Vysoká škola ekonomická v Praze

Fakulta financí a účetnictví

katedra bankovnictví a pojišťovnictví

studijní obor: Finance



Dynamika koeficientu beta v energetickém sektoru

Autor bakalářské práce: Martina Šimečková

Vedoucí bakalářské práce: Ing. Lukáš Frýd

Rok obhajoby: 2017

Čestné prohlášení

Prohlašuji, že bakalářskou práci na téma „Dynamika koeficientu beta v energetickém sektoru“ jsem vypracovala samostatně a veškerou použitou literaturu a další prameny jsem řádně označila a uvedla v přiloženém seznamu.

V ……. dne……

Poděkování

Velice ráda bych touto cestou poděkovala panu Ing. Lukáši Frýdovi za návrh tématu, vstřícný přístup, trpělivost a pomoc při zpracování bakalářské práce.

Abstrakt

Tato bakalářská práce se zabývá zkoumáním přítomnosti asymetrických reakcí v systematickém riziku a jeho vývojem v čase. Odhad je proveden pomocí OLS a tří modelů ze skupiny DCC. Přítomnost asymetrických reakcí se podařilo potvrdit jak u volatility výnosů portfolia sestaveného z akcií energetických společností, tak u korelace mezi tímto a tržním portfoliem. Díky statistické významnosti všech výsledných parametrů jednotlivých modelů se podařilo potvrdit, že koeficient beta energetického sektoru je v čase proměnný. Testováním jednotlivých odhadů koeficientu beta jsme došli k závěru, že statisticky významný rozdíl vzniká pouze při použití asymetrického modelu volatility.

Klíčová slova: DCC, ADCC, GARCH, GJR GARCH, podmíněná beta, systematické riziko, CAPM

JEL klasifikace: C22, C58, G15, G12

Abstract

This bachelor thesis investigates the presence of asymmetric reactions in systemic risk and its development over time. The estimation is done utilising three DCC family models and the OLS model. The asymmetric reactions were found to be significant in both, the volatility of energy companies based portfolio returns and the correlation between this portfolio and a market portfolio. Due to the statistical significance of all resulting parameters of each model, we have also succeeded in confirming that energy sector's beta is time varying. By testing the estimation of each beta coefficient alone, we have come to the conclusion that a statistically significant difference arises only when utilising an asymmetric volatility model.

Key words: DCC, ADCC, GARCH, GJR GARCH, conditional beta, systematic risk, CAPM

JEL classification: C22, C58, G15, G12

Seznam zkratek

ADCC	Asymetric dynamic conditional correlation
ADF	Augmented Dickey-Fuller
AIC	Akaikovo inforatio criterion
AMEX	American Stock Exchange
ARCH	Autoregressive Conditional Heteroskedasticity
ARMA	Autoregressive-moving-average model
BIC	Bayesian information criterion
CAPM	Capital Asset Pricing Model
CCC	Constant conditional correlation
CRSP	Center of Research in Security Prices
DCC	Dynamic conditional correlation
GARCH	Generalized Autoregressive Conditional Heteroskedasticity
HAC	Heteroscedasticity and autocorrelation consistent covariance estimators
ICAPM	Intertemporal Capital Asset Pricing Model
M-GARCH	Multivariate Generalized Autoregressive Conditional Heteroskedasticity
MP	Market premium
Nasdaq	National Association of Securities Dealers Automated Quotations
NYSE	New Yourk Stock Exchange
OLS	Ordinary Least Squares
RP	Risk premium
SML	Security Market Line

Obsah

ÚVOD **1**

1 REŠERŠE LITERATURY **3**

1.1 HISTORIE CAPM 3

1.2 TIME-VARYING BETA 5

2 METODOLOGIE **6**

2.1 MODEL CAPM 6

2.2 TESTY STACIONARITY 8

2.2.1 Základní Dickey-Fuller test 9

2.2.2 Rozšířený Dickey-Fuller (ADF) test 10

2.3 MODELY PODMÍNĚNÉ AUTOREGRESNÍ VOLATILITY 11

2.4 MODELY PODMÍNĚNÉ KORELACE 14

2.4.1 Model DCC 16

2.4.2 Model ADCC 18

2.5 METODA MAXIMÁLNÍ VĚROHODNOSTI 19

3 PRAKTICKÁ ČÁST **21**

3.1 DATA 21

3.2 POPISNÉ STATISTIKY 23

3.3 TEST JEDNOTKOVÉHO KOŘENE 25

3.4 ODHAD KOEFICIENTU BETA 26

ZÁVĚR **37**

LITERATURA ..... **A**

DALŠÍ ZDROJE ..... **D**

SEZNAMY GRAFŮ A TABULEK ..... **E**

Úvod

Cílem této práce je testování statistické významnosti dynamické a asymetrické reakce ve volatilitě a kovarianci výnosů a určení nejvhodnější z použitých metod pro odhad koeficientu beta. Jako první a spíše doplňující metoda je použita metoda nejmenších čtverců (OLS), dále DCC (Dynamic conditional correlation) (Engle, 2001), DCC s asymetrickým modelem GARCH a asymetrický DCC (Cappielo, Engle a Sheppard, 2006) s asymetrickým GARCH modelem. Základní metodologie odhadu vychází z modelu CAPM. Praktická část této práce je provedena v programu Matlab, samotné odhady modelů pak podle kódu Dr. Kevina Shepparda (Fakulta Ekonomie, Oxford)[1].

Hlavním důvodem pro výběr tohoto tématu byl fakt, že model CAPM navzdory svým často špatným empirickým výsledkům je stále nejpoužívanější metodou pro ocenění kapitálových aktiv (Fama a French, 2004). Tyto špatné empirické výsledky mohou být způsobeny značným množstvím zjednodušujících předpokladů, které pak snižují vypovídající schopnost modelu. Jedním z limitujících předpokladů je také předpoklad v čase neměnné bety, která je součástí tohoto modelu. Tento koeficient, měřící systematické riziko, je totiž v původním modelu považován za stabilní. Nejedna práce však dokázala, že takový předpoklad není správný a může způsobit i zdánlivou nesouvislost mezi rizikem a výnosy aktiva.

Teorie uvádí mnoho způsobů odhadu, které řeší problém způsobený omezujícími předpoklady. Jedním z nich je také použití podmíněné bety. Při využití vhodné metody jsme schopni zachytit nejen vliv minulých informací, ale také zda byly tyto informace kladné či záporné, tj. zda proběhly asymetrické reakce, což se následně promítne do kvality našeho odhadu. Kladné a záporné šoky jsou způsobeny reakcí investorů na příchozí informace z trhu. Zde však vzniká problém, jelikož investoři reagují odlišně a s jinou intenzitou na negativní zprávy. U akcií navíc existují významné důkazy o přítomnosti asymetrií v podmíněné volatilitě a částečně také v podmíněné korelaci (Cappiello, Engle a Sheppard, 2006)

Tato práce se zabývá modelováním právě této podmíněné bety, pomocí modelů podmíněné autoregresivní volatility a podmíněné korelace. Jestliže bude prokázána statistická významnost asymetrických reakcí, bude náš odhad vystihovat spíše období krizí. Jelikož zkoumáme přítomnost asymetrických reakcí jak v korelaci, tak ve volatilitě, bude zajímavé zjistit také to,

[1] Dostupné z: ://www.kevinsheppard.com/Category:Teaching

které z těchto zahrnutí do modelu bude znamenat skutečný rozdíl ve statistické významnosti odhadu, a který z těchto modelů bude dle zvolených kritérií zhodnocen jako nejvhodnější.

K odhadu je použita časová řada výnosů portfolia sestaveného z akcií společností z energetického sektoru. Tento sektor byl vybrán záměrně proto, že ačkoli je odhad proveden na výnosu akcií, u kterých obecně pozorujeme asymetrické reakce (Yang, Zhou a Leung, 2012), zvláště pak v období krizí, energetický sektor je více konzervativní a výkyvy v cenách těchto akcií jsou způsobeny spíše sezónností a jinými externími vlivy.

Práce se skládá ze tří hlavních částí. V první části je zmíněna dosavadní literatura v souvislosti s modelem CAPM a v čase proměnnou betou, tzv. time-varying beta. Následující kapitola je zaměřena na popis metodologie, od základních pojmů, až po metodologii modelů použitých v praktické části práce. V třetí kapitole je nejprve uveden popis použitých dat a následně jsou prezentovány empirické výsledky aplikovaných metod. Závěrečná část shrnuje nejdůležitější zjištění a závěry celé práce.

1 Rešerše literatury

1.1 Historie CAPM

Z modelů všeobecné rovnováhy na ocenění kapitálových aktiv je nejpoužívanější Capital asset pricing model, za jehož tvůrce se považuje Treynor (1961) a Sharpe (1964). Treynor odvodil vztah mezi očekávanými výnosy a rizikem pomocí tržního portfolia (French, 2003). Oficiálně však nebyla jeho teorie považována za objev CAPM modelu.

Ve stejnou dobu Sharpe (1964), Linter (1965) a Mossin (1966) vytvořili koncept, který se velmi podobal konceptu Treynora. Všechny tyto teorie mají totiž společný základ, kterým je mikroekonomický přístup volby portfolia podle Markowitze (1959). Model volby portfolia vytvořený Markowitzem poskytl algebraický návod pro zvolení vah pro jednotlivá aktiva k získání efektivního portfolia pomocí minimálního rozptylu. Spadá tak do normativní ekonomie. CAPM pak tento algebraický návod používá k testování a vyhledání rovnovážného vztahu mezi rizikem a očekávanými výnosy právě. Tento model tedy vysvětluje ocenění aktiv a patří tak do pozitivní ekonomie (Sharpe, 1964).

Hlavní myšlenka CAPM je podložena předpokladem, že aktiva přinášejí výnosy nad bezrizikovou výnosovou míru, tzv. prémii. Tato prémie roste spolu se zvyšujícím se rizikem, což ukazuje, že rozhodující vliv na rizikovou prémii má kovariance mezi daným aktivem a tržním portfoliem. Tímto rizikem rozumíme směrodatnou odchylku výnosů aktiva. Cena rizika je tedy odvozena ze vztahu k ostatním aktivům. Zároveň však pouze nediverzifikovatelné riziko má vliv na cenu aktiva (Sharpe, 1964).

Po objevu CAPM vzniklo několik prací, které testovaly platnost teorie tohoto modelu. V této souvislosti stojí za zmínění například Black (1972), který nesouhlasil s předpokladem neomezeného poskytování úvěrů za bezrizikovou úrokovou míru a považoval ho za nereálný. Proto vytvořil model bez tohoto předpokladu a dokázal, že tržní portfolio je efektivní i při nedodržení původních předpokladů.

Sám Sharpe v roce 1964 dospěl k závěru, že trh jako takový není jedno z volitelných portfolií a domníval se, že výsledky jeho a Linterova modelu jsou protichůdné. Lintner s ním souhlasil a považoval svůj model za více všeobecný než Sharpův. Fama (1968) však dokázal, že mezi těmito modely nedochází k žádným závažnějším rozporům. K rozdílu mezi těmito modely dochází z toho důvodu, že Sharpe k popisu výnosů používá speciální stochastický proces,

pokud je však použit více obecný scholastický proces, jako u Lintnera, výsledky obou modelů jsou totožné (Fama, 1968).

Původní model se během let měnil a vznikaly jeho nové verze, zároveň se také opouštělo od původních předpokladů a přidávali se předpoklady nové, které měly umožnit lépe reflektovat realitu. Black (1972) využil Teorém dvou oddělených fondů[2] ke konstrukci zero-beta CAPM tak, že na místo bezrizikového aktiva dosadil portfolio ortogonální k portfoliu tržnímu.

O čtyři desetiletí později je CAPM stále nejpoužívanějším modelem svého druhu ačkoli na základě empirických pozorování jsou jeho výsledky často chybné (Fama a French, 2004). Tento empirický problém může být následkem velkého množství zjednodušených předpokladů použitých v modelu (Fama a French, 2004). Původní model například počítá pouze s jedním časovým obdobím, proto už v roce 1973 Merton vytvořil verzi ICAMP, která používá předpoklad delšího časového období. Problémem testování modelu se zabýval již Roll (1977), který tvrdí, že nikdy nebude možné správně otestovat vypovídající schopnost CAPM. Vysvětluje to tím, že tržní portfolio je empirická iluze, jelikož není jasné, která aktiva do něj mohou spadat.

CAPM je také často používán při měření výkonu podílových fondů a portfolií (Jensen, 1968). Pomocí tzv. Jesenovy alfy měří přesah dosažených výnosů nad výnosy očekávanými a určí tak nadhodnocení nebo podhodnocení daného aktiva, fondu nebo portfolia. Zde opět čelíme problému, který je způsoben empirickými nedostatky modelu, a i některé z pasivně řízený akciových fondů v závislosti na jejich strategii vykazují abnormální výnosy. (Elton, Gruber, Das a Hlavka, 1993).

Tyto nepřesnosti a špatné empirické výsledky modelu se pokusili vysvětlit také Pattengill, Sundaraman a Mathur (1995). V jejich práci potvrdili, že existuje podmíněný systematický vztah mezi výnosy a betou. U tradičního přístupu k modelu CAPM[3] však dochází k situacím, kdy při zkoumání období, v němž je tržní prémie pozitivní spolu s obdobím kdy je nedativní,

[2] Teorie, dle které všichni investoři vlastní kombinaci bezrizikového aktiva a tržního portfolia.

[3] Tento přístup předpokládá v čase neměnný koeficient beta.

se může sklon takto získané regresní přímky blížit nule. To by však naznačovalo statistickou nevýznamnost bety.

1.2 Time-varying beta

Model Sharpa, Lintnera a Blacka, vytvořil způsob, jakým začal být vnímán vztah výnosů a rizika. Black, Jensen a Scholes (1972) na akciích z období mezi 1926 až 1968 zjistili, že existuje pozitivní vztah mezi vývojem výnosu aktiva a tržní bety. O několik let později však zase jiná práce tvrdila opak (Lakonishik a Shapiro, 1986).

