VYSOKÁ ŠKOLA EKONOMICKÁ V PRAZE
FAKULTA INFORMATIKY A STATISTIKY

BAKALÁŘSKÁ PRÁCE

2018 Dana Schneiderová

VYSOKÁ ŠKOLA EKONOMICKÁ V PRAZE
FAKULTA INFORMATIKY A STATISTIKY

Název bakalářské práce:

Tvorba akciového portfolia pomocí vícekriteriální optimalizace

Autor: **Dana Schneiderová**
Katedra: **Katedra ekonometrie**
Obor: **Matematické metody v ekonomii**
Vedoucí práce: **Ing. Adam Borovička, Ph.D.**

Prohlášení:
Prohlašuji, že jsem bakalářskou práci *Tvorba akciového portfolia pomocí vícekriteriální optimalizace* zpracovala samostatně. Veškerou literaturu a další podkladové materiály uvádím v seznamu na straně 36.

V Praze dne 25.5.2018 .....

Dana Schneiderová

Poděkování:
Ráda bych na tomto místě poděkovala Ing. Adamu Borovičkovi, Ph.D. za vedení bakalářské práce a za podnětné návrhy, které ji obohatily.

Abstrakt

Název práce: Tvorba akciového portfolia pomocí vícekriteriální optimalizace
Autor: Dana Schneiderová
Katedra: Katedra ekonometrie
Vedoucí práce: Ing. Adam Borovička, Ph.D.

Tato práce se zabývá tvorbou akciového portfolia dvou různých investorů pomocí vícekriteriálních metod. Tento způsob optimalizace byl zvolen, jelikož oba investoři sledují u svého portfolia více protichůdných kritérií. Jejich pohled na důležitost kritérií je odlišný, proto byl pro každého z investorů vytvořen váhový vektor. Mají ale stejný cíl, a to vytvoření takového portfolia, které maximalizuje očekávaný výnos, minimalizuje riziko jeho poklesu a obsahuje tituly s co nejméně vzájemně závislými kapitálovými výnosy. První část této práce se zabývá teoretickým úvodem do problematiky vytváření portfolia a vybranými akciovými trhy. Dále jsou určeny váhy kritérií jednotlivých investorů a sestaveny příslušné modely. Následně je provedeno jejich srovnání, interpretace a analýza vlivu váhového vektoru na výsledné portfolio. Bylo zjištěno, že vliv tohoto vektoru, který odlišuje oba investory, je poměrně konzistentní, ke větším změnám dojde až při vyřazení všech kritérií, které se netýkají kapitálového výnosu.

Klíčová slova: akcie, Fullerova metoda, semivariance, tvoba portfolia, vícekriteriální programování

Abstract

Title: Stock portfolio optimization using multicriteria method
Author: Dana Schneiderová
Department: Department of Econometrics
Supervisor: Ing. Adam Borovička, Ph.D.

This thesis deals with the creation of a stock portfolio for two different investors, using multicriteria methods. This method of optimization has been chosen, because both investors pursue contradictory criteria in their portfolio. They have a different view of the importance of criteria, so a weight vektors were used. Despite of that, they have the same goal, which is to create a portfolio that maximizes the expected return, minimizes the risk of its decline, and contains titles with the least interdependent capital returns. The first part of this thesis deals with a theoretical introduction to the portfolio optimization and also with selected stock markets. Furthermore, weight vectors are determined for each investor and then the relevant models are compiled. Subsequently, comparison and interpretation of final portfolios are made, as well as the analysis of the effect of the weight vector on the resulting portfolio. It was found, that the effect of this vector, which distinguishes both investors, is relatively consistent with larger changes occurring when all criteria irrelevant for the capital yield are excluded.

Keywords: Fuller's method, multicriteria programming, portfolio creation, semivariance, stocks

Obsah

Úvod **1**

1 Teorie portfolia **2**
1.1 Úvod do teorie portfolia 2
1.2 Akcie 2
1.3 Charakteristiky akcií 3
1.3.1 Očekávaný výnos 3
1.3.2 Riziko 5
1.4 Různé formy modelu optimalizace portfolia 6
1.5 Vícekriteriální programování 7
1.5.1 Možnosti stanovení vah kritérií 9

2 Burzy cenných papírů **11**
2.1 Burza cenných papírů Praha 11
2.1.1 Vybrané akcie 12
2.2 Burza cenných papírů Frankfurt 14
2.2.1 Vybrané akcie 14

3 Vstupní data **17**
3.1 Úprava a zpracování dat 17
3.2 Specifikace kritérií modelu 17

4 Tvorba akciového portfolia **21**
4.1 Dílčí účelové funkce 21
4.2 Investoři 23
4.3 Sestavení modelu 25
4.4 Výsledná portfolia investorů 25
4.5 Vliv absolutní hodnoty korelace na stavbu portfolia 28
4.6 Vliv váhového vektoru na stavbu portfolia 31

Závěr **34**

Literatura **36**

Přílohy **43**

Úvod

Předmětem mojí bakalářské práce je investování do akciových titulů dostupných na Pražské burze cenných papírů a na burze cenných papírů ve Frankfurtu z hlediska dvou různých investorů. Hlavním cílem práce je návrh portfolií, která jsou pro dané investory optimální a zjištění vlivu jedné z dílčích funkcí a také změn váhového vektoru. Toto téma mě zaujalo především kvůli firmě, ve které momentálně působím. Jedná se o menší firmu, která v poslední době začala dosahovat výnosů, které v tuto chvíli neplánuje investovat do dalšího rozvoje a myslím, že takových firem či podnikatelů je na trhu jistě více. Pro tyto subjekty, ale i pro jiné investory, je tedy výhodné takové zisky investovat, uchránit je tak před inflací a ještě je nějakým způsobem zhodnotit.

Práce je rozdělená na několik částí. První část se zabývá teoretickým základem a přibližuje přístupy ke kvantifikaci očekávaného výnosu a různé formy modelu optimalizace, přičemž se detailněji zaobírá vícekriteriální optimalizací. Druhá část práce se věnuje vybraným burzám cenných papírů a krátce pojednává o zvolených akciích. Třetí část je věnována procesu získávání a zpracování dat a také specifikuje jednotlivá kritéria modelu.

V poslední části se dostáváme k sestavování jednotlivých portfolií. Nejdříve se specifikují dílčí účelové funkce, odpovídající specifikovaným kritériím, a je provedena stručná analýza výstupů jejich optimalizace. Dále jsou představeni dva různí investoři se společným cílem vytvořit takové portfolio, které maximalizuje očekávaný výnos, minimalizuje riziko poklesu příslušného očekávaného výnosu a obsahuje co nejméně vzájemně závislé tituly. Investoři se liší preferencemi jednotlivých kritérií, jeden z investorů je kapitálově a druhý dividendově orientovaný. V návaznosti na to jsou sestaveny modely a výsledná portfolia, po kterých následuje jejich analýza. Výsledná portfolia investorů obsahují i přes jejich odlišné preference několik stejných titulů. Co se týče vlastností výsledných portfolií, u každého z nich se blíží nepodstatnější kritérium své nejlepší možné hodnotě. Oba investoři sledují u portfolia více kritérií, a proto jsou modely sestavovány pomocí vícekriteriální optimalizace. Byl zvolen princip agregace kriteriálních funkcí ohodnocených vahami, především proto, že nemáme žádné specifické hodnoty, kterých bychom u jednotlivých kritérií chtěli dosáhnout. Následuje analýza vlivu jedné z dílčích účelových funkcí na výsledné portfolio a také vliv váhového vektoru, u kterého byl zjištěn poměrně konzistentní vliv jeho změn, ke větším změnám dojde až při vyřazení všech kritérií týkajících se druhého typu výnosu. V závěru jsou shrnuty zjištěné výsledky a doporučení pro naše dva investory.

1. Teorie portfolia

Náplní této části je stručný teoretický úvod, kde jsou charakterizovány základní vlastnosti akcií a různé přístupy k jejich kvantifikaci. Jsou zde také popsány různé formy modelu optimalizace portfolia, přičemž je věnována větší pozornost vícekriteriálnímu programování a specifikaci preferencí jednotlivých kritérií.

1.1 Úvod do teorie portfolia

Portfolio je množina různých aktiv, jako jsou akcie a jiné cenné papíry ve vlastnictví jednoho investora [6]. Jeho vhodným sestavením se zabývá teorie portfolia. **Teorie portfolia** je mikroekonomická disciplína, která se zabývá tím, jakou kombinaci aktiv je vhodné držet dohromady, aby výsledné portfolio splňovalo předem dané vlastnosti [4].

Investor při sestavování portfolia sleduje různé finanční cíle, například získání kapitálu nebo je jeho motiv spekulační, kdy tzv. spekulanti očekávají v budoucnu určité ekonomické situace a využijí tyto informace k potenciálně velmi ziskovým obchodům. Spekulace jsou ovšem hodně rizikové. Naopak nerizikový je motiv arbitráže, kde investoři dosahují nadměrných zisků díky využívání místních a časových rozdílů v cenách finančních aktiv. Posledním motivem je motiv zajišťovací, který funguje jako pojistka výnosu z portfolia aktiv před náhlými změnami měnových kurzů či úrokových měr [4][33].

Investor má na výběr dvě možnosti, jak portfolio spravovat. Při aktivní správě portfolia stále vyhledává nové investiční příležitosti a složení portfolia průběžně obměňuje. Pokud si zvolí pasivní správu, pak si portfolio pouze sestaví a po dobu jeho trvání ho už neobměňuje. Pasivní správa je výhodná z hlediska úspory nákladů za obchodování s cennými papíry. Existuje ale i odlišný přístup ke správě portfolia, kdy je cílem investora získat kontrolní podíl ve firmě [4].

1.2 Akcie

Akcie je cenný papír, který představuje určitý majetkový podíl v akciové společnosti a poskytuje akcionáři právo podílet se na řízení společnosti, jejím zisku a v případě likvidace společnosti také na likvidačním zůstatku [65].
Existují dva druhy akcií:

- kmenové (běžné) akcie a
- prioritní (preferenční) akcie.

Většina akcií je ve formě kmenových akcií. Jedná se o standartní akcie emitované za účelem získání základního kapitálu. Dalším druhem jsou prioritní akcie, které narozdíl od kmenových obvykle zaručují akcionáři pevnou dividendu a mají před kmenovými akciemi přednost ať už při výplatě dividend či likvidačního zůstatku. Akcie patří společně s podílovými listy mezi majetkové cenné papíry, které jsou typem finančních aktiv. Finanční aktiva jsou pro teorii portfolia hlavním aktivem, hmotnými a nehmotnými aktivy se příliš nezabývá [4][28].

1.3 Charakteristiky akcií

Každý investor se může při tvorbě svého portfolia zaměřovat na jiné vlastnosti akcií, ale těmi nejdůležitějšími vlastnostmi akcií i samotného portfolia jsou:

- očekávaný výnos a
- riziko.

1.3.1 Očekávaný výnos

je zhodnocení investice vložené do určité akcie, které investor očekává. Tato schopnost přinášet vlastníkovi výnos je základní vlastností každé investice. Očekávaný výnos z i-té akcie r_i je definován předpisem:

$$r_i = E(\mathbf{v}_i)$$

kde $\mathbf{v}_i$ je vektor výnosů z i-té akcie za dobu trvání portfolia. Očekávaný výnos celého portfolia r_p je definován předpisem:

$$r_p = \sum_{i=1}^{n} x_i \cdot r_i$$

kde n je počet akcií v portfoliu a x_i je relativní podíl i-té akcie v portfoliu [4].

Očekávaný výnos můžeme mít buď ve formě toku důchodu nebo ve formě změny tržní ceny dané akcie. Formou toku důchodu se rozumí, že investor pobírá z titulu vlastnictví akcie dividendy [45][4].

Dividenda je formou výplaty podílu na zisku majitelům akcií. Zpravidla se vyplácejí ročně, pololetně či čtvrtletně a mohou být snížené o srážkovou daň. O výši vyplácení anebo nevyplácení dividendy rozhoduje valná hromada. Nevyplácení dividend může nastat v případě neziskovosti podniku, ale i v případě, že se zadrží zisky za účelem dalšího rozvoje podniku [8][28].

Existuje několik přístupů ke kvantifikaci očekávaného výnosu portfolia, a to

- historický přístup,
- expertní přístup a
- ekonometrický přístup.

Historický přístup [4] je jedním ze základních orientačních způsobů kvantifikace výnosu. Předpokladem je, že očekávaný výnos za dobu trvání portfolia je součtem v průměru stejných krátkodobých výnosů, jaké byly v době před vznikem portfolia.
Značení:
TC_i je tržní cena i-tého aktiva v časovém okamžiku 1
TC_{it} je tržní cena i-tého aktiva v časovém okamžiku t
W_{itk} je relativní přírůstek tržní ceny i-tého aktiva v časovém okamžiku $(t-k)$, kde $k \in \{1, 2, 3, \dots\}$.

$$W_{itk} = \frac{TC_{it} - TC_{it-k}}{TC_{it-k}}$$

Obvykle uvažujeme jednodenní změny tržní ceny, tedy $k = 1$.
N je doba trvání portfolia v časových okamžicích
l_i je očekávaný relativní výnos z i-té akcie za dobu trvání portfolia

$$l_i = \frac{1}{N-k} \cdot \sum_{t=1}^{N-k} W_{itk}$$

Expertní přístup [4] narozdíl od historického respektuje očekávání ohledně budoucnosti. U tohoto přístupu počítáme s velikostí tržní ceny a velikosti dividend v době realizace portfolia, které vycházejí z očekávání několika různých expertů.
Značení:
TC_i je tržní cena i-tého aktiva v časovém okamžiku 1
C_{ij} je velikost tržní ceny i-tého aktiva podle očekávání j-tého experta v době realizace portfolia
D_{ij} je velikost dividend, které podle j-tého experta obdrží vlastník portfolia z i-tého aktiva za dobu trvání portfolia

Y_{ij} je relativní výnos z i-tého aktiva za dobu trváí portfolia předpovídaná j-tým expertem

$$Y_{ij} = \frac{C_{ij} + D_{ij} - TC_i}{TC_i}$$

Ekonometrický přístup [4] je buď analýzou faktorů determinujících tržní cenu aktiva nebo analýza faktorů, jejichž kvantifikovatelné znaky byly v minulosti "významně"korelované s tržní cenou aktiva. Pokud jsou známy faktory determinující velikost tržních cen, je možné predikovat vývoj tržních cen na základě znalosti vývoje těchto faktorů.

