

VYSOKÁ ŠKOLA EKONOMICKÁ V PRAZE

FAKULTA INFORMATIKY A STATISTIKY



BAKALÁRSKA PRÁCA

VYSOKÁ ŠKOLA EKONOMICKÁ V PRAZE

FAKULTA INFORMATIKY A STATISTIKY



Názov bakalárskej práce:

**Na bicykli po slovenských hradoch a zámkoch –
aplikácia úlohy obchodného cestujúceho**

Autor:	Andrea Štefancová
Katedra:	Katedra ekonometrie
Odbor:	Matematické metody v ekonomii
Vedúci práce:	Ing. Veronika Skočdopolová, Ph.D.

Prehlásenie:

Prehlasujem, že som bakalársku prácu na tému „Na bicykli po slovenských hradoch a zámkoch – aplikácia úlohy obchodného cestujúceho“ spracovala samostatne. Všetku použitú literatúru a ďalšie podkladové materiály uvádzam v zozname použitej literatúry.

V Prahe dňa 16. mája 2018

.....

Andrea Štefancová

PodĎakovanie:

Rada by som na tomto mieste poďakovala Ing. Veronike Skočdopolovej, Ph.D. za vedenie mojej bakalárskej práce a za podnetné návrhy, ktoré ju obohatili. Taktiež ďakujem mojim spolubývajúcim za neutíchajúcu podporu pri písaní tejto práce.

Abstrakt

Názov práce: Na bicykli po slovenských hradoch a zámkoch – aplikácia úlohy obchodného cestujúceho

Autor: Andrea Štefancová

Katedra: Katedra ekonometrie

Vedúca práce: Ing. Veronika Skočdoplová, Ph.D.

Bakalárska práca sa venuje vytvoreniu trasy pre cyklovýlet po slovenských hradoch, zámkoch a zrúcaninách. Najskôr sa stručne zaoberá problematikou matematického modelovania a lineárneho programovania. Ďalej sa zameriava na teoretické postupy distribučných úloh, konkrétne úlohy dopravného problému, prirad'ovacieho problému, úlohe obchodného cestujúceho a úlohe o pokrytí. Následne práca v krátkosti približuje cyklistickú situáciu na Slovensku a stručne popisuje slovenskú históriu, výstavbu hradov a dejiny vybraných pevností. Praktická časť práce sa zaoberá zberom dát a formuláciou matematického modelu pre okruh naprieč celým Slovenskom. Matematický model je ďalej prepísaný do optimalizačného softvéru *MPL for Windows*, za ktorého pomoci je vypočítané optimálne riešenie. Tieto výsledky sú interpretované a graficky znázornené na mape Slovenska. Úloha je následne modifikovaná, a to tak, že sa namiesto jedného veľkého okruhu vytvárajú tri menšie. Najskôr sú historické opevnenia pomocou algoritmov úlohy o pokrytí rozdelené do troch skupín a následne pre každú z nich naformulovaný matematický model. Výsledky sú opäť interpretované a graficky zaznačené na mape.

Kľúčová slová: lineárne programovanie, úloha obchodného cestujúceho, slovenské hrady, cyklistika

Abstract

Title: On a bicycle around Slovak castles – application of traveling salesman problem
Author: Andrea Štefancová
Department: Department of Econometrics
Supervisor: Ing. Veronika Skočdoplová, Ph.D.

This bachelor thesis focuses on creating a bicycle trip visiting Slovak castles, chateaus and ruins. Firstly, the thesis makes an introduction into the topics of mathematical modelling and linear programming. Secondly, it focuses on the theoretical methods of distribution tasks, specially transportation problem, assignment problem, travelling salesman problem and set covering problem. Subsequently, the thesis briefly reports the current cycling situation in Slovakia and describes Slovak history, the process of building castles and history of some of them. The practical part focuses on a collection of data and a formulation of a mathematical model for the route across the whole country. The mathematical model is further rewritten into a modeling system *MPL for Windows*, which helps to obtain the optimal solution. The results are interpreted and graphically displayed on a map of Slovakia. Subsequently, the problem is modified in a way of creating three routes from different starting points instead of one big route. Firstly, the historic fortifications are distributed into three groups using the algorithms of the set covering problem. Secondly, the mathematical models are created for each of the groups. The results are once again interpreted and graphically displayed on a map.

Keywords: linear programming, travelling salesman problem, Slovak castles, cycling

Obsah

Úvod.....	2
1 Teoretická časť	4
1.1 Matematické modelovanie.....	4
1.2 Lineárne modely	5
1.3 Typické úlohy lineárneho programovania.....	6
2 Cestovný ruch a cyklistika na Slovensku.....	12
2.1 Rozvoj cyklistiky na Slovensku	12
2.2 Slovensko a jeho hrady, zámky a zrúcaniny	14
3 Praktická časť	20
3.1 Vstupné dáta	20
3.2 Model základnej úlohy	25
3.3 Riešenie základnej úlohy	28
3.4 Modifikovaná úloha.....	29
4 Záver	37
5 Literatúra	38

Úvod

Slovensko je malou krajinou v srdci Európy, obkolesenou Českou republikou, Poľskom, Ukrajinou, Maďarskom a Rakúskom. Aj napriek rozlohe 49 035 km² ponúka veľké množstvo prírodných a kultúrnych zaujímavostí. Skutočnosť, že Slovenská republika patrí medzi hornatejšie krajiny a jej obyvateľstvo bolo počas historického vývoja silne spoločensky členené, boli podnetom výstavby veľkého množstva opevnení. Na takto malom území sa nachádza až 427 hradov, zámkov, zrúcanín, kláštorov, opevnených kláštorov, kaštieľov, strážnych veží, pevností, mestských hradieb, hradísk, vidieckych panstiev či iných historických objektov; čím sa Slovensko radí medzi krajiny s najväčším počtom hradov na jedného obyvateľa. Všetky tieto historické opevnenia sú súčasťou kultúrneho dedičstva Slovenska.

Cieľom tejto bakalárskej práce je vytvorenie optimálnej trasy medzi rôznymi slovenskými hradmi, zámkami a zrúcaninami. Touto prácou sa však nesnažím vyzdvihnúť a propagovať len slovenskú históriu a kultúru, ale aj rozmanitosť prírody. Trasa bude preto po zvážení použitia rôznych dopravných prostriedkov absolvovaná na bicykli. Slovensko sa nedá v porovnaní s ostatnými krajinami považovať za cyklistickú veľmoc. Bakalárska práca ale približuje dva značné impulzy rastu záujmu Slovákov o cyklistiku, a to či už ako spôsob prepravy, alebo ako športovú aktivitu. Najmä vďaka financiám z eurofondov a Petrovi Saganovi sa cyklistika na Slovensku stáva čoraz populárnejšou.

V prvej časti zadefinujem teoretické postupy, definície a algoritmy potrebné na porozumenie princípov matematického modelovania. Úvodom priblížim problematiku lineárneho modelovania, keďže úloha obchodného cestujúceho je jeho podmnožinou. Následne klasifikujem typy úloh lineárneho programovania so zameraním sa na distribučné úlohy. Budem sa venovať konkrétne úlohám dopravného problému, priradovacieho problému, úlohe obchodného cestujúceho a úlohe o pokrytí. Práve postupy úlohy obchodného cestujúceho sú esenciálne pri riešení problému tejto práce.

Druhá časť práce približuje situáciu na Slovensku z historického aj cyklistického pohľadu. Najskôr sa venuje problému nedostatku cyklotrás na území krajiny a financovaniu ich výstavby z financií získaných z fondov Európskej únie. Následne bude spomenutá najväčšia osoba súčasnej slovenskej a svetovej cyklistiky, Peter Sagan, ktorý pozitívne ovplyvňuje mnohých ľudí a láka ich k cyklistike. Ďalej sa práca venuje krátkemu zhrnutiu histórie Slovenska a opisu výstavby hradov na jeho území. Na záver druhej časti sú priblížené niektoré z významných hradov, zámkov a zrúcanín, ktorých výskyt vo výslednej trase je podmienkou.

Praktická (tretia) časť bakalárskej práce aplikuje postupy popísané v teoretickej časti za účelom realizácie hlavného cieľu tejto práce. Po charakterizovaní vstupných dát popisuje riešenie problému z hľadiska ekonomických a matematických modelov a obsahuje zápis

modelu do optimalizačného systému *MPL for Windows*, pomocou ktorého bude získané optimálne riešenie. V závere praktickej časti budú výsledky interpretované a aplikované do praxe.

Pre účely prvej kapitoly som sa rozhodla pre literatúru využívanú počas mojich štúdií na Vysokej škole ekonomickej v Praze (VŠE). Ide o knihy, ktoré napísali súčasní či bývalí profesori a docenti VŠE: doc. Ing. Jan Fábry, Ph.D.: *Matematické modelování*; prof. Ing. Josef Jablonský, CSc.: *Programy pro matematické modelování*; doc. Ing. Milada Lagová, CSc., prof. Ing. Josef Jablonský, CSc.: *Lineární modely* a prof. Ing. Josef Jablonský, CSc.: *Operační výzkum*. Samozrejme, existuje aj iná, prevažne zahraničná literatúra, ktorá pojednáva o týchto témach, no táto literatúra bola postačujúca pre získanie potrebných vedomostí na zvládnutie môjho bakalárskeho štúdia, a preto ju považujem za vhodnú pri písaní bakalárskej práce. Kniha prof. RNDr. Jana Pelikána, CSc.: *Diskrétní modely v operačním výzkumu* nie je základnou literatúrou pre absolvovanie bakalárskeho štúdia, no obsahuje viaceré užitočné informácie k teoretickej časti práce.

Prvá časť druhej kapitoly sa venuje súčasnej cyklistike na Slovensku, považujem preto za vhodné čerpať informácie z aktuálnych internetových zdrojov. Podkapitola pojednávajúca o financovaní výstavby cyklotrás z fondov Európskej únie bude čerpať z oficiálnych tlačových správ *Ministerstva pôdohospodárstva a rozvoja vidieka Slovenskej republiky*, *Tlačovej agentúry Slovenskej republiky (TASR)* a *Zastúpenia Európskej komisie na Slovensku*. Ďalšia podkapitola opisujúca život, kariéru a vplyv Petra Sagana bude čerpať z jeho biografii na portáloch *PeterSagan.com* a *TheFamousPeople.com*.

Získať kvalitné informácie o slovenských hradoch, zámkoch a zrúcaninách v českých knižniciach nie je ľahké. Informácie potrebné na stručné zhrnutie histórie Slovenskej republiky budem čerpať z portálu *SlovakiaSite.com*. Následne sa budem venovať opisu procesu a dôvodov výstavby opevnení, pričom informácie budem čerpať z portálu *Profil slovenskej kultúry* a článku Simony Moravayovej: *Život na stredovekých hradoch* vydaného v časopise *Historická revue*. Historické fakty potrebné k opisu histórie a vývoju jednotlivých hradov, o ktorých sa pojednáva v poslednej podkapitole, budem čerpať z kníh Štefana Pisoňa: *Hrady, zámky a kaštiele na Slovensku* a Márie Izakovičovej, Evy Križanovej, Andreja Fialu, ktorú zostavila Elena Ballová-Adamcová: *Slovenské hrady a kaštiele*.

Posledná kapitola, ako už tomu nasvedčuje názov, je praktickou časťou práce. V tejto časti priblížim čitateľovi empirickú časť práce, ktorá využíva teoretické znalosti prvej kapitoly a teda nevyžaduje žiadnu zdrojovú literatúru.

1 Teoretická časť

Táto časť sa venuje definícii odborných termínov a popisu základných matematických problémov, na základe ktorých sú formulované výpočty praktickej časti práce.

1.1 Matematické modelovanie¹

Matematické modelovanie má široké využitie v množstve disciplín, od biológie, chémie, cez meteorológiu a astrológiu až k demografii či ekonómii. Operačný výskum sa zameriava práve na ekonomické problémy. V prípade tejto práce ide o nájdenie najkratšej cesty medzi určitým počtom bodov z databázy bodov na mape.

Kľúčovým termínom je **model**, ktorý predstavuje zjednodušenie reality. Pokiaľ bude skutočnosť zjednodušená príliš, model bude skreslený a výsledky analýzy nepoužiteľné. Pokiaľ sa model bude práve naopak snažiť zachytiť čo najviac detailov, bude síce kvalitný, no analýza bude pre komplikovanosť neuskutočniteľná. Je preto dôležité model stanoviť čo najefektívnejšie.

Na začiatku sa v určitom reálnom systéme vyskytuje problém. Kľúčovou je jeho identifikácia a jasná, stručná a výstižná definícia. Najskôr je potrebné ho ekonomicky interpretovať. Ekonomický model je slovným popisom častí reálneho systému, ktoré s problémom súvisia alebo ho priamo či nepriamo vyvolávajú, a všetkých procesov a činiteľov, ktoré ich ovplyvňujú. Zásadné je stanovenie cieľa, ktorý má byť dosiahnutý.

Nasleduje prevod na matematický model, ktorý problém vyrieši. Jednotlivé časti ekonomického modelu sú pretransformované do parametrov, premenných, funkcií, rovníc, nerovníc či sieťových grafov. Riešenie problému spočíva v zapísaní matematického modelu v kóde či prostredí softvérového systému a jeho následné spustenie, ktoré poskytne požadované výsledky. V praxi je matematický výpočet pre človeka zložitý, no s modernou technológiou a výberom správneho softvéru to nie je problematické. Aj napriek tomu je riešenie v praxi bežne časovo náročné, keďže sa pracuje s dátovými súborami o stovkách či tisícoch premenných.

Fáza interpretácie výsledkov je veľmi dôležitá. Analytik musí zaistiť, aby boli výsledky interpretované zrozumiteľným jazykom, t. j. jazykom ekonomického problému. Rovnako dôležitou fázou je verifikácia modelu, ktorá predstavuje overenie správnosti zostavenia modelu a posúdenie reálnosti výsledkov. Vytvára sa tak priestor na odhalenie prípadných chýb a umožňuje sa ich napravenie. Celý proces sa zavŕši implementáciou výsledkov do praxe.

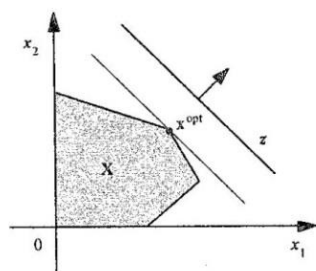
¹ Pokiaľ nie je uvedené inak, celá podkapitola čerpá teóriu z [1], [3] a [4].

1.2 Lineárne modely²

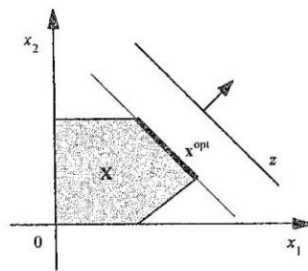
Veľké množstvo problémov matematického modelovania sa dá riešiť pomocou metód **lineárneho programovania** (LP). Ďalšími z metód matematického modelovania sú *nelineárne, viackriteriálne a cieľové programovanie*. Štruktúra matematického modelu úlohy lineárneho programovania sa skladá z:

- *účelovej (kriteriálnej) funkcie*, ktorá je vyjadrením cieľa analýzy funkciou, a ktorej extrém (minimum či maximum) je potrebné nájsť;
- *štruktúrnych premenných*, pričom každému procesu ekonomického modelu je priradená práve jedna premenná interpretujúca intenzitu realizácie jednotlivých procesov;
- *obmedzujúcich podmienok* vo forme rovníc či nerovníc zodpovedajúcim činiteľom, ktoré sa členia na vlastné obmedzenia a podmienky nezápornosti.

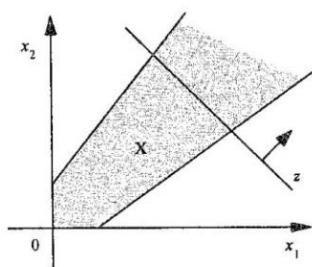
Pokiaľ sú účelová funkcia a všetky obmedzujúce podmienky lineárne, jedná sa práve o lineárne programovanie.



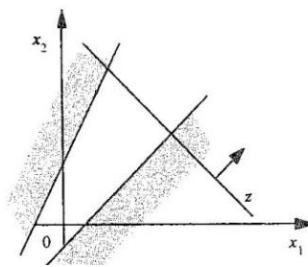
1. jediné optimálne



2. nekonečne mnoho OR



3. neobmedzená hodnota
účelovej funkcie



4. neexistuje prípustné riešenie

Obrázok 1.1 Možnosti zakončenia výpočtu v úlohách LP³

Úlohy LP môžu mať štyri rôzne zakončenia výpočtu. Pre ich vysvetlenie je však potrebné najskôr definovať dva základné pojmy matematického modelovania, a to *prípustné riešenie* a *optimálne riešenie*. **Prípustné riešenie** je definované ako vektor $(x_1, x_2, \dots, x_n)^T$,

² Pokiaľ nie je uvedené inak, celá podkapitola čerpá z [1], [3] a [4].

³ Zdroj obrázku [4] str. 29.

ktorý vyhovuje všetkým podmienkam úlohy, tzn. všetkým vlastným obmedzeniam aj podmienkam nezápornosti. **Optimálne riešenie** (OR) je definované ako prípustné riešenie s najlepšou hodnotou účelovej funkcie – s najnižšou v prípade minimalizácie a najvyššou v prípade maximalizácie.

Po zadefinovaní týchto pojmov je možné vymedziť druhy zakončenia výpočtu úloh LP do štyroch skupín: úloha má jediné optimálne riešenie, úloha má alternatívne optimálne riešenie, účelová funkcia úlohy má neobmedzenú hodnotu a neexistuje prípustné riešenie úlohy. Tieto štyri riešenia sú zobrazené v grafoch na obrázku 1.1. Množina prípustných riešení je znázornená X a optimálne riešenie je v prípade jeho existencie označené ako x^{opt} . Tieto riešenia nastanú či už pri ručnom výpočte simplexovou metódou⁴, alebo pri výpočte pomocou optimalizačných softvérov.

1.3 Typické úlohy lineárneho programovania⁵

Ako už bolo spomenuté, formulácia ekonomického modelu je komplikovaný proces vychádzajúci zo skúmania reálneho ekonomického systému. Je však možné rozoznať základné smery uplatnenia úloh LP, tzn. typické oblasti ich aplikácie. Medzi najtypickejšie úlohy LP patria:

- úloha výrobného plánovania (problém alokácie zdrojov);
- zmiešavací problém;
- nutričný problém (úloha o výžive);
- rezná úloha (úloha delenia materiálu);
- úloha finančného plánovania (optimalizácia portfólia);
- distribučné úlohy;
 - dopravný problém;
 - kontajnerový dopravný problém;
 - prirad'ovací problém;
 - úloha obchodného cestujúceho (okružný dopravný problém);
 - rozvozná úloha;
 - obecný distribučný problém;
 - úloha o pokrytí.

Táto práca sa zameriava a v praktickej časti využíva algoritmy distribučných úloh. Preto sa bude ďalej venovať práve úlohám dopravného problému, prirad'ovacieho problému, úlohe obchodného cestujúceho a úlohe o pokrytí.

⁴ Simplexová metóda je univerzálny iteračný postup, ktorý efektívnym spôsobom prehľadáva množinu základných riešení za účelom nájdania optimálneho riešenia.

⁵ Pokiaľ nie je uvedené inak, celá podkapitola čerpá z [1], [3] a [4].

1.3.1 Dopravný problém

V dopravnom probléme sa bežne jedná o rozvrhnutie rozvozu tovaru či materiálu od dodávateľov (zdroje) k odberateľom (cieľové miesta) s cieľom minimalizácie nákladov súvisiacich s týmto rozvozom. V dopravnom probléme je definovaných m zdrojov (dodávateľov) $D_1, D_2, \dots, D_m$ s obmedzenými kapacitami $a_1, a_2, \dots, a_m$ (množstvo, ktoré je dodávateľ schopný v danom období dodať) a n cieľových miest (odberateľov) $O_1, O_2, \dots, O_n$ s vymedzenými požiadavkami $b_1, b_2, \dots, b_n$ (množstvo, ktoré odberateľ v danom období požaduje). Vzťah každej dvojice zdroj – cieľové miesto je určitým spôsobom kvantifikovaný. Tento vzťah môže byť spojený napr. s cenovými nákladmi na prepravu tovaru od daného dodávateľa k danému odberateľovi alebo vzdialenosťou medzi nimi (v oboch prípadoch sa jedná o minimalizačnú účelovú funkciu). Matica premenných $c_{ij}, i = 1, 2, \dots, m; j = 1, 2, \dots, n$ vyjadruje tento vzťah zdrojov a cieľových miest. Cieľom úlohy dopravného problému je stanoviť množstvo prepravených tovarov či materiálov medzi každou dvojicou zdroj – cieľové miesto tak, aby neboli prekročené kapacity dodávateľov a splnené požiadavky odberateľov. Množstvo prepraveného tovaru je zaznamenané v premennej $x_{ij}, i = 1, 2, \dots, m; j = 1, 2, \dots, n$ vyjadrujúcej prepravené množstvo medzi i -tym zdrojom a j -tým cieľovým miestom.

