29 * x_{19} + 10.39 * x_{20} + 3.08 * x_{21}) \leq 0.2;$$

$$34.33 * x_6 / (22.23 * x_1 + 38.13 * x_2 + 29.82 * x_3 + 16.71 * x_4 + 57.85 * x_5 + 34.33 * x_6 + 28.69 * x_7 + 12.41 * x_8 + 38.23 * x_9 + 2.57 * x_{10} + 15.9 * x_{11} + 34.58 * x_{12} + 22.53 * x_{13} + 6.2 * x_{14} + 19.78 * x_{15} + 11.75 * x_{16} + 7.58 * x_{17} + 6.65 * x_{18} + 23.29 * x_{19} + 10.39 * x_{20} + 3.08 * x_{21}) \leq 0.2;$$

$$28.69 * x_7 / (22.23 * x_1 + 38.13 * x_2 + 29.82 * x_3 + 16.71 * x_4 + 57.85 * x_5 + 34.33 * x_6 + 28.69 * x_7 + 12.41 * x_8 + 38.23 * x_9 + 2.57 * x_{10} + 15.9 * x_{11} + 34.58 * x_{12} + 22.53 * x_{13} + 6.2 * x_{14} + 19.78 * x_{15} + 11.75 * x_{16} + 7.58 * x_{17} + 6.65 * x_{18} + 23.29 * x_{19} + 10.39 * x_{20} + 3.08 * x_{21}) \leq 0.2;$$

$$12.41 * x_8 / (22.23 * x_1 + 38.13 * x_2 + 29.82 * x_3 + 16.71 * x_4 + 57.85 * x_5 + 34.33 * x_6 + 28.69 * x_7 + 12.41 * x_8 + 38.23 * x_9 + 2.57 * x_{10} + 15.9 * x_{11} + 34.58 * x_{12} + 22.53 * x_{13} + 6.2 * x_{14} + 19.78 * x_{15} + 11.75 * x_{16} + 7.58 * x_{17} + 6.65 * x_{18} + 23.29 * x_{19} + 10.39 * x_{20} + 3.08 * x_{21}) \leq 0.2;$$

$$38.23 * x_9 / (22.23 * x_1 + 38.13 * x_2 + 29.82 * x_3 + 16.71 * x_4 + 57.85 * x_5 + 34.33 * x_6 + 28.69 * x_7 + 12.41 * x_8 + 38.23 * x_9 + 2.57 * x_{10} + 15.9 * x_{11} + 34.58 * x_{12} +$$

$$22.53 * x_{13} + 6.2 * x_{14} + 19.78 * x_{15} + 11.75 * x_{16} + 7.58 * x_{17} + 6.65 * x_{18} + 23.29 * x_{19} + 10.39 * x_{20} + 3.08 * x_{21}) \leq 0.2;$$

Model: (maximalizace dividendového výnosu pro portfolio B)

$$\max = (0.0006 * 16.71 * x_1 + 0.0204 * 34.33 * x_2 + 0.0113 * 35.31 * x_3 + 0.0348 * 17.1 * x_4 + 0.0562 * 4.27 * x_5 + 0.0973 * 2.57 * x_6 + 0.0063 * 15.9 * x_7 + 0.0058 * 34.58 * x_8 + 0.0198 * 7.58 * x_9 + 0.0226 * 6.65 * x_{10} + 0.0347 * 4.32 * x_{11} + 0.0038 * 39.25 * x_{12} + 0.0487 * 3.08 * x_{13}) / (16.71 * x_1 + 34.33 * x_2 + 35.31 * x_3 + 17.1 * x_4 + 4.27 * x_5 + 2.57 * x_6 + 15.9 * x_7 + 34.58 * x_8 + 7.58 * x_9 + 6.65 * x_{10} + 4.32 * x_{11} + 39.25 * x_{12} + 3.08 * x_{13});$$

Model: (minimalizace rizika pro portfolio B)

$$\min = (0.108 * 16.71 * x_1 + 0.136 * 34.33 * x_2 + 0.1101 * 35.31 * x_3 + 0.1095 * 17.1 * x_4 + 0.0671 * 4.27 * x_5 + 0.0796 * 2.57 * x_6 + 0.1188 * 15.9 * x_7 + 0.0789 * 34.58 * x_8 + 0.1459 * 7.58 * x_9 + 0.1061 * 6.65 * x_{10} + 0.0649 * 4.32 * x_{11} + 0.0937 * 39.25 * x_{12} + 0.1111 * 3.08 * x_{13}) / (16.71 * x_1 + 34.33 * x_2 + 35.31 * x_3 + 17.1 * x_4 + 4.27 * x_5 + 2.57 * x_6 + 15.9 * x_7 + 34.58 * x_8 + 7.58 * x_9 + 6.65 * x_{10} + 4.32 * x_{11} + 39.25 * x_{12} + 3.08 * x_{13});$$