Fundamentální analýza je ekonomická disciplína, která se zabývá hledáním faktorů ovlivňující tržní ceny cenných papírů. Nejdůležitější je analýza faktorů, které určují tržní ceny všech cenných papírů (makroekonomické faktory) a také faktorů, které určují tržní ceny v jednotlivých odvětvích nebo firmách. Tato analýza zkoumá účetnictví firem, fundamentální data, stavy zásob, ale třeba i počasí [25][4].

Technická analýza je disciplína hladající korelace mezi různými skutečnostmi v ekonomice a vývojem tržních cen cenných papírů. Existují různé metody technické analýzy, jako jsou například metody grafické nebo matematické. V tomto typu anylýzy se předpokládá, že všechny kurzotvorné informace jsou již nějak zahrnuty v tržní ceně a dalšími faktory se tedy už nezabývá [31][4].

1.3.2 Riziko

Investor se při investici vystavuje riziku změny výnosu aktiva, tedy pravděpodobnosti, že nebude dosaženo očekávaného výnosu. Mimo jiné, rozlišujeme riziko na systematické a nesystematické. Systematickému riziku jsou vystaveny všechny firmy na trhu a nelze ho snížit diverzifikací portfolia, narozdíl od nesystematického rizika, které je spojeno s konkrétní firmou, zeměpisnou polohou atd.[13][12][4].

Riziko změny výnosu z i-té akcie σ_i je definováno předpisem:

$$\sigma_i = \sqrt{Var(\mathbf{v}_i)}$$

Riziko změny výnosu portfolia σ_p je definováno předpisem:

$$\sigma_p = \sqrt{\sum_{i,j=1}^{M} x_i \cdot x_j \cdot \sigma_{ij}}$$

kde σ_{ij} je kovariance mezi vektory $\mathbf{v}_i$ a $\mathbf{v}_j$ [4].

1.4 Různé formy modelu optimalizace portfolia

V této části práce jsou uvedeny příklady různých přístupů k modelu optimalizace portfolia. Na tuto část poté navazuje další podkapitola, kde je podrobněji rozebrán přístup k optimalizaci portfolia ve formě vícekriteriálního programování.

Markowitzův model

V roce 1952 představil americký ekonom Harry Markowitz svůj model optimalizace portfolia, který naprosto změnil pohled na portfolia aktiv. Model je založen na souběžné optimalizaci dvou protichůdných kritérií, jmenovitě výnosnost a rizikovost portfolia. Navzdory kritice, že tento model příliš zjednodušuje skutečnost a je potřeba komplexnějšího modelu, se Markowitzův model stále používá. Tento bikriteriální model byl v průběhu času několikrát rozšiřován a používán ve finanční sféře, některá rozšíření a obměny jsou zde dále uvedeny.
Markowitzův model má svoje nevýhody v praktické aplikaci. Výsledná portfolia nemusí být intuitivní a koncentrují se na malý okruh dostupných cenných papírů, které nejsou příliš různorodé. Optimální portfolio je velmi citlivé i na malé změny ve vstupních datech a neuvažuje názory investora o trhu [56].

Black a Litterman

Právě výše zmíněné nedostatky Markowitzova modelu inspirovaly Blacka a Littermana k vytvoření nového lidštějšího přístupu k optimalizaci portfolia, který zahrnuje i investorův pohled na budoucí návratnost akcií. Portfolia jsou více stabilní a diverzifikovaná. Vytváření těchto pohledů je ale matoucí, protože požaduje po investorovi kvantifikaci subjektivních parametrů [56].

Metoda VDA

Utváření názoru kvalitativní cestou není pro investora jednoduché a proto byl navržen nový způsob konstrukce těchto pohledů pomocí metody VDA (Verbal Decision Analysis), která umožňuje investorovi vytvořit si portfolio bez pomoci experta. Metoda VDA je založena na multikriteriálním kvalitativním modelu a jejím cílem je uspořádání alternativ podle preferencí. Byly navrženy takové dotazníky, které usnadňují investorům vyjádřit své názory o akciích. Investor odpoví na sadu otázek, ze kterých se odvodí FIQ (Formal Index of Quality). Pohledy se pak odvozují z výsledného FIQ. Tato metoda má i svoje nevýhody, není příliš vhodná pro případy s větším počtem akcií [56].

Cílové programování

Hlavní myšlenkou tohoto modelu je stanovení aspiračních úrovní účelové funkce a minimalizace pozitivních i negativních odchylek od těchto úrovní. Pokud předpokládáme současnou optimalizaci p různých protichůdných účelových funkcí

$f_i \in I = \{1, 2, \ldots, p\}$, je cílové programování vhodným nástrojem, který umožní FDM (Financial Decision-Maker) dosáhnout nejlepšího portfolia. I když je tato metoda nápomocná při tvorbě portfolia a usnadňuje FDM rozhodování, pořád ho není schopná nahradit. Existuje celá řada variant cílového programování, které byly od 70.let používány, mezi ty hlavní patří například lexikografické CP. Tato varianta je založena na optimalizaci cílů podle jejich relativní důležitosti pro FDM. Nejdůležitejší cíle budou na nejvyšší úrovni priorit a naopak. Další variantou je vážené CP, kde se ocenění FDM pozitivních a negativních odchylek může lišit na základě relativní důležitosti cíle. To může být vyjádřeno skrze váhy w_i. Při stochastickém CP model pracuje s nejistotou spojenou s rozhodovací situací. Předpokládáme, že cílové hodnoty jsou stochastické a mají specifické pravděpodobnostní rozdělení. Další zajímavou variantou může být fuzzy CP, které slouží pro případy, kdy rozhodující osoba je schopna určit cíle pouze nepřesně [1].

Trikriteriální model

V situacích, kdy je potřeba komplexnějšího modelu než je ten Markowitzův, je možné využít trikriteriálního modelu. Zahrnuje se zde mimo očekávané výnosnosti a rizika ještě třetí kritérium, které může být i nefinančního charakteru. Narozdíl od bikriteriálním modelu, kde pracujeme v dvourozměrném prostoru s nedominovanou hranicí, pracujeme při trikriteriálním modelu ve trojrozměrném prostoru a nedominovaná hranice se nahradí nedominovanou rovinou [62].

1.5 Vícekriteriální programování

Vícekriteriální optimalizační model je optimalizační model, jehož množina přípustných řešení je vymezena soustavou omezujících podmínek a množina kritérií je vyjádřena pomocí několika kriteriálních funkcí. Formulace modelu s m omezujícími podmínkami, n proměnnými a p kritérii je následující:

"maximalizovat"

$$f_1(\mathbf{x})$$

$$f_2(\mathbf{x})$$

$$\vdots$$

$$f_p(\mathbf{x})$$

za podmínek

$$g_1(\mathbf{x}) \leq b_1$$

$$g_2(\mathbf{x}) \leq b_2$$

$$\vdots$$

$$g_m(\mathbf{x}) \leq b_m$$

$$x_i \geq 0, j = 1, 2, \cdots, n$$

Lze také zapsat v následující formě:

$$\mathbf{F}(\mathbf{x}) \longrightarrow "MAX"$$

$$\mathbf{x} \in X = \{\mathbf{x} \in R^n / \mathbf{G}(\mathbf{x}) \leq \mathbf{b}\}$$

kde X je množina přípustných řešení, $\mathbf{x}$ je vektor proměnných, $\mathbf{F}$ je vektor kriteriálních funkcí, $\mathbf{G}$ je vektor levých stran omezujících podmínek a $\mathbf{b}$ je vektor pravých stran omezujících podmínek [5]. Výraz "maximalizace"je uváděn v uvozovkách, protože řešení s nejlepšími hodnotami podle všech kritérií většinou neexistuje a hledáme tak pouze kompromisní řešení.
Jestliže $\mathbf{x}^p \in X$ a $\mathbf{x}^q \in X$ jsou libovolná přípustná řešení úlohy vícekriteriálního programovaní, můžou nastat následující situace:

- řešení $\mathbf{x}^p$ **dominuje** řešení $\mathbf{x}^q$, jestliže pro všechna $k = 1, 2, \cdots, p$ platí $f_k(\mathbf{x}^p) \geq f_k(\mathbf{x}^q)$ a existuje alespoň jedno l takové, že $f_l(\mathbf{x}^p) > f_l(\mathbf{x}^q)$,

- řešení $\mathbf{x}^q$ **dominuje** řešení $\mathbf{x}^p$

- řešení $\mathbf{x}^p$ a řešení $\mathbf{x}^q$ jsou **navzájem nedominovaná**

Pokud přípustné řešení $\mathbf{x}^p \in X$ není dominované žádným jiným přípustným řešením úlohy vícekriteriálního programování, nazveme ho nedominovaným neboli paretovským řešením úlohy vícekriteriálního programování [26].

Cílem úlohy vícekriteriálního programování je nalezení kompromisního řešení, což je přípustné nedominované řešení. Pro výpočet tohoto řešení můžeme použít několik různých metod, ale všechny zpravidla vedou k řešení úloh lineárního programování.

Prvním způsobem je **princip agregace účelových funkcí**, kdy všechna kritéria sloučíme pomocí vhodného operátoru do jednoho. Základními formami agregace jsou součinová, podílová, součtová a rozílová. Součin a součet se používá v případě kritérií stejného typu oproti podílu a rozdílu, které se použijí v případě kritérií různého typu. Jednotlivé kriteriální funkce mají přidělené váhy $v_1, v_2, \cdots, v_p$, pro

které platí $\sum_{k=1}^{p} v_k = 1$. Agregovaná účelová funkce má pak následující tvar:

$$F(\mathbf{x}) = \sum_{k=1}^{p} v_k \cdot f_k(\mathbf{x})$$

Agregace nemá praktickou interpretaci, slouží pouze k nalezení kompromisního řešení. Skutečné kriteriální hodnoty je nutné dopočítat.

Kompromisní řešení podle minimální komponenty je dalším principem pro nalezení kompromisního řešení. Toto řešení bude maximalizovat nejhorší (nejmenší) hodnotu ze všech kriteriálních funkcí, jedná se tedy o princip maximinu. Tento princip porovnává hodnoty mezi sebou a proto musí být navzájem srovnatelné. Nejsou zde potřebné žádné informace o preferenci kritérií, protože se předpokládá, že mají stejnou váhu.

Další možností je **minimalizace odchylek od ideálního řešení**, kde si určíme ideální hodnoty jednotlívých účelových funkcí, například jako optimální hodnotu této funkce na množině přípustných řešení. Hledáme pak kompromisní řešení, jehož ohodnocení podle jednotlivých kritérií se co nejvíce blíží optimálním hodnotám. Minimalizujeme tedy vážený součet odchylek od ideálního řešení.

Kompromisní řešení můžeme hledat také pomocí **úpravy kriteriálních funkcí na omezující podmínky** nebo **cílovým programováním**, které již bylo zmíněno v předešlé sekci [5][26].

1.5.1 Možnosti stanovení vah kritérií

Při vícekriteriální optimalizaci hledáme řešení podle více kritérií, na která může být kladen různý důraz. V takovém případě je důležité specifikovat preference jednotlivých kritérií. Tuto specifikaci můžeme provést pomocí váhového ohodnocení jednotlivých kritérií. Existují různé metody stanovení vah kritérií, které můžeme rozdělit podle typu informace, kterou máme o preferencích mezi kritérii. Pokud nemáme k dispozici žádnou informaci, ale přesto nechceme všech kritériím přiřadit stejnou váhu, můžeme váhový vektor sestavit ***entropickou metodou***, tedy pokud známe kriteriální matici. Principem této metody je, že kritérium je tím důležitější, čím rozdílnější jsou ohodnocení variant. Pokud máme ordinální informaci, jsme schopni určit pořadí jednotlivých kritérií nebo párově porovnat všechny dvojice. V tomto případě můžeme použít buď metodu pořadí nebo metodu Fullerova trojúhelníka. ***Metoda pořadí*** se používá hlavně v případě, kdy kritéria hodnotí několik expertů. Nejdůležitějšímu kritériu přiřadí expert n bodů, přičemž n je počet všech kritérií. Nejméně důležité kritérium ohodnotí jedním

bodem. Body pro každé kritérium od všech expertů se sečtou a vydělí se celkovým počtem udělených bodů. Tento postup se nazývá normalizace vah kritérií. ***Metoda Fullerova trojúhelníka*** je metodou párového porovnání, které se provádí právě pomocí tzv. Fullerova trojúhelníku. Při každém párovém porovnání se označí ten důležitější prvek. Váha j-tého prvku v_j se pak vypočte podle následujícího vzorce

$$v_j = \frac{n_j}{N}, \quad j = 1, 2, \cdots, n$$

kde n_j je počet označení j-tého prvku a N je celkový počet označení. Problémem této metody je, že váha nejméně důležitého kritéria je vždy rovna 0, což je možné vyřešit přičtením jedničky ke všem hodnotám n_j. Další možností sestavení vektoru vah je sestavení na základě kardinální informace, kde jsme schopni určit navíc i poměr důležitosti mezi všemi dvojicemi kritérií. V takovém případě můžeme použít například bodovací nebo Saatyho metodu. ***Bodovací metoda*** se stejně jako metoda pořadí používá při hodnocení více experty a i výpočet vah probíhá stejným způsobem. Každý expert ohodnotí jednotlivá kritéria pomocí počtu bodů, jejichž skutečný rozsah může, ale nemusí být stanoven, hned na začátku hodnocení [5]. ***Saatyho metoda*** je metoda kvantitativního párového porovnávání, která se používá, pokud kritéria hodnotí pouze jeden expert. Hodnocení probíhá pomocí 9-ti bodové stupnice, přičemž číslo 1 značí stejnou důležitost kritérií a číslo 9 absolutní preferenci. Toto hodnocení se pak zapíše do Saatyho matice, pomocí které se pak vypočtou samotné váhy [55].