Dopravný problém možno klasifikovať ako vyrovnaný či nevyrovnaný. V prípade, že pre vzťah súčtu celkovej kapacity zdrojov a všetkých požiadaviek cieľových miest platí, že

$$\sum_i a_i = \sum_j b_j,$$

dopravný problém je označovaný ako *vyrovnaný*. V prípade nerovnosti sa jedná o *nevyrovnaný dopravný problém*. Nerovnosť môže nastať nevyužitím kapacity resp. neuspokojením požiadaviek.

Matematický model vyrovnaného dopravného problému sa dá zapísať ako:

maximalizovať (minimalizovať)

$$z = \sum_{i=1}^m \sum_{j=1}^n c_{ij} x_{ij},$$

za podmienok

$$\sum_{j=1}^n x_{ij} = a_{ij}, \quad i = 1, 2, \dots, m; \quad (1.1)$$

$$\sum_{i=1}^m x_{ij} = b_j, \quad j = 1, 2, \dots, n; \quad (1.2)$$

$$x_{ij} \geq 0, \quad i = 1, 2, \dots, m, j = 1, 2, \dots, n. \quad (1.3)$$

Podmienky (1.1) zabezpečujú splnenie kapacít dodávateľov a podmienky (1.2) splnenie požiadaviek odberateľov. Nezápornosť premennej x_{ij} obstarávajú nerovnice (1.3). Zápis modelu nevyrovnaného problému je podobný. Kapacity dodávateľov sa vyrovnajú fiktívnymi jednotkami.

1.3.2 Priradovací problém⁶

Cieľom úlohy priradovacieho problému je snaha nájsť čo najefektívnejšie vzájomne jednoznačné priradenie dvojice jednotiek z dvoch skupín. Úloha teda obsahuje dve skupiny jednotiek, o ktorých môžeme predpokladať, že majú rovnaký počet jednotiek (v opačnom prípade sa jedna zo skupín doplní fiktívnymi jednotkami). Tieto jednotky sa označujú $A_1, A_2, \dots, A_n$ pre prvú skupinu a $B_1, B_2, \dots, B_n$ pre druhú skupinu. Priradenie každej z dvojíc je ohodnotené cenovým koeficientom c_{ij} , $i = 1, 2, \dots, n, j = 1, 2, \dots, n$. Do matematického modelu je zavedená **binárna premenná** x_{ij} , $i = 1, 2, \dots, n, j = 1, 2, \dots, n$. Táto premenná môže nadobúdať len hodnotu 0 alebo 1. Premenná x_{ij} získa hodnotu 1 práve vtedy, keď jednotka A_i bude priradená jednotke B_j , a hodnotu 0 v prípade opačnom.

Keďže má byť jedna jednotka A_i priradená práve jednej jednotke B_j (a naopak), obsahuje matematický model priradovacieho problému podmienky definujúce, že riadkové aj stĺpcové súčty (v pomyselných tabuľkách) sú rovné jednej (rovnice (1.4) a (1.5)) s tým, že hodnoty premenných nadobúdajú binárnych hodnôt (rovnice (1.6)). Matematický model teda vyzerá nasledovne:

maximalizovať (minimalizovať)

$$z = \sum_{i=1}^n \sum_{j=1}^n c_{ij} x_{ij},$$

za podmienok

$$\sum_{j=1}^n x_{ij} = 1, \quad i = 1, 2, \dots, n; \quad (1.4)$$

⁶ Pokiaľ nie je uvedené inak, celá podkapitola čerpá z [3] a [4].

$$\sum_{j=1}^n x_{ij} = 1, \quad j = 1, 2, \dots, n; \quad (1.5)$$

$$x_{ij} = 0 \quad (1), \quad i = 1, 2, \dots, n, \quad j = 1, 2, \dots, n. \quad (1.6)$$

Matematický model prirad'ovacieho problému je podobný modelu dopravného problému. Rozdiely sú viditeľné len pri binárnych premenných prirad'ovacieho problému, podmienkach nezápornosti dopravného problému a skutočnosti, že kapacity a požiadavky sú si v prirad'ovacom probléme vždy rovné a majú rovnaký počet.

1.3.3 Úloha obchodného cestujúceho⁷

Úloha obchodného cestujúceho, inak označovaná aj ako *okružný dopravný problém*, je značne podobná prirad'ovaciemu problému. Cieľom tejto úlohy je nájsť čo najkratšiu trasu vychádzajúc z bodu A_1 tak, aby boli postupne navštívené miesta $A_2, A_3, \dots, A_n$, a to práve raz, končiac v počiatočnom bode A_1 . Úloha obchodného cestujúceho má nespočetné množstvo využití prakticky vo všetkých oblastiach, kde sa koná pravidelný rozvoz, napr. rozvoz z pekárni či zber odpadu.

Matematický model úlohy obchodného cestujúceho obsahuje binárnu premennú x_{ij} , $i = 1, 2, \dots, n, j = 1, 2, \dots, n$. Premenná x_{ij} nadobúda hodnoty 1 práve vtedy, keď medzi miestom A_i a A_j vedie cesta, v opačnom prípade nadobudne hodnotu 0 (viď podmienky (1.9)). Rovnako ako v prípade prirad'ovacieho problému, bude model obsahovať podmienku jednotkového riadkového aj stĺpcového súčtu premenných x_{ij} (viď podmienky (1.7) a (1.8)) z dôvodu, že každé miesto počas cesty bude navštívené práve raz, tzn. že sa doň práve raz vojde a práve raz z neho vyjde. Doposiaľ sú modely oboch úloh zhodné. Do okružného problému však treba doplniť podmienku zabráňujúcu vytváraniu viacerých čiastočných okruhov namiesto jedného veľkého. Podmienka má podobu:

$$\delta_i - \delta_j + nx_{ij} \leq n - 1, \quad i = 1, 2, \dots, n, j = 1, 2, \dots, n,$$

pričom premenné δ_i udávajú poradové čísla navštívených miest.

Matematický model úlohy obchodného cestujúceho sa formuluje nasledovne:

⁷ Pokiaľ nie je uvedené inak, celá podkapitola čerpá z [3] a [4].

maximalizovať (minimalizovať)

$$z = \sum_{i=1}^n \sum_{j=1}^n c_{ij} x_{ij},$$

za podmienok

$$\sum_{i=i}^n x_{ij} = 1, \quad i = 1, 2, \dots, n; \quad (1.7)$$

$$\sum_{j=1}^n x_{ij} = 1, \quad j = 1, 2, \dots, n; \quad (1.8)$$

$$\delta_i - \delta_j + nx_{ij} \leq n - 1, \quad i = 1, 2, \dots, n, \quad j = 2, 3, \dots, n;$$

$$0 \leq \delta_i \leq n - 1;$$

$$x_{ij} = 0 \quad (1), \quad i = 1, 2, \dots, n, \quad j = 1, 2, \dots, n. \quad (1.9)$$

Výpočet tohto typu úloh je aj pre modernú technológiu veľmi náročný. Už pri $n = 40$ je počet premenných aj obmedzujúcich podmienok viac než 1 600.

1.3.4 Úloha o pokrytí⁸

Ďalšou modifikáciou priradovacieho problému, ktorý je v reálnych podmienkach často neaplikovateľný, je úloha o pokrytí. Princípom úlohy je výstavba K obslužných staníc (napr. požiarnych staníc či centier na spracovanie zásielok) v $O_1, O_2, \dots, O_n$ obvodoch, pričom $n > K$. Spolu s rozhodnutím o výstavbe je nutné priradiť každej stanici jej sféru pôsobnosti, tzn. určiť obvody, ktoré budú stanicou obsluhované.

Úloha, podobne ako pri priradovacom probléme, využíva binárne premenné, no v tomto prípade až dve skupiny (viď podmienky (1.13) a (1.14)). Premenná y_i , $i = 1, 2, \dots, n$, nadobúda hodnotu 1 práve vtedy, keď je v obvode O_i stanica vybudovaná, v opačnom prípade je nulová. Premenná x_{ij} , $i = 1, 2, \dots, n$, $j = 1, 2, \dots, n$, nadobúda hodnotu 1 v prípade, že je obvod O_j obsluhovaný z obvodu O_i .

⁸ Pokiaľ nie je uvedené inak, celá podkapitola čerpá z [3], [4] a [6].

Vzhľadom na to, že každý obvod musí byť pokrytý určitou stanicou, musia byť stĺpcové súčty premenných x_{ij} rovné 1. Riadkový súčet však už nemusí byť rovný jednej a to v prípade, že obvod nemá svoju vlastnú stanicu.

Matematický model úlohy o pokrytí má teda tvar:

maximalizovať (minimalizovať)

$$z = \sum_{i=1}^n \sum_{j=1}^n c_{ij} x_{ij} f_i,$$

za podmienok

$$\sum_{j=1}^n x_{ij} = n y_j, \quad i = 1, 2, \dots, n; \quad (1.10)$$

$$\sum_{i=1}^n x_{ij} = 1, \quad j = 1, 2, \dots, n; \quad (1.11)$$

$$\sum_{i=1}^n y_i = K; \quad (1.12)$$

$$x_{ij} = 0 \text{ (1)}, \quad i = 1, 2, \dots, n, \quad j = 1, 2, \dots, n; \quad (1.13)$$

$$y_i = 0 \text{ (1)}, \quad i = 1, 2, \dots, n. \quad (1.14)$$

Početnosť potrebných obslužných zásahov v obvode O_j je uložená v parametri f_i v účelovej funkcii modelu. Podmienka (1.10) zaisťuje, že riadkový súčet premenných x_{ij} bude rovný nule v prípade, že v obvode O_i nie je postavená stanica ($y_i = 0$), a je menší alebo rovný počtu obvodov n , ak sa v danom obvode stanica nachádza ($y_i = 1$). Pokrytie určitého obvodu práve jednou stanicou, čiže stĺpcový súčet premenných x_{ij} rovný jednej, zabezpečujú podmienky (1.11). Podmienky (1.12) zaisťujú zaradenie práve K staníc.

2 Cestovný ruch a cyklistika na Slovensku

2.1 Rozvoj cyklistiky na Slovensku

Slovensko nebolo nikdy v porovnaní s ostatnými krajinami cyklistickou veľmocou. Slováci bicykle využívajú prevažne na športové účely, nie ako spôsob dopravy, ako tomu je napr. v Holandsku, Belgicku či Nemecku. V posledných rokoch sa táto situácia však začína meniť a Slovensko láka ľudí sadnúť si na bicykel.

2.1.1 Budovanie cyklotrás s pomocou Európskej únie⁹

Veľké zmeny v budovaní cyklotrás nastali po vstupe Slovenskej republiky do Európskej únie. V rámci programu podpory menej rozvinutých regiónov získa Slovensko do roku 2020 až 15 miliárd eur, a to práve prostredníctvom Európskych štrukturálnych a investičných fondov (EŠIF), alebo inak „eurofondov“.

Proces schvaľovania a prideľovania fondov prebieha v sedemročných cykloch. Priebeh schvaľovania eurofondov sa dá v skratke popísať piatimi krokmi. Najskôr sa Slovensko a Európska komisia dohodnú na prioritách financovania a na základe Slovenskom vypracovaných operačných programov sa finančné prostriedky rozdelia do jednotlivých oblastí. Následne Európska komisia tieto operačné programy schváli a slovenské orgány ustanovia výberový proces projektov. Po vyhodnotení projektov sa podpíšu zmluvy s úspešnými predkladateľmi návrhov a nastane fáza realizácie projektov. Na záver preplatí Európska komisia už zrealizované projekty prostredníctvom slovenských riadiacich orgánov.

Ministerstvo pôdohospodárstva a rozvoja vidieka Slovenskej republiky (MPRV SR) schválilo v auguste 2017 28 projektov nových cyklotrás v celkovej hodnote 12,7 milióna eur financovaných z eurofondov, to znamená vybudovanie takmer 87 km nových cyklotrás na území Slovenskej republiky. Ich budovanie by podľa pôvodného plánu malo byť dokončené na jar roku 2018 roku. V druhom kole žiadostí o prostriedky eurofondov bolo vybraných ďalších 14 projektov v hodnote 5,867 milióna eur.¹⁰ Jedná sa prevažne o cyklotrasy určené na každodenné dochádzanie do zamestnania, škôl, či priblíženie sa k vlakovým, alebo autobusovým staniciam. Celkovo je na projekty v oblasti cyklodopravy rezortom vyčlenených 81,8 milióna eur z eurofondov. Rezort bude až do vyčerpania týchto finančných zdrojov pravidelne vyhlasovať kolá výziev. Tieto finančné prostriedky sú určené nie len na výstavbu

⁹ Pokiaľ nie je uvedené inak, celá podkapitola čerpá z [15].

¹⁰ Zdroj informácií [12].

nových cyklotrás, ale aj rekonštrukciu a udržiavanie tých starších a celkovú propagáciu cyklistickej dopravy verejnosti.¹¹

2.1.2 Peter Sagan¹²

Nedá sa hovoriť o cyklistike na Slovensku a nespomenúť súčasné najväčšie meno slovenskej cyklistiky – **Petra Sagana**. Majster na bicykli, ktorý svojimi schopnosťami a zručnosťami uchvátil nie len celé Slovensko, ale aj celý svet. Človek, ktorý na Slovensku spôsobil cyklistický ošial’.

Peter sa narodil 26.1.1990 v Žiline. Na bicykli začal súťažne jazdiť už vo svojich deviatich rokoch. V začiatkoch sa venoval cestnej aj horskej cyklistike a už ako junior bol veľmi úspešný. Jeden z jeho prvých väčších úspechov bolo víťazstvo na Juniorskom svetovom šampionáte v roku 2008. Svoju profesionálnu kariéru začal v tíme Dukla Trenčín Mérida.

Po tom, čo zlyhal v testoch Pro Tour tímu Quick Step, a nepodpísal tak zmluvu, chcel nadobro skončiť s cestnou cyklistikou a venovať sa len horskej. Skúsil to však druhýkrát a podarilo sa mu získať dvojročnú zmluvu (2010–2011) s Pro Tour tímom Liquigas-Doimo. Počas sústredení zničil viac bicyklov ako hocikto iný a získal si tým prezývku „*The Terminator*“. Od roku 2010 sa objavoval na svetových podujatiach ako Tour Down Under, Paris–Nice, kde získal svoje prvé dve etapové víťazstvá, Tour of California, Grand Prix Cycliste de Montréal, Giro di Lombardia či Majstrovstvá sveta. Peter predĺžil zmluvu s Liquigas, neskôr Liquigas – Cannondale, potom Cannondale. Mal ďalšie lákavé ponuky, no zo solidarity k tímu, ktorý ho uviedol do sveta profesionálnej cyklistiky, sa rozhodol zostať.

V roku 2012 sa prvý krát zúčastnil najznámejších cyklistických pretekov sveta – Tour de France. Práve vtedy sa dostal do povedomia širokej verejnosti, keď ako nováčik súťaže vyhral hneď tri etapy. Preslávil sa svojimi víťaznými gestami a svojským vystupovaním pred kamerami. Už vo svojom debute na Tour de France sa mu podarilo získať zelený dres¹³ a následne ho štyrikrát obhájiť. Iba jedinému jazdcovi v histórii, Erikovi Zabelovi, sa to podarilo viackrát. Jeho prezývka sa tak zmenila na „*The Tourminator*“.

V roku 2015 spolu so svojím bratom Jurajom podpísali dvojročnú (2015–2016) zmluvu s ruským tímom Saxo – Tinkoff, neskôr Tinkoff. V tom istom roku sa zapísal do slovenskej a svetovej histórie ako prvý slovenský majster sveta, kedy vyhral preteky v Richmonde, USA. Nasledujúcu sezónu tak nosil dúhový dres majstra sveta. Dres sa mu podarilo obhájiť aj

¹¹ Odsek čerpá informácie z [14].

¹² Podkapitola čerpá z [8] a [11].

¹³ Zelený dres nosí víherca bodovacej súťaže. Body sa získavajú za šprintérske prémie a za umiestnenia na cieľovej páske.

v Dohe, Katar (2016) a Bergene, Nórsko (2017). Dostal sa tak na štvrté zdieľané miesto v rebríčku najúspešnejších jazdcov majstrovstiev sveta.

Od roku 2017 súťaží Peter za nemecký tím Bora-Hansgrohe, kde spolu so svojimi spolujazdcami z tímu Tinkoff Maciejom Bodnarom, Michaelom Kolářom, Erikom Baškom a bratom Jurajom podpísal trojročnú zmluvu (2017–2019). V roku 2017 si z Tour de France odniesol len výhru z prvej etapy keďže kvôli následnej diskvalifikácii preteky nedokončil. V sezóne však vyhral Grand Prix Cycliste de Québec a viaceré etapy významných pretekov.

Peter Sagan je cyklistickým fenoménom Slovenska a bezpochybyne ovplyvňuje záujem o cyklistiku na Slovensku. Už po jeho debute na Tour de France v roku 2012 boli cesty plné cyklistov v zelených dresoch tímu Liquigas. Slovenskú anketu Športovec roka vyhral už trikrát, a to v rokoch 2013, 2015 a 2017.¹⁴ V čase Tour de France či majstrovstiev sveta Slovensko ožíva ako kedysi len pri futbale či hokeji. Peter inšpiroval mnoho ľudí a vďaka nemu sa cyklistika dostala medzi najobľúbenejšie športy Slovákov.

Či už vďaka financiám z eurofondov, alebo Petrovi Saganovi, cyklistika sa na Slovensku stáva čoraz populárnejšou. Neustále sa budujú nové cyklotrasy, čoraz viac ľudí dochádza do práce či školy na bicykloch a veľa ľudí nachádza v cyklistike relax. Touto prácou sa aj ja snažím spropagovať nie len slovenskú kultúru a históriu, ale aj cyklistiku.

2.2 Slovensko a jeho hrady, zámky a zrúcaniny

Slovensko je krajinou s bohatým prírodným i kultúrnym dedičstvom, ležiacou v srdci Európy, ktorá si získala samostatnosť až v roku 1993. Výnimkou bolo len obdobie druhej svetovej vojny (1939–1945), kedy bolo Slovensko navonok suverénnym štátom, no jeho existencia bola v skutočnosti podriadená vtedajšej Nemeckej ríši.

Po príchode slovanských kmeňov na územie dnešného Slovenska si Slováci prešli obdobím Samovej ríše, Veľkej Moravy a príchodom Konštantína a Metoda, ktorí priniesli písmo staroslovienčiny – hlaholiku. Nasledoval príchod Maďarov a boje s nimi, ktoré vyústili v dlhé obdobie Uhorska a Habsburskej ríše. Počas uhorskej nadvlády Slováci bojovali za svoje národné práva, toto obdobie sa nazýva Slovenské národné obrozenie. Ako prvému sa podarilo kodifikovať spisovnú slovenčinu Antonovi Bernolákovi, no podoba tohto jazyka sa neujala. Podarilo sa to až v roku 1843 Ľudovítovi Štúrovi. Snahy o zrovnoprávnenie Slovákov v rámci Uhorska boli prejavované spísaním Žiadostí slovenského národa a Memoranda národa slovenského (slovenské národné a politické programy), vznikom Slovenskej národnej rady, založením Matice slovenskej a prvých slovenských gymnázií. Rozdelením moci v rámci Habsburskej monarchie na Rakúsko a Uhorsko sa prehĺbil rozdiel medzi týmito dvoma

¹⁴ Zdroj informácií [10].

časťami a nastalo obdobie tvrdej maďarizácie spojenej s Apponyiho zákonmi¹⁵. Po prehre Rakúsko-Uhorska v prvej svetovej vojne vznikla v roku 1918 prvá Československá republika na čele s prezidentom Tomášom Garrigueom Masarykom. Počas druhej svetovej vojny bolo už spomínané krátke obdobie samostatnosti Slovenska, nasledované opätovným zjednotením s Čechmi.¹⁶

2.2.1 História¹⁷

Výstavba hradov začala až v priebehu 12. storočia, kedy bolo Slovensko súčasťou Uhorska. Hrady boli stavané za účelom správnej a vojenskej funkcie, čo súviselo s vtedajším usporiadaním spoločnosti. Územie Slovenska bolo rozdelené na správne oblasti – župy, na čele ktorých stáli župani spravujúci tieto územia. Práve títo župani vlastnili honosné sídla, kaštiele či hrady.