Model: (agregované účelové funkce pro portfolio B)

$$\max = 0.6 * (((0.0006 * 16.71 * x_1 + 0.0204 * 34.33 * x_2 + 0.0113 * 35.31 * x_3 + 0.0348 * 17.1 * x_4 + 0.0562 * 4.27 * x_5 + 0.0973 * 2.57 * x_6 + 0.0063 * 15.9 * x_7 + 0.0058 * 34.58 * x_8 + 0.0198 * 7.58 * x_9 + 0.0226 * 6.65 * x_{10} + 0.0347 * 4.32 * x_{11} + 0.0038 * 39.25 * x_{12} + 0.0487 * 3.08 * x_{13}) / (16.71 * x_1 + 34.33 * x_2 + 35.31 * x_3 + 17.1 * x_4 + 4.27 * x_5 + 2.57 * x_6 + 15.9 * x_7 + 34.58 * x_8 + 7.58 * x_9 + 6.65 * x_{10} + 4.32 * x_{11} + 39.25 * x_{12} + 3.08 * x_{13}) / 0.0543) - 0.4 * (((0.108 * 16.71 * x_1 + 0.136 * 34.33 * x_2 + 0.1101 * 35.31 * x_3 + 0.1095 * 17.1 * x_4 + 0.0671 * 4.27 * x_5 + 0.0796 * 2.57 * x_6 + 0.1188 * 15.9 * x_7 + 0.0789 * 34.58 * x_8 + 0.1459 * 7.58 * x_9 + 0.1061 * 6.65 * x_{10} + 0.0649 * 4.32 * x_{11} + 0.0937 * 39.25 * x_{12} + 0.1111 * 3.08 * x_{13}) / (16.71 * x_1 + 34.33 * x_2 + 35.31 * x_3 + 17.1 * x_4 + 4.27 * x_5 + 2.57 * x_6 + 15.9 * x_7 + 34.58 * x_8 + 7.58 * x_9 + 6.65 * x_{10} + 4.32 * x_{11} + 39.25 * x_{12} + 3.08 * x_{13})) / 0.0768);$$

Podmínky na rozpočtové omezení - portfolio B:

$$(16.71 * x_1 + 34.33 * x_2 + 35.31 * x_3 + 17.1 * x_4 + 4.27 * x_5 + 2.57 * x_6 + 15.9 * x_7 + 34.58 * x_8 + 7.58 * x_9 + 6.65 * x_{10} + 4.32 * x_{11} + 39.25 * x_{12} + 3.08 * x_{13}) \leq 25000;$$

$$(16.71 * x_1 + 34.33 * x_2 + 35.31 * x_3 + 17.1 * x_4 + 4.27 * x_5 + 2.57 * x_6 + 15.9 * x_7 + 34.58 * x_8 + 7.58 * x_9 + 6.65 * x_{10} + 4.32 * x_{11} + 39.25 * x_{12} + 3.08 * x_{13}) \geq 20000;$$

Podmínky omezující podíl jednotlivých společností - portfolio B:

$$16.71 * x_1 / (16.71 * x_1 + 34.33 * x_2 + 35.31 * x_3 + 17.1 * x_4 + 4.27 * x_5 + 2.57 * x_6 + 15.9 * x_7 + 34.58 * x_8 + 7.58 * x_9 + 6.65 * x_{10} + 4.32 * x_{11} + 39.25 * x_{12} + 3.08 * x_{13}) \leq 0.2;$$

$$34.33 * x_2 / (16.71 * x_1 + 34.33 * x_2 + 35.31 * x_3 + 17.1 * x_4 + 4.27 * x_5 + 2.57 * x_6 + 15.9 * x_7 + 34.58 * x_8 + 7.58 * x_9 + 6.65 * x_{10} + 4.32 * x_{11} + 39.25 * x_{12} + 3.08 * x_{13}) \leq 0.2;$$