2. Burzy cenných papírů

Burza cenných papírů je právnickou osobou oprávněnou organizovat na určeném místě a ve stanovenou dobu poptávku a nabídku cenných papírů jako jsou akcie, dluhopisy, certifikáty atd.[69] Burza je běžně založena jako akciová nezisková obchodní společnost, jejíž akcionáři jsou osoby, které chtějí na burze aktivně obchodovat. Když byla v roce 1602 založena Nizozemská východoindická společnost, jednalo se o první veřejnou emisi na Amsterdamské zbožové burze. V tomto tehdejším finančním centru Evropy vznikla roku 1631 burza cenných papírů. Následovaly burzy v Berlíně(1739), Londýně(1745) a New Yorku(1792), v ostatních světadílech burzy vznikaly až v druhé polovině 19. století. Ve 20. století se z burz v New Yorku a Londýně staly burzy mezinárodní. Velké změny v burzovním obchodování nastaly s rozvojem výpočetních technologií v 70. a 80. letech, kdy se začaly využívat počítačové sítě pro zadávání příkazů, v 90. letech se s akciemi začalo obchodovat přes internet. V poslední době dochází k fúzi akciových burz, díky čemuž se snižují náklady. Na akciových burzách existují dva různé systémy sjednávání obchodů:

- **prezenční systém**, který se využíval spíše v minulosti, ale pořád se s ním můžeme setkat třeba na NYSE. Obchodníci se v případě tohoto systému setkávají a nahlas vyjednávají s burzovním specialistou přímo na parketu, a
- **elektronický systém**, který se v současné době naopak rozšiřuje a to na úkor prezenčního systému. Používá se právě například na pražské a frankfurtské burze. Uzavírání obchodů se zde realizuje automaticky pomocí počítačového systému, do něhož se pouze vkládají nákupní a prodejní příkazy [28][70].

2.1 Burza cenných papírů Praha

Tato burza byla zložena v roce 1871, zpočátku se zde obchodovalo kromě cenných papírů i s komoditami, tento druh obchodů však po první světové válce ustoupil. Meziválečné období bylo pro pražskou burzu obdobím největšího rozmachu, který skončil s příchodem druhé světové války. Ten znamenal pro pražskou burzu konec obchodování a do provozu se vrátila až v roce 1993, kdy se na parketu uskutečnily první obchody [48]. V letech 1993 a 1995 proběhly dvě vlny kuponové privatizace, čímž se na pražskou burzu dostalo velké množství akciových společností. Po

několika letech mnoho z nich burzu opustilo, protože jim nepřinášela očekávané výsledky [28].
Obchodovat na pražské burze je možné pouze prostřednictvím licencovaných obchodníků, kteří jsou zároveň členy burzy, především jsou to významné banky a makléřské firmy. Pokud se tedy investor rozhodne zde investovat, musí se obrátit na některého člena burzy [48].

2.1.1 Vybrané akcie

V této části jsou stručně popsány jednotlivé společnosti dostupné na pražské burze, jejichž akcie budeme při tvorbě portfolií uvažovat. Akcie byly vybírány podle množství a úplnosti dostupných dat, bez ohledu na typ trhu, na kterém se obchodují (Prime, Standard, Free), nicméně většina z těchto vybraných titulů pochází z trhů Prime a Standard.

Central European Media Enterprises (vedena pod burzovním symbolem CETV) je bermudská společnost, která ovládá televizní stanice ve střední a východní Evropě. V tuzemsku vysílá kanály Nova, Nova HD, Nova Cinema, Nova Sport a Nova Sport HD [11].

ČEZ, a.s. (České Energetické Závody) je největším výrobcem elektřiny v České republice a mateřskou společností Skupiny ČEZ, která se zabývá především těžbou uhlí a výrobou, distribucí a prodejem energií koncovým zákazníkům [72].

E4U se zaměřuje především na výrobu energie z obnovitelných zdrojů a řídí dvě fotovoltaické stanice v Dubňanech a Raštíkovicích [52].

ENERGOAQUA, a.s. se zabývá výrobou, distribucí a prodejem energetických medií a služeb v oblasti elektrické energie, tepelné energie, technických plynů a vodního hospodářství. Věnuje se rovněž developerské činnosti a revitalizaci objektů uvolněných jinými společnostmi [10].

Erste Group Bank AG je univerzální bankou se zaměřením na retailovou klientelu působící v regionu střední a východní Evropy a po italském UniCredit je druhou největší bankou působící v daném regionu [14].

FORTUNA, sázková kancelář a.s. vznikla v roce 2009 a stala se největším středoevropským provozovatelem kurzových sázek. Původně česká společnost se postupem času rozrostla v holding, který nyní působí i na dalších trzích [19].

Jáchymov Property Management, a.s. (původně Léčebné lázně Jáchymov a.s.) provozovala do konce roku 2010 lázně, nyní spravuje cenu za prodaný podnik [27].

Komerční banka, a. s. je bankovní instituce působící na českém kapitálovém trhu. Zaměřuje se převážně na poskytování drobného bankovnictví, kde zajišťuje komplexní služby jak fyzickým osobám, tak i podnikatelským subjektům [76].

O2 Czech Republic je firma patřící do investiční skupiny PPF. Je poskytovatelem kompletního spektra ICT služeb. V České republice společnost provozuje jako jediná jak pevnou telefonní síť, tak i mobilní síť [77].

PEGAS NONWOVENS vyrostl od svého založení v roce 1990 v jednoho největších výrobců netkaných textilií typu spunmelt v EMEA regionu. PEGAS v současné době provozuje devět výrobních linek v České republice a jednu výrobní linku v Egyptě [43].

Philip Morris ČR a.s. je dceřiná společnost Philip Morris International a je největším výrobcem a prodejcem tabákových výrobků v České republice [46].

Pražské služby a.s. jsou firmou s tradicí a dlouholetými zkušenostmi v nakládání s komunálním odpadem a jeho odstraněním [49].

RMS Mezzanine, a.s. se specializuje na poskytování kapitálu malým a středním společnostem tam, kde banky z různých důvodů financování neposkytují. Investuje také do minoritních i majoritních podílů společností, kde je předpoklad vysokého růstu vnitřní hodnoty [54].

TOMA, a.s. je členem koncernu Prosperita. Podstatná část činnosti společnosti je zaměřena na poskytování služeb subjektům v průmyslovém areálu společnosti. Výjimku tvoří činnost odd. leasingu a pronájem objektů [60].

Unipetrol je rafinérská a petrochemická skupina, která je významnou součástí českého průmyslu. V České republice je jediným zpracovatelem ropy, jedním z nejdůležitějších výrobců plastů a vlastníkem největší sítě čerpacích stanic Benzina [61].

VGP je mezinárodní skupina, která realizuje semiindustriální stavby a přidružené kancelářské prostory. Nabídka zahrnuje služby od návrhu až po technologická řešení, samotnou výstavbu a následnou správu nemovitostí [63].

VIENNA INSURANCE GROUP(VIG) jako mezinárodní pojišťovací skupina, která v současné době zahrnuje 50 pojišťoven ve 25 evropských zemích. Její součástí je od roku 20018 společnost Pojišťovna České spořitelny [18].

2.2 Burza cenných papírů Frankfurt

Frankfurtská burza je největší německou burzou a byla založena v roce 1585. Je součástí společnosti Deutsche Börse a patří k největším světovým burzám [28]. **DAX** je hlavním německým indexem frankfurtské burzy, který se skládá z 30 hlavních německých společností obchodovaných na této burze. Počítá se už od roku 1987 a tituly se do něj zařazují na základě objemu obchodů a tržní kapitalizace (celková tržní hodnota všech jí vydaných akcií) [74].

2.2.1 Vybrané akcie

V této části jsou stručně popsány společnosti obchodované na frankfurtské burze, které budeme v dalších částech práce uvažovat. Frankfurtská burza ovšem nabízí velké množství různých společností, a proto budeme uvažovat pouze ty, které jsou součástí indexu DAX a zároveň splňují podmínku úplnosti a dostatečného množství dat.

Adidas je německý koncern, který sídlí v bavorském městě Herzogenaurach. Je to přední světová firma založena založena roku 1949 Adolfem Dasslerem, která vyrábí sportovní oblečení, obuv a další sportovní potřeby. V současné době je Adidas druhým největším výrobcem sportovního zboží na světě [64][24].

Allianz je globální společnost se sídlem v Mnichově, poskytující finanční služby. Byla založena v roce 1890 a zaměřuje se na pojišťovnictví. Od roku 2010 je 12. největší skupinou poskytující finanční služby na světě [66].

BASF je první západoněmeckou firmou, která od roku 1979 působí v Čechách a v Praze má vlastní obchodní agenturu. Její výrobky slouží na ochranu plodin, v automobilovém průmyslu, stavebnictví nebo elektronice [3].

Bayer AG je významnou agrochemickou a farmaceutickou společností založenou roku 1863 ve městě Barmen. Zabývá vývojem, výrobou a prodejem chemikálií a humánních i veterinárních léčiv [67].

Beiersdorf AG je německá společnost vyrábějící kosmetické produkty. Jedná se o výrobky pečující o pokožku a produkty podporující zdraví a krásu. Pod tuto společnost patří značky jako jsou Nivea, Eucerin, atd.[35].

Bayerische Motoren Werke AG (BMW) je německý výrobce automobilů, motocyklů a motorů. Hlavní sídlo společnosti je v Mnichově. BMW je mateřskou společností firem Mini a Rolls-Royce [68].

Commerzbank AG je druhá největší německá banka se sídlem ve Frankfurtu

nad Mohanem a byla založena už roku 1870. Banka má celosvětově přes 15 milionů zákazníků [71].

Continental AG byla založena roku 1871 v německém Hannoveru a v současné době patří v 56 zemích světa k předním světovým dodavatelům automobilového průmyslu [7].

Daimler AG je jeden z největších výrobců automobilů na světě. Společně s výrobou osobních automobilů Mercedes-Benz, Daimler vyrábí nákladní automobily a autobusy a také provádí finanční služby [73].

Deutsche Bank AG je největší bankou v Německu, sídlící ve Frankfurtu nad Mohanem. Společnost byla založená v roce 1870 a má vedoucí postavení jak na trhu v Evropě, tak i na americkém kontinentu či v Asii [30].

Deutsche Boerse AG je německá mezinárodní společnost provozující burzovní obchodování s finančními instrumenty. Společnost poskytuje obchodování s cennými papíry, zabývá se obchodními procesy a provozem a správou elektronických systé-mů obchodování [36].

Deutsche Post AG (od roku 2009 používající jméno Deutsche Post DHL Group) je německý poštovní doručovatel a mezinárodní kurýr sídlící v německém Bonnu [75].

Deutsche Telekom je přední světovou společností zaměřenou na integrované telekomunikační služby. Skupina nabízí služby pevných sítí, mobilních komunikací, internetu a IPTV pro sektor domácností, a ICT řešení pro firemní zákazníky [59].

E.ON AG je energetická společnost zabývající se výrobou a distribucí elektrické energie a plynu, dále pak výzkumem v této oblasti a novými (a obnovitelnými) zdroji ve výrobě energie [37].

Frasenius AG je německá holdingová společnost, která působí v oblasti zdravotnictví a je producentem lékařské techniky. Specializuje se na přístroje diagnostické a ambulantní péče. Je rozdělena na několik segmentů, jedním z nich je i **Fresenius Medical Care** [38].

HeidelbergCement AG je mezinárodní skupina, která je jedním z největších výrobců stavebních materiálů [21].

Henkel AG & Co nabízí na celém světě své přední značky a technologie ve třech oblastech: prací a čisticí prostředky, Beauty Care a Lepidla a technologie. Je producentem kuchyňských a čístících prostředků pod značkami Persil, Purex, Sil, Perwoll, Somat, Bref a další [39].

Infineon Technologies AG je společnost, která se zabývá širokou škálou polo-

vodičů a kompletních systémových řešení používaných v řadě mikroelektronických aplikací, včetně počítačových systémů, telekomunikačních systémů, spotřebního zboží, atd.[40].

Linde AG je německá společnost, kerá působí ve strojírenství a v plynárenském průmyslu. Je rozdělena do tří segmentů: plyny, strojírenství a ostatní, který je zaměřen na logistiku [53].

Lufthansa AG je německou globální leteckou společností a zahrnuje více než 400 dceřiných a přidružených společností. Zabývá se osobní leteckou dopravou, nákladní leteckou přepravou a dalšími službami v leteckém průmyslu [41].

Merck je globální farmaceutická a chemická společnost, jejíž historie sahá až do roku 1668, a v současnosti působí v 66 zemích. Centrála skupiny Merck (Merck KGaA) sídlí v německém Darmstadtu [2].

Muenchener Rueckversicherung-Gessellschaft AG (Munich Re) je německá zajišťovací společnost, která také působí na poli pojištění a správy majetku [42].

ProSiebenSat.1 Group je jednou z nejúspěšnějších nezávislých mediálních společností v Evropě a je největším německým provozovatelem televizního vysílání [50][17].

RWE patří mezi pět největších evropských elektrárenských a plynárenských společností. Je třetím největším dodavatelem elektřiny a pátým největším dodavatelem plynu v Evropě [22].

SAP je německá firma se sídlem ve Walldorfu, která v oblasti podnikových aplikací pomáhá organizacím všech velikostí čelit komplexitě a vytvářet nové příležitosti pro inovace a růst [57].

Siemens AG je globálním elektrotechnickým koncernem. Působí v sektorech Industry, Energy a Healthcare. Siemens je největším poskytovatelem technologií šetrných k životnímu prostředí [58].