S postupom narastania moci uhorskej šľachty a prehlbovania rozdielu medzi aristokraciou a obyčajným ľudom rástol úmerne aj počet kamenných hradov. K výstavbe kamenných hradov však v najväčšej miere prispel vpád Tatárov v rokoch 1241–1242. Dovtedy sa hrady stavali ako drevené, tak aj kamenné. Útokom tatárskych kmeňov však odolali len hrady s kamenným opevnením. Obávajúc sa o ich opätovný návrat obdaroval kráľ Belo IV. šľachtu pozemkami a financiami za účelom výstavby nových kamenných opevnení a hradov. V druhej polovici 13. storočia tak došlo k mohutnej výstavbe nových hradov a rekonštrukcii starých. Ich nevýhodou bolo však nedostatočné prenikanie slnečného svetla hradnými múrmi, ktoré mali z defenzívnych a architektonických dôvodov malé okná. Nie všetky okná boli zasklené, preto bol v hradoch častý prievan a ich vykurovanie bolo ekonomicky nepraktické. Hrady sa na území Slovenska stavali prevažne na kopcoch poskytujúc tak strategický rozhľad na okolitú krajinu. Šľachta sa časom sťahovala do pohodlnejších kaštieľov často postavených hneď pod hradnými kopcami. V hradoch, ktoré stále zastávali svoj vojenský význam, tak ostávali len vojská, ostatné chátrali.

Ako už bolo spomínané, hrady mali dve funkcie a delili sa teda na hrady *strážne* a *komitátne* – sídla župnej správy. Medzi najvýznamnejšie **strážne hrady** chrániace hranice patrili napr. Pajštún, Plavecký hrad a Čachtický hrad. Severovýchodné hranice Uhorska strážil Spišský hrad, ktorý v súčasnosti patrí k najväčším architektonickým pamiatkam Slovenska, a je súčasťou Svetového dedičstva UNESCO. Strážne hrady však obraňovali nie len hranice, ale aj významné obchodné cesty. Množstvo takýchto hradov sa nachádza na Považí. Najväčším z nich je Trenčiansky hrad, sídlo Matúša Čáka Trenčianskeho, pána Váhu a Tatier, ktorý zohrával aj významnú politickú pozíciu v presadzovaní moci uhorskej šľachty a vlastnil

¹⁵ Zákony predstavovali vrchol maďarizácie v školstve. Žiaci na území celého Slovenska museli na konci štvrtého ročníka ovládať maďarčinu slovom aj písmom.

¹⁶ Zdroj informácií [9].

¹⁷ Pokiaľ nie je uvedené inak, celá podkapitola čerpá z [2], [5], [7] a [13].

desiatky hradov. Bratislavský hrad bol naopak nepochybne najslávnejším **komitátnym hradom**, ktorý bol začiatkom 15. storočia prebudovaný z významného cirkevno-správneho sídla na honosné kráľovské sídlo.

Upevnenie moci habsburského absolutizmu v Uhorsku po porážke Turkov (1683) zapríčinilo rozdelenie šľachty a boje za národnú politiku. Úkrytmi pre povstalecké vojská boli neobývané hrady, preto boli desiatky hradov po úplnom víťazstve habsburgovcov na príkaz cisára Leopolda I. zdemolované. Zničeniu sa tak vyhli len obývané alebo už spustnuté hrady. Niekoľko ďalších hradov na západnom Slovensku bolo zruinovaných Napoleonovými vojskami (1809). V konečnom dôsledku sa tak z veľkého počtu stredovekých hradov zachovalo len niekoľko nepoškodených.

2.2.2 Hrady, zámky a zrúcaniny¹⁸

Definície hradov, zámkov, zrúcanín, kláštorov, kaštieľov, veží, pevností, či mestských hradieb sa líšia, a preto sa líšia aj ich počty. Slovensko však bezpochyby patrí spolu s Walesom a Českou republikou ku krajinám s najväčším počtom hradov na obyvateľa. Na internetovej stránke <http://www.slovenskehrady.sk/zoznam-hradov> je dostupný zoznam, ktorý katalogizuje celkovo 427 takýchto objektov. Zo všetkých týchto bolo vybraných 8 hradov, zámkov či zrúcanín, ktorých história a architektúra budú bližšie popísané.

Bojnický zámok vytvára svojou architektúrou romantickú predstavu stredovekých hradov. Hrad sa nachádza na území Hornej Nitry, ktorou prechádzala jedna z najstarších obchodných ciest na Slovensku – cesta z Ponitria do Turca, neskôr aj cesta na Pohorie cez Handlovú. Prvé zmienky o Bojniciach nazývaných podhradím pochádzajú už z roku 1113, no doteraz nie je známe, kde presne vtedajšie opevnené sídlo stálo. Prvým majiteľom hradu bol Matúš Čák Trenčiansky (od 1321), ktorý hrad vlastnil až do svojej smrti. Neskôr hradu panovali Giletovcí, Ladislav Opoľský, Leustachovci či Onufriovci. V rokoch 1494–1527 hrad vlastnila mocná rodina Zápoľských a Thurzovcov. Panovanie Pálffyovcov bolo nakrátko prerušené obsadením hradu povstaleckými vojskami Františka Rákócziho II. Práve Ján Pálffy sa najviac zaslúžil o súčasnú podobu zámku. Hrad sa vďaka svojej zachovalosti vyhol osudu väčšiny hradov. Ján Pálffy, ktorý strávil väčšinu svojho života v cudzine, priviezol na hrad mnoho mobilných umeleckých kúskov a rozhodol sa prestavať hrad za pomoci architekta J. Huberta. Hrad bol zrekonštruovaný na základe vzorov zahraničných architektúr. Prestavba hradu bola dokončená až po smrti Jána Pálffyho, ale na hrade ostalo len málo z jeho zbierok, ktoré boli prevažne rozpredané jeho dedičmi. Zámok bol po prvej svetovej vojne krátko majetkom Jána Baťu. Po druhej svetovej vojne sa začal využívať na kultúrne účely. Hrad bol vyhlásený za Národnú kultúrnu pamiatku a je súčasťou Slovenského národného múzea. Pred vchodom do zámku sa nachádza známa sedemstoročná Lipa kráľa Mateja, ktorá je

¹⁸ Pokiaľ nie je uvedené inak, celá podkapitola čerpá z [2] a [7].

pravdepodobne najstarším stromom na Slovensku, a súčasťou zámockých záhrad je zoologická záhrada.

Juhozápadne od Nového Mesta na Váhom sa nad obcami Višňové a Čachtice nachádzajú ruiny **Čachtického hradu**. Najstarší písomný doklad spomínajúci existenciu hradu je z roku 1392 a hovorí o kastelánovi magistra Tomáša. Neskôr získal hrad Ctibor zo Ctiboríc, potom Ctibor II. Po jeho smrti sa hrad vrátil do rúk kráľa. Manželka grófa Nádaszyho Uršula Kanizsayová dostala spolu so svojim synom Františkom hrad na zálohu od kráľa Maximiliána v roku 1569. František potom získal hrad natrvalo. Snád' žiaden iný hrad na Slovensku sa neviaže ku konkrétnej osobe viac ako Čachtický hrad. Františkovou manželkou bola povestná Alžbeta Báthory, inak známa ako „*Čachtická pani*“. Veriac, že kúpaním sa v dievčenskej krvi omladne a opeknie, dala zavraždiť mnohé mladé dievčatá. Spravodlivosti sa však nevyhla a bola odsúdená na doživotné domáce väzenie a jej traja najbližší spoločníci boli odsúdení na mučenie a smrť. Alžbetina existencia je historicky doložená, no mnohí sa aj napriek tomu radšej prikláňajú k povestiam a mýtom. Hrad bol začiatkom 18. storočia okupovaný Rákoczyho povstalcami, kedy bol značne poškodený, zakrátko vyhorel a spustol. V rokoch 2012–2014 prebiehal projekt statického zabezpečenia hradu, no dnes je už bez obmedzení prístupný verejnosti.

Beckovský hrad sa týči na osamelom vápencovom brale nad obcou Beckov dominujúc tak časti stredného Považia. Hrad bol postavený koncom 13. storočia. Začiatkom 14. storočia sa jeho pánom stal Matúš Čák Trenčiansky, ktorý sa značne podieľal na jeho výstavbe a rozšírení. Koncom 14. storočia sa hrad spolu s inými dostal do rúk mocného Ctibora zo Ctiboríc, za ktorého vlády sa hrad naďalej zveleboval a rozrastal. Hrad odolal bezvýsledným útokom Turkov v 16. storočí, no nevyhol sa osudu väčšiny hradov, keď po požiari 1729 začal pustiť. Beckovský hrad sa však podarilo zrekonštruovať, veľká časť je v zachovalom stave a je teda prístupný verejnosti. Často je miestom konania rôznych festivalov a slávností, napr. každoročných rekonštrukcií bojov.

Hrad **Krásna Hôrka** sa nachádza na strmom takmer pravidelne kužeľovitom kopci nad obcou Krásnohorské Podhradie východne od Rožňavy. Hrad patrí k mladším, bol postavený niekedy po roku 1318 Ákošovcami, ktorí ho predali Mariášovcom. V roku 1352 ho získal Dominik Bebek, no rod Bebekovcov sa zvykol stavať na odpor panovníkovi, ktorý dal v roku 1566 hrad zdemolovať. Nové nároky na opevnenie hradov v čase tureckých vojen podnietili obrovskú prestavbu hradu. V rokoch 1539–1545 sa tak z hradu Krásna Hôrka stala majestátna pevnosť. Pribudlo nové opevnenie v podobe trojuholníka s troma baštami. Východná strana s dvoma baštami a delami uliatymi pre hrad, ktoré sú na hrade dodnes, predstavovala jadro obrany hradu. Táto prestavba dala hradu dnešnú podobu. Pánom hradu sa stal rod Andrassyovcov, s Petrom Andrássym ako prvým. V 18. storočí patrili Andrassyovci k najbohatším rodinám Uhorska, pretože vlastnili veľké majetky na východnom Slovensku a veľkú časť gemerských železiární. Dionýz Andrassy dal po smrti svojej manželky Františky Hablavcovej (1903) zrekonštruovať hrad a postaviť neďaleko Krásnohorského Podhradia

mauzóleum pre pozostatky svojej manželky. Toto mauzóleum patrí medzi najkrajšie secesné pamiatky Slovenska. Hrad je ukážkou vývoja hradnej architektúry, keďže stojí prakticky zachovalý a dokumentuje bohatnutie svojich pánov, a je súčasťou Slovenského národného múzea. Krásna Hôrka sa však požiarom nevyhla – v roku 2012 ju zasiahol rozsiahly požiar po tom, ako sa dvaja chlapci snažili zapáliť si cigaretu a spôsobili tak požiar trávnatého porastu hradného kopca. Podarilo sa zachrániť 90 % zbierkových predmetov. Rekonštrukcia hradu bola financovaná ako z poistenia, tak z finančných zbierok. Expozícia Krásnej Hôrky je však stále až do odvolania zatvorená.

Zrúcaniny hradu **Strečno** sa týčia na vrchole vápencového brala nad údolím rieky Váh, ktorá tu delí pohorie Malá Fatra na krivánsku a lúčanskú časť. Ruiny hradu sú súčasťou malebnej panorámy, ktorá sa naskytne cestujúcim pri prejazde zo Žiliny do Turca (a naopak), a sú jedným z najznámejších hradov na Slovensku. Prvé zmienky pochádzajú z roku 1321 hovoriac o mieste na vyberanie mýta pred vstupom do úžiny, kedy na mieste hradu stála len jediná veža. Od roku 1405 bol hrad v rukách kráľa Žigmunda, neskôr jeho manželky Barbory. V tridsiatych rokoch 15. storočia sa nakrátko na hrade zabýval Ján Čapek, od ktorého si hrad násilím prevzal Pongráč. Od roku 1484 vlastnil hrad Pavol Kniži, až kým ho po Pavlovej smrti nepredala jeho manželka Jánovi Zápoľskému. Práve Zápoľský sa pričínil o veľkú prestavbu hradu pod hrozbou útoku tureckých vojsk. František Wesselényi sídlil na hrade v období stavovských povstaní, kedy mu kvôli pripravovaným protihabsburským povstaniam bol hrad odobraný. Počas Thökölyho povstania bol hrad obsadený povstalcami, a to do roku 1678, kedy vyhorel. Po porážke povstalcov boli v roku 1698 hradné múry zdevastované, čím sa poškodili aj obytné časti a hrad odvtedy pustne. Strečno je vyhlásené za Národnú kultúrnu pamiatku a je prístupné verejnosti.

Oravský hrad sa vypína na osamotenom brale nad riekou Orava a obcou Oravský Podzámok. Hrad je už na prvý pohľad zreteľne členený na tri časti – Dolný zámok tvorený prevažne Turzovým palácom; Stredný zámok tvorený najmä Korvínovým palácom a palácom Jána z Dubovej; a v hornej časti sa nachádza citadela týčiaca sa 112 m nad hladinou rieky Orava. Svojou malebnosťou hrad odjakživa inšpiroval mnoho umelcov. Hrad bol postavený pred rokom 1267, kedy už patril Balassovcom. V roku 1267 sa stal majetkom koruny. Okolo roku 1481 venoval Matej Korvín hrad svojmu synovi Jánovi, po ktorého smrti si hrad privlastnila rodina Zápoľských. Tí obývali hrad až do roku 1534, kedy dal cisár Ferdinand hrad do zálohy Jánovi z Dubovca, ktorý zdokonalil hradné opevnenie a hrad zrekonštruoval. Dedičské spory po jeho smrti využil František Thurzo, ktorý hrad odkúpil a rozšíril. Počas stavovských bojov v 17. storočí hrad spustol. V roku 1800 hrad zničil požiar, no okamžite bol zrenovovaný a tak neschátral. Odvtedy bol hrad už viac krát zrekonštruovaný a je v dobrom stave. V súčasnosti sa v ňom nachádza Oravské múzeum Pavla Országha Hviezdoslava a je častým miestom konania kultúrnych a spoločenských podujatí.

Spišský hrad je nepochybne jedným z najväčších monumentov slovenských hradov, ak nie aj tým najväčším. Dominujúc malebnému Spišu sa rozprestiera na vyše štyroch hektároch

územia, čím sa radí medzi najväčšie hradné komplexy strednej Európy. Ako sídlo župy sa spomína už z roku 1113, no prvý doklad o hrade pochádza až z roku 1209. Z tohto pôvodného hradiska sa však dodnes nič nezachovalo. Spišský prepoš Matej získal v roku 1249 povolenie od kráľa Bélu IV. na vybudovanie paláca na mieste hradiska. Po vymretí Arpádovcov poškodili pri obliehaní hrad vojská Matúša Čáka Trenčianskeho. V rokoch 1320–1331 boli opravené hradné múry a v rokoch 1370–1380 bol hrad obklopený novým veľkým predhradím, čím sa plocha hradu zdvojnásobila. Po obsadení hradu Jiskrovým vojskom opravili hradby a vybudovali na západnej strane tretie veľké predhradie. Celé toto neobvykle veľké priestranstvo predhradia slúžilo ako táborisko žoldnierskeho vojska. V roku 1452 dal Jiskra hrad na zálohu Jurajovi Thurzovi, ktorý ho zase v roku 1460 zveril do správy Imrichovi Zápoľskému. V roku 1465 daroval kráľ Matej hrad aj hodnosť comesa do dedičstva rodu Zápoľských. Za čias Zápoľského sa udiali podstatné zmeny najmä v hornej časti hradu, kde boli postavané nové obytné budovy. Po sporoch o uhorský trón hrad obsadilo vojsko a bol v roku 1531 pridelený Alexiovi Thurzovi. Thurzovci prestavali hrad v druhej polovici 16. storočia na renesančné sídlo – zmodernizovali opevnenie, pospájali izolovane stojace obytné budovy. S vymretím rodu prešiel hrad do rúk Csákyovcov, až kým v roku 1945 pripadol hrad štátu. Spišský hrad je Národnou kultúrnou pamiatkou a je zapísaný v Zozname svetového dedičstva UNESCO.

Súľovský hrad, známejší pod pojmom *Súľovské skaly*, zasadený v útrobach skál, sa nachádza na severe Strážovských vrchov medzi Považskou Bystricou a Bytčou. Vzhľadom na svoju ťažko prístupnú polohu nemohol mať hrad významnejšiu obrannú funkciu, slúžil skôr ako článok v signálizačnej sústave týčiac sa na kopci vo výške 567 m. Na mieste sa nachádzajú už len posledné stopy hradu pochádzajúceho až z 15. storočia, ktorý počas vlastníckych sporov v roku 1550 vyhorel. Aj napriek tomu, že bol obnovený, začal pustiť. Už koncom 16. storočia si majitelia hradu (patril rôznym šľachtickým rodom, najdlhšie Sirmejskovcom) postavili renesančný palác v obci Súľov a kaštieľ v Súľove a Hradnej. V 18. storočí ho obývala už len posádka a koncom storočia ostal opustený.

3 Praktická časť

Táto časť obsahuje popis problému práce a charakteristiku vstupných dát. Následne popisuje riešenie problému z hľadiska ekonomických a matematických modelov aplikovaním už popísaných postupov. Ďalej obsahuje zapísanie modelu do optimalizačného systému *MPL for Windows*, pomocou ktorého bude získané optimálne riešenie. V závere praktickej časti sú výsledky interpretované a aplikované do praxe.

3.1 Vstupné dáta

Ako už z názvu práce vyplýva, jej zámerom je vytvorenie plánu trasy po slovenských hradoch, zámkoch a zrúcaninách, ktorá by bola absolvovaná na bicykli. Pre riešenie problému je podstatné mať k dispozícii kvalitné a spoľahlivé dáta.

Dôležitým aspektom zberu dát bolo územné ohraničenie. Slovensko má nepochybne hradov mnoho a nebolo teda potrebné uvažovať o územiach iných krajín. Samozrejme, že sú na svete iné krajiny plné zaujímavých hradov či zrúcanín, ale keďže pochádzam zo Slovenska a rada by som turizmus mojej rodnej krajiny propagovala, rozhodla som sa preň. Dovolím si tak isto tvrdiť, že Slovensko dobre poznám, na niejednom z hradov som už bola a rada by som ich navštívila opäť. Tak isto mám rada cyklistiku a tým pádom považujem toto spojenie športu, prírody a kultúry za ideálne.

Rozloha Slovenska je 49 035 km². Územie je to síce malé, no pomerne veľké na to, aby sa dalo v rozumnom čase prejsť na bicykli. Uvažovala som preto aj obmedzenie územia len na západné Slovensko. Nad touto časťou Slovenska som premýšľala, keďže ja osobne pochádzam z malého mesta Nová Dubnica (NDCA) ležiaceho na západnom Slovensku neďaleko od Trenčína. Tak isto sa na západnom Slovensku nachádza množstvo významných hradov, ktoré by som chcela navštíviť. Už predtým spomínané hrady strážiace Považskú obchodnú cestu sa nachádzajú prevažne práve na západnom Slovensku. Avšak stredné Slovensko ponúka tak isto mnoho pútavých hradov a vynechať skvost východného Slovenska, Spišský hrad, by bolo pre mňa neprípustné. Rozhodla som sa preto brať do úvahy územie celej republiky, ale obmedziť rozsah vstupných dát výberom opevnení.

V predošlej kapitole (2.2) sa hovorilo o hradoch na území Slovenska. Je ich veľmi veľa a niektoré sú zachovalejšie než iné. Bolo teda podstatné stanoviť, ktoré pamiatky budú definované ako hrady, zámky či zrúcaniny, aby sa s nimi mohlo ďalej pracovať. Na internetovej stránke <http://www.slovenskehrady.sk/zoznam-hradov> je dostupný zoznam so všetkými hradmi, zámkami, zrúcaninami, kaštieľmi, mestskými hradbami, hradiskami či zaniknutými hradmi na území Slovenskej republiky, ktorý katalogizuje celkovo 427 takýchto

objektov. Rozsah tohto zoznamu je príliš veľký, rozhodla som sa eliminovať všetky kaštiele, mestské hradby, hradiská a zaniknuté hrady.

V zozname hradov, zámkov a zrúcanín bolo však stále príliš veľa miest. Pri predstave veľkosti matíc vzdialeností a časov mi bolo jasné, že optimalizačný systém *MPL for Windows* by mal s výpočtom tejto úlohy problémy, nehovoriac o časovej náročnosti zberu dát. Rozhodla som sa preto výber opäť zmenšiť. Ako som už spomenula, trúfam si povedať, že Slovensko a jeho hrady pomerne dobre poznám. O oblastiach či hradoch, o ktorých nemám dostatočne veľa vedomostí, som si informácie vyhľadala. V poslednom kroku som teda vylúčila hrady, zámky či zrúcaniny na základe ich obyčajnosti či nezaujímavosti a ponechala tak len tie zaujímavé a pútavé.