$$\begin{aligned}
& * x_{12} + 3.08 * x_{13}) \leq 0.2; 35.31 * x_3 / (16.71 * x_1 + 34.33 * x_2 + 35.31 * x_3 + 17.1 * \\
& x_4 + 4.27 * x_5 + 2.57 * x_6 + 15.9 * x_7 + 34.58 * x_8 + 7.58 * x_9 + 6.65 * x_{10} + 4.32 * \\
& x_{11} + 39.25 * x_{12} + 3.08 * x_{13}) \leq 0.2; 17.1 * x_4 / (16.71 * x_1 + 34.33 * x_2 + 35.31 * \\
& x_3 + 17.1 * x_4 + 4.27 * x_5 + 2.57 * x_6 + 15.9 * x_7 + 34.58 * x_8 + 7.58 * x_9 + 6.65 * \\
& x_{10} + 4.32 * x_{11} + 39.25 * x_{12} + 3.08 * x_{13}) \leq 0.2; 4.27 * x_5 / (16.71 * x_1 + 34.33 * \\
& x_2 + 35.31 * x_3 + 17.1 * x_4 + 4.27 * x_5 + 2.57 * x_6 + 15.9 * x_7 + 34.58 * x_8 + 7.58 * \\
& x_9 + 6.65 * x_{10} + 4.32 * x_{11} + 39.25 * x_{12} + 3.08 * x_{13}) \leq 0.2; 2.57 * x_6 / (16.71 * x_1 \\
& + 34.33 * x_2 + 35.31 * x_3 + 17.1 * x_4 + 4.27 * x_5 + 2.57 * x_6 + 15.9 * x_7 + 34.58 * x_8 \\
& + 7.58 * x_9 + 6.65 * x_{10} + 4.32 * x_{11} + 39.25 * x_{12} + 3.08 * x_{13}) \leq 0.2; 15.9 * x_7 / \\
& (16.71 * x_1 + 34.33 * x_2 + 35.31 * x_3 + 17.1 * x_4 + 4.27 * x_5 + 2.57 * x_6 + 15.9 * x_7 \\
& + 34.58 * x_8 + 7.58 * x_9 + 6.65 * x_{10} + 4.32 * x_{11} + 39.25 * x_{12} + 3.08 * x_{13}) \leq 0.2; \\
& 34.58 * x_8 / (16.71 * x_1 + 34.33 * x_2 + 35.31 * x_3 + 17.1 * x_4 + 4.27 * x_5 + 2.57 * x_6 \\
& + 15.9 * x_7 + 34.58 * x_8 + 7.58 * x_9 + 6.65 * x_{10} + 4.32 * x_{11} + 39.25 * x_{12} + 3.08 * \\
& x_{13}) \leq 0.2; 7.58 * x_9 / (16.71 * x_1 + 34.33 * x_2 + 35.31 * x_3 + 17.1 * x_4 + 4.27 * x_5 + \\
& 2.57 * x_6 + 15.9 * x_7 + 34.58 * x_8 + 7.58 * x_9 + 6.65 * x_{10} + 4.32 * x_{11} + 39.25 * x_{12} \\
& + 3.08 * x_{13}) \leq 0.2; 6.65 * x_{10} / (16.71 * x_1 + 34.33 * x_2 + 35.31 * x_3 + 17.1 * x_4 + \\
& 4.27 * x_5 + 2.57 * x_6 + 15.9 * x_7 + 34.58 * x_8 + 7.58 * x_9 + 6.65 * x_{10} + 4.32 * x_{11} + \\
& 39.25 * x_{12} + 3.08 * x_{13}) \leq 0.2; 4.32 * x_{11} / (16.71 * x_1 + 34.33 * x_2 + 35.31 * x_3 + \\
& 17.1 * x_4 + 4.27 * x_5 + 2.57 * x_6 + 15.9 * x_7 + 34.58 * x_8 + 7.58 * x_9 + 6.65 * x_{10} + \\
& 4.32 * x_{11} + 39.25 * x_{12} + 3.08 * x_{13}) \leq 0.2; 39.25 * x_{12} / (16.71 * x_1 + 34.33 * x_2 + \\
& 35.31 * x_3 + 17.1 * x_4 + 4.27 * x_5 + 2.57 * x_6 + 15.9 * x_7 + 34.58 * x_8 + 7.58 * x_9 + \\
& 6.65 * x_{10} + 4.32 * x_{11} + 39.25 * x_{12} + 3.08 * x_{13}) \leq 0.2; 3.08 * x_{13} / (16.71 * x_1 + \\
& 34.33 * x_2 + 35.31 * x_3 + 17.1 * x_4 + 4.27 * x_5 + 2.57 * x_6 + 15.9 * x_7 + 34.58 * x_8 + \\
& 7.58 * x_9 + 6.65 * x_{10} + 4.32 * x_{11} + 39.25 * x_{12} + 3.08 * x_{13}) \leq 0.2;
\end{aligned}$$

Podmínky celočíselnosti (strategie A):

@gin(x1); @gin(x2); @gin(x3); @gin(x4); @gin(x5); @gin(x6); @gin(x7); @gin(x8); @gin(x9);
@gin(x10); @gin(x11); @gin(x12); @gin(x13); @gin(x14); @gin(x15); @gin(x16); @gin(x17);
@gin(x18); @gin(x19); @gin(x20); @gin(x21);

Podmínky celočíselnosti (strategie B):

@gin(x1); @gin(x2); @gin(x3); @gin(x4); @gin(x5); @gin(x6); @gin(x7); @gin(x8); @gin(x9);
@gin(x10); @gin(x11); @gin(x12); @gin(x13);