ThyssenKrupp AG je německý průmyslový konglomerát, operující v několika segmentech. Je největším světovým výrobcem nerez oceli, druhým největším evropským výrobcem oceli s nízkým obsahem uhlíku a jedním z předních výrobců automobilových komponentů [16].

VolksWagen je jeden z největších světových automobilových koncernů, do něhož kromě jiných společností patří tyto značky: Volkswagen, Audi, Bentley, Bugatti Automobiles, Porsche, Lamborghini, MAN, Scania, SEAT, Škoda Auto, Volkswagen Užitkové vozy a Ducati [78].

3. Vstupní data

Tato sekce bude věnována procesu získání a zpracování dat, která byla použita pro tvorbu modelů v následujících částech práce. Data pro německý trh a většina informací o vyplácených dividendách byla získána prostřednictvím systému THOMSON REUTERS [51], data pro český trh pochází ze serveru patria.cz [34]. Z důvodu neúplnosti dat byly informace o výplácení dividend ještě doplňovány z dalších zdrojů. Zdroj patria.cz byl pro český trh zvolen kvůli velkému množství chybějících dat zdroje THOMSON REUTERS. Z obou těchto zdrojů byla data snadno exportována do prostředí Microsoft Excel k dalšímu zpracování. Při exportu obdržíme 4 různé denní ceny, a to: open, high, low a last neboli closing price, která zde byla použita. Z obou zdrojů bylo možné získat i ticková data, která zaznamenávají každý pohyb, který na trhu nastal, ale pro účely této práce byla postačující data denní z let 2013-2018. Tento časový horizont byl zvolen, protože zvažované investice budou plánované právě na přibližně stejný časový horizont. Musíme brát v úvahu, že mezi rokem 2013 a 2018 se jednalo o klidné období, a proto jsou modely směrodatné pouze v případě alespoň přibližně stejného vývoje v budoucnu.

3.1 Úprava a zpracování dat

Z důvodu nedostupnosti některých datových řad z vybraného období obsahují vstupní data méně titulů než nabízejí vybrané burzy. Buď některé společnosti vstoupily na burzu až po roce 2013 nebo příslušná data nebyla dostupná. Bylo také nutné odstranit některé denní záznamy, aby české i němcké akcie obsahovaly stejný počet záznamů a byly tak lépe srovnatelné. Zpracování dat bylo provedeno v prostředí Microsoft Excel, dále pak v Matlabu a některé z grafů byly vytvořeny prostřednitvím RStudia. Matlabové skripty jsou uvedeny v příloze.

3.2 Specifikace kritérií modelu

V této části bude specifikováno celkem 5 různých kritérií, která budeme v následujících modelech uvažovat.

Očekávaný kapitálový výnos (**k**) představuje relativní očekávaný *roční* výnos ve formě nárůstu tržní ceny akcie. Tento výnos byl spočítán z denních dat z let

2013-2018 pomocí historického přístupu následovně:

$$k = E(K_{ri})$$

kde

$$K_{ri} = \frac{TC_r - TC_{r-1}}{TC_{r-1}}$$

pro $r = 2014, .., 2018$ a $i = 1, .., n_r$ kde n_r je počet burzovních dní v roce r a TC je tržní cena akcie.

Namísto klasického pojetí rizika jako směrodatné odchylky výnosů je v následujících modelech zahrnuto **riziko poklesu očekávaného kapitálového výnosu** (**s**). Toto riziko je počítáno jako semivariance výnosů dle vzorce níže.

$$s = \frac{\sum_{j=1}^{m}(k - p_j)^2}{q}$$

kde

$$q = \sum_{r=2014}^{2018} n_r$$

a p jsou hodnoty kapitálového výnosu, které jsou menší než jeho střední hodnota a m je počet těchto hodnot.
Semivariance je zde použita, protože při použití směrodatné odchylky při minimalizaci rizika minimalizujeme i riziko růstu výnosů, které je pro investora naopak vítané. Semivariance oproti tomu minimalizuje pouze riziko poklesu.

Očekávaný dividendový výnos vyjadřuje relativní očekávaný *roční* růst vyplácené dividendy a je vypočten jako průměrný podíl hodnoty dividendy na průměrné tržní ceně akcie v příslušném roce. Tato cena je zvolena, protože tržní cena akcie kolem data výplaty dividend je právě touto výplatou ovlivňována. Pokud u některých akcií byla dividenda vyplácena v jiné měně, než v jaké je uváděna její tržní cena, byl proveden přepočet podle průměrného měnového kurzu v příslušném roce. **Riziko poklesu očekávaného dividendového výnosu** se opět spočítá pomocí semivariance, stejně jako u rizika kapitálového.

Posledním kritériem sledovaným v následujících modelech je **odchylka korelace od 0** (**D**), jejíž prvky jsou vyjádřeny následovně:

$$D_{ij} = \mid R_{ij} \mid \qquad i, j = 1, 2, \ldots, n$$

kde R_{ij} je korelační koeficient i-tého a j-tého titulu. Cílem minimalizace ohodnocení portfolia podle tohoto kritéria je volba co nejméně vzájemně závislých titulů bez ohledu na to, jestli se jedná o pozitivní či negativní závislost. V modelech

pak minimalizujeme součet prvků D_{ij} vynásobených váhou i-tého a j-tého titulu zařazeného do výsledného portfolia, tedy výraz:

$$D_{ij} \cdot x_i \cdot x_j$$

Protože všechny prvky odchylky korelace jsou nezáporné, stejně tak jako váhy titulů, musí se minimalizace provádět výběrem co nejmenších prvků matice D, tedy výběrem akcií, které jsou vzájemně co nejméně závislé a co nevíce se blíží k 0, tedy k nezávislosti. Touto úpravou se tedy investor může vyhnout situaci, kdy se mu tituly v portfoliu vzájemně vyvažují a pokles tržní ceny jednoho z titulů vyrovná jiný titul svým nárůstem a naopak. Absolutní hodnota korelace byla zvolena kvůli přehlednému vyjádření lineární závislosti akcií.

Ve vstupních datech, která jsou uvedena níže na obrázku 3.1 , máme k dispozici celkem 46 různých akcií. Korelační tabulka je kvůli svému rozsahu uvedena pouze v příloze na obrázku 4.5. Pro lepší přehled jsou v následující tabulce 3.1 uvedeny maximální, minimální a průměrné hodnoty sledovaných kritérií.

	maximum	**minimum**	**průměr**
Očekávaný kapitálový výnos	41,6274%	-10,37768%	11,3358%
Riziko poklesu kap.výnosu	7,0027%	0,22382%	2,2349%
Očekávaný dividendový výnos	9,4452%	0,00000%	2,9550%
Riziko poklesu div.výnosu	0,1145%	0,00000%	0,0076%
div.výnos $\neq 0$	0,1145%	0,00002%	0,0085%

Tabulka 3.1: Číselné charakteristiky kritérií

Název	Očekávaný kapitálový výnos	Riziko poklesu očekávaného kapitálového výnosu	Očekávaný dividendový výnos	Riziko poklesu očekávaného dividendového výnosu
Adidas	27,3339%	6,9712%	1,6537%	0,0008%
Allianz	13,1970%	0,9406%	4,4198%	0,0007%
BASF	6,4475%	1,1926%	3,6199%	0,0002%
Bayer	9,0445%	2,3036%	2,2315%	0,0005%
Beiersdor	8,0771%	0,3764%	0,9077%	0,0000%
BMW	5,0596%	1,5094%	3,5045%	0,0012%
Commerzbank	12,5644%	6,0643%	0,5776%	0,0027%
Continental	19,9809%	2,4729%	1,8438%	0,0004%
Daimler	10,0173%	2,1459%	4,1714%	0,0035%
Deutsche Bank	-10,3777%	2,8823%	1,7283%	0,0065%
Deutsche Borse	16,7958%	1,2710%	3,2561%	0,0013%
Deutsche Post	15,7875%	1,5391%	3,1773%	0,0001%
Deutsche Telekom	13,6625%	1,3277%	4,3758%	0,0052%
E.ON	-3,7587%	2,0858%	5,7305%	0,0237%
Fresenius	22,8015%	1,3542%	0,9412%	0,0001%
Fresenius Medical Care	14,0116%	0,9313%	1,2423%	0,0002%
HeidelbgCement	12,2698%	0,5450%	1,3027%	0,0006%
Henkel KGaA Preferred Stock	12,5968%	0,7130%	1,3626%	0,0000%
Infineon Technologies	31,7050%	1,0808%	1,4856%	0,0003%
Linde	6,1389%	1,5339%	2,1047%	0,0002%
Lufthansa	17,4218%	4,7373%	1,9000%	0,0144%
Merck KGaA	14,9170%	1,7983%	1,2770%	0,0001%
Munich Re	5,8576%	0,3009%	4,6985%	0,0002%
ProSiebenSat.1 Group	4,5622%	1,8977%	7,3142%	0,0677%
RWE	-1,3250%	5,2940%	3,2975%	0,0435%
SAP	12,1775%	0,6924%	1,5622%	0,0001%
Siemens	9,9864%	0,8652%	3,3746%	0,0004%
ThyssenKrupp	11,4053%	2,1604%	0,3824%	0,0006%
VolksWagen Preferred Stock	0,4539%	3,4472%	1,7036%	0,0050%
CETV	9,2410%	3,6378%	0,0000%	0,0000%
ČEZ	-1,9874%	1,5332%	9,4452%	0,0042%
E4U	11,9329%	0,2238%	6,6437%	0,0058%
ENERGOAQUA	10,0178%	0,5382%	8,2994%	0,0142%
Erste Group Bank AG	11,9135%	1,9118%	1,5066%	0,0053%
FORTUNA	15,2165%	5,2818%	4,3686%	0,1145%
JÁCHYMOV PM	9,8998%	1,9427%	0,0000%	0,0000%
Komerční banka	4,7493%	0,7246%	5,4936%	0,0038%
O2 ČR	3,4621%	3,3636%	7,4849%	0,0050%
PEGAS NONWOVENS	12,8842%	0,4268%	4,4329%	0,0009%
Philip Morris ČR	8,8966%	0,4729%	7,6888%	0,0021%
Pražské služby	35,3714%	5,8233%	0,0000%	0,0000%
RMS Mezzanine	-2,2866%	1,2632%	0,0000%	0,0000%
TOMA	16,1894%	0,9749%	0,0000%	0,0000%
Unipetrol	21,0750%	4,2706%	1,2126%	0,0088%
VGP	41,6274%	7,0027%	0,7613%	0,0035%
VIG	-5,5681%	2,9781%	3,44616%	0,00051%

Obrázek 3.1: Vstupní data

4. Tvorba akciového portfolia

V této části budou optimalizována portfolia pro dva různé investory, kteří se pohybují na českém a německém akciovém trhu a mají odlišné požadavky na vlastnosti portfolia. Jeden z investorů se orientuje hlavně na kapitálový výnos z portfolia a druhý naopak na výnos dividendový. Oba investoři ale sledují stejné vlastnosti a společný cíl portfolia, a to vytvoření takového portfolia, které maximalizuje očekávaný výnos, minimalizuje riziko poklesu očekávaného výnosu a obsahuje co nejméně vzájemně závislé tituly. O nejmenší vzájemnou závislost investoři usilují proto, aby se zisky a případné ztráty v jejich portfoliu vzájemně nevyvažovaly, a tak jim nesnižovaly možný výnos. Jelikož investoři sledují stejné charakteristiky akcií, ale mají odlišné požadavky na výsledné portfolio, byla použita vážená metoda. V další části se budeme zabývat dopadem zvolených vah na výsledné portfolio.

4.1 Dílčí účelové funkce

Vzhledem k tomu, že investoři sledují několik protichůdných kritérií a tento problém je řešen vícekriteriální optimalizací, jsou zde uvedeny jednotlivé dílčí funkce. Dvě z nich jsou maximalizační a zbylé tři jsou minimalizační.

Použité značení:

k_i očekávaný roční kapitálový výnos i-té akcie v procentech

d_i očekávaný roční dividendový výnos i-té akcie v procentech

s_i riziko poklesu kapitálového výnosu i-té akcie v procentech

t_i riziko poklesu dividendového výnosu i-té akcie v procentech

R_{ij} korelační koeficient kapitálových výnosů i-té a j-té akcie

n počet akcií na uvažovaných trzích

pro $i = 1, 2, \ldots, n$

První účelovou funkcí je maximalizace očekávaného kapitálového výnosu (f_1)

$$\sum_{i=1}^{n} k_i \cdot x_i \longrightarrow MAX$$

dále pak maximalizace očekávaného dividendového výnosu (f_2)

$$\sum_{i=1}^{n} d_i \cdot x_i \longrightarrow MAX$$

a následují minimalizační účelové funkce, minimalizace rizika poklesu kapitálového výnosu (f_3),

$$\sum_{i=1}^{n} s_i \cdot x_i \longrightarrow MIN$$

minimalizace rizika poklesu dividendového výnosu (f_4) a

$$\sum_{i=1}^{n} t_i \cdot x_i \longrightarrow MIN$$

minimalizace odchylky korelace od 0 (f_5)

$$\sum_{i,j=1}^{n} D_{ij} \cdot x_i \cdot x_j \longrightarrow MIN$$

kde

$$D_{ij} = \mid R_{ij} \mid \qquad i, j = 1, 2, \ldots, n$$

Dílčí lineární účelové funkce agregujeme do jedné minimalizační funkce F:

$$F = \sum_{i=1}^{n} (s_i + t_i - k_i - d_i) \cdot x_i \longrightarrow MIN$$

Pokud optimalizujeme dílčí účelové funkce, nalezneme nejlepší možné hodnoty těchto funkcí a dostaneme výsledná portfolia s vlastnostmi uvedenými v tabulce 4.1. Optimalizace všech dílčích funkcí je za následujících podmínek:

$$\sum_{i=1}^{n} x_i = 1$$

$$0 \leq x_i \leq M \qquad i = 1, 2, \ldots, n$$

kde M je maximání podíl jedné akcie v portfoliu a v dílčích modelech stejně tak jako v modelu výsledném je $M = 0,2$. Tato hodnota byla zvolena na základě názoru Eltona a Grubera [9], podle kterých už v portfoliu obsahujícím 5 různých akcií lze získat již 71% výhod z diverzifikace. Pokud bude v portfoliu 15 akcií bude to již 87%. Zvolená hodnota M tedy zajišťuje volbu alespoň 5 akcií, menší hodnotu by bylo lepší zvolit až při větším počtu titulů na našem uvažovaném trhu, který čítá 46 různých akcií.