Po poslednom filtrovaní mi zostalo 37 miest, z toho 15 hradov, 10 zámkov a 12 zrúcanín. Ďalej som k nim pridala východiskové a zároveň cieľové miesto, ktorým je moje rodné mesto Nová Dubnica. Východiskové miesto som umiestnila na prvú pozíciu a všetky ostatné som zoradila vzostupne podľa názvu miesta. Na zadávanie dát som použila program *MO Excel*. Vstupné dáta sú dostupné v priloženom súbore *data.xlsx* a v prílohách, ako bude ďalej upresnené.

Proces získavania dát bol komplikovaný a narazila som na viaceré úskalia. Najväčším problémom bol výber správnej aplikácie, resp. webovej stránky na zistenie vzdialeností a časov prepravy medzi danými miestami. Osobne pri plánovaní cyklistických trás používam *bikemap.net* alebo *Google Maps*. Portál *Bikemap.net* je pre účely tejto práce nevhodný z dôvodu nedostatočnej databázy miest na mape. Portál totiž nie je schopný nájsť hrady, zámky ani zrúcaniny. Napríklad pri snahe nájsť Trenčiansky hrad, najbližšie možné miesto, ktoré sa mi podarilo nájsť cez vyhľadávacie okno, bolo mesto Trenčín. Potom bolo potrebné tento výber zrušiť a kurzorom na mape zvoliť iný východiskový bod – priamo hrad, to isté by bolo potrebné opakovať pri cieľovej destinácii. Pri zberaní dát o rozsahu 1 444 hodnôt je použitie *bikemap.net* vyslovene nepraktické.

Rozhodla som sa preto použiť *Google Maps*. Stránky poskytujú možnosť výberu spôsobu prepravy autom, verejnou dopravou, peši, na bicykli či letecky. *Google Maps* však tiež nie je najlepšou voľbou, čo sa týka bicyklu ako spôsobu dopravy. Nielenže je na Slovensku málo cyklotrás, mnohé z nich dokonca nie sú na mapách zaznačené. Aplikácia preto nie je schopná v niektorých prípadoch nájsť vhodnú trasu za použitia bicykla ako dopravného prostriedku. Z osobných skúseností tiež viem, že niektoré úseky trás, ktoré *Google Maps* označuje ako cyklotrasu, nie sú v ideálnom stave. Zničená cesta tak zapríčiňuje zníženie rýchlosti a zvyšuje riziko pádu a následného zranenia sa. Aj z toho dôvodu vyberám pri mojich bežných cyklovýletoch prevažne cesty prvej a nižšej triedy. Rozhodla som sa preto pre výber *Google Maps* a auta ako spôsobu dopravy s nastavením vylúčenia diaľnic a rýchlostných ciest.

Google Maps často ponúka rôzne trasy. Rozhodla som sa vždy pre tú s najkratšou vzdialenosťou zaistiť tak konzistentnosť dát. Niektoré oblasti Slovenska poznám dobre a viem, že iná, aj keď o pár kilometrov dlhšia trasa, by bola lepšia či zaujímavejšia. Iné regióny naopak nepoznám a vyberala by som preto logicky najkratšie trasy. Takýmto postupom by však dáta neboli konzistentné, preto som sa rozhodla zaradiť najkratšie trasy medzi všetkými miestami.

vzdialenosť [km]	NDCA	Betliar	Bojnický zámok	Bratislavský hrad	Budatínsky zámok	Čachtický hrad	Čičava hrad (ruiny)	Devínsky hrad (ruiny)	Filákovský hrad (ruiny)	Haličský zámok
NDCA	0	262	62	137	68	45	354	148	206	192
Betliar	262	0	216	339	218	303	138	350	96	105
Bojnický zámok	62	216	0	158	68	90	318	169	146	132
Bratislavský hrad	137	339	158	0	203	96	460	13	260	237
Budatínsky zámok	68	218	68	203	0	110	289	214	177	163
Čachtický hrad	45	303	90	96	110	0	396	107	229	213
Čičava hrad (ruiny)	354	138	318	460	289	396	0	471	216	242
Devínsky hrad (ruiny)	148	350	169	13	214	107	471	0	271	248
Filákovský hrad (ruiny)	206	96	146	260	177	229	216	271	0	24
Haličský zámok	192	105	132	237	163	213	242	248	24	0

Tabuľka 3.1: Vzor matice vzdialeností

V tabuľke 3.1 sa nachádza ukážka matice vzdialeností medzi jednotlivými miestami, v modeli vystupujúca ako parameter *vzdialenosť*. Celá matica je k videniu v prílohe 1 a v priloženom súbore *data.xlsx* na liste *vzdialenosť*. Hodnoty v tabuľke sú udávané v kilometroch a predstavujú najkratšiu trasu medzi danými dvoma miestami. Matica je symetrická. Ukážka matice časov je viditeľná v tabuľke 3.2. Hodnoty sú udávané v minútach a v modeli vystupujú ako parameter *čas*. Celá matica je k videniu v prílohe 2 a tak isto v priloženom súbore *data.xlsx* na liste *čas*.

Vzhľadom na to, že som na vyhľadávanie trás použila *Google Maps* s autom ako zvoleným spôsobom dopravy, zaznamenávala som si len vzdialenosť trasy. Čas bol aplikáciou

vypočítaný pre auto. Z osobných skúseností viem, že moja priemerná rýchlosť na cyklovýletoch býva 23 km/h. Maticu časov som preto vypočítala z matice vzdialeností a to pomocou priemernej rýchlosti 23 km/h. Táto matica je z tohto dôvodu tiež symetrická. Tým sa však vytvára problém s nezahrnutím prevýšenia do výpočtu časov a tým pádom kratšími, resp. dlhšími časmi presunu po daných trasách. Tento problém by sa však dal vyriešiť iba použitím sofistikovanejšej aplikácie na vyhľadávanie trás s umožnením zvolenia bicyklu ako spôsobu prepravy a nastavením konkrétnej priemernej rýchlosti. Rozhodla som sa však, že pre potreby práce nie je tento problém relevantný. Problém som mohla vyriešiť jednoduchým zmenením dopravy z cyklistickej na automobilovú, ale to by už nevystihovalo moju pôvodnú predstavu spojenia športu a kultúry.

čas [min]	NDCA	Betliar	Bojnický zámok	Bratislavský hrad	Budatínsky zámok	Čachtický hrad	Čičava hrad (ruiny)	Devínsky hrad (ruiny)	Fiľakovský hrad (ruiny)	Haličský zámok
NDCA	0	683	162	357	176	117	923	386	537	501
Betliar	683	0	563	884	569	790	360	913	250	274
Bojnický zámok	162	563	0	412	176	234	830	441	381	344
Bratislavský hrad	357	884	412	0	530	251	1200	33	678	618
Budatínsky zámok	176	569	176	530	0	287	754	558	462	425
Čachtický hrad	117	790	234	251	287	0	1033	279	597	556
Čičava hrad (ruiny)	923	360	830	1200	754	1033	0	1229	563	631
Devínsky hrad (ruiny)	386	913	441	33	558	279	1229	0	707	647
Fiľakovský hrad (ruiny)	537	250	381	678	462	597	563	707	0	64
Haličský zámok	501	274	344	618	425	556	631	647	64	0

Tabuľka 3.2: Vzor matice časov

Najvyššou hodnotou v oboch maticiach je trasa spájajúca ruiny Devínskeho hradu a ruiny hradu Čičava. Vzdialenosť medzi hradmi je 471 km a priemernou rýchlosťou 23 km/h sa dá zvládnuť za 1 229 minút, čo je takmer 20,5 hodín. Naopak najkratšia trasa spája Bytčiansky zámok a ruiny Súľovského hradu. Sú od seba vzdialené len 8,6 km, čo predstavuje 22 minút na bicykli. Stĺpce, resp. riadky s názvami hradov, zámkov a zrúcanín sú v oboch maticiach kvôli prehľadnosti farebne odlíšené. Žlté bunky predstavujú východiskové miesto, modré symbolizujú hrad, červené zámok a zelenou farbou sú zvýraznené zrúcaniny (ruiny).

Tabuľka 3.3 obsahuje vzor vstupných dát, celá verzia je k nahliadnutiu v prílohe 3 a tak isto v priloženom súbore *data.xlsx* na liste *obmedzenia*. V riadkoch sa nachádza 38 miest – východiskové miesto a zoznam všetkých hradov, zámkov a zrúcanín. V druhom stĺpci sa nachádzajú informácie o príslušnom *kraji*, do ktorého daný hrad, zámok či zrúcanina spadá. Slovensko má celkom 8 krajov: Bratislavský (BA), Trnavský (TT), Nitriansky (NR), Trenčiansky (TN), Žilinský (ZA), Banskobystrický (BB), Prešovský (PO) a Košický kraj (KE). Na základe príslušných krajov som následne vytvorila premenné reprezentujúce tri regióny Slovenska – *západ*, *stred* a *východ*.

Hrad	Kraj	Západ	Stred	Východ	Typ	Hrad	Ruina	Zámok	Doba návštevy	Musím navštíviť	Úžitok z návštevy
NDCA	TN	1	0	0	mesto	0	0	0	0	0	0
Betliar	KE	0	0	1	zámok	0	0	1	50	0	2
Bojnický zámok	TN	1	0	0	zámok	0	0	1	110	1	4
Bratislavský hrad	BA	1	0	0	hrad	1	0	0	70	0	1
Budatínsky zámok	ZA	0	1	0	zámok	0	0	1	50	0	2
Čachtický hrad	TN	1	0	0	hrad	1	0	0	90	1	5
Čičava hrad (ruiny)	PO	0	0	1	ruina	0	1	0	50	0	1
Devínsky hrad (ruiny)	BA	1	0	0	ruina	0	1	0	90	0	3
Filákovský hrad (ruiny)	BB	0	1	0	ruina	0	1	0	50	0	1
Haličský zámok	BB	0	1	0	zámok	0	0	1	60	0	3

Tabuľka 3.3: Vzor dát

Ďalší stĺpec podáva informácie o *type* miesta. Na základe týchto informácií som podobne ako predtým s kraji vytvorila parametre *hrad*, *ruina* a *zámok*. Logicky nestačí vytvoriť plán trasy medzi hradmi a počítať len s časom stráveným na bicykli. Po príchode na konkrétne miesto je nutné vyhradiť čas na jeho návštevu. Práve tieto informácie sú zaznamenané v stĺpci *doba návštevy*.

Ako som už spomínala, o všetkých hradoch, zámkoch či zrúcaninách mám už určité informácie a vedomosti. Časť z nich som už v minulosti navštívila a mám teda osobné skúsenosti, o ostatných som si vyhládala informácie na internete či v knihách. Na základe týchto informácií a čisto osobných preferencií som vytvorila ďalšie dva stĺpce dát. Zo všetkých 37 miest som si vybrala 8 hradov, zámkov či zrúcanín, ktoré *musím navštíviť*. Sú to miesta, ktoré ma neobyčajne zaujali a pri plánovaní tejto cesty ich nesmiem vynechať. Týchto osem historických opevnení bolo popísaných v podkapitole 2.2.2. V stĺpci *úžitok z návštevy* som zaznamenala moje osobné preferencie návštevy jednotlivých miest. Dosiahla som toho tak, že som miestam udelila body na škále 0 – 5. Nulové ohodnotenie má len východiskové miesto. Miesta, ktoré som na základe vopred získaných informácií považovala za najzaujímavejšie, boli ohodnotené piatimi bodmi. Naopak tým zdanlivo najobyčajnejším bol udelený jeden bod.

Na poslednom liste súboru *data.xlsx* nazvanom *vysledok* som predpripravila prázdnu maticu podobnú matici vzdialeností či času. Do tejto matice sa budú ukladať výsledky z optimalizačného programu *MPL*.

3.2 Model základnej úlohy

Problém sa pokúsim vyriešiť aplikovaním úlohy obchodného cestujúceho (okružným dopravným problémom), ktorá bola popísaná v podkapitole 1.3.3. Základný model rozšírim o ďalšie obmedzujúce podmienky zaistujúc tak splnenie vedľajších cieľov. Model bude hľadať minimálnu možnú trasu medzi hradmi tak, aby splnil všetky podmienky.

Pred špecifikovaním modelu je nevyhnutné definovať indexy a premenné použité v modeli. Model používa dva indexy – i a j . Indexom i je označované miesto, z ktorého sa vychádza. Analogicky index j určuje miesto, do ktorého sa prichádza. Celkový počet miest je 38 a to vrátane východiskového miesta – Nová Dubnica. Indexy i a j teda môžu nadobudnúť hodnoty 1, 2, ..., 38. Vo väčšine podmienok modelu sú indexy obmedzené na väčšie ako jedna, pretože sa v daných podmienkach neberie do úvahy východiskové miesto.

V modeli sa vyskytujú nasledujúce premenné:

- x_{ij} binárna premenná, ktorá nadobúda hodnotu 1, pokiaľ pocestujem po trase z miesta i do miesta j ; v opačnom prípade má hodnotu 0;
- y_i binárna premenná, ktorá má hodnotu 1, pokiaľ miesto i navštívim; v prípade nenavštívenia miesta má hodnotu 0;
- $vzdialenost_{ij}$ udáva počet kilometrov trasy medzi miestami i a j ; vid' tabuľka 3.1;
- cas_{ij} udáva počet minút strávených na trase medzi miestami i a j ; vid' tabuľka 3.2;
- u_i vyjadruje poradie navštívených miest i ;
- n premenná, v ktorej je uložený celkový počet miest;
- $musim_navstivit_i$ binárny parameter, ktorý pri hodnote 1 znamená nutnosť navštívenia i -teho miesta; v opačnom prípade nie je návšteva miesta nutnou podmienkou;
- $uzitok_i$ počet bodov osobného úžitku z návštevy miesta i na škále 0 – 5;
- $hrad_i$ binárny parameter; ktorý má hodnotu 1 v prípade, že i -te miesto je hrad; v opačnom prípade má hodnotu 0;

- $zamok_i$ binárny parameter; ktorý má hodnotu 1 v prípade, že i -te miesto je zámok; v opačnom prípade má hodnotu 0;
- $ruina_i$ binárny parameter; ktorý má hodnotu 1 v prípade, že i -te miesto je zrúcanina; v opačnom prípade má hodnotu 0;
- $vychod_i$ binárny parameter; ktorý má hodnotu 1 v prípade, že i -te miesto sa nachádza na východnom Slovensku; v opačnom prípade má hodnotu 0;
- $doba_navstevy_i$ čas (v minútach) strávený návštevou i -teho miesta;
- dni parameter udávajúci maximálny možný počet dní strávených celým cyklovýletom.

Po zadefinovaní všetkých parametrov, premenných a indexov je možné vytvoriť matematický model, ktorý vyzerá nasledovne:

minimalizovať

$$z = \sum_{i=1}^n \sum_{j=1}^n vzdialenost_{ij} x_{ij}, \quad (3.1)$$

za podmienok

$$\sum_{j=1}^n x_{ij} = y_i, \quad i = 1, 2, \dots, n; \quad (3.2)$$

$$\sum_{i=1}^n x_{ij} = \sum_{i=1}^n x_{ji}, \quad i = 1, 2, \dots, n; \quad (3.3)$$

$$x_{ii} = 0, \quad i = 1, 2, \dots, n; \quad (3.4)$$

$$\sum_{i=2}^n y_i \geq 20; \quad (3.5)$$

$$\sum_{i=2}^n y_i uzitok_i \geq 70; \quad (3.6)$$

$$\sum_{i=2}^n y_i musim_navstivit_i = 8; \quad (3.7)$$

$$\sum_{i=2}^n y_i hrad_i \geq 5; \quad (3.8)$$

$$\sum_{i=2}^n y_i ruina_i \geq 3; \quad (3.9)$$

$$\sum_{i=2}^n y_i zamok_i \geq 3; \quad (3.10)$$

$$\sum_{i=2}^n y_i vychod_i \geq 2; \quad (3.11)$$

$$u_i + 1 - n(1 - x_{ij}) \leq u_j, \quad i = 1, 2, \dots, n, \quad j = 2, 3, \dots, n; \quad (3.12)$$

$$\sum_{i=1}^n \sum_{j=1}^n cas_{ij} x_{ij} + \sum_{i=1}^n doba_navstevy_i y_i \leq 480 \cdot dni; \quad (3.13)$$

$$\sum_{i=1}^n \sum_{j=1}^n vzdialenost_{ij} x_{ij} \leq 100 \cdot dni; \quad (3.14)$$

$$x_{ij} = 1(0), \quad i, j = 1, 2, \dots, n; \quad (3.15)$$

$$y_i = 1(0), \quad i = 1, 2, \dots, n; \quad (3.16)$$

Ako už bolo spomenuté, účelová funkcia (3.1) minimalizuje celkový počet prejdenných kilometrov na bicykli medzi jednotlivými navštívenými miestami začínajúc vo východiskovom bode.

Rovnice (3.2) a (3.3) vychádzajú z modelu úlohy obchodného cestujúceho. Diagonálne prvky matíc vstupných dát sú nulové, podmienky (3.4) sa preto dajú chápať iba ako poistky. Nerovnica (3.5) reprezentuje podmienku navštívenia minimálne 20 miest vynímajúc východiskový bod, čo predstavuje takmer 55 % celkového počtu miest. Dôležitosť tejto podmienky je nesporná. Bez jej použitia by bol výsledný optimálny okruh príkrátky, resp. nulový. Podmienka (3.6) zaisťuje navštívenie miest s minimálnou hodnotou úžitku 70 bodov.

Program bude teda preferovať miesta pre mňa lákavejšie. Rovnica (3.7) zabezpečuje, aby bolo všetkých 8 povinných miest navštívených. Nerovnice (3.8), (3.9) a (3.10) zabezpečujú pestrosť navštívených miest stanovujúc navštívenie minimálne piatich hradov, troch zámkov a troch ruín. Na východnom Slovensku je hradov, zámkov aj zrúcanín menej než na západe či strede. Východiskový bod je taktiež na západnom Slovensku. Podmienka (3.11) zaisťuje, že cesta povedie až na východ Slovenska, a to tým, že stanovuje za potrebné navštíviť minimálne dve miesta na východe. Podmienky (3.12) pochádzajú tiež z úlohy obchodného cestujúceho a zabraňujú vytváraniu parciálnych cyklov.

Na základe predchádzajúcich cyklistických skúseností a odhadu mojej kondície som sa rozhodla počítat' v priemere s 8 hodinami (480 minútami) denne strávenými na bicykli, resp. návštevami hradov, zámkov a zrúcanín. Nerovnica (3.13) zabezpečuje neprekročenie celkového času stráveného výletom. Ako už bolo spomenuté pri definovaní premenných, v parametri *dni* je uložený maximálny možný počet dní strávený týmto cyklovýletom. Rozhodla som sa pre dobu trvania výletu 15 dní, t. j. $dni = 15$. Podobne ako predošlé obmedzenie, aj nerovnica (3.14) hovorí o tom, že nezvládnem prejsť v priemere viac než 100 km denne na bicykli. A na záver, obmedzenia (3.15) a (3.16) zabezpečujú, že premenné x_{ij} a y_i budú nadobúdať len hodnoty 0 a 1, t. j. budú binárne.

Takto naformulovaný matematický model prepísaný do programu *MPL for Windows* sa nachádza v prílohe 4. V elektronickej podobe je priložený ako súbor *Okruh_SVK_MinKm.mpl*.

3.3 Riešenie základnej úlohy

Na riešenie modelu som použila optimalizačný systém *MPL for Windows* s riešiteľom *CoinMP*, ktorému sa túto úlohu podarilo vypočítať za 55 hodín 39 minút. V prílohe 5 je zobrazené riešenie základnej úlohy na mape Slovenska.

MPL optimalizovalo dĺžku trasy na 877,40 km. V tabuľke 3.4 je zobrazený výsledok základnej úlohy. V prvom stĺpci je znázornené poradie navštívených miest, v druhom stĺpci sú vypísané vzdialenosti medzi jednotlivými miestami v kilometroch. Tým, že je matica vzdialeností symetrická a prevýšenie model neberie do úvahy, môžu byť dané miesta navštívené aj v opačnom poradí, t. j. Nová Dubnica → Trenčiansky hrad → Čachtický hrad → ... → Považský hrad (ruiny) → Nová Dubnica.

Navštívených bude presne 20 miest, z čoho sú práve dve na východnom Slovensku. Z vybraných 20 miest je zároveň sedem hradov, šesť zámkov a sedem zrúcanín, čím sú splnené podmienky počtu navštívených jednotlivých druhov miest. Úžitok z návštevy miest tvoriacich tento okruh je potrebných 70 bodov a je zabezpečené navštívenie všetkých ôsmich miest, ktoré boli vopred stanovené ako povinné.