Původní práce předpokládaly v čase neměnnou betu. Fabozzi a Francis (1978) však ve své práci dokázali, že takový předpoklad je nesprávný. Pomocí metody SIMM[4] odhadli koeficient beta a zjistili, že se řídí procesem náhodné procházky a jestliže by se předpokládala jeho neměnnost v čase, ekonomická interpretace úrovňové konstanty modelu CAPM by nedávala smysl (Fabozzi a Francis, 1978).

Také Wooldridge (1988) a Engle, Lilien a Robins (1987) se zabývali podmíněnou betou v CAPM modelu. K jejímu odhadu používali MGARCH[5] model. Větší zájem o tuto problematiku vznikl teprve až po zveřejnění prací, které se snažili dokázat, že neexistuje vztah mezi výnosy a systematickým rizikem (Fama a French, 1992). Tato práce rozpoutala mnohé debaty o dopadu předpokladu konstantní bety.

Dále Moonis a Shah (2003) uvádí několik důvodů, proč by měla být používána podmíněné beta. Prvním důvodem je změna finanční páky společnosti, která má dopad na velikost bety. Dalším důvodem je existence informační asymetrie. Každá informace bude mít jiný celkový dopad na trh a danou akcii, což se projeví změnou její bety. Třetím důvodem je závislost systematického rizika na bezrizikové výnosové míře, která se v čase mění a tím se mění i beta. Čtvrtým důvodem je shlukování volatility nebo odchylky druhých momentů výnosu, kde je v čase proměnný podmíněný rozptyl a kovariance, takže mohou vznikat i rozdíly v betě.

[4] Standard Initial Margin Model.

[5] Více o MGARCH modelech v metodologii.

Od roku 2000 vzniklo několik prací, ve kterých byly odhadovány podmíněné bety pro různá odvětví v určitých zemích. Například Merger a Bulla (2008) zkoumaly bety ve finančním sektoru v EU pomocí čtyř metod odhadu. Jako nejvhodnější z použitých metod k odhadu v čase proměnného chování se ukázal State-Space model odhadnutý pomocí Kalman Filteru Výsledky ostatních metod byly na stejné nebo horší úrovni než standartní OLS. Gong, Michael a Cullinane (2006) se zaměřili na trh mezinárodních dopravců v US, který ačkoliv je obecně cyklický s v průměru vysokou finanční a provozní pákou, má poměrně nízkou betu. Zjistili, že akcie tohoto sektoru jsou citlivé na změnu použité metodologie a beta tohoto sektoru je v čase proměnná. Dále například Engle (2014) provedl porovnání konstantní a dynamické bety ve Fama French tří faktorovém modelu a dospěl k závěru, že beta je dynamická, jeho výzkum prováděl na tržním a dvanácti odvětvových portfoliích v USA. Několik podobných prací vznikalo i v jiných zemích, i přesto zůstává mnoho odvětví a obecně srovnání mezi nimi nepokryto.

2 Metodologie

Tato kapitola se zabývá metodologií od základní teorie až po použité modely. Nejprve je popsán obecně model CAPM, podmínky jeho použití a odvození nepodmíněné bety. Následují testy stacionarity a jejich význam.

Další část této kapitoly se zabývá metodologií použitých modelů podmíněné autoregresivní volatility a modelů podmíněné korelace, konkrétně DCC (Engle, 2001) a ADCC (Cappielo, Engle a Sheppard, 2006). V závěru této kapitoly je uvedena metoda maximální věrohodnosti, která je v této práci použita k odhadu parametrů.

2.1 Model CAPM

CAPM model měří senzitivitu aktiva na systematické riziko. Toto riziko je měřeno koeficientem beta. V kontextu původního tržního modelu se předpokládá, že je koeficient beta v čase neměnný a je odhadován pomocí OLS. Takový model se nazývá nepodmíněný CAPM.

Jelikož tento model vychází z teorie portfolia od Markowitze, jeho základní předpoklady jsou totožné a jsou pouze rozšířené o několik dalších předpokladů (Fabozzi, Focardi, Kolman, 2006), mezi které patří:

- Investoři činí investiční rozhodnutí na základě očekávaných výnosů a rozptylu výnosů;
- Investoři jsou racionální a averzní vůči riziku;
- Všichni investoři investují na stejné časové období;
- Očekávání všech ohledně výnosů a rozptylu výnosů jsou stejná;
- Existuje bezrizikové aktivum a investoři si mou půjčovat jakékoliv částky za bezrizikovou úrokovou míru;
- Neexistují transakční náklady, inflace a daně;
- Informace jsou dostupné každému zdarma, ve stejném čase a za stejných podmínek.

Statický model je dán rovnicí:

$$E(r_i) = r_f + \beta_i\big(E(r_M) - r_f\big), \quad (1)$$

kde $E(r_i)$ je očekávaný výnos aktiva *i*, r_f je bezriziková úroková míra, β_i je sensitivita očekávaného výnosu aktiva vůči výnosu trhu upraveného o bezrizikovou výnosovou míru, $E(r_M)$ je očekávaný výnos trhu, $\big(E(r_M) - r_f\big)$ je tržní prémie MP, tj. část výnosu trhu, která převyšuje výnos bezrizikového aktiva, $\big(E(r_i) - r_f\big)$ je riziková prémie RP, tj. část výnosu aktiva, která převyšuje výnos bezrizikového aktiva.

Celkové riziko aktiva, měřené rozptylem, můžeme rozdělit na riziko nesystematické, které je diverzifikovatelné, a systematické, měřené kovariancí výnosu *i-tého* aktiva a výnosu tržního portfolia (Fabozzi, Focardi a Kolman, 2006).

V modelu CAPM pouze koeficient beta závisí na daném aktivu. Vztah výnosu *i-tého* aktiva a koeficientu beta znázorňuje přímka SML (Security market line), kde beta je směrnicí této přímky a při rovnováze očekávaný výnos *i-té* akcie leží na této přímce. Rovnice této přímky:

$$E(r_i) = r_f + \frac{(E(r_M) - r_f)}{var(r_M)}\, cov(r_i, r_M), \quad (2)$$

dále z této rovnice můžeme odvodit vzorec pro výpočet systematického rizika, tedy bety, která představuje veličinu, pomocí které systematické riziko měříme:

$$\beta = \frac{cov(r_i, r_M)}{\sigma^2_{r_M}}, \quad (3)$$

kde r_i je výnos *i-tého* aktiva, r_M je výnos trhu, σ^2_M je rozptyl výnosu trhu, $cov(r_i, r_M)$ je kovariance mezi výnosem *i-tého* aktiva a trhu.

Pro vyjádření v čase proměnné bety přepíšeme rovnici (3) do tvaru:

$$\beta_{it} = \frac{cov(r_i, r_M)_t}{\sigma^2_{rM,t}} \ , \qquad (4)$$

kde čitatel je kovariance výnosu *i-tého* aktiva a výnosu trhu v čase *t*, jmenovatel je rozptyl výnosu trhu v čase *t*. Tento vztah může být odhadnut pomocí upraveného tvaru rovnice (1):

$$r_{i,t} - r_{f,t} = \alpha_0 + \beta_{i,t}\left(r_{M,t} - r_{f,t}\right) + \varepsilon_{i,t}, \qquad i = 1, \ldots., N, \ t = 1, \ldots., T, \qquad (5)$$

kde $r_{i,t}$ je denní výnos *i-té* akcie v čase *t*, $r_{f,t}$ je denní bezriziková úroková míra v čase *t*, $\beta_{i,t}$ je systematické riziko *i-té* akcie v čase *t*, $r_{M,t}$ je denní výnos trhu v čase *t*, $\varepsilon_{i,t}$ je náhodná složka aktiva i v čase *t*.

Pro odvození nepodmíněného koeficientu beta lze samozřejmě použít i jiné modely ocenění aktiv, které zahrnují betu. Příkladem mohou být modely Fama-French (1992), Scholes-Williams (1977) nebo Dimson (1979). V této práci však budeme vycházet ze CAPM.

2.2 Testy stacionarity

Jelikož je nestacionarita pro ekonomické časové řady častým jevem a při odhadování může způsobit zavádějící výsledky odhadu, tzv. zdánlivou regresi. Proto je důležité pro potvrzení statistické významnosti časové řady nejprve otestovat na přítomnost jednotkového kořene, nestecionaritu.

Definice dle Prášková (2016):

„Řekneme, že náhodný proces $\{X_t, t \in T\}$ *je striktně stacionární, jestliže pro libovolné* $n \in N$, *pro libovolná reálná* $x_1, \ldots., x_n$ *a pro libovolná* $t_1, \ldots., t_n$ *a* h *taková, že* $t_k \in T, t_k + h \in T, 1 \leq k \leq n$, *platí*

$$F_{t1,\ldots.,tn}(x_1, \ldots, x_n) = F_{t1+h,\ldots.,tn+h}(x_1, .., x_n) \ .$$

Náhodný proces, $\{X_t, t \in T\}$ *s konečnými druhými momenty se nazývá slabě stacionárním, má-li konstantní střední hodnotu* $\mu_t = \mu$ *pro všechna* $t \in T$ *a je-li jeho autokovarianční funkce* $R(s,t)$ *funkcí pouze* $s - t$. *Je-li splněna podmínka na autokovarinční funkci, mluvíme o kovarianční stacionaritě. "*

Jestliže je proces $\{X_t, t \in T\}$ kovariančně stacionární pak základní charakteristiky náhodné veličiny X_t, tj. střední hodnota a rozptyl, jsou v čase konstantní, náhodné veličiny mají stejné rozdělení, kovarianční a korelační funkce závisí pouze na časových vzdálenostech náhodných veličin (Prášková, 2016).

2.2.1 Základní Dickey-Fuller test

Mezi prvotní testy zabývající se testováním jednotkových kořenů patří Dickeyův-Fullerův test (Dickey a Fuller, 1979). Tímto základním testem byl vytvořen rámec postupu pro testování nestacionarity. Základem je, že testování nestacionarity je totožné s testováním existence jednotkového kořene.

Tento test vychází z AR (1) modelu:

$$X_t = \phi_1 X_{t-1} + u_t. \tag{6}$$

Hypotéza testu:

$H_0: \phi_1 = 1.$

$H_1: |\phi_1| < 1.$

Kde H_0 testuje, zda je $\phi_1 = 1$, tj. proces obsahuje jednotkový kořen a je tedy nestacionární. Dále test předpokládá, že náhodná složka u_t je procesem bílého šumu.

V případě, kdy se parametr $\phi_1 = 1$, není možné testovat danou hypotézu z důvodu nemožnosti použití zákonu velkých čísel a centrální limitní věty. V tom případě použijeme diferencovaný proces, kterým dosáhneme stacionarity:

$$X_t - X_{t-1} = \delta X_{t-1} + u_t, \tag{7}$$

$$\Delta X_t = \delta X_{t-1} + u_t,$$

kde $\delta = \phi_1 - 1.$

Nyní je $H_0: \delta = 0$ a $H_1: \delta < 0$, a pokud platí, že $\delta = 0$, pak je ΔX_t stacionární, jelikož je rovna náhodné složce, u které se předpokládá, že je procesem bílého šumu. Zároveň $\phi_1 - 1$, takže původní proces X_t je nestacionární.

Existují dvě další alternativy tohoto testu. První z nich obsahuje konstantu v nesystematické složce a je důležitá hlavně při práci s netrendujícími finančními časovými řadami. Její rovnice je:

$$\Delta X_t = \alpha_0 + \delta_1 X_{t-1} + u_t. \quad (8)$$

Druhá verze v sobě obsahuje lineární trend:

$$\Delta X_t = \alpha_0 + a_2 t + \delta X_{t-1} + u_t. \quad (9)$$

Odhadneme tedy rovnice (8) a (9) z čehož získáme δ a směrodatné odchylky, dále testujeme hypotézu $H_0: \delta = 0$ proti alternativní hypotéze $H_1: \delta < 0$. Pokud jsme si jako statistické kritérium zvolili t-statistiku, výsledné hodnoty t-statistiky porovnáme s hodnotami z Dickeyových-Fullerových tabulek. Podle porovnaných výsledků t-statistiky vůči kritickým hodnotám z tabulek rozhodneme o zamítnutí nebo nezamítnutí nulové hypotézy (t-statistika je menší než kritická hodnota → zamítáme H_0 ve prospěch H_1).

Jako informační kritérium může být použito například BIC neboli, Bayesovské Schvarzovo kritérium, pro které platí, že vhodnější je model s nejnižší hodnotou kritéria.

2.2.2 Rozšířený Dickey-Fuller (ADF) test

Jelikož je celkem běžné, že náhodná složka není procesem bílého šumu a je autokorelována, Dickey a Fuller svůj základní test rozšířili o zpoždění závislé proměnné, čímž vznikl ADF test, který v této práci použijeme.

Hypotéza testu:

$H_0: \delta = 0,$

$H_1: \delta < 0.$

Tento test má autokorelační strukturu jako například AP (p) proces a má opět tři verze, kde verzi první vyjadřuje rovnice:

$$\Delta X_t = \delta X_{t-1} + \sum_{i=1}^{p} \beta_i \, \Delta X_{t-1} + u_t, \quad (10)$$

verzi druhou vyjadřuje model s konstantou:

$$\Delta X_t = \alpha_0 + \delta X_{t-1} + \sum_{i=1}^{p} \beta_i \, \Delta X_{t-1} + u_t, \quad (11)$$

u verze třetí jde o model s deterministickým trendem:

$$\Delta X_t = \alpha_0 + \delta X_{t-1} + a_2 t + \sum_{i=1}^{p} \beta_i \, \Delta X_{t-1} + u_t, \quad (12)$$

kde u všech β_i představuje p počet zpožděných diferencí nutných k odstranění autokorelace, a tedy dosažení bílého šumu v nesystematické složce. Postup testování je stejný jako u předchozího testu. Testujeme nulovou hypotézu, která nám říká, že je přítomen jednotkový kořen, proti alternativní. Jestliže je naše výsledná hodnota nižší než kritická hodnota, na dané hladině významnosti zamítneme nulovou hypotézu o přítomnosti jednotkového kořene a časovou řadu můžeme považovat za stacionární. Pokud se nám však nulovou hypotézu nepodaří zamítnou, musíme stejně jako u předchozího testu přistoupit k diferenciaci.

