

Vysoká škola ekonomická v Praze
Fakulta informatiky a statistiky



Optimalizace rozvozu lahůdkářských produktů

DIPLOMOVÁ PRÁCE

Studijní program: Kvantitativní metody v ekonomice

Studijní obor: Ekonometrie a operační výzkum

Autor: Bc. Zdeněk Trnka

Vedoucí práce: doc. Ing. Jan Fábry, Ph.D.

Praha, Červen 2019

Prohlášení

Prohlašuji, že jsem diplomovou práci *Optimalizace rozvozu lahůdkářských produktů* vypracoval samostatně za použití v práci uvedených pramenů a literatury.

V Praze dne 26. června 2019

.....

Podpis studenta

Poděkování

Rád bych na tomto místě poděkoval doc. Ing. Janu Fábrymu, Ph.D. za vedení diplomové práce práce a za podnětné návrhy, které ji obohatily. Rovněž děkuji firmě Lahůdky Cajthaml, s.r.o. za poskytnutí dat.

Abstrakt

Tato diplomová práce se zabývá optimalizací délky tras určených pro rozvoz lahudkových potravin společnosti Lahudky Cajthaml s.r.o. Takto formulovaný problém lze řešit pomocí rozvozních úloh. V práci jsou využity 4 typy rozvozních úloh - klasická rozvozní úloha, rozvozní úloha s heterogenním vozovým parkem, s časovými okny a dělenou dodávkou, jejichž matematické modely jsou podrobně popsány v teoretické části. Pro získání řešení bude použit modelovací software MPL for Windows a z důvodu obtížnosti těchto úloh budou aplikovány také dvě heuristické metody nejbližšího souseda a vkládací metoda, které nemusejí poskytnout optimální řešení, avšak jejich výhoda se skýtá za časovou náročností potřebnou k jejich vyřešení. Všechny výše zmíněné modely jsou aplikovány na dva různé rozvozní dny lišící se v počtu požadavků zákazníků. Na závěr jsou všechny dosažené výsledky shrnuty a porovnány mezi sebou i se stávajícími firemními trasami.

Klíčová slova

Rozvozní úloha, heterogenní vozový park, dělená dodávka, časová okna, heuristické metody

Abstract

This thesis deals with optimization of routes designed for distributing delicatessen of a company Lahudky Cajthaml, Ltd. So formed economic model can be solved via Vehicle Routing Problem (VRP) method. There are 4 types of these methods used in a dissertation - Classical VRP, VRP with heterogeneous fleet, time windows and split delivery, whose mathematical models are described in detail in theoretical section. VRP will be solved in modelling software MPL for Windows. There will be also used two heuristic methods due to difficultness of this problems - Nearest Neighbor and Insert method. All these models will be used for achievement a solution for two distribution days, which differ in quantity of customer's demand. To close this dissertation, results will be summarized and compared among each other.

Keywords

Vehicle Routing Problem, heterogeneous fleet, split delivery, time windows, heuristic methods

Obsah

Úvod	8
1 Rozvozní úlohy	10
1.1 Rozvozní úloha s jedním vozidlem	10
1.2 Rozvozní úloha s více vozidly	12
1.3 Rozvozní úloha s časovými okny	13
1.4 Rozvozní úloha s dělenou dodávkou	14
1.5 Heuristické metody	16
1.5.1 Metoda nejbližšího souseda	16
1.5.2 Heuristická metoda - vkládací	17
1.6 Software	18
1.6.1 MPL for Windows	18
1.6.2 Microsoft Excel - VBA	20
2 Rozvoz potravinářského zboží	22
2.1 Povinnosti řidičů	23
2.2 O společnosti	24
2.2.1 Současná situace	24
2.3 Data	25
2.3.1 Den 1	26
2.3.2 Den 2	27
3 Aplikace rozvozních úloh	28
3.1 Rozvozní problém s menším počtem zákazníků	28
3.1.1 Aplikace pomocí optimalizačního softwaru	28
3.1.2 Heuristické metody	29
3.2 Rozvozní úloha s jedním typem vozidla	30
3.3 Rozvozní úloha s heterogenním vozovým parkem	31
3.4 Heuristický algoritmus - vkládací metoda	32
3.4.1 Heterogenní vozový park	33
3.4.2 Dělená dodávka	37
3.5 Rozvozní úlohy s časovými okny	41
3.6 Porovnání výsledků	43
Závěr	46
Bibliografie	48
A Zdrojové kódy výpočetních procedur	51