NDCA	
Považský hrad (ruiny)	↓ 38,60 km
Zámok Bytča	12,40 km
Súľovský hrad (ruiny)	8,60 km
Hrad Lietava (ruiny)	28,00 km
Budatínsky zámok	15,50 km
Hrad Strečno	14,70 km
Starhrad (ruiny)	25,00 km
Oravský hrad	57,20 km
Spišský hrad	154,00 km
Hrad Krásna Hôrka	78,90 km
Fiľakovský hrad (ruiny)	95,80 km
Haličský zámok	24,40 km
Hrad Divín (ruiny)	15,00 km
Zvolenský zámok	40,10 km
Nový zámok (Banská Štiavnica)	32,30 km
Bojnický zámok	72,30 km
Hrad Beckov	71,90 km
Tematín (ruiny)	18,00 km
Čachtický hrad	28,70 km
Trenčiansky hrad	34,70 km
NDCA	11,00 km

Tabuľka 3.4 Výsledok základnej úlohy

Celkovo strávim na bicykli 2 289 minút, čo je 38,15 hodín. Spolu s návštevami hradov, zámkov a zrúcanín to bude 3 799 minút, čiže 63,31 hodín, t. j. necelých 8 dní. Trasu teda zvládnem do 15 dní a to aj s prípadnými oddychovými dňami.

Ubytovanie na trase bude zaistené vždy v mieste dojazdu jednotlivých denných etáp, pričom dojazd etapy nemusí byť v mieste hradu, zámku či zrúcaniny. Trasa bude jednoducho po približne 8 hodinách prerušená. Vo väčšine slovenských obcí nie je problém nájsť ubytovanie v deň príchodu. Každý deň prejdem na bicykli nie viac ako 100 km a spolu s návštevami miest strávim maximálne 8 hodín. Do dennej cieľovej destinácie by som sa tak mala dostať nie neskôr ako o 18:00. Dĺžku denných etáp je možné mierne prispôbiť ubytovaniu v daných oblastiach. Noc strávim u kamarátov, v kempoch, ubytovniach či penziónoch.

3.4 Modifikovaná úloha

Základnú úlohu som sa rozhodla modifikovať, a to preto, aby som vytvorila ďalší možný plán cyklovýletu a mala tak možnosť oba porovnať a vybrať ten vhodnejší a zaujímavejší. Úloha je modifikovaná tak, že nebudem vytvárať jeden veľký okruh naprieč celým Slovenskom, ale tri menšie. Namiesto pôvodného jedného východiskového bodu som

si vybrala tri. Zvolila som si tri krajské mestá – Trenčín, Nitra a Prešov. Zvažovala som všetky krajské mestá a vzhľadom na počet historických opevnení zahrnutých v práci som sa rozhodla pre výber troch. Tieto tri boli vybrané na základe ich geografickej polohy, a teda blízkosti opevnení, a zároveň vzájomnej vzdialenosti na území Slovenska. Medzi týmito mestami by som sa presunula vlakmi, ktoré mám ako študent zadarmo, a z jednotlivých miest by som vyrazila na tri rôzne okruhy po najbližších hradoch, zámkoch či zrúcaninách. Všetky zvolené východiskové miesta teda museli spĺňať požiadavky dobrých vlakových spojení, čo zvolené Trenčín, Nitra a Prešov spĺňajú.

3.4.1 Aplikácia úlohy o pokrytí

Ako prvé bolo nevyhnutné priradiť každému hradu, zámku či zrúcanine príslušné východiskové miesto. Keby som tak nespravila a vytvárala okruhy z jednotlivých krajských miest používajúc kompletne vstupné dáta, nie len že by bol výpočet náročný, ale hlavne by mohol nastať prípad, kedy by som mala navštíviť jedno a to isté miesto v rámci okruhov z rôznych východiskových miest. Aby som zabránila tomuto problému, využila som postup úlohy o pokrytí, čím som na základe určitých podmienok miesta rozdelila na tri skupiny. Úloha o pokrytí poskytuje len približný odhad rozdelenia, existujú lepšie algoritmy, no pre účely práce je úloha o pokrytí postačujúca.

Vstupné dáta modelu sú v podstate zúžené dáta predošlého modelu. K vyriešeniu úlohy je potrebná matica vzdialeností, ktorá je podobná tej predošlej, líši sa len pridaním riadkov, resp. stĺpcom s hodnotami nových východiskových miest. V prípade nových východiskových miest som vzdialenosť počítala priamo z vlakových staníc daných miest, keďže sa medzi nimi premiestnim vlakom. Dáta sa nachádzajú v prílohe 6 a v súbore *data_2.xlsx*.

Model úlohy používa opäť rovnaké indexy ako predošlý model a vyskytujú sa v ňom nasledujúce premenné:

- x_{ij} binárna premenná, ktorá nadobúda hodnotu 1 v prípade, že je obvod O_j obsluhovaný z obvodu O_i , tzn. že opevnenie j bude priradené východiskovému miestu i ; v opačnom prípade má hodnotu 0;
- z_i binárny parameter, ktorý má hodnotu 1, pokiaľ je v obvode i zriadená stanica, tzn. že miesto je východiskovým miestom; v opačnom prípade má hodnotu 0;
- $vzdialenost_{ij}$ udáva počet kilometrov trasy medzi miestami i a j ; viď príloha 6.

Matematický model úlohy je nasledovný:

minimalizovať

$$z = \sum_{i=1}^n \sum_{j=1}^n vzdialenost_{ij} x_{ij}, \quad (3.17)$$

za podmienok

$$\sum_{i=1}^n x_{ij} = 1, \quad j = 1, 2, \dots, n; \quad (3.18)$$

$$\sum_{j=4}^n x_{ij} \leq 14z_i, \quad i = 1, 2, \dots, n; \quad (3.19)$$

$$x_{ij} = 0 \ (1), \quad i = 1, 2, \dots, n, \ j = 1, 2, \dots, n; \quad (3.20)$$

$$z_i = 0 \ (1), \quad i = 1, 2, \dots, n. \quad (3.21)$$

Model priraduje každému miestu práve jedno východiskové miesto s cieľom minimalizovať vzdialenosť (viď účelová funkcia (3.17)). Podmienky (3.18) zabezpečujú to, že každému miestu bude priradené práve jedno východiskové krajské mesto. V niektorých oblastiach Slovenska, ako napr. Považie či Ponitrie, sa nachádza hradov viac ako napr. v oblasti Zemplína alebo Žitného ostrova. Mohlo by sa tak stať, že jednému krajskému mestu by bola priradená väčšina miest a inému len niekoľko. Práve preto sú v modeli zahrnuté podmienky (3.19), ktoré obmedzujú priradenie maximálne 14 miest jednému východiskovému mestu. Každé by tak malo mať približne rovnako veľkú databázu miest na vytváranie okruhov. Na záver podmienky (3.20) a (3.21) špecifikujú premenné x_{ij} a z_i ako binárne premenné.

Matematický model prepísaný do *MPL* je k videniu v prílohe 7 a ako priložený súbor *Priradenie_Vychodzich_Miest.mpl*. Výsledkom úlohy o pokrytí je priradenie štrnástich miest mestu Trenčín, štrnástich miest Nitre a deviatich Prešovu. Skupiny miest sú zobrazené v tabuľke 3.5.

Trenčín	Nitra	Prešov
Bojnický zámok	Bratislavský hrad	Betliar
Budatínsky zámok	Devínsky hrad (ruiny)	Čičava hrad (ruiny)
Čachtický hrad	Haličský zámok	Fiľakovský hrad (ruiny)
Holíčsky zámok	Hrad Červený kameň	Hrad Krásna Hôrka
Hrad Beckov	Hrad Divín (ruiny)	Kapušíansky hrad (ruiny)
Hrad Lietava (ruiny)	Hrad Modrý kameň	Kežmarský hrad
Hrad Strečno	Levický hrad	Ľubovniansky hrad
Oravský hrad	Nitriansky hrad	Spišský hrad
Považský hrad (ruiny)	Nový zámok (Banská Štiavnica)	Turniansky hrad (ruiny)
Starhrad (ruiny)	Plavecký hrad (ruiny)	
Súľovský hrad (ruiny)	Smolenický zámok	
Tematín (ruiny)	Topoľčiansky hrad (ruiny)	
Trenčiansky hrad	Zámok Topoľčianky	
Zámok Bytča	Zvolenský zámok	

Tabuľka 3.5 Výsledok modifikovanej úlohy (úloha o pokrytí)

3.4.2 Formulácia a riešenie modifikovanej úlohy

Po tom, čo som aplikáciou úlohy o pokrytí vytvorila tri skupiny miest, bolo potrebné vytvoriť vstupné dáta pre dané tri modely. Pôvodnú maticu vzdialeností vytvorenú pre model úlohy o pokrytí (príloha 6) som musela rozdeliť na tri menšie tak, aby zodpovedali výsledkom priradenia miest.

Matica vzdialeností, matica časov a vstupné dáta trenčianskej skupiny sú k videniu v prílohe 8 a v priloženom súbore *data_TN.xlsx*.¹⁹ Po vytvorení dát je možné stanoviť matematický model. Indexy a premenné v modeli sú rovnaké ako v základnej úlohe. Líšia sa len ich veľkosti a hodnoty.

Ďalej sa budem venovať popisu modelu pre skupinu Trenčín. Ostatné dve sú takmer totožné, odlišnosti budú neskôr spomenuté. Model v porovnaní so základnou úlohou vynecháva premennú $vychod_i$, ktorá už teraz logicky nemá využitie. Do premennej dni je uložené číslo 5, čo v tomto prípade znamená maximálnu dĺžku okruhu s dobou trvania 5 dní. Podmienka (3.5) bola zmenená na

$$\sum_{i=2}^n y_i \geq 8,$$

čo znamená, že je potrebné navštíviť minimálne 8 miest v rámci okruhu. Podobne boli zmenené podmienka (3.6) na

¹⁹ Podobne sú vytvorené dáta aj pre nitriansku a prešovskú skupinu. Tie sú dostupné v elektronickej podobe v súboroch *data_NR.xlsx* a *data_PO.xlsx*.

$$\sum_{i=2}^n y_i \text{uzitok}_i \geq 23$$

obmedzujúc úžitok na minimálne 23 bodov a podmienka (3.7) na

$$\sum_{i=2}^n y_i \text{musim_navstivit}_i = 6 \quad (3.22)$$

stanovujúc nutnosť navštívenia vybraných šiestich miest. Počet navštívených hradov bol obmedzený na minimálne tri, počet zámkov na minimálne dva a ruín na aspoň jednu. Zvyšok modelu je totožný s modelom základnej úlohy.

Trenčín	
Považský hrad (ruiny)	↓ 46,60 km
Zámok Bytča	12,40 km
Súľovský hrad (ruiny)	8,60 km
Hrad Strečno	36,20 km
Oravský hrad	64,70 km
Bojnický zámok	103,00 km
Hrad Beckov	71,90 km
Čachtický hrad	17,80 km
Trenčín	34,60 km

Tabuľka 3.6 Výsledok modifikovanej úlohy (Trenčín)

Výsledný okruh začínajúci v Trenčíne je zobrazený v tabuľke 3.6. Dĺžka okruhu je 396 km. Pri písaní modelu som si však všimla jednu zvláštnosť. Až šesť z pôvodných ôsmich hradov, zámkov a zrúcanín, ktoré som si stanovila za nutné navštívenia, sa nachádza v skupine miest priradených Trenčínu. Vopred teda viem, ktorých 6 miest bude súčasťou okruhu a vytvára sa tak priestor len na minimálne dve odlišné miesta.

Rozhodla som sa preto v modeli modifikovanej úlohy upustiť od podmienky navštívenia týchto miest. Podmienku (3.22) som teda eliminovala ako z modelu pre Trenčín, tak aj z modelov pre Nitru a Prešov. Takto naformulovaný matematický model prepísaný do programu *MPL for Windows* sa nachádza v prílohe 9 a ako priložený súbor *Okruh_TN_MinKm.mpl*²⁰.

Upravený model bol optimalizovaný pomocou *MPL*, ktorému výpočet trval len 25,9 sekundy. Dĺžka minimálneho okruhu bola vypočítaná na 246,7 km. Poradie navštívených miest je zobrazené v tabuľke 3.7. Okruh sa pri priemernej rýchlosti 23 km/h zvládne za 644 minút, čo je 10 hodín a 44 minút. Celkový čas pri zarátaní doby trvania návštev jednotlivých miest bude 1 224 minút, čo je 20 hodín a 24 minút. Celkový úžitok z návštevy vybraných miest bude 30 bodov, čo prekračuje obmedzenie o 7 bodov. Okruhom budú

²⁰ Podobne sú pre nitriansky a prešovský okruh priložené súbory *Okruh_NR_MinKm.mpl* a *Okruh_PO_MinKm.mpl*.

navštívené tri hrady, dva zámky a tri ruiny, čím sú splnené všetky obmedzenia týkajúce sa rozmanitosti navštívených miest.

Trenčín	
Považský hrad (ruiny)	↓ 46,60 km
Zámok Bytča	12,40 km
Budatínsky zámok	19,10 km
Hrad Strečno	14,70 km
Hrad Lietava (ruiny)	24,10 km
Súľovský hrad (ruiny)	28,00 km
Hrad Beckov	80,50 km
Trenčiansky hrad	20,20 km
Trenčín	1,10 km

Tabuľka 3.7 Výsledok upravenej modifikovanej úlohy (Trenčín)

Model pre skupinu miest priradených Nitre som upravila len mierne. Podmienku (3.6) som upravila na

$$\sum_{i=2}^n y_i \text{uzitok}_i \geq 20,$$

zmenšujúc tak minimálny úžitok z navštívenia vybraných miest na 20 bodov. Učinila som tak, pretože pri pohľade na vstupné dáta bol viditeľný pokles úžitkových bodov miest tejto skupiny.

Výsledok bol opäť vypočítaný pomocou *MPL*, pre ktorý ani tento výpočet nebol náročný a zvládol ho v čase 39 sekúnd. Okruh má dĺžku 389 km a miesta sú navštívené v poradí zobrazenom v tabuľke 3.8. Pri priemernej rýchlosti 23 km/h je celkový čas strávený na bicykli rovný 1 014 minút, čo je 16 hodín 54 minút. Spolu s návštevami miest bude tak celkový čas strávený týmto okruhom 1 564 minút, čo je 26 hodín 4 minúty. Úžitok z návštevy vybraných troch hradov, dvoch zámkov a troch ruín bude požadovaných 20 bodov.

Nitra	
Levický hrad	↓ 46,10 km
Zámok Topoľčianky	31,90 km
Topoľčiansky hrad (ruiny)	52,90 km
Smolenický zámok	79,40 km
Plavecký hrad (ruiny)	23,80 km
Devínsky hrad (ruiny)	50,70 km
Bratislavský hrad	12,50 km
Nitriansky hrad	89,00 km
Nitra	2,70 km

Tabuľka 3.8 Výsledok upravenej modifikovanej úlohy (Nitra)

V prípade modelu pre poslednú skupinu, Prešov, bolo potrebných viac úprav. Vzhľadom na menšiu veľkosť skupiny som obmedzila minimálny vyžadovaný počet

navštívených miest na 5. Osobný úžitok z navštívenia vybraných miest bol taktiež zmenšený na minimálne 15 bodov. Taktiež som sa rozhodla vidieť aspoň dva hrady a jednu zrúcaninu. Vzhľadom na to, že sa v skupine nachádza iba jeden zámok, rozhodla som sa podmienku týkajúcu sa zámkov úplne vypustiť.

Optimalizačný program *MPL* podobne ako v minulých prípadoch s výpočtom nemal problém a zvládol ho za 21 sekúnd a vypočítal okruh dĺžky 311,50 km. Výsledné poradie navštívených miest je opäť zobrazené v tabuľke 3.9. Čas strávený na bicykli bude 813 minút, čo je 13 hodín 33 minút a spolu s návštevami opevnení bude celkový čas cyklovýletu 1 213 minút, čo je 20 hodín 13 minút. Úžitok z návštevy vybraných troch hrado, jedného zámku a dvoch zrúcanín bude požadovaných 15 bodov.

Prešov	
Kapušíansky hrad (ruiny)	↓ 12,50 km
Spišský hrad	52,00 km
Kežmarský hrad	47,10 km
Betliar	82,20 km
Hrad Krásna Hôrka	16,20 km
Turniansky hrad (ruiny)	29,20 km
Prešov	72,30 km

Tabuľka 3.9 Výsledok upravenej modifikovanej úlohy (Prešov)

Po spočítaní dĺžky všetkých troch okruhov vzniká trasa o celkovej dĺžke 947,20 km. V prílohe 10 je zobrazené riešenie modifikovanej úlohy na mape Slovenska.

3.4.3 Porovnanie základnej a modifikovanej úlohy

Výstupom práce sú dva rôzne plány trasy na cyklovýlet. Trasa základnej úlohy, okruhu naprieč celým Slovenskom, je v porovnaní s modifikovanou úlohou vytvárajúcou tri okruhy z rôznych východiskových miest kratšia o 69,8 km. Trasa modifikovanej úlohy má preto aj dlhšiu dobu trvania a to o 182 min, čo sú 3 hodiny 2 minúty, resp. zahŕňajúc aj čas strávený na historických opevneniach o 202 minút, čo sú 3 hodiny 22 minút. Síce modifikovanie úlohy vytvorilo časovo a kilometrovo náročnejšiu trasu, ale táto trasa plánuje navštíviť o dve opevnenia viac v porovnaní so základnou úlohou. Aj napriek tomu má však základná úloha väčší celkový úžitok z návštevy vybraných miest a to o 5 bodov. Tabuľka 3.10 zobrazuje porovnanie oboch úloh.

Obe trasy prechádzajú peknými časťami Slovenska a zahŕňajú návštevu mnohých zaujímavých miest. Sama plánujem tento cyklovýlet absolvovať a mám tak na výber z dvoch trás. Uprednostním trasu modifikovanej úlohy a to preto, že poskytuje možnosť ľahkého rozdelenia cyklovýletu, ktorý tak nemusí byť absolvovaný celý naraz. Výlet absolvujem v troch menších okruhoch, medzi ktorými si môžem spraviť niekoľko dňovú pauzu.

	vzdialenosť [km]	čas [min]	celkom čas [min]	úžitok [body]	hrady [ks]	zámky [ks]	ruiny [ks]
TN	246,70	644	1 224	30	3	2	3
NT	389,00	1 014	1 564	20	3	2	3
PO	311,50	813	1 213	15	3	1	2
spolu modifikovaná úloha	947,20	2 471	4 001	65	9	5	8
základná úloha	877,40	2 289	3 799	70	7	6	7

Tabuľka 3.10: Porovnanie základnej a modifikovanej úlohy

4 Záver

Bakalárka práca bola zameraná na spojenie cyklistiky a spoznávanie kultúrneho dedičstva Slovenska aplikovaním úlohy obchodného cestujúceho. Práca bola rozdelená do troch kapitol, pričom boli najskôr vytýčené teoretické pojmy a informácie potrebné na interpretáciu použitých modelov. Úspešne sa podarilo opísať úlohu obchodného cestujúceho a uviesť čitateľa do témy cyklistiky a historických opevnení na území Slovenska.

Pred vytvorením matematického modelu bolo potrebné získať vstupné dáta. Musím podotknúť, že táto časť práce bola časovo veľmi náročná. Už len výber portálu na získavanie vstupných dát bol komplikovaný, nehovoriac o dobe samotného zberu dát. Pôvodné vstupné dáta boli tvorené dvoma maticami vzdialenosti a času, každá o rozsahu 1 444 hodnôt, a tabuľkou informácií o jednotlivých miestach o veľkosti 418 hodnôt udávajúcej napríklad typ miesta, jeho polohu či osobný úžitok z jeho návštevy.

Po získaní vstupných dát bol naformulovaný matematický model, ktorý bol založený na teoretických informáciách z prvej kapitoly. Ako prvý bol formulovaný model s cieľom minimalizácie celkovej dĺžky trasy medzi hradmi, zámkami a zrúcaninami na území celej Slovenskej republiky. Model zahŕňal základné podmienky vychádzajúce z klasickej úlohy obchodného cestujúceho a bol obohatený o obmedzenia fyzickej kondície, časovej náročnosti návštevy miest, pestrosti výberu navštívených lokalít či potreby navštíviť určité vopred stanovené pevnosti. Matematický model bol následne zapísaný do optimalizačného softvéru *MPL for Windows*. Pri spomínanej veľkosti dát bol výpočet náročný aj pre *MPL*, no po 55 hodinách a 39 minútach dospel program k optimálnemu výsledku. Tento výsledok som na záver interpretovala a graficky znázornila na mape Slovenska.

Následne som sa rozhodla úlohu modifikovať a vytvoriť namiesto jedného veľkého okruhu naprieč celým Slovenskom tri menšie okruhy vychádzajúce z troch krajských miest – Trenčín, Nitra a Prešov. V prvom rade bolo potrebné rozdeliť historické objekty na tri skupiny, aby sa zabránilo navštíveniu jedného miesta viackrát, na čo som využila postup úlohy o pokrytí. Po nájdení optimálneho rozdelenia bola práca s dátami opäť časovo náročná, keďže ich bolo potrebné nie len rozdeliť, ale aj rozšíriť o tri nové východiskové miesta. Následne som vytvorila ďalšie tri matematické modely pre každú zo skupín čiastočne obmieňajúc obmedzujúce podmienky. Výsledky som opäť interpretovala a graficky zobrazila na mape.