2.3 Modely podmíněné autoregresní volatility

Za účelem správného zachycení heteroskedasticity, která je důsledkem toho, že finanční data mají tendenci shlukovat se během vysoké i nízké volatility, Engle (1982) představil model ARCH (Autoregressive conditional heteroskedasticity), který použil k modelování inflace. Model ARCH znamenal přelom v systematickém modelování volatility. Spolu s jeho rozšířenou verzí, modelem GARCH[6], představují pravděpodobně nejúspěšnější metodu využívanou k modelování časových řad (Cipra, 2008). Cipra (2008) dále uvádí, že tyto modely vychází ze dvou predikátů, z niž první říká, že modely finančních časových řad mají v čase proměnnou volatilitu, tj. jsou heteroskedastické. Druhý predikát říká, že volatilita je jednoduchou kvadratickou funkcí minulých odchylek od podmíněné střední hodnoty, tj. minulých chyb e_t.

ARCH tedy modeluje volatility v čase a může tak snadněji zachytit a vysvětlit již zmíněné shluky volatility. Rozptyl následujícího období závisí pouze na rozptylu kvadrátů rezidují v minulých obdobích. Při modelování finančních časových řad je tedy potřeba využít modelů,

[6] Více o tomto modelu níže v kapitole.

které jsou schopny pracovat nejen s očekávanými výnosy, ale také rizikem. Takové modely musejí umět pracovat s rozptylem/volatilitou dané časové řady.

Mějme časovou řadu výnosů, pro kterou platí:

Předpokládejme, že proces výnosu aktiva je dán následujícím vztahem:

$$r_t = \mu_t + e_t, \tag{13}$$

$$e_t = \sigma_t \varepsilon_t, \tag{14}$$

kde r_t je výnos v čase *t*, μ_t je střední hodnota výnosu v čase *t* a e_t je nekorelovaná náhodná chyba v čase *t*, ${\sigma^2}_t$ je směrodatná odchylka náhodné složky v čase *t* a ε_t je nezávislá náhodná veličina pro kterou předpokládáme, nulovou střední hodnotu, jednotkový rozptyl, nezávislé a identické rozdělení, tedy:

$$\varepsilon_t \sim iid(0,1). \tag{15}$$

Jestliže je v modelu podmíněný rozptyl lineární funkcí veličin $e_{t-1}^2, e_{t-2}^2, \dots, e_{t-q}^2$, pak se tento model a modely od něj odvozené nazývají lineárními modely volatility.

Takovým modelem je například již zmíněný ARCH(q), kde q je délka zpoždění. Model má tvar:

$$\sigma_t^2 = \omega + \alpha_1 e_{t-1}^2 + \alpha_2 e_{t-2}^2 + \cdots \alpha_q e_{t-q}^2, \tag{16}$$

kde postačující podmínka kladných hodnot σ_t^2 je $\omega > 0$ a $\alpha_i \geq 0$ pro $i = 1, 2, \dots q$.

U tohoto modelu však vzniká problém při odhadování vysokého řádu q, tj. odhad modelu s velkým množstvím zpoždění, které jsou nutné k odpovídajícímu popisu vývoje volatility. V tom případě je potřeba odhadnout velké množství parametrů, kde může dojít k porušení podmínky nezápornosti, navíc tento model nezohledňuje odlišný vliv záporných a kladných e_t, tj. asymetrií.

Proto Bollerslev (1986) tento model rozšířil na GARCH (Generalized autoregressive conditional heteroskedasticity), kde je podmíněný rozptyl příštího období váženou kombinací nepodmíněného rozptylu výnosů, kvadrátů rezidují minulého období a podmíněného rozptylu minulého období s váhami se součtem jedna. Hlavním cílem bylo zlepšit flexibilitu a strukturu zpoždění.

Často byla volena fixní struktura zpoždění, aby se předcházelo problémům s negativními odhady rozptylu (Engle, 1983). ARCH model byl tedy rozšířen o zpožděný podmíněný rozptyl a vznikl model GARCH.

Obecný tvar modelu GARCH (q, p) má tvar:

$$\sigma_t^2 = \omega + \sum_{i=1}^{q} \alpha_i e_{t-i}^2 + \sum_{j=1}^{p} \beta_j \sigma_{t-j}^2 \quad , \tag{17}$$

kde kladný podmíněný rozptyl zaručují podmínky: $\omega > 0, \alpha_1 \geq 0$, pro $i = 1,2, \dots, q$ a $\beta_1 \geq 0$ pro $j = 1,2, \dots, p$.

Obecně se GARCH používá tam, kde by se použil ARCH s velkým množstvím zpoždění. Důkazem je, že pokud model (17) vyjádříme pomocí operátoru zpětného posunutí, získáme model ARCH (∞):

$$\sigma_t^2 = (1 - \beta_1 B)^{-1}(\omega + \alpha_1 e_{t-1}^2), \tag{18}$$

$$\sigma_t^2 = (1 + \beta_1 B + \beta_1^2 B^2 + \dots)(\omega + \alpha_1 e_{t-1}^2). \tag{19}$$

Pokud v rovnici pro model GARCH provedeme úpravu $u_t = e_t^2 - \sigma_t^2$, pak má u_t vlastnosti bílého šumu a získáme model ARCH pro čtvercové odchylky ε_t^2:

$$e_t^2 = \omega + \sum_{i=1}^{\max\{q,p\}} (\alpha_i + \beta_i) e_{t-i}^2 + u_t - \beta_1 u_{t-j} \, . \tag{20}$$

Nejvíce používaná forma rozšíření modelu ARCH je GARCH (1,1), který má tvar:

$$\sigma_t^2 = \omega + \alpha_1 e_{t-1}^2 + \beta_1 \sigma_{t-1}^2, \tag{21}$$

kde α je váhou e_{t-1}^2 a β je váhou σ_{t-1}^2, přičemž platí $\alpha + \beta < 1$ a podmínka kladného podmíněného rozptylu je: $\omega > 0, \alpha_1, \beta_1 \geq 0$.

Z modelu (19) tedy vyplívá podmínka, že jestliže platí $\alpha_1 + \beta_1 < 1$, pak je GARCH (1,1) stacionární v kovariancích.

U finančních časových řad se můžeme setkat i s asymetrickými efekty, tj. kladné a záporné šoky se do rozptylu nepromítají symetricky. To je však předpoklad lineárních modelů volatility kde podmíněný rozptyl závisí pouze na čtvercích šoků. Výsledný efekt kladných a záporných šoků by byl tedy totožný, proto tyto modely nejsou schopny asymetričnost správně zpracovat. Tento problém řeší nelineární modely volatility, jeden z nich použijeme i v této práci.

Jedním ze známějších asymetrických modelů je GJR-GARCH, který jak název napovídá vytvořil Glosten, Jagannathan a Runkle (1993) je definován vztahem:

$$\sigma_t^2 = \omega + \alpha_1 a_{t-1}^2 + \gamma_1 S_{t-1} e_{t-1}^2 + \beta_1 \sigma_{t-1}^2, \qquad (22)$$

kde $S_{t-1} = \begin{cases} 1, & když\ e_{t-1} < 0; \\ 0, & když\ e_{t-1} \geq 0. \end{cases}$

Při porovnání s rovnicí (21) vidíme, že rovnice (22) se liší pouze v přidání dummy proměnné[7] S_{t-1}, díky které je model schopen zachytit asymetrické chování rozptylů. A to tak, jak ze vztahu výše vyplívá, že při záporném náhodném šoku e, nabude S hodnoty 1 a naopak, při kladných šocích nabude hodnoty 0. Dále pokud bude platit $\gamma = 0$, pak se z modelu GJR-GARCH stává opět model GARCH.

2.4 Modely podmíněné korelace

Díky pátrání po spolehlivé metodě odhadu korelace mezi finančními proměnnými vznikly vícerozměrné GARCH modely (MGARCH). Bollerslev, Engle a Wooldridge (1988) původně navrhly MGARCH model ve formě VECH[8], která tak poskytla obecný rámec vícerozměrných modelů volatility, kterými se následně začalo zabývat několik dalších významných odborníků.

Bollerslev (1990) představil model podmíněné korelace CCC (Constant conditional correlation) MGARCH, ve kterém se provádí odhad jednorozměrného GARCH modelu pro každé aktivum zvlášť a po sléze je odhadnuta korelační matice pomocí transformovaných reziduí. Díky předpokladu konstantní korelace je možné provést odhad pro velké množství proměnných.

Další zajímavý model představili Engle a Kroner (1995), model BEKK. Ten vytvořil obecnou kvadratickou formu pro podmíněnou kovarianční rovnici, která řeší problém zajištění pozitivně definitní podmíněné kovarianční matice.

Engle (2001) však zpozoroval potřebu odhadu větší korelační matice, jelikož většina dosavadních modelů pracovala maximálně s pěti aktivy, kvůli tomu, že při existenci většího

[7] "Umělá proměnná" nebo také "hloupá proměnná", je označení pro kvalitativní proměnnou, kterou lze zapsat jako lineární kombinaci binárních proměnných nabývajících pouze hodnot 1 a 0 (Cipra, 2008).

[8] Model VECH je základní z modelů MGARCH, který své jméno získal díky vektorizaci podmíněné kovarianční matice.

množství parametrů byl model příliš velký na to, aby byla možná jednoduchá optimalizace. V reálném světě jsou ale právě takové modely potřeba, například při řízení portfolia (Engle a Sheppard, 2001). Proto představil model DCC (Dynamic conditional correlation), který si zachovává snadnost odhadu jako CCC a při tom umožňuje vývoj korelace v čase. Zároveň má v sobě šetrnost jednorozměrných GARCH modelů volatility pro jednotlivá aktiva, avšak s v čase proměnnou korelací. Jeho výhoda spočívá v tom, že počet odhadovaných parametrů v korelačním procesu není závislý na počtu korelovaných řad, takže můžou být odhadovány i poměrně velké korelační matice (Engle, 2001). Což představovalo značné zlepšení oproti VECH a BEKK modelu. DCC s velkými korelačními maticemi zkoumali ve své práci Engle a Sheppard (2001).

Při odhadování pomocí modelů podmíněné korelace se kovarianční matice rozloží na dvě složky, diagonální matici směrodatných odchylek D_t a korelační matici R_t, které mohou být odhadnuty postupně. V základním modelu CCC jsou korelace pouze historickými korelacemi standardizovaných rezidují. V dynamické verzi tohoto modelu, DCC, se korelace řídí jednorozměrným procesem GARCH. V asymetrickém DCC modelu mohou být korelace odhadnuty například pomocí GJR-GARCH. Všechny tyto modely nám dovolují provést odhad ve dvou krocích, začínaje jednorozměrným GARCH a následně korelačním procesem. Model DCC a jeho asymetrickou verzi blíže popíšeme a následně použijeme v praktické části této práce.

Pro účely modelování podmíněné kovariance a podmíněného rozptylu pro dva procesy je hlavní tento vztah:

$$\rho_{x,y,t} = \frac{E\left(\left(x_t - E(x_t|I_{t-1})\right)\left(\left(y_t - E(y_t|I_{t-1})\right)\middle|I_{t-1}\right)\right)}{\sqrt{E\left(x_t - E(x_t|I_{t-1})^2|I_{t-1}\right)E\left(y_t - E(y_t|I_{t-1})^2\middle|I_{t-1}\right)}}, \tag{23}$$

představující podmíněnou korelaci procesu x a y, vypočtenou jako podíl podmíněné kovariance a odmocniny součinu podmíněných rozptylů, viz pravá strana rovnice (24). Kde I_{t-1} je množina informací dostupný v čase $t-1$ a hodnoty x a y v čase t jsou tímto souborem infomací podmíněny. $E(x_t|I_{t-1})$ je pak podmíněná střední hodnota proměnné x.

Pro nepodmíněnou korelaci procesu x a y platí:

$$\rho_{x,y,t} = \frac{E(x_t - E(x_t))(y_t - E(y_t))}{\sqrt{E(x_t - E(x_t))^2 (y_t - E(y_t))^2}}. \tag{24}$$

2.4.1 Model DCC

Model DCC vytvořil Engle (2001) za účelem vystižení empiricky pozorované dynamiky korelace výnosů aktiv.

Mějme vektor logaritmických výnosů aktiva r_t pro který platí:

$$r_t \mid I_{t-1} \sim iid(\mu, H_t)\,, \tag{25}$$

kde I_{t-1} je množina informací v čase $t-1$, μ je nepodmíněná střední hodnota, u které budeme předpokládat, že je rovna nule, H_t je dynamická podmíněná kovarianční matice e_t v čase *t*, a nakonec iid, nezávislé a identické rozdělení náhodných veličin. Pro výnosy r_t platí vztahy popsané v předešlé kapitole.

Model DCC může zapsat jako součin podmíněných standartních odchylek a dynamické podmíněné korelace:

$$H_t = D_t R_t D_t, \tag{26}$$

kde D_t je diagonální matice podmíněného rozptylu e_t v čase t:

$$D_t = diag(\sigma_{1it} \dots \sigma_{NNt}), \tag{27}$$

σ_{iit} může být definován jako kterýkoliv jednorozměrný GARCH model. Podle Engla (2001) je možné rovnici (26) převést na tvar:

$$R_t = diag\left(q_{1it}^{-\frac{1}{2}} \dots q_{NNt}^{-\frac{1}{2}}\right) Q_t \, diag\left(q_{1it}^{-\frac{1}{2}} \dots q_{NNt}^{-\frac{1}{2}}\right), \tag{28}$$

kde R_t je podmíněná korelační matice e_t v čase t.

Dále Q_t z rovnice (31) je tzv. kvazi-korelační matice $Q_t = q_{ijt}$ jejíž vývoj je dána vztahem:

$$Q_t = (1-\alpha-\beta)\bar{Q} + \alpha\varepsilon_{t-1}\varepsilon'_{t-1} + \beta Q_{t-1}, \tag{29}$$

kde $\varepsilon_{it} = e_{it}/\sqrt{\sigma_{iit}^2}$, α a β jsou nezáporné skaláry takové, že $\alpha + \beta < 1$ a $\bar{Q}$ je nepodmíněná kvazi-korelační matice standardizovaných reziduí ε_t. Dále α přestavuje vliv nové informace na korelaci a β obsahuje paměť procesu a testujeme, zda $\alpha = \beta = 0$ a jsou empiricky významné.