Tučně vyznačené prvky na diagonále jsou nejlepší dosažitelné hodnoty odpovídající každé dílčí účelové funkci, které budou užitečné pro srovnání s konečnými modely. Zápis těchto modelů v Matlabu je uveden v příloze 4.1 a 4.2.

	$f1$	$f2$	$f3$	$f4$	$f5$
Kapitálový výnos	**31,77 %**	4,99 %	9,53 %	13,68 %	13,03 %
Dividendový výnos	0,97 %	**8,05 %**	4,87 %	3,1E-07 %	2,77 %
Riziko kap. výnosu	4,45 %	1,56 %	**0,36 %**	2,73 %	2,06%
Riziko div. výnosu	0,0009 %	0,0187 %	0,0018 %	**1,5E-11 %**	0,0036%
Odchylka	0,32	0,37	0,32	0,31	**0,16**

Tabulka 4.1: Výsledky jednokriteriálních optimalizací

4.2 Investoři

Oba investoři sledují stejné charakteristiky portfolia, a to:

- kapitálový očekávaný výnos,
- dividendový očekávaný výnos,
- riziko poklesu kapitálového výnosu,
- riziko poklesu dividendového výnosu a
- vzájemnou korelaci titulů.

Prvnímu z investorů (dále Investor K) záleží hlavně na maximalizaci kapitálového výnosu a na minimalizaci rizika jeho poklesu. Chtěl by také dosáhnout co nejmenší korelace titulů a investice by měla přinést i nějaký dividendový výnos. Dividendový výnos pro něj ale není tolik důležitý, a proto je ochoten nést i větší riziko jeho poklesu.
Nyní pro Investora K můžeme sestavit vektor vah **v** jednotlivých dílčích funcí s použitím Fullerovy metody (viz tabulka 4.2 a 4.3). Toto metoda je zvolena, protože máme ordinální informaci o preferencích, ale nemáme k dispozici názory několika expetrů.

kap.výnos	**kap.výnos**	**kap.výnos**	**kap.výnos**
div.výnos	riziko kap.výn.	riziko div.výn.	odchylka
	div.výnos	**div.výnos**	**div.výnos**
	riziko kap.výn.	riziko div.výn.	odchylka
		riziko kap.výn.	**riziko kap.výn.**
		riziko div.výn.	odchylka
			riziko div.výn.
			odchylka

Tabulka 4.2: Párové porovnání kritérií pro Investora K

	kolikrát vybráno	výsledná váha
kap.výnos	4	0,4
div.výnos	1	0,1
riziko kap.výn.	3	0,3
riziko div.výn.	0	0
odchylka	2	0,2
součet	10	1

Tabulka 4.3: Sestavení vektoru vah pro Investora K

Vektor vah Investora K tedy vypadá takto $\mathbf{v} = (\frac{4}{10}, \frac{1}{10}, \frac{3}{10}, 0, \frac{2}{10})$.

Druhý investor (dále Investor D) naopak sleduje převážně dividendový výnos a příslušné riziko poklesu. Také by chtěl dosáhnout co nejmenší korelace titulů, stejně jako Investor K, a investice by měla přinést také kapitálový výnos. Na tento výnos však neklade důraz, a proto pro něj větší riziko jeho poklesu nepředstavuje problém.
Sestavení vektoru vah **v** pro Investora D (viz tabulka 4.4 a 4.5):

kap.výnos	**kap.výnos**	**kap.výnos**	**kap.výnos**
div.výnos	riziko kap.výn.	riziko div.výn.	odchylka
	div.výnos	**div.výnos**	**div.výnos**
	riziko kap.výn.	riziko div.výn.	odchylka
		riziko kap.výn.	**riziko kap.výn.**
		riziko div.výn.	odchylka
			riziko div.výn.
			odchylka

Tabulka 4.4: Párové porovnání kritérií pro Investora D

	kolikrát vybráno	výsledná váha
kap.výnos	1	0,1
div.výnos	4	0,4
riziko kap.výn.	0	0
riziko div.výn.	3	0,3
odchylka	2	0,2
součet	10	1

Tabulka 4.5: Sestavení vektoru vah pro Investora D

Vektor vah pro Investora D vypadá následovně $\mathbf{v} = (\frac{1}{10}, \frac{4}{10}, 0, \frac{3}{10}, \frac{2}{10})$.

4.3 Sestavení modelu

Samotný model je pro oba naše investory totožný, liší se právě jenom vstupní vektor vah dílčích funkcí. Budeme tedy řešit následující optimalizační úlohu:

minimalizovat

$$v_5 \cdot \sum_{i,j=1}^{n} D_{ij} \cdot x_i \cdot x_j + \sum_{i=1}^{n} F_{Vi}$$

kde D je matice odchylek korelací od 0, $\mathbf{v}$ je vektor vah a F_V je vážená agregovaná funkce a její i-tý prvek vypadá následovně

$$F_{Vi} = (v_3 \cdot s_i + v_4 \cdot t_i - v_1 \cdot k_i - v_2 \cdot d_i) \cdot x_i$$

za podmínek

$$\sum_{i=1}^{n} x_i = 1$$

$$x_i \leq M \qquad i = 1, 2, \ldots, n$$

$$x_i \geq 0 \qquad i = 1, 2, \ldots, n$$

$$v_i \geq 0 \qquad i = 1, 2, \ldots, m$$

kde v_i je váha i-tého kritéria a m je celkový počet kritérií, tedy $m = 5$. Zápis tohoto modelu v Matlabu je uveden v příloze 4.3.

4.4 Výsledná portfolia investorů

Pro Investora K bylo podle optimalizačního modelu sestaveno portfolio s následujícími vlastnostmi uvedenými v tabulce 4.6 za použití titulů uvedených v tabulce 4.7 níže.

Očekávaný kapitálový výnos	29,26%
Očekávaný dividendový výnos	1,33%
Riziko poklesu očekávaného kapitálového výnosu	3,60%
Riziko poklesu očekávaného dividendového výnosu	1,7E-03%
Odchylka	0,25

Tabulka 4.6: Vlastnosti výsledného portfolia pro Investora K

Investor K může od svého portfolia očekávat $29,26\%$ kapitálový výnos, který se vcelku blíží maximální možné hodnotě $31,77\%$, přesněji tedy dosahuje 92%

možného kapitálového výnosu. Riziko, že bude čelit skutečnosti poklesu kapitálového výnosu, je $3,6\%$. Investor může očekávat i dividendový výnos ve výši $1,33\%$, což je ale jen $16,5\%$ z maximálního možného dividendového výnosu, který činí $8,05\%$. Dividendový výnos byl ale pro Investora K nejméně důležitý z jeho uvažovaných kritérií, a proto je ochoten strpět tuto poměrně nízkou hodnotu. Pokud se podíváme na hodnotu celkové odchylky korelací $0,246$, zjistíme, že Investor K dosahuje 65% nejlepší možné hodnoty.

Název	**Podíl**
Adidas	3,27%
Continental	1,39%
Deutsche Borse	2,65%
Deutsche Post	1,47%
Fresenius	10,18%
Fresenius Medical Care	2,98%
Infineon Technologies	20,00%
E4U	4,84%
PEGAS NONWOVENS	3,12%
Pražské služby	20,00%
TOMA	3,54%
Unipetrol	6,56%
VGP	20,00%

Tabulka 4.7: Složení výsledného portfolia pro Investora K

Výsledné portfolio Investora K se skládá celkem ze 13 různých titulů, z toho je 7 německého a zbylých 6 českého původu. Největší část svého kapitálu vloží investor do akcií Pražských služeb, VGP a Infineon Technologies a to maximální možnou část, která činí 20%. Dalším významným zástupcem, který přesahuje hranici 5% v portfoliu budou akcie společnosti Unipetrol následovány E4U. Ostatní tituly dosahují jen malých podílů. Když se podíváme na vstupní data, výběr titulů s 20% podílem není vůbec překvapující, protože jsou to právě ty tituly s nejvyššími kapitálovými výnosy. I když VGP a Pražské služby mají relativně vysoké riziko poklesu kapitálového výnosu (kolem 6%), očekávané výnosy ve výši $41,6\%$ a $35,4\%$ tuto skutečnost převáží. Volba dalšího váhově důležitého titulu Fresenius také slibuje nejen slušný kapitálový výnos ve výši $22,8\%$, což je o poznání méně oproti předchozím titulům, ale také nízké riziko poklesu ve výši $1,4\%$.

Investorovi D bylo na základě jeho preferencí sestaveno portfolio s vlastnostmi uvedenými v tabulce 4.8 za použití titulů v tabulce 4.9 níže. Výsledné portfolio tohoto investora bude dosahovat očekávaného dividendového výnosu $4,21\%$, což je 52% nejlepší možné hodnoty a bude čelit $0,00067\%$ riziku poklesu tohoto výnosu (porovnání s dílčí účelovou funkcí není příliš směrodatné, jelikož byly

vybírány i tituly, z kterých neplyne žádný dividendový výnos a neexistovalo tedy příslušné riziko). Investor D bude také dosahovat kapitálového výnosu, a to ve výši $18,2\%$. Celková odchylka korelací od nulové hodnoty činí $0,1815$, což je okolo 90% nejnižší možné hodnoty.

Očekávaný kapitálový výnos	18,2100%
Očekávaný dividendový výnos	4,2100%
Riziko poklesu očekávaného kapitálového výnosu	2,4200%
Riziko poklesu očekávaného dividendového výnosu	0,0067%
Odchylka	0,1815

Tabulka 4.8: Vlastnosti výsledného portfolia pro Investora D

Název	**Podíl**
Allianz	2,95%
Deutsche Borse	1,76%
Deutsche Post	4,59%
Deutsche Telekom	1,73%
Infineon Technologies	9,75%
ProSiebenSat.1 Group	4,88%
ČEZ	5,73%
E4U	10,08%
ENERGOAQUA	7,75%
Erste Group Bank AG	0,83%
JÁCHYMOV PM	3,27%
O2 ČR	7,80%
PEGAS NONWOVENS	6,80%
Philip Morris ČR	4,68%
Pražské služby	7,24%
TOMA	2,20%
Unipetrol	2,11%
VGP	14,12%

Tabulka 4.9: Složení výsledného portfolia pro Investora D

Investor D bude mít ve svém portfoliu celkem 18 různých titulů, z toho 6 německých a 12 českých. Maximálního podílu 20% zde nedosahuje žádná z akcií. Největší podíly zastávají tituly: VGP, E4U a Infineon Technologies, a to kolem 10%. Kolem 5% podílu se pohybuje nejpočetnější skupina titulů, která se skládá z akcií Deutsche Post, ProSiebenSat.Group, ČEZ, ENERGOAQUA, O2 ČR, PEGAS NONWOVENS a Philip Morris ČR. Ostatní se na výsledném portfoliu podílejí pouze minoritně. K volbě akcií VGP s nejvyšším podílem v tomto portfoliu dochází, protože ani Investorovi D není kapitálový výnos lhostejný, a navíc

se tento investor vůbec nerozhoduje na základě rizika jeho poklesu, které je jednoznačnou nevýhodou uvedeného titulu. Další větší podíl patří akciím E4U, které zabírají 10% portfolia a jejichž výběr můžeme odůvodnit vysokým dividendovým výnosem, nízkým rizikem jeho poklesu a průměrným kapitálovým výnosem. Akcie, které nabízejí větší dividendový výnos, mají buď nevýhodu vysokého rizika poklesu nebo dokonce záporného kapitálového výnosu, tedy poklesu.

4.5 Vliv absolutní hodnoty korelace na stavbu portfolia

V této části bude podrobněji znázorněn a ověřen předpoklad o výběru jednotlivých titulů do výsledného portfolia pro model (Model1), kde minimalizujeme odchylku korelace od 0 a pro model (Model2) minimalizující korelaci. Model1 by měl vybírat tituly, které jsou viditelně vzájemně méně závislé (ať už se jedná o pozitivní či negativní závislost) než tituly vybrané pomocí Modelu2.
Pro účely porovnání bude jako Model1 použit model zaměřený na co nejvyšší kapitálový výnos, tedy optimalizační model určený pro Investora K.