Cieľ práce sa podarilo splniť a boli vytvorené hneď dve možnosti trasy cyklovýletu. Podarilo sa mi spojiť cyklistiku s návštevami hradov a sama tento výlet v budúcnosti absolvujem. Vylepšenie úlohy by bolo možné získaním kvalitnejších dát. Presnejšie výsledky by boli dosiahnuté zberom dát vzdialeností a časov z portálu s dostatočným pokrytím slovenského územia a poskytujúceho možnosť spôsobu prepravy na bicykli, čím by boli v časoch zahrnuté aj prevýšenia na trase. Za daných podmienok sa mi ale cieľ podarilo splniť, keďže boli splnené všetky formulované podmienky modelu.

5 Literatúra

- [1] FÁBRY, J.: *Matematické modelování*. 1. vydanie. Praha: Nakladatelství Oeconomica, 2007. ISBN 978-80-245-1266-2.
- [2] IZAKOVIČOVÁ, M., KRIŽANOVÁ, E., FIALA, A., BALLOVÁ-ADAMCOVÁ, E.: *Slovenské hrady a kaštiele*. 1. vydanie. Bratislava: Šport, 1969.
- [3] JABLONSKÝ, J.: *Operační výzkum*. 3. vydanie. Praha: Professional Publishing, 2007. ISBN 978-80-86946-44-3.
- [4] LAGOVÁ, M., JABLONSKÝ, J.: *Lineární modely*. 2. prepracované vydanie. Praha: Nakladatelství Oeconomica, 2009. ISBN 978-80-245-1511-3.
- [5] MORVAYOVÁ, S. Život na stredovekých hradoch. *Historická revue* [online]. 2014, č. 5, str. 6–9. Dostupné na internete: <http://www.historickarevue.com/clanok/zivot-na-stredovekych-hradoch>, [cit. 14.4.2018]
- [6] PELIKÁN, J.: *Diskrétní modely v operačním výzkumu*. Praha: Professional Publishing, 2001. ISBN 80-86419-17-7.
- [7] PISOŇ, Š.: *Hrady, zámky a kaštiele na Slovensku*. 3. vydanie. Martin: Osveta, 1983. ISBN 70-016-83.

Internetové zdroje

- [8] EDITORI PeterSagan.com. *About Peter Sagan, the legendary three-time World Champion* [online]. Dostupné na internete: <https://www.petersagan.com/peter-sagan/>, [cit. 12.4.2018].
- [9] EDITORI SlovakiaSite.com. *Dejiny Slovenska* [online]. Dostupné na internete: <http://www.slovakiasite.com/sk/dejiny.php>, [cit. 14.4.2018].
- [10] EDITORI Sportovecroka.eu. *História | Športovec roka* [online]. Dostupné na internete: <http://www.sportovecroka.eu/sk/Sportovec-roka.html>, [cit. 12.4.2018].
- [11] EDITORI TheFamousPeople.com. *Peter Sagan Biography* [online]. 30.10.2017. Dostupné na internete: <https://www.thefamouspeople.com/profiles/peter-sagan-5775.php>, [cit. 12.4.2018].

- [12] MINISTERSTVO PÔDOHOSPODÁRSTVA A ROZVOJA VIDIEKA SR. *V regiónoch pribudnú ďalšie cyklotrasy* [online]. 27.11.2017. Dostupné na internete: <http://www.mpsr.sk/index.php?navID=2&navID2=2&sID=67&id=12277>, [cit. 12.4.2018].
- [13] PROFIL SLOVENSKEJ KULTÚRY. *Architektúra stredoveku: kláštory, hrady a prvé mestá* [online]. Dostupné na internete: <http://profil.kultury.sk/sk/architektura-stredoveku-klastory-hrady-a-prve-mesta/>, [cit. 14.4.2018].
- [14] TLAČOVÁ AGENTÚRA SLOVENSKEJ REPUBLIKY. *V SR sa môže začať budovať 86,9 km nových cyklotrás z eurofondov* [online]. 15.8.2017. Dostupné na internete: <http://www.teraz.sk/ekonomika/v-sr-sa-moze-zacat-budovat-869-km/275389-clanok.html>, [cit. 12.4.2018].
- [15] ZASTÚPENIE EURÓPSKEJ KOMISIE NA SLOVENSKU. *Eurofondy vysvetlené jednoducho a stručne v 5 krokoch* [online]. 13.7.2017. Dostupné na internete: <https://europask.atavist.com/eurofondy-jednoducho-a-strucne>, [cit. 12.4.2018].

Zoznam obrázkov

Obrázok 1.1 Možnosti zakončenia výpočtu v úlohách LP.....	5
---	---

Zoznam tabuliek

Tabuľka 3.1: Vzor matice vzdialeností	22
Tabuľka 3.2: Vzor matice časov	23
Tabuľka 3.3: Vzor dát	24
Tabuľka 3.4 Výsledok základnej úlohy	29
Tabuľka 3.5 Výsledok modifikovanej úlohy (úloha o pokrytí)	32
Tabuľka 3.6 Výsledok modifikovanej úlohy (Trenčín)	33
Tabuľka 3.7 Výsledok upravenej modifikovanej úlohy (Trenčín)	34
Tabuľka 3.8 Výsledok upravenej modifikovanej úlohy (Nitra).....	34
Tabuľka 3.9 Výsledok upravenej modifikovanej úlohy (Prešov).....	35
Tabuľka 3.10: Porovnanie základnej a modifikovanej úlohy	36

Príloha 1 – Matica vzdialeností základného modelu

vzdialenosť [km]	NDA	Betliar	Bojnický zámok	Bratislavský hrad	Budatínsky zámok	Čachtický hrad	Čičava hrad (ruiny)	Devínsky hrad (ruiny)	Fíľakovský hrad (ruiny)	Haličský zámok	Holičský zámok	Hrad Beckov	Hrad Červený kameň	Hrad Divín (ruiny)	Hrad Krásna Hôrka	Hrad Lietava (ruiny)	Hrad Modrý kameň	Hrad Strečno	Kapušiansky hrad (ruiny)	Kežmarský hrad	Levíčský hrad	Lubovniansky hrad	Nitriansky hrad	Nový zámok (Banská Štiavnica)	Oravský hrad	Plavecký hrad (ruiny)	Považský hrad (ruiny)	Smolenický zámok	Spíšský hrad	Starhrad (ruiny)	Súľovský hrad (ruiny)	Tematín (ruiny)	Topoľčiansky hrad (ruiny)	Trenčiansky hrad	Turniansky hrad (ruiny)	Zámok Bytča	Zámok Topoľčianky	Zvolenský zámok
NDA	0	262	62	137	68	45	354	148	206	192	96	31	104	177	285	75	164	78	308	231	109	261	89	109	128	101	39	86	259	82	52	49	53	11	309	52	78	136
Betliar	262	0	216	339	218	303	138	350	96	105	358	285	319	115	16	228	133	209	107	82	205	116	249	182	178	333	246	314	85	218	240	303	272	278	40	234	236	149
Bojnický zámok	62	216	0	158	68	90	318	169	146	132	141	72	131	116	225	64	124	76	273	196	84	230	79	72	103	136	72	120	223	80	86	90	64	65	249	82	52	76
Bratislavský hrad	137	339	158	0	203	96	460	13	260	237	85	111	39	250	339	210	211	214	427	350	137	384	89	178	257	53	174	67	378	217	188	106	120	127	362	187	120	222
Budatínsky zámok	68	218	68	203	0	110	289	214	177	163	162	96	170	148	230	16	165	15	243	166	149	195	142	127	63	167	30	151	194	18	24	117	119	77	254	19	117	112
Čachtický hrad	45	303	90	96	110	0	396	107	229	213	65	18	64	199	308	114	182	121	359	282	111	305	68	131	170	61	82	45	302	125	95	29	64	35	331	95	94	158
Čičava hrad (ruiny)	354	138	318	460	289	396	0	471	216	242	456	383	440	236	127	299	255	280	49	142	327	121	370	303	249	455	317	436	98	289	311	403	379	363	96	305	357	270
Devínsky hrad (ruiny)	148	350	169	13	214	107	471	0	271	248	82	121	50	261	350	221	222	225	438	361	148	395	100	189	268	51	185	67	389	228	199	117	131	138	373	198	131	233
Fíľakovský hrad (ruiny)	206	96	146	260	177	229	216	271	0	24	280	211	240	36	96	187	55	168	187	138	126	172	170	103	165	254	205	236	158	188	199	229	193	205	119	194	157	70
Haličský zámok	192	105	132	237	163	213	242	248	24	0	256	196	217	15	105	173	31	154	196	138	103	172	147	87	151	231	191	212	157	173	185	209	178	190	129	180	134	55
Holičský zámok	96	358	141	85	162	65	456	82	280	256	0	69	68	250	358	169	231	173	411	334	154	367	110	179	222	47	133	49	361	176	147	80	109	86	382	146	139	209
Hrad Beckov	31	285	72	111	96	18	383	121	211	196	69	0	77	181	290	100	169	108	341	264	113	291	70	113	157	74	68	58	292	110	81	18	55	20	313	81	82	140
Hrad Červený kameň	104	319	131	39	170	64	440	50	240	217	68	77	0	227	319	177	191	181	401	324	115	358	71	153	231	42	141	21	351	184	154	80	93	94	342	154	102	181
Hrad Divín (ruiny)	177	115	116	250	148	199	236	261	36	15	250	181	227	0	115	158	45	139	205	156	113	181	157	73	136	241	176	223	166	158	169	199	163	175	138	164	140	40
Hrad Krásna Hôrka	285	16	225	339	230	308	127	350	96	105	358	290	319	115	0	240	133	221	92	95	205	129	249	182	191	333	258	314	79	231	251	308	272	283	29	246	236	149
Hrad Lietava (ruiny)	75	228	64	210	16	114	299	221	187	173	169	100	177	158	240	0	175	24	253	176	145	210	138	127	74	171	34	155	204	29	28	121	123	80	263	30	113	122

Hrad Modrý kameň	164	133	124	211	165	182	255	222	55	31	231	169	191	45	133	175	0	156	224	169	76	202	121	56	153	206	187	187	188	175	186	184	150	162	157	181	103	51
Hrad Strečno	78	209	76	214	15	121	280	225	168	154	173	108	181	139	221	24	156	0	232	157	148	191	150	117	65	178	42	161	185	25	36	128	129	88	244	31	125	103
Kapušiánsky hrad (ruiny)	308	107	273	427	243	359	49	438	187	196	411	341	401	205	92	253	224	232	0	96	296	75	340	258	203	407	271	392	52	243	265	358	334	317	85	260	322	232
Kežmarský hrad	231	82	196	350	166	282	142	361	138	138	334	264	324	156	95	176	169	157	96	0	230	35	272	181	126	330	194	315	47	166	188	282	257	240	119	183	245	155
Levický hrad	109	205	84	137	149	111	327	148	126	103	154	113	115	113	205	145	76	148	296	230	0	264	45	42	175	129	146	110	257	162	160	107	85	107	229	159	32	75
Ľubovniansky hrad	261	116	230	384	195	305	121	395	172	172	367	291	358	181	129	210	202	191	75	35	264	0	306	215	135	361	224	346	57	192	218	312	290	272	142	213	279	189
Nitriansky hrad	89	249	79	89	142	68	370	100	170	147	110	70	71	157	249	138	121	150	340	272	45	306	0	83	179	85	125	66	299	155	139	64	51	87	272	139	32	111
Nový zámok (Banská Štiavnica)	109	182	72	178	127	131	303	189	103	87	179	113	153	73	182	127	56	117	258	181	42	215	83	0	128	165	135	149	209	137	148	131	94	107	205	143	60	32
Oravský hrad	128	178	103	257	63	170	249	268	165	151	222	157	231	136	191	74	153	65	203	126	175	135	179	128	0	246	91	211	154	57	85	177	164	137	215	80	153	100
Plavecký hrad (ruiny)	101	333	136	53	167	61	455	51	254	231	47	74	42	241	333	171	206	178	407	330	129	361	85	165	246	0	138	24	358	181	151	77	95	91	357	151	116	193
Považský hrad (ruiny)	39	246	72	174	30	82	317	185	205	191	133	68	141	176	258	34	187	42	271	194	146	224	125	135	91	138	0	122	222	46	21	88	90	48	281	12	114	138
Smolenický zámok	86	314	120	67	151	45	436	67	236	212	49	58	21	223	314	155	187	161	392	315	110	346	66	149	211	24	122	0	342	165	136	61	79	75	338	136	98	185
Spišský hrad	259	85	223	378	194	302	98	389	158	157	361	292	351	166	79	204	188	185	52	47	257	57	299	209	154	358	222	342	0	194	216	308	284	268	107	211	273	182
Starhrad (ruiny)	82	218	80	217	18	125	289	228	188	173	176	110	184	158	231	29	175	25	243	166	162	192	155	137	57	181	46	165	194	0	39	132	133	91	255	34	130	122
Súľovský hrad (ruiny)	52	240	86	188	24	95	311	199	199	185	147	81	154	169	251	28	186	36	265	188	160	218	139	148	85	151	21	136	216	39	0	102	103	62	275	8,6	128	134
Tematín (ruiny)	49	303	90	106	117	29	403	117	229	209	80	18	80	199	308	121	184	128	358	282	107	312	64	131	177	77	88	61	308	132	102	0	60	38	331	102	90	158
Topoľčiansky hrad (ruiny)	53	272	64	120	119	64	379	131	193	178	109	55	93	163	272	123	150	129	334	257	85	290	51	94	164	95	90	79	284	133	103	60	0	48	295	103	53	122
Trenčiansky hrad	11	278	65	127	77	35	363	138	205	190	86	20	94	175	283	80	162	88	317	240	107	272	87	107	137	91	48	75	268	91	62	38	48	0	307	62	76	134
Turniansky hrad (ruiny)	309	40	249	362	254	331	96	373	119	129	382	313	342	138	29	263	157	244	85	119	229	142	272	205	215	357	281	338	107	255	275	331	295	307	0	270	272	172
Zámok Bytča	52	234	82	187	19	95	305	198	194	180	146	81	154	164	246	30	181	31	260	183	159	213	139	143	80	151	12	136	211	34	8,6	102	103	62	270	0	128	128
Zámok Topoľčianky	78	236	52	120	117	94	357	131	157	134	139	82	102	140	236	113	103	125	322	245	32	279	32	60	153	116	114	98	273	130	128	90	53	76	272	128	0	88
Zvolenský zámok	136	149	76	222	112	158	270	233	70	55	209	140	181	40	149	122	51	103	232	155	75	189	111	32	100	193	138	185	182	122	134	158	122	134	172	128	88	0

Príloha 2 – Matica časov základného modelu

cas [min]	NDCA	Betliar	Bojnický zámok	Bratislavský hrad	Budatínsky zámok	Čachtický hrad	Čičava hrad (ruiny)	Devínsky hrad (ruiny)	Fiľakovský hrad (ruiny)	Haličský zámok	Holíčsky zámok	Hrad Beckov	Hrad Červený kameň	Hrad Divín (ruiny)	Hrad Krásna Hôrka	Hrad Lietava (ruiny)	Hrad Modrý kameň	Hrad Strečno	Kapušíanský hrad (ruiny)	Kožmársky hrad	Levický hrad	Lubovniansky hrad	Nitriansky hrad	Nový zámok (Banská Štiavnica)	Oravský hrad	Plavecký hrad (ruiny)	Považský hrad (ruiny)	Smolenický zámok	Spíšský hrad	Starhrad (ruiny)	Súľovský hrad (ruiny)	Tematín (ruiny)	Topoľčiansky hrad (ruiny)	Trenčiansky hrad	Turniansky hrad (ruiny)	Zámok Bytča	Zámok Topoľčianky	Zvolenský zámok
NDCA	0	683	162	357	176	117	923	386	537	501	250	80	271	462	743	195	428	203	803	603	284	681	233	284	334	263	101	223	676	214	137	127	139	29	806	136	202	355
Betliar	683	0	563	884	569	790	360	913	250	274	934	743	832	300	42	595	347	545	279	214	535	303	650	475	464	869	642	819	223	569	626	790	710	725	104	610	616	389
Bojnický zámok	162	563	0	412	176	234	830	441	381	344	368	188	342	303	587	166	323	197	712	511	219	600	205	189	269	355	188	313	582	210	224	234	166	170	650	214	136	197
Bratislavský hrad	357	884	412	0	530	251	1200	33	678	618	220	290	102	652	884	548	550	558	1114	913	357	1002	232	464	670	138	454	173	986	566	490	277	313	331	944	488	313	579
Budatínsky zámok	176	569	176	530	0	287	754	558	462	425	423	250	443	386	600	40	430	38	634	433	389	509	370	331	164	436	79	394	506	46	63	305	310	201	663	50	305	292
Čachtický hrad	117	790	234	251	287	0	1033	279	597	556	168	46	167	519	803	297	475	316	937	736	290	796	177	342	443	159	213	118	788	326	249	75	166	91	863	248	244	412
Čičava hrad (ruiny)	923	360	830	1200	754	1033	0	1229	563	631	1190	999	1148	616	331	780	665	730	129	370	853	316	965	790	650	1187	827	1137	255	754	811	1051	989	947	250	796	931	704
Devínsky hrad (ruiny)	386	913	441	33	558	279	1229	0	707	647	214	316	130	681	913	577	579	587	1143	942	386	1030	261	493	699	132	483	173	1015	595	519	305	342	360	973	517	342	608
Fiľakovský hrad (ruiny)	537	250	381	678	462	597	563	707	0	64	730	550	626	94	250	488	142	438	488	360	329	449	443	269	430	663	535	616	412	490	519	597	503	535	310	506	410	182
Haličský zámok	501	274	344	618	425	556	631	647	64	0	668	511	566	39	274	451	81	402	511	360	269	449	383	227	394	603	498	553	410	451	483	545	464	496	337	470	350	144
Holíčsky zámok	250	934	368	220	423	168	1190	214	730	668	0	180	177	652	934	441	603	451	1072	871	402	957	287	467	579	123	347	129	942	459	383	209	284	224	997	381	363	545
Hrad Beckov	80	743	188	290	250	46	999	316	550	511	180	0	201	472	757	261	441	282	890	689	295	759	181	295	410	193	176	152	762	287	210	47	142	53	817	212	215	365
Hrad Červený kameň	271	832	342	102	443	167	1148	130	626	566	177	201	0	592	832	462	498	472	1046	845	300	934	184	399	603	111	368	55	916	480	402	207	243	245	892	402	266	472
Hrad Divín (ruiny)	462	300	303	652	386	519	616	681	94	39	652	472	592	0	300	412	116	363	535	407	295	472	410	191	355	629	459	582	433	412	441	519	425	457	360	428	365	105
Hrad Krásna Hôrka	743	42	587	884	600	803	331	913	250	274	934	757	832	300	0	626	347	577	241	249	535	337	650	475	498	869	673	819	206	603	655	803	710	738	76	642	616	389
Hrad Lietava (ruiny)	195	595	166	548	40	297	780	577	488	451	441	261	462	412	626	0	457	63	660	459	378	548	360	331	194	446	89	404	532	76	73	316	321	209	686	78	295	318