Model DCC se zaměřuje právě na vývoj dynamiky v matici R_t, která zavisí na vývoji podmíněného rozptylu standardizovaných reziduí ε_t.

Samotný odhad modelu je rozdělen do tří částí. První část spočívá v odhadu jednorozměrného GARCH procesu a druhá v odhadu korelačních koeficientů. Při odhadu modelu nejprve odhadneme matici D_t, která vypadá následovně:

$$D_t = \begin{pmatrix} \sigma_{1t} & 0 \\ 0 & \sigma_{2t} \end{pmatrix}, \tag{30}$$

jedná se tedy o odhad odmocniny diagonálních prvků matice H_t,

Dále odhadneme podmíněný rozptyl pro každý proces pomocí modelu GARCH (1,1). Jelikož jsou rezidua výnosů[9] získaná z procesu pro střední hodnotu standardizována právě podmíněným rozptylem založeným na procesu GARCH (1,1), řeší DCC také problémy s heteroskedasticitou (Chiang a Li,2009).

Dalším krokem je odhad kvazi-korelační matice Q_t pomocí standardizovaných rezidují ε_t. V této práci pro odhad matice Q_t použijeme proces odhadu popsaný rovnicí (29), který je možné dále zjednodušit, tak že odhad úrovňové konstanty rovnice bude proveden zvlášť:

$$\hat{\Omega} = (1 - \alpha - \beta)\bar{Q} \, . \tag{31}$$

Tato metoda odhadu se nazývá korelační cílování (Engle, 2009). Tento odhad by bylo možné provést i jinou metodou, ale jelikož je v této práci použit kód od K. Shepparda, který používá právě tuto metodu, jiné metody si uvádět nebudeme. Matici $\bar{Q}$ pak představuje nepodmíněnou korelaci standardizovaných reziduí a platí pro ni vztah:

$$\bar{Q} = \frac{1}{T}\sum_{t=1}^{T} \varepsilon_{t-1}\varepsilon'_{t-1}. \tag{32}$$

Pak vztah procesu i a j popisuje dynamický podmíněný korelační koeficient:

$$\rho_{ij,t} = \frac{Q_{ij,t}}{\sqrt{Q_{ii,t}Q_{jj,t}}}, \tag{33}$$

[9] Jelikož předpokládáme nulovou střední hodnotu výnosů, standardizovaná rezidua výnosů se rovnají samotným výnosům.

zobrazený v matici R_t jako:

$$R_t = \begin{pmatrix} 1 & \rho_t \\ \rho_t & 1 \end{pmatrix}. \quad (34)$$

2.4.2 Model ADCC

Jelikož původní model neumožňoval modelovat asymetrické chování, Cappieello, Engle a Sheppard (2006) zobecnili DCC, tak aby bylo možné zachytit asymetrii v čase proměnné podmíněné korelaci.

Jelikož v této práci používáme zjednodušenou skalární verzi modelu ADCC, popíšeme si tuto verzi. V případě obecné verze by skaláry α, β, γ byly nahrazeny maticemi, což významně zvýší počet parametrů, které musí být odhadnuty.

Mějme vektor r_t pro který platí:

$$r_t | I_{t-1} \sim iid(0, H_t), \quad (35)$$

kde stejně jako u DCC je H_t kovarianční matice, kterou je možné zapsat pomocí rovnice (26). Rozdíl mezi těmito dvěma modely najdeme, pokud se podíváme na odhad Q_t kvazi-korelační matice. Tato matice má v modelu ADCC tvar:

$$Q_t = (\bar{Q} - \alpha\bar{Q} - \beta\bar{Q} - \gamma\bar{N}) + \alpha\tilde{y}_{t-1}\tilde{y}'_{t-1} + \gamma n_{t-1}\gamma n'_{t-1} + \beta Q_{t-1}, \quad (36)$$

kde $n_t = \mathbb{I}[\tilde{y}_t < 0] \odot \tilde{y}_t, \bar{N} = [n_t n'_t]$ a $\bar{Q} = \mathrm{E}[\tilde{y}_{t-1}\tilde{y}'_{t-1}]$, přičemž Q_t bude pozitivně definitní, jestliže bude platit, že $\alpha + \beta + \zeta\gamma < 1$, kde ζ je maximální vlastní číslo $\bar{Q}^{-\frac{1}{2}}\bar{N}\bar{Q}^{-\frac{1}{2}}$.

Při dosazení $\gamma = 0$ získáme model DCC a při dosazení $\alpha = 0,\ \beta = 0$ získáme model CCC.

Při odhadu postupujeme obdobně jako u DCC. Na první pohled je z rovnice (36) zjevný rozdíl v odhadu úrovňové konstanty:

$$\hat{\Omega} = \bar{Q} - \alpha\bar{Q} - \beta\bar{Q} - \gamma\bar{N}\,, \quad (37)$$

která nyní krom podmíněné korelace zahrnuje i nepodmíněnou korelaci pro záporné šoky.

2.5 Metoda maximální věrohodnosti

Metoda maximální věrohodnosti, stejně jako například OLS, je jednou z možných metod, které mohou být použity k odhadu. V této práci bude použita k odhadu parametrů modelů v praktické části.

Věrohodností funkce je součinem jednotlivých hustot pravděpodobnosti, tedy obecně dána tímto vztahem:

$$L(\theta|x_1, \dots x_n) = f(x_1, \dots, x_n|\theta) \tag{38}$$

$$= f(x_n|F_{n-1}, \theta) f(x_{n-1}|F_{n-2}, \theta) \dots f(x_{m+1}|F_m, \theta) f(x_1, \dots, x_m|\theta),$$

kde n je velikost vzorku, $m = \max(p, q)$, θ je vektor parametrů a $f(x_1, \dots, x_n|\theta)$ je sdružená hustota pravděpodobnosti pro $x_1, \dots, x_m$. Pro zjednodušení je však často používána podmíněná věrohodnostní metoda, dána vztahem:

$$L(\theta|x_{m+1}, \dots x_n) = f(x_{m+1}, \dots, x_n|\theta, x_1, \dots, x_m) \tag{39}$$

Pro určení $f(x_{m+1}, \dots, x_n|\theta, x_1, \dots, x_m)$, předpokládejme, že platí $x_t \sim N(0,1)$ pak $x_t|I_{t-1} \sim N(0, \sigma_t^2)$, jelikož $x_n = \sigma_t \varepsilon_t$. A tedy podmíněná funkce maximální věrohodnosti je:

$$L(\theta|x_{m+1}, \dots x_n) = f(x_{m+1}, \dots, x_n|\theta, x_1, \dots, x_m) = \prod_{t=1}^{T} = \frac{1}{\sqrt{2\pi\sigma_t^2}} \exp\{-\frac{x_t^2}{2\sigma_t^2}\} \tag{40}$$

Maximalizace podmíněné věrohodnostní funkce je totožná maximalizaci logaritmu, protože *ln(x)* je striktně rostoucí funkce. Díky tomu můžeme rovnici (40) přepsat do logaritmického pravděpodobnostního tvaru, který je opět o něco snadnější odhadnout:

$$\ln(L) = l(x_{m+1}, \dots, x_n|\theta, x_1, \dots, x_m) \tag{41}$$

Pro účely této práce bude mít věrohodnostní funkce pro odhad parametrů následující tvar. Mějme podmíněnou korelaci dvou náhodných proměnných s nulovým průměrem, kde výnosy jsou dány součinem podmíněných směrodatných odchylek a náhodných chyb. Díky předpokladům pro podmíněnou korelaci, platí, že je zároveň podmíněnou kovariancí náhodných chyb.

Podmíněná kovarianční matice výnosů pak vypadá následně:

$$\mathrm{H_t} = D_t R_t D_t, \tag{42}$$

kde $\mathrm{D_t} = diag\left\{\sqrt{\sigma_{i,t}^2}\right\}$ a $R_t = E_{t-1}(\varepsilon_t'\varepsilon_t|I_{t-1})$, kde $\varepsilon_t = D_t^{-1}r_t$. Za předpokladu GARCH procesu pro každé aktivum (Engle, 2002) a vícerozměrného normálního rozdělení pro vektor náhodných složek, pak věrohodnostní funkce v logaritmickém vypadá následně:

$$= -\frac{1}{2}\sum_{t=1}^{T}(n\ln(2\pi) + \ln|H_t| + \frac{r_t'r_t}{H_t}) \tag{43}$$

$$= -\frac{1}{2}\sum_{t=1}^{T}(n\ln(2\pi) + \ln|H_t| + \frac{r_t'r_t}{D_tD_t} - \varepsilon_t'\varepsilon_t + ln|R_t| + \varepsilon_t'R_t^{-1}\varepsilon_t), \tag{44}$$

Tuto věrohodnostní funkci je možné odhadnout najednou nebo nejprve odhadnout podmíněný rozptyl a následně podmíněnou korelaci standardizovaných reziduí.

Odhad podmíněného rozptylu pak bude použit při standardizaci ε_t. Tato standardizovaná rezidua jsou pak dosazena do rovnice pro výpočet kvazi korelační matice Q_t. Pokud za matici R_t dosadíme φ a za matici podmíněného rozptylu H_t dosadíme θ, můžeme tuto rovnici zapsat jako součet části korelace a volatility:

$$\ln(\theta, \varphi) = Lv(\theta) + Lc(\varphi). \tag{45}$$

Pokud na tyto části rozložíme vzorec (48) dostaneme vzorce:

$$Lv(\theta) = -\frac{1}{2}\sum_{t=1}^{T}(n\ln(2\pi) + \ln(\sigma_t^2) + \frac{r_t'r_t}{\sigma_t^2}), \tag{46}$$

což je vzorec pro odhady parametrů volatility a následně vzorec pro odhad parametrů korelace:

$$Lc(\varphi) = -\frac{1}{2}\sum_{t=1}^{T}(ln|R_t| + \varepsilon_t'R_t^{-1}\varepsilon_t - \varepsilon_t'\varepsilon_t). \tag{47}$$

Jelikož je věrohodnostní funkce volatility součtem jednotlivých věrohodnostních funkcí modelu, dá se přepsat do formy, která vyjadřuje maximalizaci každé z částí:

$$Lv(\theta) = -\frac{1}{2}\sum_{t=1}^{T}\sum_{i=1}^{n}\ln(2\pi) + \ln\left(\sigma_{i,t}^2\right) + \frac{r_t'r_t}{\sigma_{i,t}^2}, \tag{48}$$

nakonec je druhá část věrohodnostní metody spočívá v odhadu parametrů korelace, snažíme se tedy najít $\hat{\theta} = arg\ max\{Lv(\theta)\}$ a tuto hodnotu dosadit do $\max_{\varphi}\{Lc(\hat{\theta}, \varphi\}$.

3 Praktická část

Tato kapitola je zaměřena na empirická pozorování. V první části této kapitoly jsou popsány vstupní data a jejich následné úpravy. Další část je zaměřena na odhad vývoje koeficientu beta pomocí modelů a metod popsaných v předešlé kapitole. Jako doplňující je přidán odhad pomocí metody nejmenších čtverců. Odhady vývoje koeficientu beta jsou tedy provedeny pomocí tří modelů, kterými jsou DCC GARCH bez asymetrické reakce ve volatilitě a korelaci, DCC GJR-GARCH s asymetrickou reakcí ve volatilitě a bez asymetrické reakce v korelaci, a nakonec ADCC GJR-GARCH s asymetrickou reakcí ve volatilitě i kovarianci. Nejprve jsou shrnuty a okomentovány parametry použitých modelů, dále je zhodnocena jejich statistická významnost a je popsán jejich význam v daném modelu. Nakonec jsou všechny metody a jejich výsledky porovnány mezi sebou na základě zvoleného testovacího kritéria.

3.1 Data

Hlavním zdrojem dat, která byla použita v této práci, byla databáze Kenneth R. French Data Library[10], která pro sestavení těchto časových řad použila databázi CRSP (The Center for Research in Security Prices).

Data potřebná pro odhad se sestávají z časových řad denních výnosů od roku 1.1.1990 do 31.12.2016. Toto časové období bylo vybráno záměrně z důvodu zachycení různých ekonomických cyklů. Data, která bylo potřeba získat:

- Výnos tržního portfolia *Rm*;
- Výnos bezrizikového instrumentu *Rf*;
- Výnos energetického sektoru *Ri*.

Tržní portfolio neboli výnos trhu, byl dle údajů z Kenneth R. French Data Library sestaven ze všech společností z databáze CRSP vždy k začátku měsíce, kótovaných na NYSE, AMEX a Nasdaq. Jako bezriziková výnosová míra byly využity výnosy pokladničních poukázek. Poukázky byly vybrány na základě durace, která byla vždy co nejblíže duraci předešlé

[10] Dostupné na: http://mba.tuck.dartmouth.edu/pages/faculty/ken.french/index.html

poukázky. Dále jako nákupní cena byla vybrána cena 30 dní před splatností a jako cenou prodejní byla cena v den splatnosti, z těchto dvou cen byl vypočítán výnos pro daný měsíc.

Pro získání výnosu reprezentující sektor energetiky bylo vybráno portfolio ze souboru, kde všechny společnosti, které byli zahrnuty do výpočtu tržního výnosu, byly rozděleny do 12 skupin podle odvětví, ve kterém provozovali svou hlavní činnost vždy k začátku pozorovaného měsíce. Skupina společností představující energetiku zahrnovala převážně společnosti zabývající se těžbou a zpracováním minerálních olejů, zemního plynu a uhlí.