Model1 tedy bude vypadat následovně:

minimalizovat

$$0,2 \cdot \sum_{i,j=1}^{n} D_{ij} \cdot x_i \cdot x_j + \sum_{i=1}^{n} F_{Vi}$$

kde

$$F_{Vi} = (0,3 \cdot s_i + 0 \cdot t_i - 0,4 \cdot k_i - 0,1 \cdot d_i) \cdot x_i$$

za podmínek

$$\sum_{i=1}^{n} x_i = 1$$

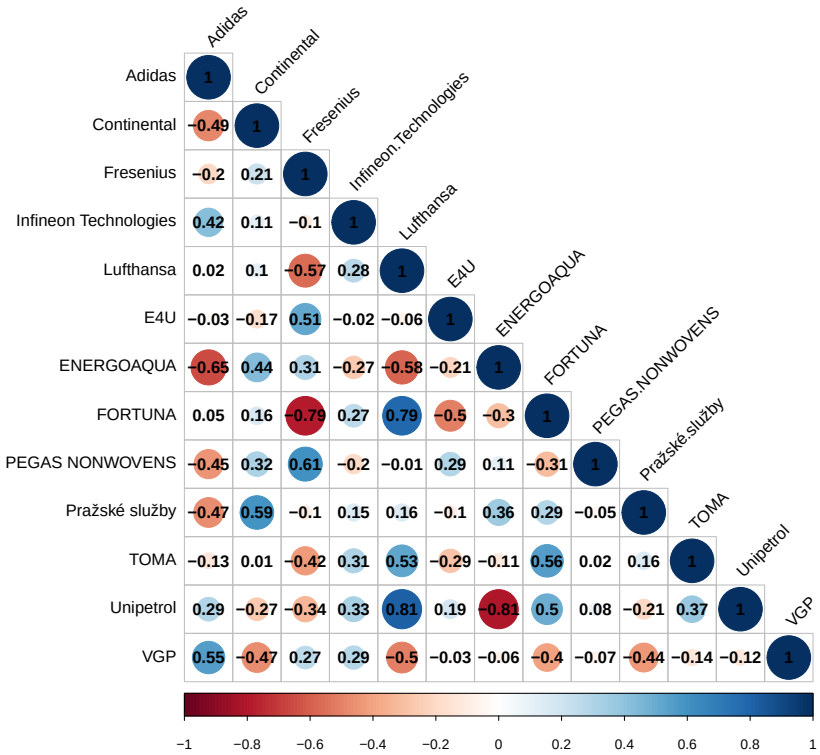
$$x_i \leq 0,2 \qquad i = 1, 2, \ldots, n$$

$$x_i \geq 0 \qquad i = 1, 2, \ldots, n$$

Příslušná korelační matice vybraných titulů je uvedena na obrázku 4.1 a průměrné hodnoty kladného, záporného a absolutního korelačního koeficientu jsou uvedeny v tabulce 4.10.

Průměrná hodnota kladného korelačního koeficientu	0,31
Průměrná hodnota záporného korelačního koeficientu	-0,22
Průměrná hodnota absolutního korelačního koeficientu	0,268

Tabulka 4.10: Analýza korelačních koeficientů Modelu1



Obrázek 4.1: Korelační matice titulů vybraných Modelem1

Pokud v Modelu1 zaměníme dílčí účelovou funkci minimalizace matice odchylek f_5 za funkci minimalizující korelaci (označíme f_6), získáme následující Model2, jehož zápis v Matlabu je uveden v příloze 4.4.

$$f_6 = \sum_{i,j=1}^{n} R_{ij} \cdot x_i \cdot x_j \longrightarrow MIN$$

minimalizovat

$$0,2 \cdot \sum_{i,j=1}^{n} R_{ij} \cdot x_i \cdot x_j + \sum_{i=1}^{n} F_{Vi}$$

kde

$$F_{Vi} = (0,3 \cdot s_i + 0 \cdot t_i - 0,4 \cdot k_i - 0,1 \cdot d_i) \cdot x_i$$

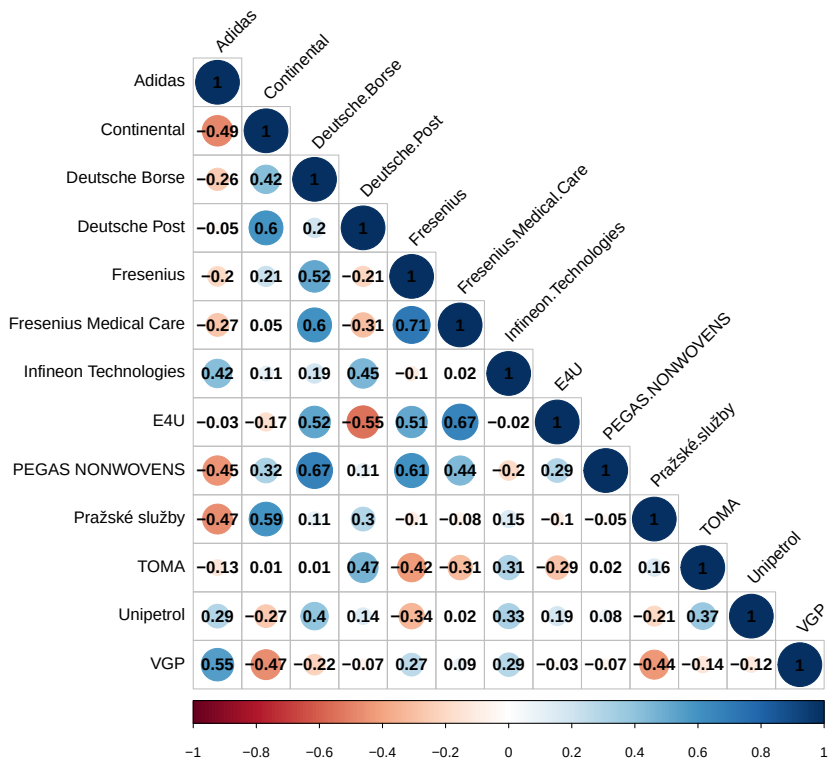
za podmínek

$$\sum_{i=1}^{n} x_i = 1$$

$$x_i \leq 0,2 \qquad i = 1, 2, \ldots, n$$

$$x_i \geq 0 \qquad i = 1, 2, \ldots, n$$

Optimální portfolio pak bude obsahovat tituly z korelační tabulky na obrázku 4.2 a s vlastnostmi uvedenými v tabulce 4.11.



Obrázek 4.2: Korelační matice titulů vybraných Modelem2

Průměrná hodnota kladného korelačního koeficientu	0,31
Průměrná hodnota záporného korelačního koeficientu	-0,29
Průměrná hodnota absolutního korelačního koeficientu	0,298

Tabulka 4.11: Analýza korelačních koeficientů Modelu2

Jak je z tabulek zřejmé, Model1 s absolutní hodnotou skutečně ovlivňuje výběr akcií, jejichž korelační koeficienty se více blíží k 0, tedy k nezávislosti. K překročení hodnoty $0,5$ (ať už pozitivní či negativní) dochází pouze v 15% z případů opro-

ti Modelu2, kde tuto hodnotu překračujeme ve 20% případů. Celková hodnota odchylky portfolia v případě Modelu1 je $0,268$, u Modelu2 $0,298$. Musíme brát v úvahu, že máme nastavenou váhu této dílčí účelové funkce pouze na hodnotu $0,2$, pokud bychom váhu zvýšili, rozdíly v průměrných hodnotách korelačního koeficientu by byly o něco výraznější. Bylo tedy ověřeno, že model obsahující absolutní hodnotu vybírá navzájem méně závislé tituly.

4.6 Vliv váhového vektoru na stavbu portfolia

Investor K sleduje téměř stejná kritéria výsledného portfolia jako Investor D, přesněji oba z nich sledují 4 z 5 dostupných kritérií a liší se tedy pouze v jednom. Každý z nich má ovšem trochu jiné preference v podobě váhového vektoru $\mathbf{v}$. Jak velký vliv má ale tento vektor na výsledné vlastnosti portfolia? To bude podrobněji rozebráno v této části práce.
Opět budeme vycházet z modelu určeného Investorovi K obsahující právě jeho váhový vektor, který označíme $\mathbf{v}_0 = (\frac{4}{10}, \frac{1}{10}, \frac{3}{10}, 0, \frac{2}{10})$ a budeme ho měnit těmito způsoby:

- rozptýlením vah i na poslední nezahrnuté kritérium
  $\longrightarrow \mathbf{v}_1 = (\frac{5}{15}, \frac{2}{15}, \frac{4}{15}, \frac{1}{15}, \frac{3}{15})$

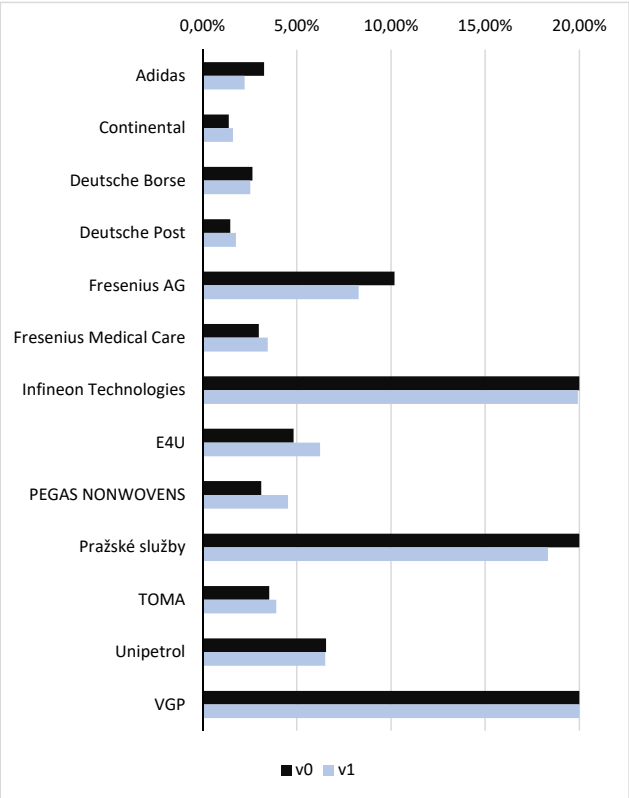
- soustředěním vah na hlavní investorův cíl v podobě kapitálového výnosu, kde vektor $\mathbf{v}_4$ odpovídá situaci dílčí účelové funkce f_1.
  $\longrightarrow \mathbf{v}_2 = (\frac{3}{6}, 0, \frac{2}{6}, 0, \frac{1}{6})$
  $\longrightarrow \mathbf{v}_3 = (\frac{2}{3}, 0, \frac{1}{3}, 0, 0)$
  $\longrightarrow \mathbf{v}_4 = (1, 0, 0, 0, 0)$

Model pro Investora K byl zvolen jako výchozí, protože při soustředění vah na jedno kritérium je výskyt investora, který se soustředí pouze na kapitálový výnos pravděpodobnější než toho, který bere v úvahu jen výnos dividendový a na ostatní kritéria nebere ohled. Vektor $\mathbf{v}_1$ vznikl Fullerovou metodou přičtením jedničky u všech počtů výběrů kritérií, takže došlo k zahrnutí i pro investora nepodstatného kritéria. Vektory $\mathbf{v}_2$, $\mathbf{v}_3$ a $\mathbf{v}_4$ vznikly opět Fullerovou metodou, kde se ale nezahrnulo nejméně podstatné kritérium. Protože toto kritérium mělo tak váhu rovnou 0, opakovala se Fullerova metoda postupně na zbylé 4, 3 a nakonec na 2 zbylá kritéria. Posledním opakováním jsme se dostali k vektoru $\mathbf{v}_4$, tedy k jednokriteriální optimalizaci, ze které už výsledky máme stejně tak jako z vektoru $\mathbf{v}_0$.

	v_o	v_1	v_2	v_3	v_4
Kapitálový výnos	**29,26 %**	**28,57 %**	**30,38 %**	**31,77 %**	**31,77 %**
Dividendový výnos	1,3300 %	1,4900 %	1,0200 %	0,9700 %	0,9700 %
Riziko kap. výnosu	3,6000 %	3,4400 %	3,9200 %	4,4500 %	4,4500%
Riziko div. výnosu	0,0017 %	0,0018 %	0,0015 %	0,0009 %	0,0009 %
Odchylka	0,2460	0,2366	0,2672	0,3197	0,3197

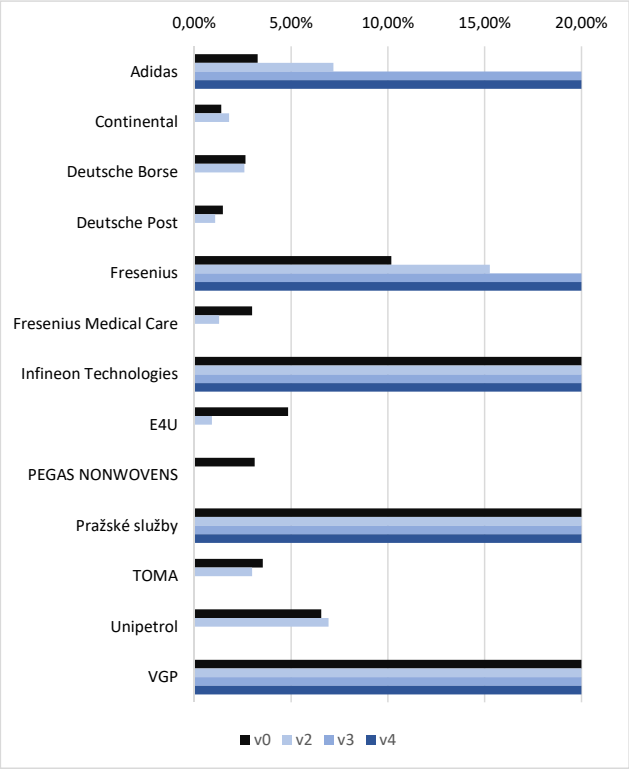
Tabulka 4.12: Vlastnosti portfolia při změnách váhových vektorů

Z tabulky 4.12 s vlastnostmi portfolia v závislosti na zvoleném váhovém vektoru můžeme vidět snížení kapitálového výnosu při rozptýlení vah a naopak jeho zvyšování při soustředění vah právě na toto kritérium. Dividendový výnos vykazuje opačnou tendenci, protože při rozptylování vah dochází k posílení obou dividendově orientovaných kritérií. Nejviditelnější rozdíl zaznamenáváme při přechodu k vektoru $\mathbf{v}_3$, protože zde dochází k vypuštění veškerých kritérií, které se netýkají kapitálového výnosu. Také zde vidíme velký pokles rizika dividendového výnosu, který vzniká v důsledku výběru akcií orientovaných pouze na kapitálový výnos, dividendový výnos tak může být nulový a tudíž i rizko jeho poklesu se blíží 0. Pro lepší představu se ještě podíváme na strukturu vybraných titulů, která je znázorněna na obrázcích 4.3 a 4.4.