Seznam obrázků

1.1	Prostředí MPL for Windows	20
-----	-------------------------------------	----

Seznam tabulek

2.1	Seznam zákazníků s požadavky	26
2.2	Seznam zákazníků s požadavky	27
3.1	Vkládací heuristická metoda - sériový přístup (heterogenní park)	35
3.2	Vkládací heuristická metoda - paralelní přístup (heterogenní park)	37
3.3	Vkládací heuristická metoda - sériový přístup (dělená dodávka)	39
3.4	Vkládací heuristická metoda - paralelní přístup (dělená dodávka)	41
3.5	Časová okna [hod]	42
3.6	Časová okna [hod]	42
3.7	Porovnání výsledků	43
3.8	Porovnání výsledků	44

Úvod

Tato práce se zabývá tematikou rozvozních úloh. Z důvodu růstu poptávky spotřebitelů se zvyšuje počet internetových obchodů. Převážná většina takových obchodů nabízí svým klientům dovoz objednaného zboží na předem určené místo pomocí vlastní či externí dopravy. Proto přibýlo v poslední době na trhu s rozvozem mnoho firem, které nějakým způsobem zajišťují přepravu zboží mezi dvěma subjekty. Z těchto důvodů je právě tento typ problémů v současné době velmi rozšířený a pracuje se s ním v každé rozvozkové společnosti.

Studie se bude zabývat reálným případem výrobce lahůdkářských potravin, jenž mimo jiné nabízí zákazníkům služby rozvozu těchto produktů na zvolenou adresu po celé České republice. Proto je nucena denně projet mnoho kilometrů, a byť nepatrné snížení délky jednotlivých tras může mít za následek ohromné snížení nákladů na pohonné hmoty a také na řidiče. Tato práce se právě o takovéto snížení nákladů snaží. Zabývá se rozvozem objednaných produktů po Praze a okolí. V dotčené oblasti má společnost 100 stálých zákazníků, kteří si průběžně objednávají vyrobené zboží. K těmto stálým klientům, se vždy přidávají zákazníci, jež si svou objednávku podali skrze internetové stránky. Hlavním cílem je proto určit takové trasy, respektive pořadí jednotlivých míst, které je nutné navštívit, tak aby vzdálenost projetá zaměstnancem a jeho vozidlem minimalizována.

Rozvozní úlohy jsou specifické v počtu jejich modifikací. Existuje totiž mnoho modifikací, jež se vyvíjejí v závislosti na specifikaci požadavků osob či společností, které tento typ úloh používají. V této práci budou uvedeny a aplikovány 4 různé modifikace – klasická rozvozní úloha, rozvozní úloha s více typy vozidel, rozvozní úloha s dělenou dodávkou a rozvozní úloha s časovými okny, a to z důvodu možnosti vzniku daného problému či vylepšení stávajícího procesu.

Práce bude rozdělena na tři části. První bude teoretické představení použitých úloh. V této části bude teoreticky popsán a vysvětlen matematický model všech 4 modifikací rozvozní úlohy. Taktéž bude představen modelovací program MPL for Windows, jenž byl použit k vyřešení daných případů. A také bude ve zkratce popsáno vývojářské prostředí Microsoft Visual Basic for Application doplněné v Microsoft Excelu, ve kterém je napsán script, jež spolupracuje s daným modelovacím softwarem na vyřešení úloh.

Ve druhé části dojde k představení společnosti Lahůdky Cajthaml s.r.o., která poskytla data použitá k popsání a zpracování a jejímu reálnému případu se bude věnovat celá aplikační část. Také zde budou popsány procesy a nařízení spojené se samotným rozvozem, ať z pohledu společnosti či z pohledu zaměstnanců, které rozvoz provádí. Na konci této části budou představena data, jež byla od společnosti získána ve formě adres a požadavků zákazníků, kteří si objednali zboží ve dvou rozdílně vytížených dnech.