Ceny jednotlivých aktiv byly upraveny na logaritmické výnosy:

$$r_{i,t} = ln\frac{p_{i,t}}{p_{i,t-1}}, \tag{49}$$

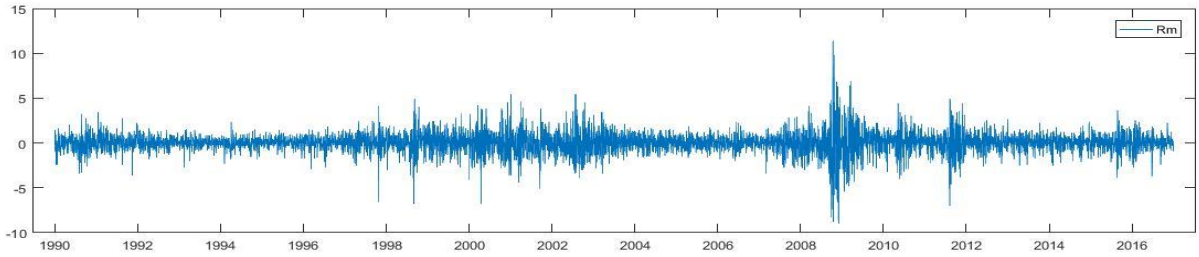
kde $p_{i,t}$ je cena *i-tého* aktiva v čase *t* a $p_{i,t-1}$ je cena *i-tého* aktiva v čase *t-1*. Získané výnosy $r_{i,t}$ byly následně sestaveny do daných portfolií (tržní a energetické). Každý z výnosů portfolia byl vážen tržní kapitalizací příslušné společnosti, čímž byla vytvořena časová řada tržních výnosů a časová řada výnosů energetického sektoru. Podrobnosti zmíněné metodiky jsou popsány v CRSP Data Descriptions Guide (2017)[11].

Pro účely této práce bylo potřeba data ještě dále upravit tak aby bylo možné na základě vztahů vyplývajících z rovnic (1) a (3) možné odhadnout vývoj kovariance a rozptylu. Od každé z těchto časových řad byl odečten bezrizikový výnos čímž byla získána časová řada tržní prémie MP a riziková prémie RP. Vizualizaci původních výnosů znázorňuje graf 1, 2 a 3.

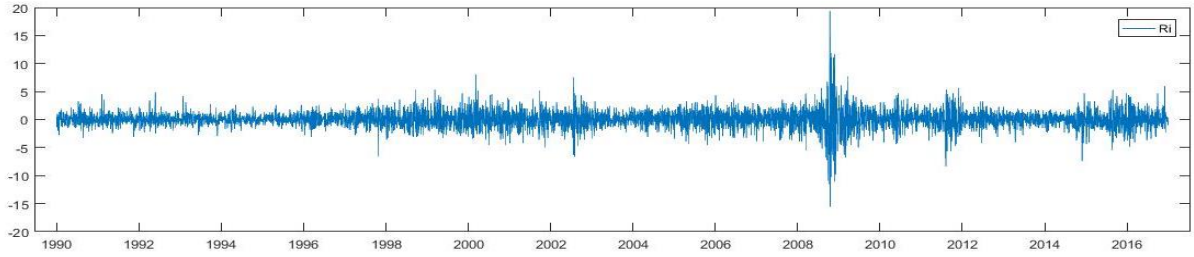
Při pohledu na graf 1 a 2, jsou na první pohled zřejmá období zvýšené volatility trhů mezi roky 1998 až 2003 a potom po roce 2008. V obou případech byla tato nestabilita vyvolána krizí. Vidíme, že na výnosech trhu se zvýšena volatilita kolem toku 2000 projevila méně než na datech představujících výnosy energetického trhu. To stejné platí pro šok po roce 2008, v tomto případě je však vývoj více podobný. Můžeme si také všimnout, že větší změny v hodnotách výnosů jsou následovány dalšími velkými změnami, tomuto jevu říkáme shlukování volatility. Na grafu 3 vidíme výnosy bezrizikového aktiva, které na rozdíl od předchozích dvou výnosů nejsou řízeny stejnými tržními mechanismy. Vývoj *Rf* je řízen změnou sazeb centrální banky.

[11] Dostupné na: http://www.crsp.com/files/data_descriptions_guide_0.pdf

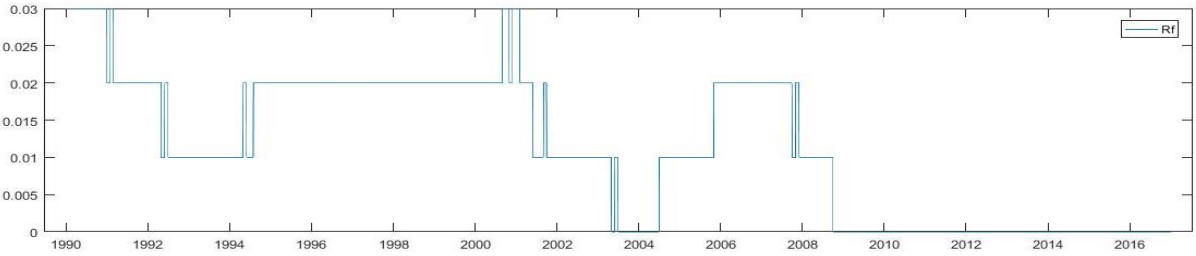
Graf 1: Výnos tržního portfolia



Graf 2: Výnosy energetického portfolia



Graf 3: Výnosy bezrizikového aktiva



3.2 Popisné statistiky

V této části jsou popsány popisné statistiky použitých časových řad denních výnosů. Jejich číselné charakteristiky jsou shrnuty v tabulce 1. Z charakteristik centrální tendence je uveden aritmetický průměr a medián, pro popis rozptýlenosti je uvedena standartní odchylka, minimální a maximální hodnota. Pro zhodnocení rozdělení dat, tj. zda se rozdělení podobá normálnímu rozdělení, je uvedena také šikmost a špičatost.

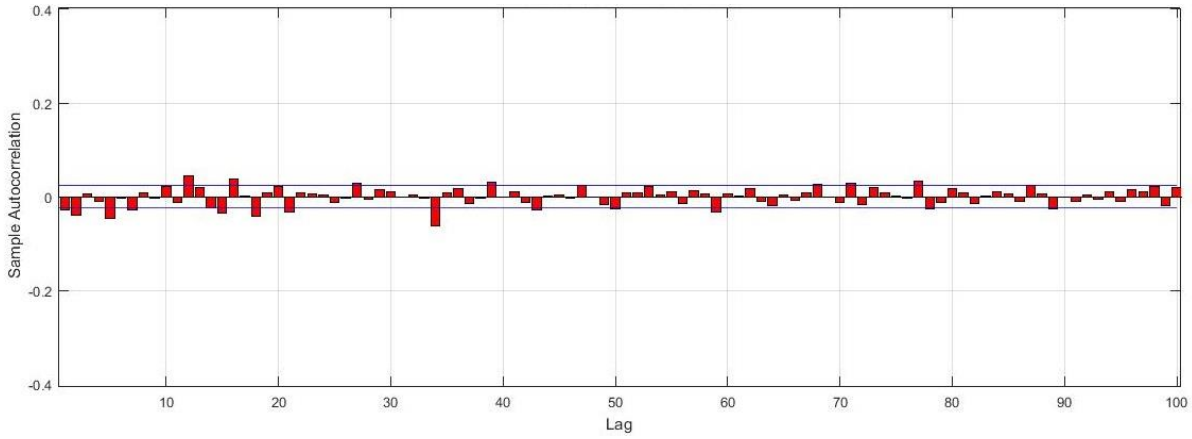
Dle údajů o šikmosti mají data *Ri* kladné zešikmení, jsou zešikmena doprava, a data *Rm* záporné zešikmení, jsou zešikmena doleva. Dále vidíme, že data mají leptokurtické rozdělení a těžké chvosty, což je pro finanční data běžný jev. Z toho vyplívá, že tyto výnosy jsou více rizikové než výnosy s normálním rozdělením. U proměnné *Rf* vidíme zešikmení kladné a nižší špičatost, než má normální rozdělení.

Tabulka 1: Popisné statistiky

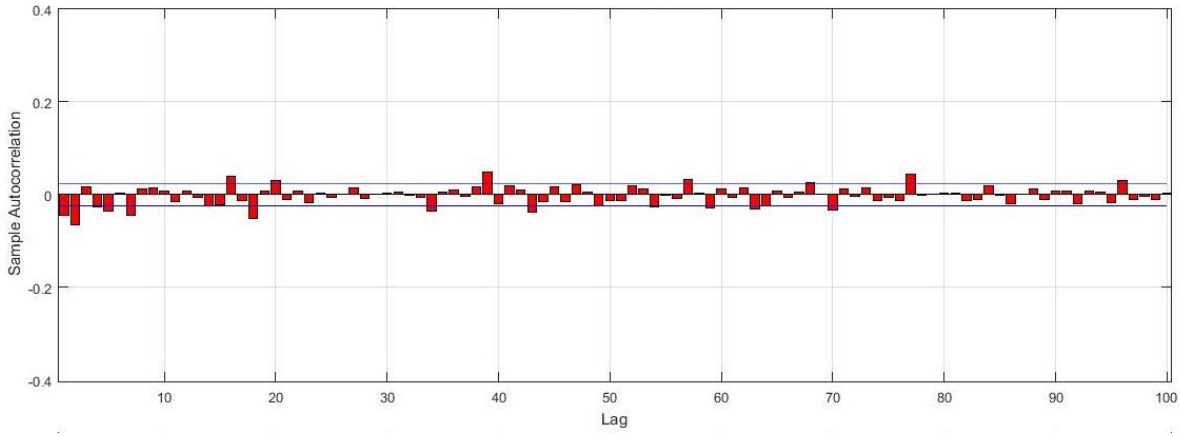
	medián	st. odchylka	min	max	šikmost	špičatost
Rm	0,05000	1,12050	-8,95000	11,34600	-0,12227	8,12050
Ri	0,04000	1,50280	-15,49000	19,33000	0,03406	11,36100
Rf	0,01100	0,00919	0,00000	0,03400	0,17832	-1,24860

Dále zkontrolujeme průběh autokorelační funkce za účelem určení vhodného modelu k získání časové řady nekorelovaných reziduí. Na grafu 2, 3 a 4 je zobrazen graf autokorelační funkce proměnné *Rm*, *Ri* a *Rf* se zpožděním 100. Jestliže jsou data sériově nekorelovaná, předpokládáme, že hranici překročí jen 5 % zpoždění. Vidíme, že u grafů 2 a 3 hranici překročilo více než 5 zpoždění, ale povětšinou jde o proces bez paměti. U proměnné *Rf* však vidíme silnou autokorelaci. To je způsobeno specifičností této proměnné.

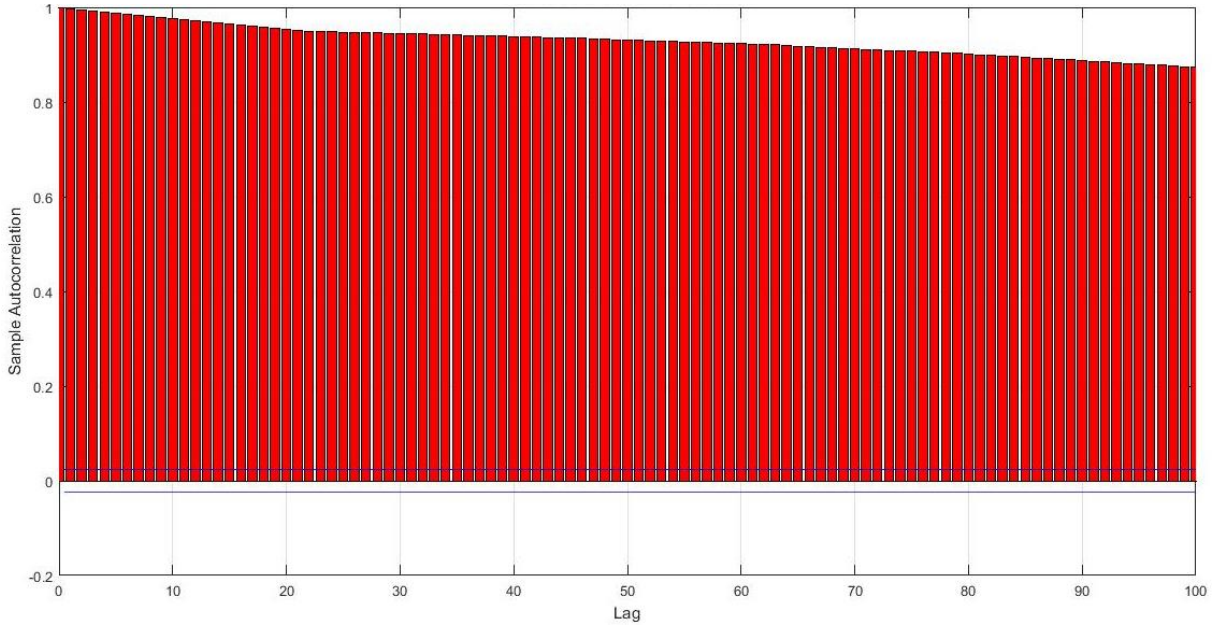
Graf 4: Autokorelační funkce Rm



Graf 5: Autokorelační funkce Ri



Graf 6: Autokorelační funkce Rf



Nyní provedeme Ljung-Box Q-Test autokorelace pro všechny proměnné. Jak naznačuje tabulka 2, u všech proměnných byla nulová hypotéza o nezávislém rozdělení, tedy nepřítomnosti autokorelace, zamítnuta na hladině významnosti 1 %. Všechny tři časové řady jsou tedy autokorelovány.

Tabulka 2: Ljung-Box Q-Test autokorelace

	zpoždění	q. statistika	p-hodnota	kritická hodnota
Rm	100	247,98750	<1 %	124, 34210
Ri	100	273,49890	<1 %	124,34210
Rf	100	593151,74682	<1 %	124,34210

3.3 Test jednotkového kořene

Před provedením odhadu je potřeba data otestovat na přítomnost jednotkového kořene. Pokud by bylo data potřeba stacionarizovat, bylo by provedeno diferencování. To by muselo být provedeno tolikrát, dokud by data nebyla stacionární. Pro testování stacionarity byl zvolen ADF test, a to jako model s konstantou a model s konstantou a trendem. Jako informační kritérium bylo zvoleno BIC kritérium. Počet zpožděných proměnných byl zvolen na základě informačního kritéria. Výsledky testu pro tři časové řady představující tržní výnos, výnos energetického sektoru a bezrizikový výnos jsou shrnuty v tabulce 3.