Obrázek 4.3: Rozptýlení vah na všechna kritéria

Na prvním obrázku 4.3 znázorňujícím změnu struktury při rozptýlení vah je vidět, že nedochází ke změně vybraných titulů, ale pouze k mírné úpravě jejich podílů. Například u akcií E4U můžeme předpokládat, že při rozptýlení vah došlo ke zvýšení tohoto podílu díky dobrému dividendovému výnosu a nízkému riziku jeho poklesu. Naopak při soustředění vah směrem ke kapitálovému výnosu (viz obázek 4.4) dochází i ke změnám ve vybraných titulech. Jak už bylo patrné z předchozí tabulky, k největším změnám dochází při přechodu na váhový vektor $\mathbf{v}_3$. Jelikož se v případě modelů s váhovými vektory $\mathbf{v}_3$ a $\mathbf{v}_4$ jedná o lineární modely, mají všechny vybrané tituly maximální možný podíl, tedy 20%. Pokud se opět podíváme na titul E4U, dochází zde k viditelnému poklesu jeho podílu, protože dividendové vlasnosti již nebereme v úvahu. Ke stejnému jevu dochází i u akcií Pegas Nonwovens, jejichž dividendy mají také dobré vlastnosti. Podíl titulu Fresenius AG oproti tomu roste, slibuje totiž vysoký kapitálový výnos $(22,8\%)$ s nízkým rizikem poklesu $(1,35\%)$ a přesně na tyto kritéria váhy soustředíme. Zajímavé jsou akcie VGP, které mají ve všech variantách modelu maximální podíl. Kapitálový výnos tohoto titulu ve výši $41,6\%$ je totiž nejvyšší z celého našeho trhu, a proto při modelech orientovaných tímto směrem vždy zaplní celý podíl i přesto, že ostatní vlastnosti se pohybují okolo průměru.



Obrázek 4.4: Soustředění vah směrem ke kapitálovému výnosu

Závěr

Cílem této práce bylo sestavení portfolií pro dva investory s odlišnými preferencemi pomocí vícekriteriálního programování a analýza vlivu jedné z dílčích účelových funkcí a také vlivu vektoru vah. Místo klasického vyjádření rizika byla použita semivariance a také byla použita odchylka korelace od 0, jakožto síla vlivu vývoje výnosu akcií v portfoliu mezi sebou. Myslím, že tyto změny v modelu optimalizace portfolia jsou dobrým řešením pro investora, který nechce eliminovat riziko nárůstu výnosu spolu s jeho poklesem a kompenzovat nárůst jedné akcie poklesem druhé. Použití semivariance umožní minimalizaci pouze rizika poklesu výnosu a minimalizace odchylky korelace od 0 zajišťuje výběr co nejméně vzájemně závislých titulů, což nám potrvdila i provedená analýza. Co se týče vlivu vektoru vah, který odlišuje kapitálově a dividendově orientovaného investora, jsou změny poměrně konzistentní, ke větším změnám dojde při vyřazení všech kritérií, která se netýkají se kapitálového výnosu.

Pokud srovnáme přístup k optimalizaci portfolia v této práci, kde byl ke kvantifikaci charakteristik akcií použit historický přístup s těmi, které využívají ekonometrického či expertního přístupu, zjistíme, že potřebujeme o poznání méně času i znatelně méně vstupních informací, což považuji za nespornou výhodu. Pokud si portfolio sestavíme za pomoci experta nebo ho rovnou necháme spravovat, nese to s sebou nemalé náklady, kterým se při použití přístupu uvedeného v této práci vyhneme. Jako další pozitivum použitého modelu bych uvedla jeho snadné úpravy podle preferencí investorů, ať už jde o zvolené váhové preference nebo dílčí účelové funkce.

Nyní se blíže podíváme na výsledky obou investorů po jednom roce investování, přičemž budeme vycházet z předpokladu, že Investor K i Investor D investovali každý půl milionu Kč. Při takové částce je reálné investovat do určité akcie třeba jen 1% celkové investice. Investorovi K by taková investice vynesla 146300Kč ve formě nárůstu tržních cen akcií obsažených v portfoliu a také by mohl očekávat 6650Kč ve vyplacených dividendách. Investorovi D by investice vynesla 91050Kč ve formě nárůstu tržních cen a mohl by očekávat vyplacené dividendy ve výši 21050Kč. Přístup Investora D je vhodný spíše pro pasivnějšího investora, protože se zaměřuje na výnos ve formě toku důchodu, který obdrží i bez nutnosti dalšího obchodování s akciemi. Investor K také obdrží výplatu dividend, ta ale svojí výší není tak zajímavá jako u druhého investora. Pro obdržení zisku musí tento investor s akciemi dále obchodovat.

Při aktuálních úrokových mírách na běžných účtech, které pouze vyjímečně dosahují 1%, nebo 3% u stavebního spoření, slibuje investice do akcií nesrovnatelně lepší zhodnocení. Tento typ investic sebou samozřejmě nese určité riziko, ale pokud je investor ochoten takové riziko přijmout a má pevné nervy, je to určitě vhodný způsob zhodnocení financí.

Literatura

[1] Aouni Belaid, Colapinto Cinzia, La Torre Davide. Financial portfolio management through the goal programming model: Current state-of-the-art. *European Journal of Operational Researchs* **234(2)**, 2014, 536 – 545.

[2] Asociace inovativního farmaceutického průmyslu, dostupné z: http://www.aifp.cz/cs/clenske-spolecnosti/merck-pharma/ [Citováno 16.5.2018]

[3] BASF, dostupné z: https://www.basf.com/cz/cz/company/about-us/basf-in-czech.html [Citováno 16.5.2018]

[4] Brada Jaroslav. *Teorie portfolia.* Vysoká škola ekonomická v Praze, 1996. ISBN 80-7079-259-0.

[5] Brožová Helena, Houška Milan, Šubrt Tomáš. *MODELY PRO VÍCEKRITERIÁLNÍ ROZHODOVÁNÍ.* 1. vydání. Česká zemědělská univerzita v Praze, Provozně ekonomická fakulta. 2014. ISBN 978-80-213-1019-3.

[6] capital.com, dostupné z: https://capital.com/cs/portfolio-definice [Citováno 12.5.2018]

[7] Continental, dostupné z: https://continental.jobs.cz/ [Citováno 16.5.2018]

[8] Ekonomika Online, dostupné z: http://ekonomikaonline.cz/329/co-je-dividenda/ [Citováno 12.5.2018]

[9] Elton Edwin, Gruber Martin. Risk Reduction and Portfolio Size: An Analytical Solution *The Journal of Business* **50**, 1977, 37–415.

[10] ENERGOAQUA,a.s., dostupné z: http://www.energoaqua.cz/ [Citováno 14.5.2018]

[11] euro, dostupné z: https://www.euro.cz/firma/central-european-media-enterprises [Citováno 14.5.2018]

[12] FEBMAT, dostupné z: https://www.febmat.com/clanek-nesystematicke-riziko/ [Citováno 19.5.2018]

[13] FEBMAT, dostupné z: https://www.febmat.com/clanek-systematicke-riziko/ [Citováno 19.5.2018]

[14] Fio banka, dostupné z: https://www.fio.cz/zpravodajstvi/akcie-stocklist/55790-erste-group-bank-ag [Citováno 14.5.2018]

[15] Fio banka, dostupné z: https://www.fio.cz/zpravodajstvi/dividendy [Citováno 16.5.2018]

[16] Fio banka, dostupné z: https://www.fio.pl/zpravodajstvi_stockList_detail.php?id=28209 [Citováno 16.5.2018]

[17] Fio banka, dostupné z: https://www.fio.cz/zpravodajstvi/zpravy-z-burzy/34218-prosiebensat-1-se-dohodla-na-spolupraci-s-ibm [Citováno 16.5.2018]

[18] flexi, dostupné z: https://www.flexi.cz/cs/o-nas/o-spolecnosti/financni-skupina-vig [Citováno 16.5.2018]

[19] FORTUNA, dostupné z: http://www.fortunagroup.eu/cz/o_fortuna_-group/index.html [Citováno 14.5.2018]

[20] FXstreet.cz, dostupné z: https://www.fxstreet.cz/forex-slovnik-pojmu+prezencni-burza.html [Citováno 14.5.2018]

[21] HEIDELBERGCEMENT GROUP, dostupné z: https://www.heidelbergcement.com/en/company [Citováno 16.5.2018]

[22] innogy Gas Storage, dostupné z: https://www.innogy-gasstorage.cz/cs/koncern-rwe/ [Citováno 16.5.2018]

[23] Investiční web, dostupné z: https://www.investicniweb.cz/2012-3-21-nejvetsi-chyby-pri-diverzifikaci-investicniho-portfolia [Citováno 12.5.2018]

[24] Investiční web, dostupné z: https://www.investicniweb.cz/news-2014-1-19-trh-se-sportovnim-oblecenim-ovladaji-firmy-nike-adidas-a-puma/ [Citováno 16.5.2018]

[25] investujeme.cz, dostupné z: https://www.investujeme.cz/clanky/technicka-versus-fundamentalni-analyza-ktera-je-lepsi/ [Citováno 19.5.2018]

[26] Jablonský Josef. *Operační výzkum - kvantitativní modely pro ekonomické rozhodování.* Professional Publishing, 2002. 978-80-8694-644-3.

[27] Jáchymov Property Management, dostupné z: http://www.jachymovpm.cz/ [Citováno 14.5.2018]

[28] Jílek Josef. *Akciové trhy a investování.* 1. vydání. GRADA Publishing,a.s. 2009. ISBN 978-80-247-2963-3.

[29] kurzycz, dostupné z: https://www.kurzy.cz/kurzy-men/ [Citováno 12.5.2018]

[30] LYNX, dostupné z: https://www.lynxbroker.cz/akcie/deutsche-bank-akcie/ [Citováno 16.5.2018]

[31] LYNX, dostupné z: https://www.lynxbroker.cz/vzdelavani/technicka-analyza-uvod/ [Citováno 19.5.2018]

[32] Markowitz Harry M. *Portfolio Selection.* 2. vydání. Blackwell Publishers, 1991. 1-55786-108-0.

[33] MANAGEMENT MANIA, dostupné z: https://managementmania.com/cs/-arbitraz-ve-financich

[34] PATRIA.cz, dostupné z: https://www.patria.cz/

[35] PATRIA.cz, dostupné z: https://www.patria.cz/akcie/BEIG.DE/beiersdorf-ag/ospolecnosti.html [Citováno 16.5.2018]

[36] PATRIA.cz, dostupné z: https://www.patria.cz/akcie/DB1Gn.F/deutsche-borse/ospolecnosti.html [Citováno 16.5.2018]

[37] PATRIA.cz, dostupné z: https://www.patria.cz/akcie/EONGn.DE/eon/ospolecnosti.html [Citováno 16.5.2018]

[38] PATRIA.cz, dostupné z: https://www.patria.cz/akcie/FREG.F/fresenius-ag/ospolecnosti.html [Citováno 16.5.2018]

[39] PATRIA.cz, dostupné z: https://www.patria.cz/akcie/HNKG_p.DE/henkel-kgaa-preferred-stock/ospolecnosti.html [Citováno 16.5.2018]

[40] PATRIA.cz, dostupné z: https://www.patria.cz/akcie/IFXGn.DE/infineon-technol/ospolecnosti.html [Citováno 16.5.2018]

[41] PATRIA.cz, dostupné z: https://www.patria.cz/akcie/LHAG.DE/lufthansa/ospolecnosti.html [Citováno 16.5.2018]

[42] PATRIA.cz, dostupné z: https://www.patria.cz/akcie/MUVGn.DE/munich-re/ospolecnosti.html [Citováno 16.5.2018]

[43] PEGAS NONWOVENS, dostupné z: http://www.pegas.cz/o-spolecnosti-pegas-nonwovens [Citováno 14.5.2018]

[44] peníze.cz, dostupné z: https://www.penize.cz/15864-burzy-a-mimoburzovni-trhy [Citováno 14.5.2018]

[45] peníze.cz, dostupné z: https://www.penize.cz/slovnik/ocekavany-vynos [Citováno 12.5.2018]

[46] Philip Morris ČR a.s., dostupné z: https://www.pmi.com/markets/czech-republic/cs/about-us/overview [Citováno 14.5.2018]

[47] Pla-Santamaria D., Bravo M. Portfolio optimization based on downside risk: a mean-semivariance efficient frontier from Dow Jones blue chips *Annals of Operations Research* **205**, 2013, 189–201.

[48] PRAGUE STOCK EXCHANGE, dostupné z: https://www.pse.cz/o-nas/burza-cennych-papiru-praha/ [Citováno 14.5.2018]

[49] PRAŽSKÉ SLUŽBY, dostupné z: http://www.psas.cz/index.cfm/o-spolecnosti/predstaveni-spolecnosti/ [Citováno 14.5.2018]

[50] ProSiebenSat.1, dostupné z: https://www.prosiebensat1.com/en/company/company-profile [Citováno 16.5.2018]

[51] REUTERS, dostupné z: https://financial.thomsonreuters.com/en.html

[52] REUTERS, dostupné z: [Citováno 24.5.2018]

[53] REUTERS, dostupné z: https://www.reuters.com/finance/stocks/company-profile/LING.DE [Citováno 16.5.2018]

[54] RMS Mezzanine, dostupné z: http://www.rmsmezzanine.cz/ [Citováno 16.5.2018]

[55] Saaty Thomas L. *The Analytic Hierarchy Process: Planning, Priority Setting, Resource Allocation* McGraw-Hill 1980. ISBN 0-07-054371-2.

[56] Silva Thuener, Pinheiro Plácido Rogério, Poggi Marcus. A more human-like portfolio optimization approach *European Journal of Operational Researchs* **256(1)**, 2016, 252 – 260.