Hrad Modrý kameň	428	347	323	550	430	475	665	579	142	81	603	441	498	116	347	457	0	407	584	441	198	527	316	147	399	537	488	488	490	457	485	480	391	423	410	472	269	133
Hrad Strečno	203	545	197	558	38	316	730	587	438	402	451	282	472	363	577	63	407	0	605	410	386	498	391	305	169	464	110	420	483	65	94	334	337	229	637	81	326	269
Kapušiánsky hrad (ruiny)	803	279	712	1114	634	937	129	1143	488	511	1072	890	1046	535	241	660	584	605	0	250	772	196	887	673	530	1062	707	1023	136	634	691	934	871	827	221	678	840	605
Kežmarský hrad	603	214	511	913	433	736	370	942	360	360	871	689	845	407	249	459	441	410	250	0	600	90	710	472	329	861	506	822	123	433	490	736	670	626	310	477	639	404
Levický hrad	284	535	219	357	389	290	853	386	329	269	402	295	300	295	535	378	198	386	772	600	0	689	117	110	457	337	381	287	670	423	417	279	221	279	597	415	83	196
Ľubovniansky hrad	681	303	600	1002	509	796	316	1030	449	449	957	759	934	472	337	548	527	498	196	90	689	0	798	561	352	942	584	903	148	501	569	814	757	710	370	556	728	493
Nitriansky hrad	233	650	205	232	370	177	965	261	443	383	287	181	184	410	650	360	316	391	887	710	117	798	0	217	467	222	326	173	780	404	363	167	134	228	710	363	84	290
Nový zámok (Banská Štiavnica)	284	475	189	464	331	342	790	493	269	227	467	295	399	191	475	331	147	305	673	472	110	561	217	0	334	430	352	389	545	357	386	342	245	279	535	373	156	84
Oravský hrad	334	464	269	670	164	443	650	699	430	394	579	410	603	355	498	194	399	169	530	329	457	352	467	334	0	642	237	550	402	149	221	462	428	357	561	207	399	261
Plavecký hrad (ruiny)	263	869	355	138	436	159	1187	132	663	603	123	193	111	629	869	446	537	464	1062	861	337	942	222	430	642	0	360	62	934	472	394	200	248	237	931	394	303	503
Považský hrad (ruiny)	101	642	188	454	79	213	827	483	535	498	347	176	368	459	673	89	488	110	707	506	381	584	326	352	237	360	0	318	579	119	53	230	233	125	733	32	297	360
Smolenický zámok	223	819	313	173	394	118	1137	173	616	553	129	152	55	582	819	404	488	420	1023	822	287	903	173	389	550	62	318	0	892	430	355	159	207	196	882	355	255	483
Spišský hrad	676	223	582	986	506	788	255	1015	412	410	942	762	916	433	206	532	490	483	136	123	670	148	780	545	402	934	579	892	0	506	563	803	741	699	279	550	712	475
Starhrad (ruiny)	214	569	210	566	46	326	754	595	490	451	459	287	480	412	603	76	457	65	634	433	423	501	404	357	149	472	119	430	506	0	103	344	347	238	665	89	339	318
Súľovský hrad (ruiny)	137	626	224	490	63	249	811	519	519	483	383	210	402	441	655	73	485	94	691	490	417	569	363	386	221	394	55	355	563	103	0	266	269	161	717	22	334	350
Tematín (ruiny)	127	790	234	277	305	75	1051	305	597	545	209	47	207	519	803	316	480	334	934	736	279	814	167	342	462	200	230	159	803	344	266	0	156	99	863	266	234	412
Topoľčiansky hrad (ruiny)	139	710	166	313	310	166	989	342	503	464	284	142	243	425	710	321	391	337	871	670	221	757	134	245	428	248	233	207	741	347	269	156	0	125	770	269	138	318
Trenčiansky hrad	29	725	170	331	201	91	947	360	535	496	224	53	245	457	738	209	423	229	827	626	279	710	228	279	357	237	125	196	699	238	161	99	125	0	801	160	197	350
Turniansky hrad (ruiny)	806	104	650	944	663	863	250	973	310	337	997	817	892	360	76	686	410	637	221	310	597	370	710	535	561	931	733	882	279	665	717	863	770	801	0	704	710	449
Zámok Bytča	136	610	214	488	50	248	796	517	506	470	381	212	402	428	642	78	472	81	678	477	415	556	363	373	207	394	32	355	550	89	22	266	269	160	704	0	334	334
Zámok Topoľčianky	202	616	136	313	305	244	931	342	410	350	363	215	266	365	616	295	269	326	840	639	83	728	84	156	399	303	297	255	712	339	334	234	138	197	710	334	0	229
Zvolenský zámok	355	389	197	579	292	412	704	608	182	144	545	365	472	105	389	318	133	269	605	404	196	493	290	84	261	503	360	483	475	318	350	412	318	350	449	334	229	0

Príloha 3 – Dáta základného modelu

Hrad	Kraj	Západ	Stred	Východ	Typ	Hrad	Ruina	Zámok	Doba návštevy	Musím navštíviť	Úžitok z návštevy
NDCA	TN	1	0	0	mesto	0	0	0	0	0	0
Betliar	KE	0	0	1	zámok	0	0	1	50	0	2
Bojnický zámok	TN	1	0	0	zámok	0	0	1	110	1	4
Bratislavský hrad	BA	1	0	0	hrad	1	0	0	70	0	1
Budatínsky zámok	ZA	0	1	0	zámok	0	0	1	50	0	2
Čachtický hrad	TN	1	0	0	hrad	1	0	0	90	1	5
Čičava hrad (ruiny)	PO	0	0	1	ruina	0	1	0	50	0	1
Devínsky hrad (ruiny)	BA	1	0	0	ruina	0	1	0	90	0	3
Fiľakovský hrad (ruiny)	BB	0	1	0	ruina	0	1	0	50	0	1
Haličský zámok	BB	0	1	0	zámok	0	0	1	60	0	3
Holíčsky zámok	TT	1	0	0	zámok	0	0	1	60	0	3
Hrad Beckov	TN	1	0	0	hrad	1	0	0	90	1	5
Hrad Červený kameň	BA	1	0	0	hrad	1	0	0	70	0	1
Hrad Divín (ruiny)	BB	0	1	0	ruina	0	1	0	70	0	1
Hrad Krásna Hôrka	KE	0	0	1	hrad	1	0	0	70	1	4
Hrad Lietava (ruiny)	ZA	0	1	0	ruina	0	1	0	50	0	3
Hrad Modrý kameň	BB	0	1	0	hrad	1	0	0	70	0	1
Hrad Strečno	ZA	0	1	0	hrad	1	0	0	90	1	5
Kapušiánsky hrad (ruiny)	PO	0	0	1	ruina	0	1	0	50	0	2
Kežmarský hrad	PO	0	0	1	hrad	1	0	0	60	0	1
Levický hrad	NR	1	0	0	hrad	1	0	0	70	0	3
Ľubovniansky hrad	PO	0	0	1	hrad	1	0	0	60	0	2
Nitriansky hrad	NR	1	0	0	hrad	1	0	0	50	0	1
Nový zámok (Banská Štiavnica)	BB	0	1	0	zámok	0	0	1	60	0	3
Oravský hrad	ZA	0	1	0	hrad	1	0	0	90	1	5
Plavecký hrad (ruiny)	BA	1	0	0	ruina	0	1	0	60	0	2
Považský hrad (ruiny)	TN	1	0	0	ruina	0	1	0	70	0	3
Smolenický zámok	TT	1	0	0	zámok	0	0	1	70	0	4
Spišský hrad	KE	0	0	1	hrad	1	0	0	110	1	5
Starhrad (ruiny)	ZA	0	1	0	ruina	0	1	0	70	0	3
Súľovský hrad (ruiny)	ZA	0	1	0	ruina	0	1	0	90	1	4
Tematín (ruiny)	TN	1	0	0	ruina	0	1	0	90	0	4
Topoľčiansky hrad (ruiny)	NR	1	0	0	hrad	1	0	0	60	0	4
Trenčiansky hrad	TN	1	0	0	hrad	1	0	0	90	0	5
Turniansky hrad (ruiny)	KE	0	0	1	ruina	0	1	0	60	0	1
Zámok Bytča	ZA	0	1	0	zámok	0	0	1	50	0	3
Zámok Topoľčianky	NR	1	0	0	zámok	0	0	1	80	0	2
Zvolenský zámok	BB	0	1	0	zámok	0	0	1	60	0	2

Príloha 4 – MPL script základného modelu

TITLE Okruh_SVK_MinKm

OPTIONS

ExcelWorkBook="data.xlsx";

INDEX

i:=EXCELRange("vzdialenost!od");

j:=i;

DATA

vzdialenost[i,j]:=EXCELRange("vzdialenost!km");

cas[i,j]:=EXCELRange("cas!cas");

n:=count(i);

musim_navstivit[i]:=EXCELRange("obmedzenia!MustSee");

uzitok[i]:=EXCELRange("obmedzenia!uzitok");

hrad[i]:=EXCELRange("obmedzenia!hrad");

ruina[i]:=EXCELRange("obmedzenia!ruina");

zamok[i]:=EXCELRange("obmedzenia!zamok");

vychod[i]:=EXCELRange("obmedzenia!vychod");

doba_navstevy[i]:=EXCELRange("obmedzenia!CasNavstevy");

dni = 20;

BINARY VARIABLES

x[i,j] EXPORT TO EXCELRange("vysledok!InUse");

y[i] EXPORT TO EXCELRange("vysledok!visit");

VARIABLES

u[i] EXPORT TO EXCELRange("vysledok!u");

ucelova_funkcia EXPORT TO EXCELRange("vysledok!total");

```

MODEL

MIN ucelova_funkcia

SUBJECT TO

ucelova_funkcia = sum(i,j: vzdialenost[i,j]*x[i,j]);

A[i]: sum(j: x[i,j]) = y[i];      ! vytvorenie bin prem y
B[j]: sum(i: x[i,j]) = sum(i:x[i:=j,j:=i]); ! symetricka
C[i,j]: x[i,j:=i] = 0;      ! nulová diag
D[i>1]: sum(i>1: y[i]) >= 20;      ! navstivit aspon 20 miest
min_uzitok[i>1]: sum(i>1: y[i]*uzitok[i]) >= 70;    ! uzitok
              aspon 70b
musim_vidiet[i>1]: sum(i>1: y[i]*musim_navstivit[i]) = 8;
              !navstivit danych 8 miest
hrady[i>1]: sum(i>1: y[i]*hrad[i]) >= 5;
ruiny[i>1]: sum(i>1: y[i]*ruina[i]) >= 3;
zamky[i>1]: sum(i>1: y[i]*zamok[i]) >= 3;
vychod_SVK[i]: sum(i>1: y[i]*vychod[i]) >= 2;

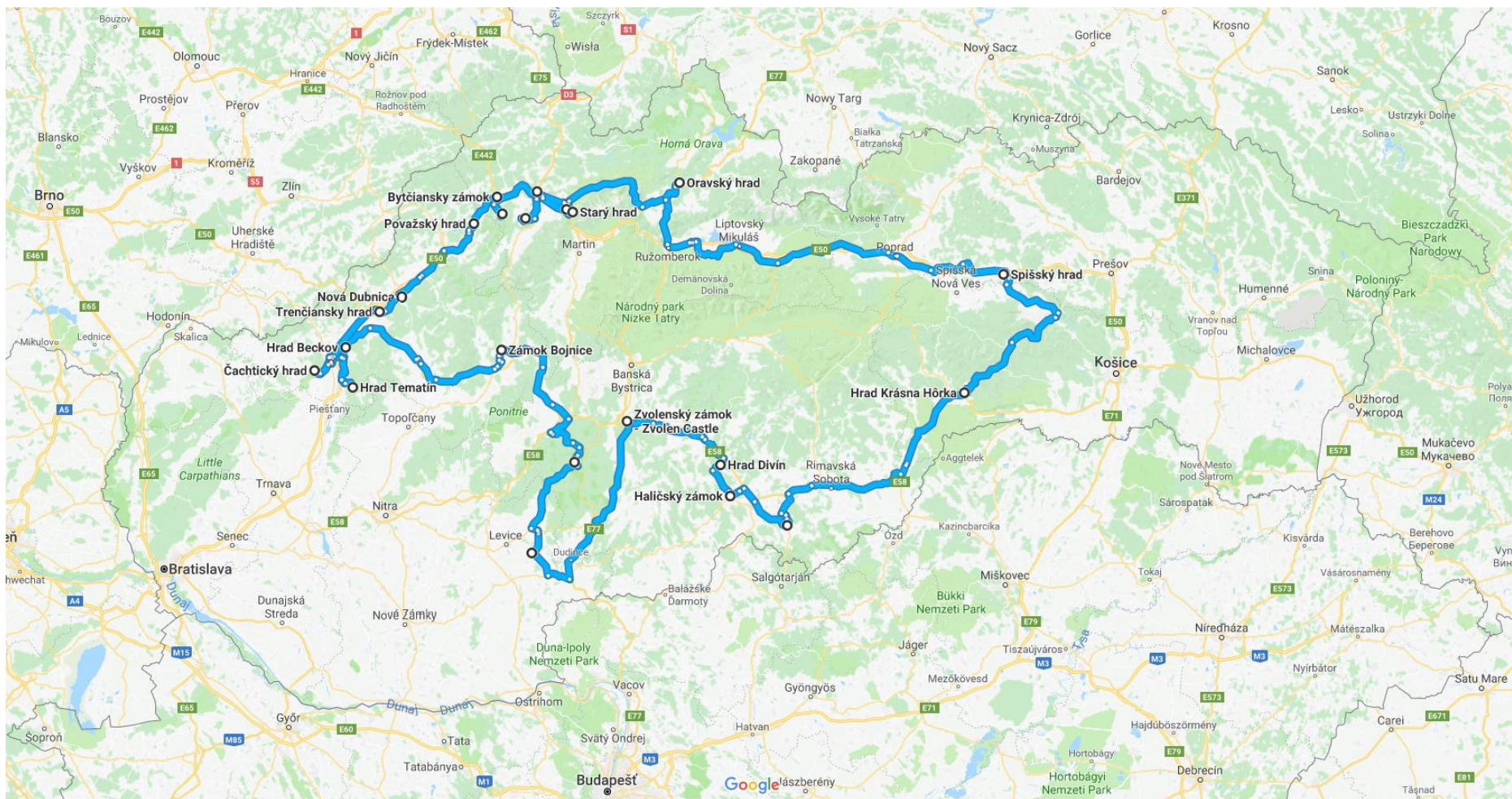
AnticyklPodm[i,j>1]: u[i] + 1-n*(1-x[i,j]) <= u[j];

E[i,j]: sum(i,j: cas[i,j]*x[i,j])+sum(i:
      doba_navstevy[i]*y[i]) <= 480*dni ;    ! max 8hod na ceste
      denne
F[i,j]: sum(i,j: vzdialenost[i,j]*x[i,j]) <= 100*dni;    !
      max 100 km denne

END

```


Príloha 5 – Zobrazenie riešenia základnej úlohy na mape Slovenska



Zdroj mapy: Google Maps. Spracovanie: autorka.

Príloha 6 – Matica vzdialeností modifikovanej úlohy (úloha o pokrytí)

vzdialenost [km]	Trenčín	Nitra	Prešov	Betliar	Bojnický zámok	Bratislavský hrad	Budatínsky zámok	Čachtický hrad	Čičava hrad (ruiny)	Devínsky hrad (ruiny)	Fíľakovský hrad (ruiny)	Haličský zámok	Holíčsky zámok	Hrad Beckov	Hrad Červený kameň	Hrad Divín (ruiny)	Hrad Krásna Hôrka	Hrad Lietava (ruiny)	Hrad Modrý kameň	Hrad Strečno	Kapušíanský hrad (ruiny)	Kežmarský hrad	Levický hrad	Lubovniansky hrad	Nitriansky hrad	Nový zámok (Banská Štiavnica)	Oravský hrad	Plavecký hrad (ruiny)	Považský hrad (ruiny)	Smolenický zámok	Spíšský hrad	Starhrad (ruiny)	Súľovský hrad (ruiny)	Tematín (ruiny)	Topoľčiansky hrad (ruiny)	Trenčiansky hrad	Turniansky hrad (ruiny)	Zámok Bytča	Zámok Topoľčianky	Zvolenský zámok	z[i]
Trenčín	0	1000	1000	284	66	127	76	35	362	138	205	190	86	21	94	175	284	83	163	86	316	239	107	269	88	107	136	91	47	75	267	90	61	39	48	1	307	59	76	134	1
Nitra	1000	0	1000	251	81	94	145	67	372	105	171	148	109	71	70	158	250	141	121	152	339	261	46	296	3	84	181	84	127	65	289	158	141	66	50	90	274	141	34	113	1
Prešov	1000	1000	0	109	265	435	236	343	58	446	191	198	394	329	393	207	84	246	228	224	13	88	295	68	331	268	195	399	263	383	44	236	257	349	326	309	72	252	308	221	1
Betliar	284	251	109	0	216	339	218	303	138	350	96	105	358	285	319	115	16	228	133	209	107	82	205	116	249	182	178	333	246	314	85	218	240	303	272	278	40	234	236	149	0
Bojnický zámok	66	81	265	216	0	158	68	90	318	169	146	132	141	72	131	116	225	64	124	76	273	196	84	230	79	72	103	136	72	120	223	80	86	90	64	65	249	82	52	76	0
Bratislavský hrad	127	94	435	339	158	0	203	96	460	13	260	237	85	111	39	250	339	210	211	214	427	350	137	384	89	178	257	53	174	67	378	217	188	106	120	127	362	187	120	222	0
Budatínsky zámok	76	145	236	218	68	203	0	110	289	214	177	163	162	96	170	148	230	16	165	15	243	166	149	195	142	127	63	167	30	151	194	18	24	117	119	77	254	19	117	112	0
Čachtický hrad	35	67	343	303	90	96	110	0	396	107	229	213	65	18	64	199	308	114	182	121	359	282	111	305	68	131	170	61	82	45	302	125	95	29	64	35	331	95	94	158	0
Čičava hrad (ruiny)	362	372	58	138	318	460	289	396	0	471	216	242	456	383	440	236	127	299	255	280	49	142	327	121	370	303	249	455	317	436	98	289	311	403	379	363	96	305	357	270	0
Devínsky hrad (ruiny)	138	105	446	350	169	13	214	107	471	0	271	248	82	121	50	261	350	221	222	225	438	361	148	395	100	189	268	51	185	67	389	228	199	117	131	138	373	198	131	233	0
Fíľakovský hrad (ruiny)	205	171	191	96	146	260	177	229	216	271	0	24	280	211	240	36	96	187	55	168	187	138	126	172	170	103	165	254	205	236	158	188	199	229	193	205	119	194	157	70	0
Haličský zámok	190	148	198	105	132	237	163	213	242	248	24	0	256	196	217	15	105	173	31	154	196	138	103	172	147	87	151	231	191	212	157	173	185	209	178	190	129	180	134	55	0
Holíčsky zámok	86	109	394	358	141	85	162	65	456	82	280	256	0	69	68	250	358	169	231	173	411	334	154	367	110	179	222	47	133	49	361	176	147	80	109	86	382	146	139	209	0
Hrad Beckov	21	71	329	285	72	111	96	18	383	121	211	196	69	0	77	181	290	100	169	108	341	264	113	291	70	113	157	74	68	58	292	110	81	18	55	20	313	81	82	140	0
Hrad Červený kameň	94	70	393	319	131	39	170	64	440	50	240	217	68	77	0	227	319	177	191	181	401	324	115	358	71	153	231	42	141	21	351	184	154	80	93	94	342	154	102	181	0
Hrad Divín (ruiny)	175	158	207	115	116	250	148	199	236	261	36	15	250	181	227	0	115	158	45	139	205	156	113	181	157	73	136	241	176	223	166	158	169	199	163	175	138	164	140	40	0
Hrad Krásna Hôrka	284	250	84	16	225	339	230	308	127	350	96	105	358	290	319	115	0	240	133	221	92	95	205	129	249	182	191	333	258	314	79	231	251	308	272	283	29	246	236	149	0