Vidíme, že u proměnných *Rm* a *Ri* je p-hodnota nižší než 1 %. Na hladině významnosti 1 % tedy zamítáme nulovou hypotézu o přítomnosti jednotkového kořene. Tyto dvě řady jsou tedy stacionární. U třetí časová řady *Rf* však na základě ADF testu nemůžeme nulovou hypotézu zamítnout ani na hladině významnosti 10 %, musíme tedy přistoupit k první diferenciaci.

V tabulce 4 jsou získané hodnoty ADF testu po první diferenciaci proměnné *Rf*. Vidíme, že nyní je p-hodnoty pro tuto časovou řadu menší než 1 %, další diferenciace tedy není potřeba a data jsou stacionována. Zároveň jsou upravené časové řady $Ri - Rf$, dále jen *RP* a $Rm - Rf$, dále jen *MP*, se kterými budeme dále pracovat, stacionární, není tedy potřeba pracovat s diferencí.

Tabulka 3: ADF test

	Model s konstantou			Model s konstantou a trendem		
	zpoždění	t-statistika	p-hodnota	zpoždění	t-statistika	p-hodnota
Rm	1	-61,6234	<1 %	1	-61,6288	<1 %
Ri	1	-63,8157	<1 %	1	-63,8118	<1 %
Rf	23	-1,70971	---	23	-2,02488	---

Tabulka 4: První diferenciace ADF test

	Model s konstantou			Model s konstantou a trendem		
	zpoždění	t-statistika	p-hodnota	zpoždění	t-statistika	p-hodnota
Rf	22	-24,5405	<1%	22	-24,5463	<1%

Tabulka 5: Test ADF pro upravené časové řady

	Model s konstantou			Model s konstantou a trendem		
	zpoždění	t-statistika	p-hodnota	zpoždění	t-statistika	p-hodnota
RP	1	-63,8190	<1 %	1	-63,8148	<1 %
MP	1	-61,6457	<1 %	1	-61,6424	<1 %

3.4 Odhad koeficientu beta

Odhad byl proveden na 6805 denních pozorováních výnosů dvou časových řad z nichž první je portfolio zastupující výnos trhu a druhé portfolio zastupující výnos energetického sektoru. Nejprve provedeme odhad pomocí OLS a následně budou aplikovány tři již zmíněné dynamické modely.

První aplikovanou metodou je tedy OLS. Jako vysvětlující proměnná byla zvolena proměnná *MP* a jako vysvětlovaná *RP*. V tabulce 6 jsou shrnuty výsledky odhadu. Pro vyhodnocení statistické významnosti odhadu byly provedeny jeden test na autokorelaci a dva testy na heteroskedasticitu, jejich výsledky jsou shrnuty v tabulce 7. Prvním aplikovaným testem je Ljung Box Q test, u něhož se nepodařilo zamítnou jeho nulovou hypotézu o nepřítomnosti autokorelace. Další dva testy, White test a Breusch-Pagan test, zkoumají přítomnost heteroskedasticity. U obou byla zamítnuta nulová hypotéza o nepřítomnosti heteroshedastici na hladině významnosti 1 %. Jelikož však byla potvrzena přítomnost autokorelace, nemůžeme rozhodnout o významnosti ostatních testů, jejich odhad není robustní vůči autokorelaci. Současně nemůžeme určit ani statistickou významnost odhadnutých parametrů či modelu. Řešením tohoto problému s autokorelací a heteroskedasticitou je využít při odhadu OLS odhad robustních směrodatných chyb.

Tabulka 6: Parametry OLS

	parametr	odhad	st. odchylka	t-test	signif.
OLS	Alfa	0,00848	0,01357	0,61490	---
	Beta	0,89522	0,01211	73,93000	***

Legenda: signifikantnost parametrů je dána: $\alpha_{0,10}$=*; $\alpha_{0,05}$=**; $\alpha_{0,01}$=***;

Tabulka 7: Výsledky testů

	t-statistika	p-hodnota	signif.
Ljung Box Q test	1,03183	0,31000	---
White test	926,82100	0,00000	***
Breusch-Pagan test	36,60700	0,00000	***

Legenda: signifikantnost parametrů je dána: $\alpha_{0,10}$=*; $\alpha_{0,05}$=**; $\alpha_{0,01}$=***;

Výsledky odhadnuté regrese OLS pomocí HAC (Heteroscedasticity and autocorrelation consistent covariance estimators) s šířkou okénka 14 jsou shrnuty v tabulce 8, kde parametr alfa představuje úrovňovou konstantu a parametr beta představuje náš hledaný koeficient beta.

Nyní již můžeme vyhodnotit statistickou významnost jednotlivých parametrů. Vidíme, že hodnota t-testu se razantně snížila i přesto však můžeme zamítnout nulovou hypotézu o nevýznamnosti parametru na hladině významnosti 1 %. Upravený koeficient determinace je 44,5 %. AIC kritérium pro OLS je 20 843,52 a kritérium BIC 20 850,34541.

Tabulka 8: Parametry OLS, odhad HAC

	parametr	odhad	st. odchylka	t-test	signif.
OLS	Alfa	0,00848	0,01222	0,69410	---
	Beta	0,89522	0,04856	18,44000	***

Legenda: signifikantnost parametrů je dána: $\alpha_{0,10}$=*; $\alpha_{0,05}$=**; $\alpha_{0,01}$=***;

Druhou aplikovanou metodou pro náš odhad je model DCC, který neuvažuje žádné asymetrie. Odhadnuté parametry modelu DCC, jejich hodnoty a statistická významnost jsou v tabulce 9. K ověření statistické významnosti je využit t-test. S jeho pomocí je testována platnost nulové hypotézy o nevýznamnosti parametrů. Vidíme, že u obou parametrů je hodnota t-testu vysoká, a tedy padá do kritického oboru hodnot. Oba parametry alfa i beta jsou statisticky významné na hladině významnosti 1 %. Z významnosti parametru beta tak vyplývá, že podmíněné kovariance vykazují paměť a ze statistické významnosti parametru alfa, že vliv nové informace na korelaci je také významný.

Dále jsou shrnuty parametry modelu GARCH pro proměnné *RP* a *MP* a jejich statistická významnost. Na základě t-statistiky byla ověřena statistická významnost všech parametrů. Všechny odhadnuté parametry jsou statisticky významné na hladině významnost 1 %. V případě parametru alfa to tedy potvrzuje významnost nové informace obsažené v e_{t-1}^2. Významnost parametru beta říká, že podmíněný rozptyl vykazuje paměť.

Tabulka 9: Parametry DCC GARCH

	parametr	odhad	st. odchylka	t-test	signif.
DCC	Alfa	0,04393	0,00528	8,31935	***
	Beta	0,95313	0,00585	163,01154	***
GARCH	Omega	0,01352	0,00452	2,98984	***
	Alfa	0,06191	0,00818	7,57256	***
	Beta	0,93200	0,00935	99,67501	***
	Omega	0,01453	0,00366	3,97455	***
	Alfa	0,08736	0,01179	7,40973	***
	Beta	0,89980	0,01297	69,38285	***

Legenda: signifikantnost parametrů je dána: $\alpha_{0,10}$=*; $\alpha_{0,05}$=**; $\alpha_{0,01}$=***;

Druhou metodou použitou k odhadu je DCC GJR-GARCH, kterým byl odhadnut vývoj korelace bez asymetrií a asymetrický vývoj volatility. V tabulce 10 jsou odhadnuty parametry modelu.

Oba parametry dynamické podmíněné korelace jsou významné na hladině významnosti 1 %. Můžeme tedy říct, že i v tomto případě je vliv nové informace na korelaci významný a podmíněné kovariance vykazují paměť.

Dále tabulka shrnuje výsledné parametry nelineárního modelu volatility GJR-GARCH. Vidíme, že v tomto případě byly odhadnuty 4 parametry, jelikož nám přibyl parametr gama, který zachycuje asymetrie ve volatilitě a je pro nás důležitá právě jeho statistická významnost. I zde jsou je většina parametrů statisticky významná a p-hodnota je menší než 1 %. Pouze u parametru alfa pro proměnnou *MP* se nepodařilo vyvrátit nulovou hypotézu o statistické nevýznamnosti parametru. Důležitá je pro nás však asymetrická složka odhadu rozptylu, která se ukázala jako významná. Můžeme tedy říci, že se v procesu vyskytují asymetrie způsobené odlišnými reakcemi na pozitivní a negativní zprávy.

Tabulka 10: Parametry modelu DCC GJR-GARCH

	parametr	odhad	st. odchylka	t-test	signif.
DCC	Alfa	0,04883	0,00615	7,93924	***
	Beta	0,94637	0,00710	133,28586	***
GJR-GARCH	Omega	0,01719	0,00480	3,57678	***
	Alfa	0,02911	0,00604	4,81651	***
	Gama	0,06321	0,01232	5,13290	***
	Beta	0,93196	0,00910	102,37022	***
	Omega	0,01929	0,00433	4,45866	***
	Alfa	0,00336	0,00931	0,36150	---
	Gama	0,15088	0,02068	7,29467	***
	Beta	0,90374	0,01603	56,39327	***

Legenda: signifikantnost parametrů je dána: $\alpha_{0,10}$=*; $\alpha_{0,05}$=**; $\alpha_{0,01}$=***;

Posledním aplikovaný modelem je ADCC GJR-GARCH model. Tento model byl použit pro zachycení asymetrických reakcí jak ve volatilitě, tak v korelaci. U tohoto modelu je důležitý výsledek statistické významnosti u parametru značícího přítomnost asymetrického chování systematického rizika. Tabulka 11 shrnuje odhady parametrů tohoto modelu. U parametru alfa se podařilo na základě t-statistiky zamítnout nulovou hypotézu na hladině významnosti 1 %. I v tomto modelu je tedy vliv nové informace na korelaci významný. Dalším odhadnutým parametrem je gama. U tohoto parametru se podařilo vyvrátit nulovou hypotézu na hladině významnosti 5 %. Podařilo se tedy potvrdit přítomnost asymetrického vztahu korelace mezi výnosy energetického sektoru a výnosy představující trh.

Posledním odhadnutým parametrem je beta. I v tomto případě je parametr statisticky významný, a to na hladině významnosti 1 %. V procesu podmíněné kovariance je tedy přítomna paměť.

Dále jsou v tabulce shrnuty výsledky odhadnutých parametrů pro nelineární model volatility, který je součástí odhadovaného modelu. Při pohledu na odhad parametrů modelu volatility v předchozí podkapitole je zřejmé, že odhady v této tabulce jsou shodné s odhady v tabulce 9, kde byl stejný model součástí odhadu DCC GJR-GARCH. Interpretace výsledků je tedy totožná. I zde jsou všechny parametry, až na alfa pro proměnnou *MP*, statisticky významné na hladině významnosti 1 %. Na této hladině významnosti se tedy podařilo vyvrátit nevýznamnost asymetrické složky v rozptylu.

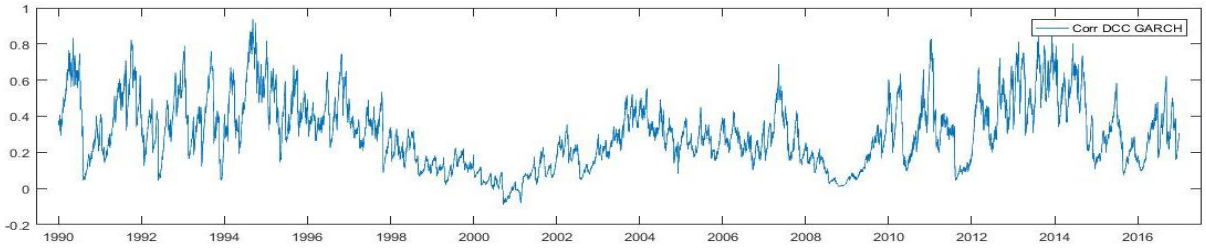
Tabulka 11: Parametry ADCC GJR-GARCH

	parametr	odhad	st. odchylka	t-test	signif.
ADCC	Alfa	0,03854	0,00617	6,24680	***
	Gama	0,02381	0,01053	2,26202	**
	Beta	0,94731	0,00748	126,61954	***
GJR-GARCH	Omega	0,01719	0,00480	3,57678	***
	Alfa	0,02911	0,00604	4,81651	***
	Gama	0,06321	0,01232	5,13290	***
	Beta	0,93196	0,00910	102,37022	***
	Omega	0,01929	0,00433	4,45866	***
	Alfa	0,00336	0,00931	0,36150	---
	Gama	0,15088	0,02068	7,29467	***
	Beta	0,90374	0,01603	56,39327	***

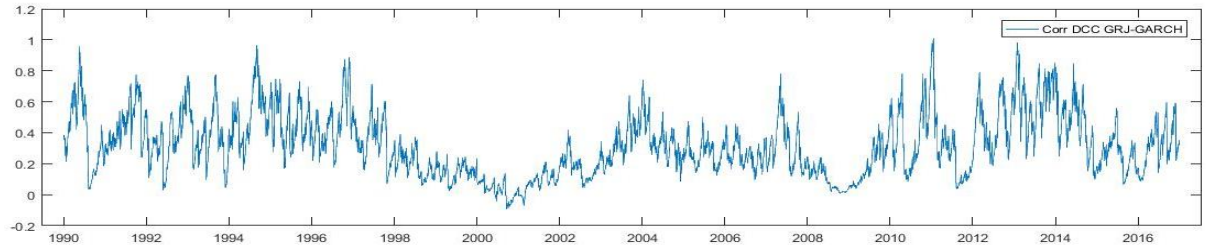
Legenda: signifikantnost parametrů je dána: $\alpha_{0,10}$=*; $\alpha_{0,05}$=**; $\alpha_{0,01}$=***;

Ze všech modelů byl vygenerován také průběh korelace. Na grafu 7, 8 a 9, vidíme vývoj korelace denních výnosů energetického a tržního portfolia. Je zřejmé, že mimo období krizí jsou výnosy místy silně korelované, naopak v období krize se vzájemný vztah pohybuje lehce nad nulou. Především si můžeme všimnou, že mimo období zvýšené volatility výnosů vykazuje lineární závislost vždy se začátkem roku nárůst a s koncem roku propad. V období krizí jsou výkyvy v poměru se zbytek pozorování malé a mají tendenci klesat. Dále vidíme, že průběh této závislosti je u všech odhadu velmi podobný.