[57] SAP, dostupné z: https://www.sap.com/cz/about.html/ [Citováno 16.5.2018]

[58] SIEMENS, dostupné z: http://www.siemens.cz/press/centrala-spolecnosti-siemens-na-nove-adrese [Citováno 16.5.2018]

[59] T-Mobile, dostupné z: https://www.t-press.cz/cs/tiskove-materialy/tiskove-zpravy-t-mobile/deutsche-telekom-kupuje-zbyvajici-akcie-t-mobile-czech-republic.html [Citováno 16.5.2018]

[60] Toma a.s., dostupné z: http://www.tomaas.cz/page/1173/ [Citováno 16.5.2018]

[61] Unipetrol, dostupné z: http://www.unipetrol.cz/cs/ONas/Stranky/default.aspx [Citováno 16.5.2018]

[62] Utz Sebastian, Wimmer Maximilian, Hirschberger Marcus, Steuer Ralph E.. Tri-criterion inverse portfolio optimization with application to socially responsible mutual funds *European Journal of Operational Researchs* **234(2)**, 2014, 491 – 498.

[63] VGP, dostupné z: http://www.vgp.cz/cs/profil-spolecnosti [Citováno 16.5.2018]

[64] Wikipedie, dostupné z: https://cs.wikipedia.org/wiki/Adidas [Citováno 16.5.2018]

[65] Wikipedia, dostupné z: https://cs.wikipedia.org/wiki/Akcie [Citováno 12.5.2018]

[66] Wikipedie, dostupné z: https://cs.wikipedia.org/wiki/Allianz [Citováno 16.5.2018]

[67] Wikipedie, dostupné z: https://cs.wikipedia.org/wiki/Bayer [Citováno 16.5.2018]

[68] Wikipedie, dostupné z: https://cs.wikipedia.org/wiki/BMW [Citováno 16.5.2018]

[69] Wikipedia, dostupné z: https://cs.wikipedia.org/wiki/Burza [Citováno 14.5.2018]

[70] Wikipedia, dostupné z: https://cs.wikipedia.org/wiki/Burza_cenných_papírů [Citováno 14.5.2018]

[71] Wikipedie, dostupné z: https://cs.wikipedia.org/wiki/Commerzbank [Citováno 16.5.2018]

[72] Wikipedia, dostupné z: https://cs.wikipedia.org/wiki/ČEZ [Citováno 14.5.2018]

[73] Wikipedie, dostupné z: https://cs.wikipedia.org/wiki/Daimler˙AG [Citováno 16.5.2018]

[74] Wikipedia, dostupné z: https://cs.wikipedia.org/wiki/DAX [Citováno 14.5.2018]

[75] Wikipedie, dostupné z: https://cs.wikipedia.org/wiki/Deutsche˙Post [Citováno 16.5.2018]

[76] Wikipedia, dostupné z: https://cs.wikipedia.org/wiki/Komerční_banka [Citováno 14.5.2018]

[77] Wikipedia, dostupné z: https://cs.wikipedia.org/wiki/O2_Czech_Republic [Citováno 14.5.2018]

[78] Wikipedie, dostupné z: https://cs.wikipedia.org/wiki/Volkswagen_Group [Citováno 16.5.2018]

[79] Yahoo finance, dostupné z: https://finance.yahoo.com/quote/PVT.F/key-statistics/

Seznam tabulek

3.1 Číselné charakteristiky kritérií 19

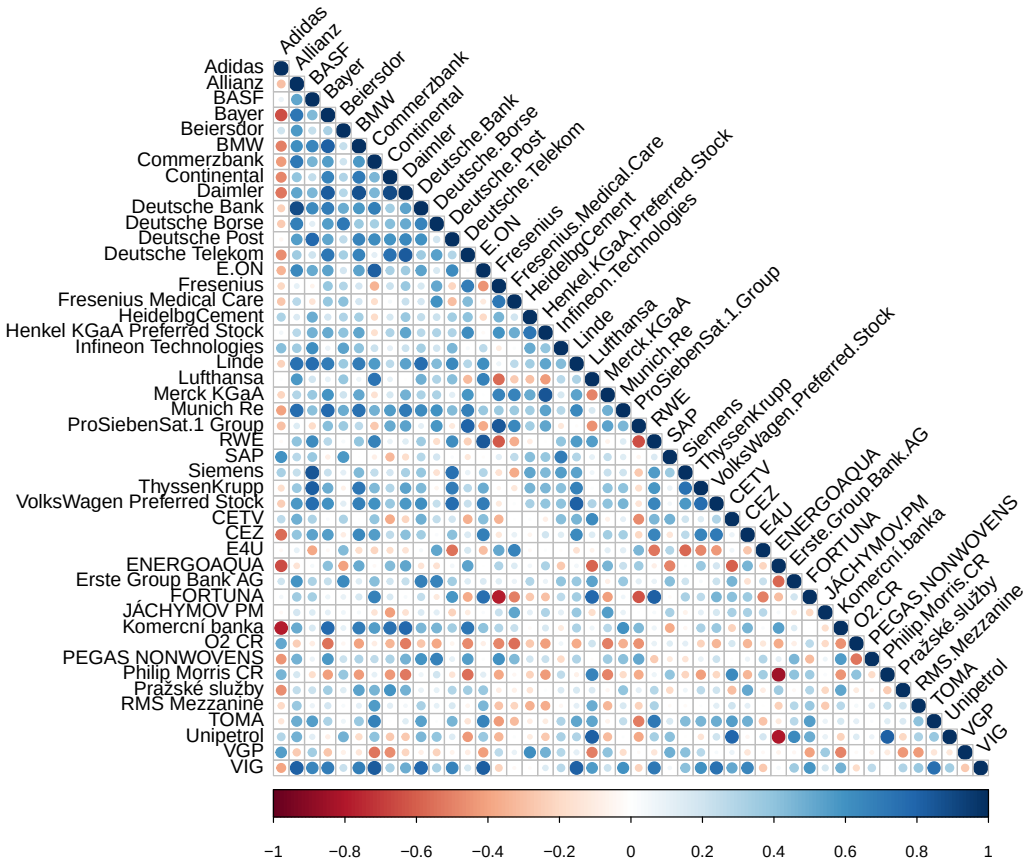
4.1 Výsledky jednokriteriálních optimalizací 23
4.2 Párové porovnání kritérií pro Investora K 23
4.3 Sestavení vektoru vah pro Investora K 24
4.4 Párové porovnání kritérií pro Investora D 24
4.5 Sestavení vektoru vah pro Investora D 24
4.6 Vlastnosti výsledného portfolia pro Investora K 25
4.7 Složení výsledného portfolia pro Investora K 26
4.8 Vlastnosti výsledného portfolia pro Investora D 27
4.9 Složení výsledného portfolia pro Investora D 27
4.10 Analýza korelačních koeficientů Modelu1 29
4.11 Analýza korelačních koeficientů Modelu2 30
4.12 Vlastnosti portfolia při změnách váhových vektorů 32

Seznam obrázků

3.1 Vstupní data 20

4.1 Korelační matice titulů vybraných Modelem1 29
4.2 Korelační matice titulů vybraných Modelem2 30
4.3 Rozptýlení vah na všechna kritéria 32
4.4 Soustředění vah směrem ke kapitálovému výnosu 33
4.5 Korelační tabulka - graficky 43

Přílohy



Obrázek 4.5: Korelační tabulka - graficky

Listing 4.1: Optimalizace lineárních dílčích účelových funkcí

```
set(0,'defaulttextinterpreter','Latex');

data=xlsread('data.xlsx');
rij=xlsread('korelace.xlsx','B2:AU47');
x=zeros(46,1); %vahy jednotlivych akcii v portfoliu
k=data(:,1); %ocekavany kapitalovy vynos
s=data(:,2); %semivariance kapitaloveho vynosu
d=data(:,3); %dividendovy vynos
t=data(:,4); %semivariance dividendoveho vynosu
m=0.2.*ones(46,1); %maximalni podil akcie v portfoliu
A=[]; %v omezujicich podminkach zadne nerovnosti
b=[];
Aeq=ones(1,46); %omezujici podminky ve forme rovnosti
beq=1; %prava strana omezujicich podminek
lb=zeros(46,1); %dolni mez x
ub=m; %horni mez x

D=zeros(46,46); %inicializace matice odchylek

for i=1:46 %vytvoreni matice odchylek
   for j=1:46
        D(j,i)=0;
        D(i,j)=abs(rij(i,j));
    end
end

%DILCI UCELOVE FUNKCE
%f=-k; %maximalizace ocekavaneho kapitaloveho vynosu
%f=-d; %maximalizace ocekavaneho dividendoveho vynosu
%f=s; %minimalizace rizika poklesu kapitaloveho vynosu
%f=t; %minimalizace rizika poklesu dividendoveho vynosu

%VYSTUP
x=linprog(f,A,b,Aeq,beq,lb,ub)
k'*x %ocekavany kapitalovy vynos z portfolia
d'*x %ocekavany dividendovy vynos z portfolia
s'*x %riziko poklesu kapitaloveho vynosu
t'*x %riziko poklesu dividendoveho vynosu
x'*D*x %velikost odchylky
```

Listing 4.2: Optimalizace kvadratické dílčí funkce

```
set(0,'defaulttextinterpreter','Latex');

data=xlsread('data.xlsx');
rij=xlsread('korelace.xlsx','B2:AU47');
x=zeros(46,1); %vahy jednotlivych akcii v portfoliu
k=data(:,1); %ocekavany kapitalovy vynos
s=data(:,2); %semivariance kapitaloveho vynosu
d=data(:,3); %dividendovy vynos
t=data(:,4); %semivariance dividendoveho vynosu
m=0.2.*ones(46,1); %maximalni podil akcie v portfoliu
A=[]; %v omezujicich podminkach zadne nerovnosti
b=[];
Aeq=ones(1,46); %omezujici podminky ve forme rovnosti
beq=1; %prava strana omezujicich podminek
lb=zeros(46,1); %dolni mez x
ub=m; %horni mez x

D=zeros(46,46); %inicializace matice odchylek
E=zeros(46,46); %inicializace pomocne matice

for i=1:46 %pomocna matice
   for j=1:46
        E(j,i)=abs(rij(i,j));
        E(i,j)=abs(rij(i,j));
    end
end

for i=1:46 %matice odchylek
   for j=1:46
        D(j,i)=0;
        D(i,j)=abs(rij(i,j));
    end
end
H=2*E; %vytvoreni Hessianske matice
H=(H+H')/2;

%UCELOVA FUNKCE
%z=1/2*x'*H*x+f'*x; %MIN
f=zeros(46,1);

%VYSTUP
x=quadprog(H,f,A,b,Aeq,beq,lb,ub)
k'*x %ocekavany kapitalovy vynos z portfolia
d'*x %ocekavany dividendovy vynos z portfolia
s'*x %riziko poklesu kapitaloveho vynosu
t'*x %riziko poklesu dividendoveho vynosu
x'*D*x %velikost odchylky
```

Listing 4.3: Optimalizace portfolií investorů

```
set(0,'defaulttextinterpreter','Latex');

data=xlsread('data.xlsx');
rij=xlsread('korelace.xlsx','B2:AU47');
x=zeros(46,1); %vahy jednotlivych akcii v portfoliu
k=data(:,1); %ocekavany kapitalovy vynos
s=data(:,2); %semivariance kapitaloveho vynosu
d=data(:,3); %dividendovy vynos
t=data(:,4); %semivariance dividendoveho vynosu

%KAPITALOVE ORIENTOVANY INVESTOR
v=[4/10 1/10 3/10 0 2/10]; %vahy dilcich ucelovych
   funkci
%DIVIDENDOVE ORIENTOVANY
%v=[1/10 4/10 0 3/10 2/10];

m=0.2.*ones(46,1); %maximalni podil akcie v portfoliu
A=[]; %v omezujicich podminkach zadne nerovnosti
b=[];
Aeq=ones(1,46); %omezujici podminky ve forme rovnosti
beq=1; %prava strana omezujicich podminek
lb=zeros(46,1); %dolni mez x
ub=m; %horni mez x
f=v(3)*s+v(4)*t-(v(1)*k+v(2)*d);
D=zeros(46,46); %inicializace matice odchylek

for i=1:46 %matice odchylek
   for j=1:46
        D(j,i)=0;
        D(i,j)=abs(rij(i,j));
    end
end
H=v(5)*2*D; %vytvoreni Hessianske matice + vazeni
H=(H+H')/2;

%UCELOVA FUNKCE
%z=1/2*x'*H*x+f'*x; %MIN

%VYSTUP
x=quadprog(H,f,A,b,Aeq,beq,lb,ub)
bar(x);
k'*x %ocekavany kapitalovy vynos z portfolia
d'*x %ocekavany dividendovy vynos z portfolia
s'*x %riziko poklesu kapitaloveho vynosu
t'*x %riziko poklesu dividendoveho vynosu
x'*D*x %velikost odchylky
```

Listing 4.4: Model2

```
set(0,'defaulttextinterpreter','Latex');

data=xlsread('data.xlsx');
rij=xlsread('korelace.xlsx','B2:AU47');
x=zeros(46,1); %vahy jednotlivych akcii v portfoliu
k=data(:,1); %ocekavany kapitalovy vynos
s=data(:,2); %semivariance kapitaloveho vynosu
d=data(:,3); %dividendovy vynos
t=data(:,4); %semivariance dividendoveho vynosu

v=[4/10 1/10 3/10 0 2/10]; %vahy dilcich ucelovych funkci
m=0.2.*ones(46,1); %maximalni podil akcie v portfoliu
A=[]; %v omezujicich podminkach zadne nerovnosti
b=[];
Aeq=ones(1,46); %omezujici podminky ve forme rovnosti
beq=1; %prava strana omezujicich podminek
lb=zeros(46,1); %dolni mez x
ub=m; %horni mez x
f=v(3)*s+v(4)*t-(v(1)*k+v(2)*d);
R=zeros(46,46); %inicializace korelacni matice

for i=1:46 %korelacni matice
   for j=1:46
        R(j,i)=0;
        R(i,j)=abs(rij(i,j));
    end
end
H=v(5)*2*R; %vytvoreni Hessianske matice + vazeni
H=(H+H')/2;

%UCELOVA FUNKCE
%z=1/2*x'*H*x+f'*x; %MIN

%VYSTUP
x=quadprog(H,f,A,b,Aeq,beq,lb,ub)
```