Hrad Lietava (ruiny)	83	141	246	228	64	210	16	114	299	221	187	173	169	100	177	158	240	0	175	24	253	176	145	210	138	127	74	171	34	155	204	29	28	121	123	80	263	30	113	122	0
Hrad Modrý kameň	163	121	228	133	124	211	165	182	255	222	55	31	231	169	191	45	133	175	0	156	224	169	76	202	121	56	153	206	187	187	188	175	186	184	150	162	157	181	103	51	0
Hrad Strečno	86	152	224	209	76	214	15	121	280	225	168	154	173	108	181	139	221	24	156	0	232	157	148	191	150	117	65	178	42	161	185	25	36	128	129	88	244	31	125	103	0
Kapušiiansky hrad (ruiny)	316	339	13	107	273	427	243	359	49	438	187	196	411	341	401	205	92	253	224	232	0	96	296	75	340	258	203	407	271	392	52	243	265	358	334	317	85	260	322	232	0
Kežmarský hrad	239	261	88	82	196	350	166	282	142	361	138	138	334	264	324	156	95	176	169	157	96	0	230	35	272	181	126	330	194	315	47	166	188	282	257	240	119	183	245	155	0
Levický hrad	107	46	295	205	84	137	149	111	327	148	126	103	154	113	115	113	205	145	76	148	296	230	0	264	45	42	175	129	146	110	257	162	160	107	85	107	229	159	32	75	0
Ľubovniansky hrad	269	296	68	116	230	384	195	305	121	395	172	172	367	291	358	181	129	210	202	191	75	35	264	0	306	215	135	361	224	346	57	192	218	312	290	272	142	213	279	189	0
Nitriansky hrad	88	3	331	249	79	89	142	68	370	100	170	147	110	70	71	157	249	138	121	150	340	272	45	306	0	83	179	85	125	66	299	155	139	64	51	87	272	139	32	111	0
Nový zámok (Banská Štiavnica)	107	84	268	182	72	178	127	131	303	189	103	87	179	113	153	73	182	127	56	117	258	181	42	215	83	0	128	165	135	149	209	137	148	131	94	107	205	143	60	32	0
Oravský hrad	136	181	195	178	103	257	63	170	249	268	165	151	222	157	231	136	191	74	153	65	203	126	175	135	179	128	0	246	91	211	154	57	85	177	164	137	215	80	153	100	0
Plavecký hrad (ruiny)	91	84	399	333	136	53	167	61	455	51	254	231	47	74	42	241	333	171	206	178	407	330	129	361	85	165	246	0	138	24	358	181	151	77	95	91	357	151	116	193	0
Považský hrad (ruiny)	47	127	263	246	72	174	30	82	317	185	205	191	133	68	141	176	258	34	187	42	271	194	146	224	125	135	91	138	0	122	222	46	21	88	90	48	281	12	114	138	0
Smolenický zámok	75	65	383	314	120	67	151	45	436	67	236	212	49	58	21	223	314	155	187	161	392	315	110	346	66	149	211	24	122	0	342	165	136	61	79	75	338	136	98	185	0
Spišský hrad	267	289	44	85	223	378	194	302	98	389	158	157	361	292	351	166	79	204	188	185	52	47	257	57	299	209	154	358	222	342	0	194	216	308	284	268	107	211	273	182	0
Starhrad (ruiny)	90	158	236	218	80	217	18	125	289	228	188	173	176	110	184	158	231	29	175	25	243	166	162	192	155	137	57	181	46	165	194	0	39	132	133	91	255	34	130	122	0
Súľovský hrad (ruiny)	61	141	257	240	86	188	24	95	311	199	199	185	147	81	154	169	251	28	186	36	265	188	160	218	139	148	85	151	21	136	216	39	0	102	103	62	275	9	128	134	0
Tematín (ruiny)	39	66	349	303	90	106	117	29	403	117	229	209	80	18	80	199	308	121	184	128	358	282	107	312	64	131	177	77	88	61	308	132	102	0	60	38	331	102	90	158	0
Topoľčiansky hrad (ruiny)	48	50	326	272	64	120	119	64	379	131	193	178	109	55	93	163	272	123	150	129	334	257	85	290	51	94	164	95	90	79	284	133	103	60	0	48	295	103	53	122	0
Trenčiansky hrad	1	90	309	278	65	127	77	35	363	138	205	190	86	20	94	175	283	80	162	88	317	240	107	272	87	107	137	91	48	75	268	91	62	38	48	0	307	62	76	134	0
Turniansky hrad (ruiny)	307	274	72	40	249	362	254	331	96	373	119	129	382	313	342	138	29	263	157	244	85	119	229	142	272	205	215	357	281	338	107	255	275	331	295	307	0	270	272	172	0
Zámok Bytča	59	141	252	234	82	187	19	95	305	198	194	180	146	81	154	164	246	30	181	31	260	183	159	213	139	143	80	151	12	136	211	34	9	102	103	62	270	0	128	128	0
Zámok Topoľčianky	76	34	308	236	52	120	117	94	357	131	157	134	139	82	102	140	236	113	103	125	322	245	32	279	32	60	153	116	114	98	273	130	128	90	53	76	272	128	0	88	0
Zvolenský zámok	134	113	221	149	76	222	112	158	270	233	70	55	209	140	181	40	149	122	51	103	232	155	75	189	111	32	100	193	138	185	182	122	134	158	122	134	172	128	88	0	0

Príloha 7 – MPL script modifikovanej úlohy (úloha o pokrytí)

TITLE Priradenie_Vychodzich_Miest

OPTIONS

ExcelWorkBook="data_2.xlsx";

INDEX

i:=EXCELRange("od");

j:=i;

DATA

vzdialenost[i,j]:=EXCELRange("vzdialenost!km");

z[i]:=EXCELRange("vzdialenost!z");

BINARY VARIABLES

x[i,j] EXPORT TO EXCELRange("vysledok!InUse");

MODEL

MIN ucelova_funkcia = sum(i,j: vzdialenost[i,j]*x[i,j]);

SUBJECT TO

pokrytie[j]: sum(i:x[i,j])=1;

stanica[i]:sum(j>3:x[i,j])<=14*z[i];

END

Príloha 8 – Vstupné dáta modifikovanej úlohy pre Trenčín

Trenčín [km]	Trenčín	Bojnický zámok	Budašínsky zámok	Čachtický hrad	Holíčsky zámok	Hrad Beckov	Hrad Lietava (ruiny)	Hrad Strečno	Oravský hrad	Považský hrad (ruiny)	Starhrad (ruiny)	Súľovský hrad (ruiny)	Tematín (ruiny)	Trenčiansky hrad	Zámok Bytča
Trenčín	0	66	76	35	86	21	83	86	136	47	90	61	39	1	59
Bojnický zámok	66	0	68	90	141	72	64	76	103	72	80	86	90	65	82
Budašínsky zámok	76	68	0	110	162	96	16	15	63	30	18	24	117	77	19
Čachtický hrad	35	90	110	0	65	18	114	121	170	82	125	95	29	35	95
Holíčsky zámok	86	141	162	65	0	69	169	173	222	133	176	147	80	86	146
Hrad Beckov	21	72	96	18	69	0	100	108	157	68	110	81	18	20	81
Hrad Lietava (ruiny)	83	64	16	114	169	100	0	24	74	34	29	28	121	80	30
Hrad Strečno	86	76	15	121	173	108	24	0	65	42	25	36	128	88	31
Oravský hrad	136	103	63	170	222	157	74	65	0	91	57	85	177	137	80
Považský hrad (ruiny)	47	72	30	82	133	68	34	42	91	0	46	21	88	48	12
Starhrad (ruiny)	90	80	18	125	176	110	29	25	57	46	0	39	132	91	34
Súľovský hrad (ruiny)	61	86	24	95	147	81	28	36	85	21	39	0	102	62	9
Tematín (ruiny)	39	90	117	29	80	18	121	128	177	88	132	102	0	38	102
Trenčiansky hrad	1	65	77	35	86	20	80	88	137	48	91	62	38	0	62
Zámok Bytča	59	82	19	95	146	81	30	31	80	12	34	9	102	62	0

Trenčín [min]	Trenčín	Bojnický zámok	Budatínsky zámok	Čachtický hrad	Holíčsky zámok	Hrad Beckov	Hrad Lietava (ruiny)	Hrad Strečno	Oravský hrad	Považský hrad (ruiny)	Starhrad (ruiny)	Súľovský hrad (ruiny)	Tematín (ruiny)	Trenčiansky hrad	Zámok Bytča
Trenčín	0	172	197	90	224	54	216	224	355	122	235	158	101	3	154
Bojnický zámok	172	0	176	234	368	188	166	197	269	188	210	224	234	170	214
Budatínsky zámok	197	176	0	287	423	250	40	38	164	79	46	63	305	201	50
Čachtický hrad	90	234	287	0	168	46	297	316	443	213	326	249	75	91	248
Holíčsky zámok	224	368	423	168	0	180	441	451	579	347	459	383	209	224	381
Hrad Beckov	54	188	250	46	180	0	261	282	410	176	287	210	47	53	212
Hrad Lietava (ruiny)	216	166	40	297	441	261	0	63	194	89	76	73	316	209	78
Hrad Strečno	224	197	38	316	451	282	63	0	169	110	65	94	334	229	81
Oravský hrad	355	269	164	443	579	410	194	169	0	237	149	221	462	357	207
Považský hrad (ruiny)	122	188	79	213	347	176	89	110	237	0	119	53	230	125	32
Starhrad (ruiny)	235	210	46	326	459	287	76	65	149	119	0	103	344	238	89
Súľovský hrad (ruiny)	158	224	63	249	383	210	73	94	221	55	103	0	266	161	22
Tematín (ruiny)	101	234	305	75	209	47	316	334	462	230	344	266	0	99	266
Trenčiansky hrad	3	170	201	91	224	53	209	229	357	125	238	161	99	0	160
Zámok Bytča	154	214	50	248	381	212	78	81	207	32	89	22	266	160	0

Hrad	Typ	Hrad	Ruina	Zámok	Doba návštevy	Musím navštíviť	Úžitok z návštevy
Trenčín	mesto	0	0	0	0	1	0
Bojnický zámok	zámok	0	0	1	110	1	4
Budatínsky zámok	zámok	0	0	1	50	0	2
Čachtický hrad	hrad	1	0	0	90	1	5
Holíčsky zámok	zámok	0	0	1	60	0	3
Hrad Beckov	hrad	1	0	0	90	1	5
Hrad Lietava (ruiny)	ruina	0	1	0	50	0	3
Hrad Strečno	hrad	1	0	0	90	1	5
Oravský hrad	hrad	1	0	0	90	1	5
Považský hrad (ruiny)	ruina	0	1	0	70	0	3
Starhrad (ruiny)	ruina	0	1	0	70	0	3
Súľovský hrad (ruiny)	ruina	0	1	0	90	1	4
Tematín (ruiny)	ruina	0	1	0	90	0	4
Trenčiansky hrad	hrad	1	0	0	90	0	5
Zámok Bytča	zámok	0	0	1	50	0	3

Príloha 9 – MPL script modifikovanej úlohy (Trenčiansky okruh)

```
TITLE Okruh_TN_MinKm
```

```
OPTIONS
```

```
ExcelWorkBook="data_TN.xlsx";
```

```
INDEX
```

```
i:=EXCELRange("vzdialenost!odTN");
```

```
j:=i;
```

```
DATA
```

```
vzdialenost[i,j]:=EXCELRange("vzdialenost!kmTN");
```

```
cas[i,j]:=EXCELRange("cas!casTN");
```

```
n:=count(i);
```

```
!musim_navstivit[i]:=EXCELRange("obmedzenia!MustSee");
```

```
uzitok[i]:=EXCELRange("obmedzenia!uzitokTN");
```

```
hrad[i]:=EXCELRange("obmedzenia!hradTN");
```

```
ruina[i]:=EXCELRange("obmedzenia!ruinaTN");
```

```
zamok[i]:=EXCELRange("obmedzenia!zamokTN");
```

```
doba_navstevy[i]:=EXCELRange("obmedzenia!CasNavstevyTN");
```

```
dni = 5;
```

```
BINARY VARIABLES
```

```
x[i,j] EXPORT TO EXCELRange("vysledok!InUseTN");
```

```
y[i] EXPORT TO EXCELRange("vysledok!visitTN");
```

```
VARIABLES
```

```
u[i] EXPORT TO EXCELRange("vysledok!uTN");
```

```

ucelova_funkcia EXPORT TO EXCEL RANGE("vysledok!totalTN");

MODEL

MIN ucelova_funkcia

SUBJECT TO

ucelova_funkcia = sum(i,j: vzdialenost[i,j]*x[i,j]);

A[i]: sum(j: x[i,j]) = y[i];      ! vytvorenie bin prem y
B[j]: sum(i: x[i,j]) = sum(i: x[i:=j,j:=i]); ! symetricka
C[i,j]: x[i,j:=i] = 0;      ! nulová diag
D[i>1]: sum(i>1: y[i]) >= 8;      ! navstivit aspon 8 miest
min_uzitok[i>1]: sum(i>1: y[i]*uzitok[i]) >= 23;    ! uzitok
aspon 23b
!musim_vidiet[i>1]: sum(i>1: y[i]*musim_navstivit[i]) = 6;
!navstivit danych 6 miest
hrady[i>1]: sum(i>1: y[i]*hrad[i]) >= 3;
ruiny[i>1]: sum(i>1: y[i]*ruina[i]) >= 2;
zamky[i>1]: sum(i>1: y[i]*zamok[i]) >= 1;

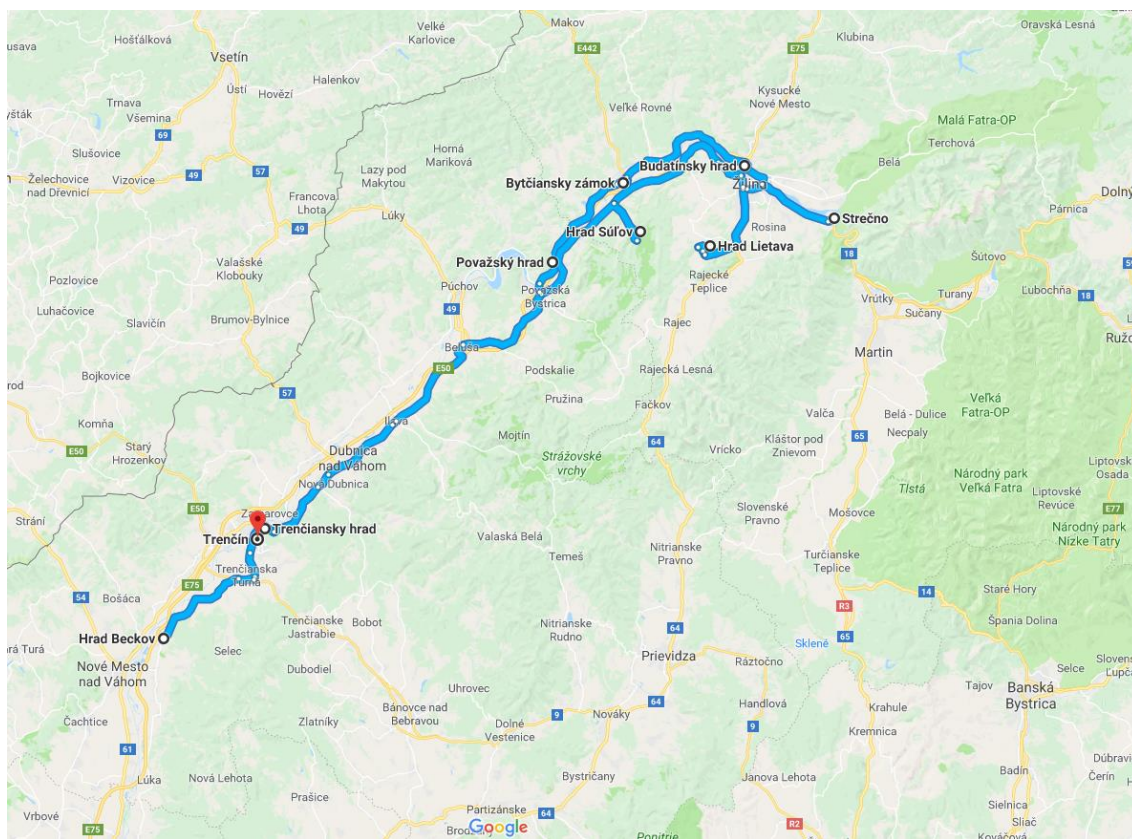
AnticyklPodm[i,j>1]: u[i] + 1-n*(1-x[i,j]) <= u[j];

E[i,j]:          sum(i,j:          cas[i,j]*x[i,j])+sum(i:
doba_navstevy[i]*y[i]) <= 480*dni ;    ! max 8hod na ceste
denne
F[i,j]: sum(i,j: vzdialenost[i,j]*x[i,j]) <= 100*dni;    !
max 100 km denne

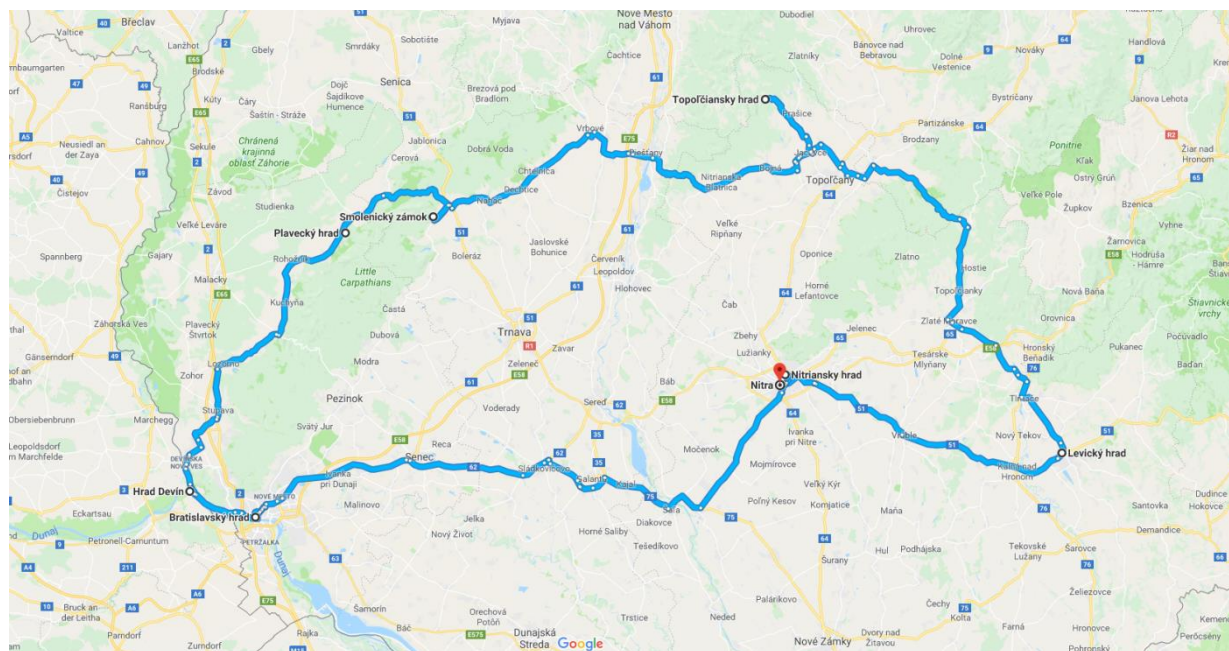
END

```

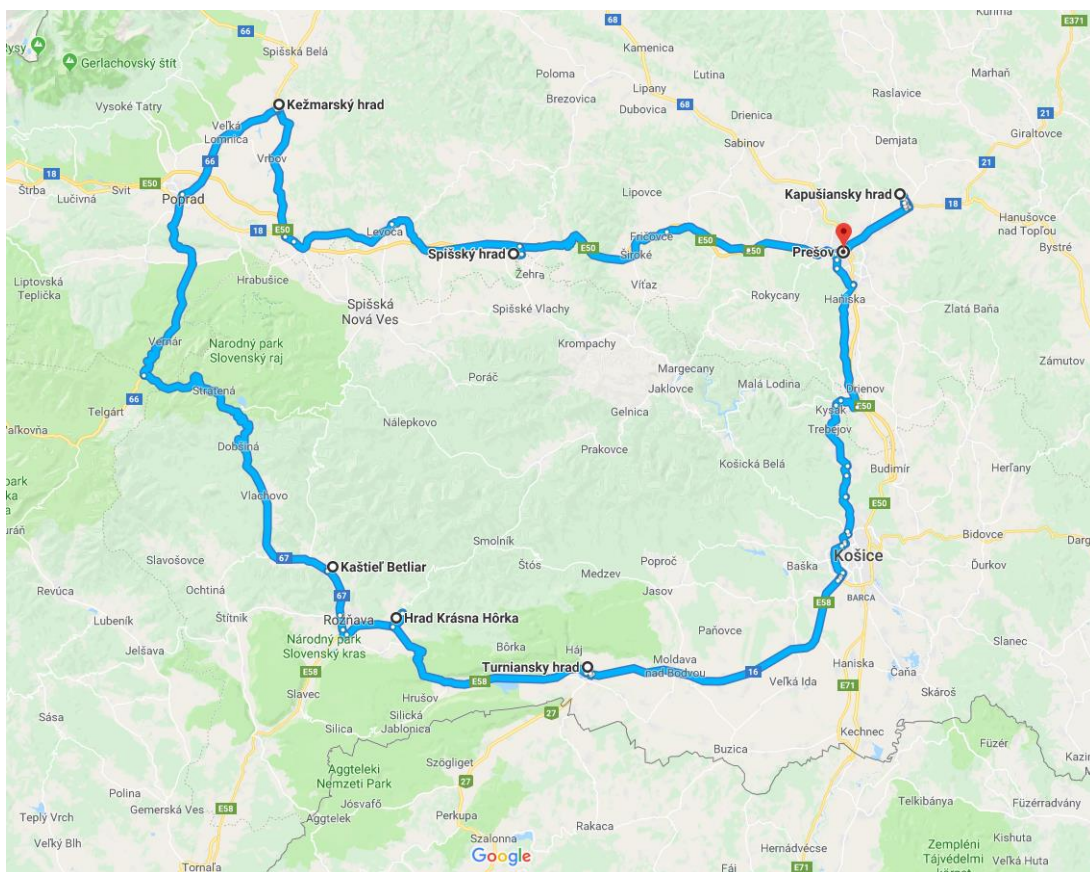
Príloha 10 - Zobrazenie riešenia modifikovanej úlohy na mape



Trenčiansky okruh. Zdroj mapy: Google Maps. Spracovanie: autorka.



Nitriansky okruh. Zdroj mapy: Google Maps. Spracovanie: autorka.



Prešovský okruh. Zdroj mapy: Google maps. Spracovanie: autorka.