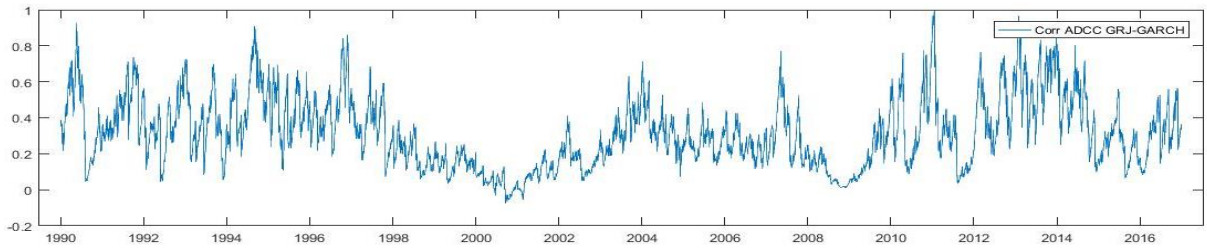
Graf 7: Vývoj podmíněné korelace DCC GARCH



Graf 8: Vývoj podmíněné korelace DCC GJR-GARCH



Graf 9: Vývoj podmíněné korelace ADCC GJR-GARCH



Ze získaných hodnot z podmíněné kovarianční matice H_t každého z dynamických modelů byl odhadnut vývoj koeficientu beta pro energetický sektor za období od roku 1990 do roku 2016, pomocí vzorce:

$$\beta_{CAPM\ t} = \frac{h_{12,t}}{h_{22,t}} = \frac{cov(RP.MP)_t}{var(MP)_t}, \tag{50}$$

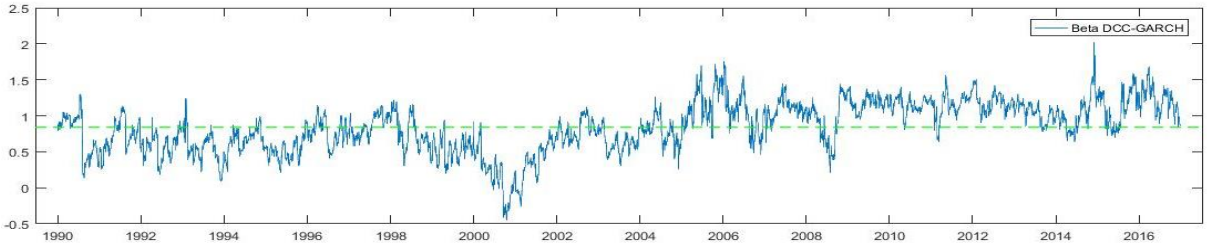
kde $h_{12,t}$ je prvek matice H_t v prvním řádku a druhém sloupci v čase *t*, který představuje kovarianci mezi proměnnou *RP* a *MP*, $h_{22,t}$ je prvek matice H_t, který představuje rozptyl proměnné *MP* v čase *t*.

Výsledné procesy jednotlivých odhadů jsou zobrazeny v grafu 10, 11 a 12. Zelená přerušovaná čára znázorňuje průměr všech pozorování. Vidíme, že kdybychom brali průměr hodnot za kratší časové období, například 2010 – 2016, byl by průměr nad úrovní hodnoty 1.

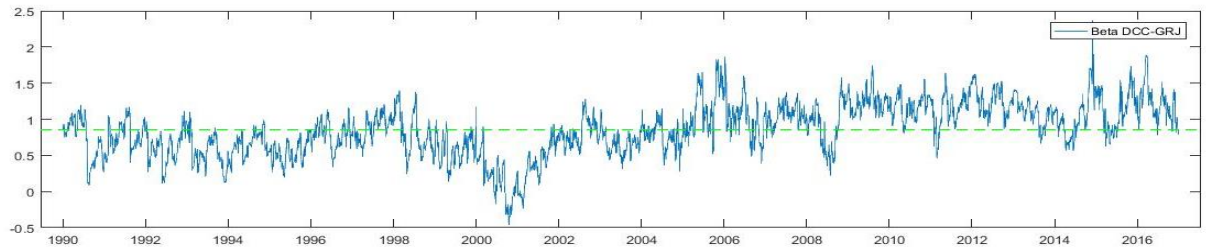
Je zřejmé, že vývoj parametru beta je opět pro všechny odhady velmi podobný, pouze u modelů zachycujících asymetrii ve volatilitě jsou odhadnuté hodnoty jen nepatrně vyšší. Při bližším pohledu na vývoj bety vidíme, že například v období do roku 1998 má hodnota tendenci vždy se začátkem roku stoupat a na konci roku se propadnout. Obdobný náznak sezónnosti vidíme i ve zbytku pozorování. Největší propady v hodnotě parametru jsou však způsobeny krizemi po roce 2000 a v roce 2008. Ačkoli v období krizí má kovariance, v čitateli tohoto koeficientu, tendenci prudce růst, čímž by měla vzrůst i hodnota tohoto koeficientu, zde vidíme, že hodnota koeficientu naopak klesla. Pokud bychom si vývoj koeficientů rozložili na složku kovariance a rozptylu, viděli bychom, že v daných obdobích kovariance sice skokově narostla, zároveň však vzrostly odchylky od průměru. Rozptyl, ve jmenovateli koeficientu beta, je tedy v takových obdobích evidentně vyšší než obvykle a koeficient vyjadřující systematické riziko tak klesá.

Porovnání všech odhadnutých koeficientů znázorňuje graf 19. Tabulka 12 shrnuje vlastnosti odhrnutých parametrů beta pomocí dynamických modelů.

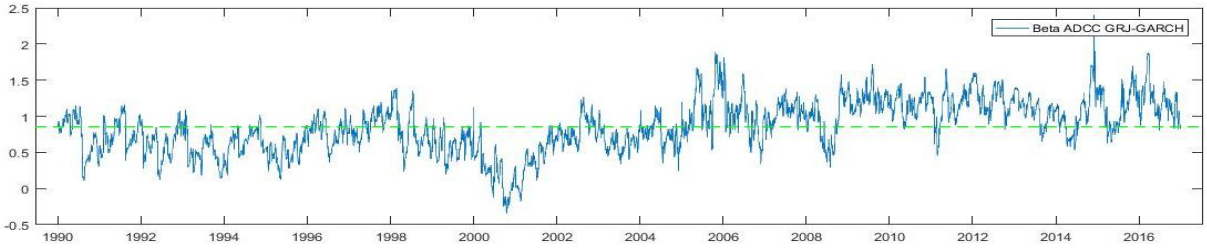
Graf 10: Koeficient beta DCC GARCH



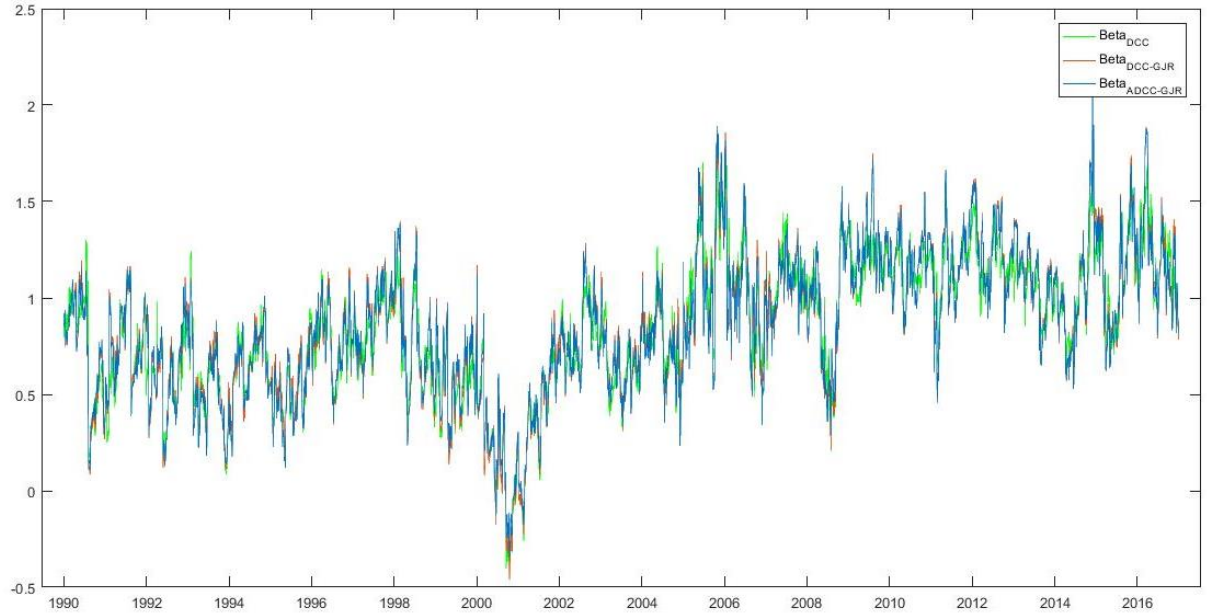
Graf 11: Koeficient beta DCC GJR-GARCH



Graf 12: Koeficient beta ADCC GJR-GARCH



Graf 13: Porovnání výsledných koeficientů



Při pohledu do tabulky 12 níže vidíme, že nejvyšší průměrné hodnoty a zároveň nejvyšší mediánové hodnoty dosáhl odhad pomocí modelu DCC GJR-GARCH. Tento odhad také vykazuje největší standartní odchylku. Druhých nejvyšších hodnot dosáhl model ADCC GJR-GARCH, jak u průměru a mediánu, tak u standartní odchylky. Třetí model také odhadl nejvyšší maximální hodnotu koeficientu, hodnotu nejnižší odhadl model druhý. Dále vidíme, že všechny odhady jsou negativně zešikmeny, u odhadu třetího je však zešikmení jen velmi malé. Všechny tři odhady mají leptokurtické rozdělení, jsou tedy špičatější než normální rozdělení. Můžeme tedy říci, že většina odhadnutých hodnot leží blízko střední hodnoty a na rozptyl mají vliv odlehlejší a méně pravděpodobné hodnoty.

Tabulka 12: Vlastnosti odhadnutých koeficientů beta

	DCC GARCH	DCC GJR-GARCH	ADCC GJR-GARCH
st. odchylka	0,343000	0,35919	0,35335
min	-0,44646	-0,46292	-0,34315
max	2,01666	2,35995	2,40424
průměr	0,84125	0,85500	0,85401
medián	0,84862	0,85437	0,85125
šikmost	-0,35127	-0,17395	-0,09142
špičatost	3,10452	3,15861	3,01313
t-test	202,3228	196,3621	199,3750
signif.	***	***	***

Legenda: signifikantnost parametrů je dána: $\alpha_{0,10}$=*; $\alpha_{0,05}$=**; $\alpha_{0,01}$=***;

Tabulka 13 shrnuje odhadnuté parametry jednotlivých modelů a informační kritérium pro každý z nich. Informační kritérium je vypočteno pro každý model zvlášť. Nejvhodnější model je ten, s nejnižší hodnotou informačního kritéria. Modely jsou pak mezi sebou porovnány pomocí rozdílu mezi získanou hodnotou informačního kritéria pro daný model a minimální hodnotou. Model s rozdílem BIC menším než dva, můžeme považovat za potencionálně vhodný. Respektive, pokud je rozdíl mezi daným a nejlepším modelem menší než 2, není model s nejnižší hodnotou BIC jednoznačně ten nejvhodnější. Až model s hodnotou kritéria nižší o deset a více, může být hodnocen jako vhodnější (Hardin a Hilbe, 2007).

Vidíme, že v rámci porovnání dynamických modelů mezi sebou dopadl nejlépe model poslední a teoreticky na základě BIC kritéria můžeme uvažovat i o modelu druhém jako potencionálně nejlepším. Pokud však porovnáme výsledky těchto dvou kritérií modelu OLS s výsledky v tabulce 13, budou se rozdíly hodnot kritérií pohybovat v řádech tisíců. Výsledek informačních kritérií pro model OLS byl totiž o více než 15 000 nižší než nejlépe hodnocený dynamický model. Jistý vliv na tento výsledek má také fakt, že při výpočtu těchto kritérií jsou penalizovány složitější modely, tedy modely s vyšším počtem odhadovaných parametrů. U dynamických modelů bylo odhadováno až jedenáct parametrů, kdežto u OLS byl odhadován pouze jeden parametr. Ačkoli výsledky těchto kritérií hodnotí OLS jako jednoznačně nejvhodnější model, konečné vyhodnocení modelu je souhrnem i dalších informací, které jsme během odhadu získali.

Tabulka 13: Zhodnocení modelů dle informačního kritéria

	DCC GARCH	DCC GJR-GARCH	ADCC GJR-GARCH
alfa	0,04393	0,04883	0,03854
signif.	***	***	***
beta	0,95313	0,94637	0,94731
signif.	***	***	***
gama	---	---	0,02381
signif.	---	---	**
AIC	36 267	36 104	36 095
Δ	171	9	0
BIC	36 328	36 179	36 177
Δ	151	2	0

Legenda: signifikantnost parametrů je dána: $\alpha_{0,10}$=*; $\alpha_{0,05}$=**; $\alpha_{0,01}$=***; Δ=AICi-AICmin nebo BICi-BICmin

Abychom mohli zhodnotit, který z odhadů je nejvýznamnější je potřeba mezi sebou porovnat samotné odhady parametru beta. Výsledky tohoto porovnání jsou shrnuty v tabulce 14. V prvních dvou sloupcích tabulky vidíme páry odhadů, pro které byl proveden test. Testované hypotézy pro všechny páry testů:

$H_0: Beta_{DCC\ GARCH} = Beta_{DCC\ GJR-GARCH}$;

$H_1: Beta_{DCC\ GARCH} \neq Beta_{DCC\ GJR-GARCH}$.

$H_0: Beta_{DCC\ GJR-GARCH} = Beta_{ADCC\ GJR-GARCH}$;

$H_1: Beta_{DCC\ GJR-GARCH} \neq Beta_{ADCC\ GJR-GARCH}$.