V třetí části budou aplikovány teoretické znalosti na data představená v druhé části a budou získány trasy, které by měli řidiči za daných podmínek absolvovat. Na závěr aplikační části

dojde k porovnání obou zvolených dnů jak z hlediska společnosti, tak z pohledu zaměstnanců provádějící samotný rozvoz.

Vzhledem k faktu, že počet objednávek není za určité dny v týdnu konstantní, byly od společnosti vyžádány souhrny na dva různé dny, ve kterých byl rozdíl z tohoto pohledu nejmarkantnější. Dny se lišily jak množstvím rozvezených produktů, tak také počtem klientů, kteří měli být navštíveni. Tyto dny budou v aplikační části zpracovány samostatně pro všechny zvolené modifikace rozvozních úloh a následně budou na závěr porovnány z hlediska délky vyřešené trasy, náročnosti na rozvoz a z pohledu náročnosti na vyřešení úlohy.

1. Rozvozní úlohy

Jak již bylo výše uvedeno, práce zkoumá rozvozní úlohy. Proto se celá tato kapitola bude zabývat dotčenou problematikou z teoretického hlediska. Rozvozní úlohy mají mnoho modifikací, v této práci budou představeny 3 z nich - rozvozní úloha s heterogením vozovým parkem, rozvozní úloha s dělenou dodávkou a také rozvozní úloha s časovými okny. Z důvodu přibývajících náročností v rozvozním problému jsou právě tyto modifikace často využívány v praxi.

Rozvozní problém je založena na stejném základu jako okružní problém, neboli úloha obchodního cestujícího. Rozcházejí se v jednom důležitém faktu, rozvozní úlohy počítají s předem danou kapacitou použitého vozidla a předem danými požadavky odběratelů. Úloha obchodního cestujícího tento fakt neřešila, pouze pracovala se skutečností, že je nutné projet všechny zadané body jednou trasou s co nejmenší délkou. Rozvozní úloha je o tuto hodnotu obohacena a proto je možné, že při vyřešení rozvozního problému bude nalezeno více tras než jedna.

K formálnímu představení rozvozní úlohy došlo v roce 1959. Dantzing a Remser (1959) prezentovali svou práci zahrnující také klasickou rozvozní úlohu řešenou pomocí heuristik. Clark a Wright (1964) představili heuristickou metodu, která je až dodnes často používána. Tato heuristika překonávala předcházející Dantzingovu a Remserovu ve své rychlosti, jednoduchosti a rozumné přesnosti. Průlom přišel v roce 1981, kdy byly prezentovány dva výzkumy (Christofides, Mingozzi a Toth, 1981), které přišly s exaktními algoritmy řešícími rozvozní úlohy.

1.1 Rozvozní úloha s jedním vozidlem

Rozvozní úloha s jedním vozidlem zahrnuje problém, při kterém je řešena optimalizace rozvozových tras. Dané trasy mají svůj počátek v jednom výchozím místě a obsluhují konečný počet zákazníků.

Vozidlo disponující předem známou kapacitou V zajišťuje požadavky odběratelů q_i . Pro tyto požadavky platí dva následující předpoklady (Fábry, 2016):

$$\sum_{i=2}^n q_i > V, \quad (1.1)$$

$$q_i \leq V, \quad i = 2, 3, \dots, n \quad (1.2)$$

Výše sepsané nerovnice představují předpoklady, při kterých je možné použít pro vyřešení daného problému právě tento typ úlohy. Z nerovnice (1.1) vyplývá, že celkové množství požadavků převyšuje danou kapacitu vozidla, proto není možné obsloužit všechny požadavky právě jedním vozidlem při jedné trase, u kterého by mohla být použita úloha obchodního

cestujícího. Nerovnice (1.2) představuje omezení, při kterém požadavek q_i všech zákazníků nepřesahuje danou kapacitu vozidla, proto je možné tyto požadavky obsloužit právě tímto vozidlem.