$H_0: Beta_{ADCC\ GJR-GARCH} = Beta_{DCC\ GARCH}$;

$H_1: Beta_{ADCC\ GJR-GARCH} \neq Beta_{DCC\ GARCH}$.

U prvního testovaného páru vidíme, že se na hladině významnosti 5 % zamítáme nulovou hypotézu ve prospěch alternativní hypotézy. Odhady se tedy statisticky liší na hladině významnosti 5 %. U druhého testu vidíme, že se nám na základě výsledné hodnoty nepodařilo zamítnout nulovou hypotézu, nemůžeme tedy říci, že mezi oběma odhady existuje statisticky významný rozdíl. U třetího páru odhadů, stejně jako u prvního, můžeme na hladině významnosti 5 % zamítnout nulovou hypotézu, mezi testovanými odhady tedy existuje statisticky významný rozdíl.

Na základě výsledků jednotlivých testů a statistické významnosti výsledných parametrů, můžeme říci, že existují asymetrické vztahy v systematickém riziku. Z toho důvodu se jako nejvhodnější metoda odhadu jeví ta, která je schopná tyto asymetrie zachytit.

Při zvážení výsledků informačního kritéria spolu s výsledky t-testu a statistické významnosti jednotlivých parametrů odhadnutých modelů, můžeme usoudit, že vhodnější metodou pro odhad vývoje koeficientu beta jsou primárně modely zachycující asymetrický vývoj volatility. Model, který krom asymetrického vývoje volatility zachycuje také asymetrický vývoj korelace, se na základě informačního kritéria zdá být zanedbatelně vhodnější. Jeho parametr gama, který představuje asymetrie, je statisticky významný na hladině významnosti 5 %, zatímco parametry gama v modelech volatility jsou ve všech případech statisticky významný na hladině významnosti 1 %. Zároveň na základě výsledků z tabulky 14 vidíme, že statisticky významný rozdíl vzniká pouze při změně modelu volatility. Po shrnutí těchto závěrů můžeme říci, že existují asymetrické vztahy v systematickém riziku.

Tabulka 14: Testování odhadu

Testovaný odhad vůči odhadu		t-test	signif.
DCC GARCH	DCC GJR-GARCH	0,84929	**
DCC GJR-GARCH	ADCC GJR-GARCH	0,16952	---
ADCC GJR-GARCH	DCC GARCH	1,23285	**

Legenda: signifikantnost parametrů je dána: $\alpha_{0,10}$=*; $\alpha_{0,05}$=**; $\alpha_{0,01}$=***

Závěr

Tato práce se zabývala modelováním podmíněného koeficientu beta a zkoumáním přítomnosti asymetrie v systematickém riziku pomocí několika modelů podmíněné korelace a podmíněné autoregresivní volatility. Odhad byl proveden na časových řadách výnosů portfolia sestaveného z akcií společností energetického sektoru a portfolia zastupující celý trh. Data byla upravena dle vztahů vyplývajících z CAPM, čímž vznikly dvě časové řady *RP* a *MP*, které byly následně použity k odhadu modelů.

První aplikovanou metodou bylo OLS. Následoval odhad pomocí DCC, DCC GJR-GARCH a ADCC GJR-GARCH. U těchto tří modelů pro nás byla důležitá především statistická významnost asymetrických parametrů u modelů DCC GJR-GARCH a ADCC GJR-GARCH.

Na základě získaných výsledků můžeme říci, že existují asymetrické vztahy v systematickém riziku. Dle asymetrických parametrů jednotlivých modelů se nám podařilo potvrdit přítomnost asymetrických reakcí ve volatilitě i korelaci výnosů energetického portfolia s tržním portfoliem. V případě volatility asymetrické parametry vykazují statistickou významnost na hladině významnosti 1 %, zatím co v případě korelace jsou tyto parametry statisticky významné na hladině významnosti 5 %. V návaznosti na tyto výsledky můžeme říci, že přítomnost asymetrických reakcí je statisticky významnější ve volatilitě, což souhlasí se závěry, ke kterým došli Cappiello, Engle a Sheppard (2006). Díky statistické významnosti ostatních parametrů odhadnutých modelů můžeme říci, že předpoklad v čase proměnné bety, jak uvádí Engle (2014), Fabozzi a Francis (1978) je správný.

Při testování samotného odhadu koeficientu beta pomocí modelů DCC jsme došli k závěru, že statisticky významný rozdíl při odhadu vzniká pouze při použití asymetrického modelu volatility. Rozdíl mezi modelem, který zohledňuje asymetrie v korelaci a tím, který je nezohledňuje, je statisticky nevýznamný.

Získané výsledky by mohly být použity pro další analýzu vývoje dynamiky koeficientu beta pro kratší časová období, kde by mohly být porovnány výsledky z období krizí a mimo ně. Přidanou hodnotou by byla také predikce koeficientu beta pomocí těchto metod.

Literatura

Asteriou, D., Hall S.G. (2011). Applied econometrics. Palgrave Macmillan. 2th Edition, pp.334-354.

Bali, T. G., Engle R. F., Yi T. (2016). Dynamic Conditional Beta is Alive and Well in the Cross-Section of Daily Stock Returns. Georgetown McDonough School of Business Research pp.2012-2016.

Black, F. (1972). Capital Market Equilibrium with Restricted Borrowing Journal of Business. 45:3, pp. 444-454.

Black, F., Jensen M., Scholes M. (1972). The Capital Asset Pricing Model: Some Empirical Tests, in Studies in the Theory of Capital Markets. Michael C. Jensen, ed. New York: Praeger, pp. 79-121.

Bollerslev, T., Engle, R., Wooldridge, J. (1988). A capital asset pricing model with time-varying covariances The Journal of Political Economy, pp 116-131.

Box, G. E. P., Jenkins G. M. (1970). Time series analysis: Forecasting and control. San Francisco: Holden-Day.

Cappiello, L, Engle R. F., Sheppard K. (2006). Asymmetric Dynamics in the Correlations of Global Equity and Bond Returns, Journal of Financial Econometrics. pp.537-572.

Dickey, D. A., Fuller W. A. (1979). Distribution of the Estimators for Autoregressive Time Series With a Unit Root. Journal of the American Statistical Association. vol. 74. pp.427-431.

Elton, E. J., Gruber M.J., Das S., Hlavka M. (1993). Efficiency with Costly Information: A Reinterpretation of Evidence from Managed Portfolios. Review of Financial Studies. pp.1-22.

Engle, R, Sheppard K. (2001). Theoretical and empirical properties of dynamic conditional correlation multivariate garch, National Bureau Of Economic Research, Cambridge, Working. pp.8554

Engle, R. F. (1982). Autoregressive conditional heteroscedasticity with estimates of the variance of united kingdom inflation, Econometrica 50(4). pp. 987-1007.

Engle, R. F., Kraft D. (1983). Multiperiod forecast error variances of inflation estimated from ARCH models, in: A. ZeUner, ed., Applied time series analysis of economic data. Bureau of the Census, Washington, DC. 293-302.

Engle, R. F., Lilien D. M., Robins R. P. (1987). Estimating Time Varying Risk Premia in the Term Structure: The Arch-M Model. Econometrica. vol. 55, No. 2, pp. 391-407.

Engle, R.F. (1999). Dynamic conditional correlation – A simple class of multivariate garch models. Department of Finance, New York University Leonard N. Stern School of Business, New York and Department of Economics, University of California, San Diego.

Engle, R. F. (2014). Dynamic conditional beta, Journal of Financial Econometrics (2016). pp. 643-667.

Engle, R. (2001). GARCH 101: The Use of ARCH/GARCH Models in Applied Econometrics. Journal of Economic Perspectives, 15(4), pp.157-168.

Engle, R. (2009). Econometric Analysis of the DCC Model. In Anticipating Correlations: A New Paradigm for Risk Management. Princeton University Press. (pp. 130-136).

Fabozzi, J. F., Focardi M. S., Kolman N. P. (2006). Financial modeling of the equity market: from CAPM to cointegration. John Wiley & Sons, Inc., pp.208-212

Fabozzi, J. F., Francis J. C. (1978). Beta as a Random Coefficient, The Journal of Financial and Quantitative Analysis, Vol. 13, No. 1, pp.101-116

Faff, R. W., Hiller D., Hiller J. (2000). Time Varying Beta Risk: An Analysis of Alternative Modelling Techniques, Journal of Business Finance & Accounting, vol. 27, pp 523-554.

Fama, E. F. (1968). Risk, Return and Equilibrium: Some Clarifying Comments, The Journal of Finance. pp. 29-40.

Fama, E. F., French K. (1992). The cross-section of expected stock returns. Journal of Finance. pp. 427-65.

Fama, E. F., French K. R. (2004). The Capital Asset Pricing Model: Theory and Evidence. Journal of Economic Perspectives, 18(3): 25-46.

French, C. W. (1968). Risk, Return And Equilibrium: Some Clarifying Comments. Journal of Finance, Vol. 23, Issue 1, pp. 29-40.

French, C. W. (2003). The Treynor Capital Asset Pricing Model, Journal of Investment Management, Vol.1. No.2., pp. 60-72.

Gong, S. X. H., Michael F., Cullinane K. (2006). Beta estimation and stability in the US-listed international transportation industry. Review of Pacific Basin Financial Markets and Policies, 9 (3), 463-490.

Hardin, J. W., Hilbe J. M. (2007). Generalized Linear Models and Extensions, pp. 100-101.

Chiang, C. T., Li, Jiandong (2009). The Dynamic Correlation Between Stock and Bond Returns: Evidence from the U.S. Market: Department of Finance, LeBow College of Business, Drexel University, Chinese Academy of Finance and Development (CAFD), Central University of Finance and Economics (CUFE).

Jensen, M. C. (1968). The Performance of Mutual Funds in the Period 1945-1964. Journal of Finance. 23:2, pp. 389-416.

Lakonishok, J., Shapiro A. C. (1986). Systematic risk, total risk and size as determinants of stock market returns, Journal of Banking & Finance, vol. 10, issue 1, pages 115-132.

Litner, J. (1965). The Valuation of Risk Assets and the Selection of Risky Investments in Stock Portfolios and Capital Budgets, The review of Economics and Statistics, Vol. 47, No. 1, pp. 13-37.

Mandelbrot, B., Taylor H. M. (1967). On the distribution of stock price differences. Operations Research 15(6): pp. pp. 1057-1062.

Markowitz, H. M. (1959). Portfolio Selection: Efficient Diversification of Investments, Cowles Foundation for Research in Economics at Yale University, Monograph 6. New York: John Wiley & Sons, Inc.

Mergner, S., Bulla J. (2008). Time-varying beta risk of pan-European industry portfolios: A comparison of alternative modeling techniques. European Journal of Finance 14. no. 8, 771-802.

Merton, R. C. (1973). An Intertemporal Capital Asset Pricing Model. Econometrica. Vol. 41, No. 5, pp. 867-887.

Moonis, S. A., Shah A. (2003). Testing for Time-variation in Beta in India. Journal of Emerging Market Finance, 2(2), pp. 163-180.

Mossin, J. (1966). Equilibrium in a Capital Asset Market, Econometrica, Vol. 34, No. 4, pp. 768-783.

Prášková, Z. (2016). Základy náhodných procesů II. 2. upravené vydání. Nakladatelství Karolinum, pp.11-12.

Roll, R. (1977). A Critique of the Asset Pricing Theory's Tests' Part I: On Past and Potential Testability of the Theory. Journal of Financial Economics. 4:2, pp. 129-76.

Sharpe, W. F. (1964). Capital Asset Prices: A Theory of Market Equilibrium under Conditions of Risk. The Journal of Finance. Vol. 19, No. 3, pp. 425-442.

Treynor, J. L. (1961). Market Value, Time, and Risk.

Yang, J., Zhou Y., Leung W. K. (2012). Asymmetric Correlation and Volatility Dynamics among Stock, Bond, and Securitized Real Estate Markets. The Journal of Real Estate Finance and Economics.

Woolgridge, J.M., Bollerslev T., Engle R. (1988). A capitral asset pricing model with time-varying covariances. Journal of political Economy. vol 96. no 1.

Další zdroje

Dr. Kevin Sheppard, Matlab Toolbox, dostupné z: https://www.kevinsheppard.com/Category:Teaching

Center for Research in Security Prices, Data Descriptions Guide, US Stock and Index databases, dostupné z: http://www.crsp.com/files/data_descriptions_guide_0.pdf

Kenneth R. French, Data Library, dostupné z: ttp://mba.tuck.dartmouth.edu/pages/faculty/ken.french/index.html

Seznamy grafů a tabulek

Seznam grafů

Graf 1: Výnos tržního portfolia 23
Graf 2: Výnosy energetického portfolia 23
Graf 3: Výnosy bezrizikového aktiva 23
Graf 4: Autokorelační funkce Rm 24
Graf 5: Autokorelační funkce Ri 24
Graf 6: Autokorelační funkce Rf 25
Graf 7: Vývoj podmíněné korelace DCC GARCH 31
Graf 8: Vývoj podmíněné korelace DCC GJR-GARCH 31
Graf 9: Vývoj podmíněné korelace ADCC GJR-GARCH 31
Graf 10: Koeficient beta DCC GARCH 32
Graf 11: Koeficient beta DCC GJR-GARCH 32
Graf 12: Koeficient beta ADCC GJR-GARCH 33
Graf 13: Porovnání výsledných koeficientů 33

Seznam tabulek

Tabulka 1: Popisné statistiky 24
Tabulka 2: Ljung-Box Q-Test autokorelace 25
Tabulka 3: ADF test 26
Tabulka 4: První diferenciace ADF test 26
Tabulka 5: Test ADF pro upravené časové řady 26
Tabulka 6: Parametry OLS 27
Tabulka 7: Výsledky testů 27
Tabulka 8: Parametry OLS, odhad HAC 28

Tabulka 9: Parametry DCC GARCH 28
Tabulka 10: Parametry modelu DCC GJR-GARCH 29
Tabulka 11: Parametry ADCC GJR-GARCH 30
Tabulka 12: Vlastnosti odhadnutých koeficientů beta 34
Tabulka 13: Zhodnocení modelů dle informačního kritéria 35
Tabulka 14: Testování odhadu 36