Matematický model rozvozní úlohy s jedním vozidlem vypadá následovně (Fábry, 2016):

minimalizovat

$$z = \sum_{i=1}^n \sum_{j=1}^n c_{ij} x_{ij}, \quad (1.3)$$

za podmínek

$$\sum_{j=1}^n x_{ij} = 1, \quad i = 2, 3, \dots, n, \quad (1.4)$$

$$\sum_{i=1}^n x_{ij} = 1, \quad j = 2, 3, \dots, n, \quad (1.5)$$

$$u_i + q_j - V(x_{ij} - 1) \leq u_j, \quad i = 1, 2, \dots, n, j = 2, 3, \dots, n, \quad (1.6)$$

$$u_i \leq V, \quad i = 2, 3, \dots, n, \quad (1.7)$$

$$u_1 = 0, \quad (1.8)$$

$$x_{ij} \in \{0, 1\}, \quad i, j = 1, 2, \dots, n, \quad (1.9)$$

$$u_i \in \{R_+\}, \quad i, j = 1, 2, \dots, n, \quad (1.10)$$

kde n je celkový počet míst, které je nutné navštívit, x_{ij} je bivalentní proměnná nabývající hodnot 0 nebo 1, které odpovídají skutečnosti, zda trasa vede z místa i do místa j , či nikoliv. Hodnota c_{ij} představuje vzdálenost, kterou je nutné překonat při přejezdu z místa i do místa j . Dále se v modelu vyskytuje proměnná u_i vyjadřující přehled nákladu vozidla v místě i a hodnota q_j představující požadavek j -tého zákazníka. Jak již bylo výše uvedeno, figuruje v modelu taktéž konstanta V , za kterou stojí kapacita daného vozidla.

Účelová funkce (1.3) minimalizuje celkovou délku trasy, kterou je nutné ujet, aby byly uspokojeny požadavky všech zákazníků. Podmínka (1.4) zajišťuje, aby vozidlo opustilo každé místo pouze jednou a naopak podmínka (1.5) zajišťuje, aby vozidlo vjíždělo do každého místa pouze jednou. Podmínka (1.6) zabraňuje vzniku dílčích cyklů. Podmínka (1.7) představuje omezení, aby nebyla překročena kapacita vozidla nějakým požadavkem zákazníka. Rovnice (1.8) udává, že ve výchozím místě je bilance nákladů stanovena na 0. Na tuto skutečnost je nutné nahlížet jako na svozový problém, jelikož jsou úlohy svozu a rozvozu definovány totožně.

1.2 Rozvozní úloha s více vozidly

Předchozí kapitola se zabývala problémem rozvozní úlohy s jedním vozidlem, které obsluhovalo všechny požadavky zákazníků. Specifikem problému je kapacita vozidla, která je většinou nedostatečná k uspokojení všech požadavků. Proto dané vozidlo musí absolvovat více tras. Současná kapitola se naopak zabývá rozvozní úlohou s více typy vozidly s různou kapacitou. Jedná se tedy od modifikaci klasické rozvozní úlohy (Baldacci, Battarra & Vigo, 2008). Tato skutečnost řeší zádrhel, který může nastat jen s jedním vozidlem, a to je nepřiměřená doba čekání zákazníků na obsluhu.

V předchozím modelu byl předpoklad, že součet všech požadavků musí být větší než kapacita daného vozidla, v tomto modelu je nutný předpoklad, že součet požadavků všech zákazníků nesmí převýšit součet kapacit vozidel, která jsou k dispozici, jak znázorňuje následující rovnice (Fábry, 2016):

$$\sum_{i=1}^n q_i \leq K \cdot V \quad (1.11)$$

kde K představuje počet vozidel dostupných pro daný problém a V kapacitu vozidel.

Matematický model rozvozní úlohy s více vozidly je následující (Fábry, 2016):

minimalizovat

$$z = \sum_{k=1}^K \sum_{i=1}^n \sum_{j=1}^n c_{ij} x_{ij}, \quad (1.12)$$

za podmínek

$$\sum_{k=1}^K \sum_{j=1}^n x_{ij}^k = 1, \quad i = 2, 3, \dots, n, \quad (1.13)$$

$$\sum_{k=1}^K \sum_{i=1}^n x_{ij}^k = 1, \quad j = 2, 3, \dots, n, \quad (1.14)$$

$$\sum_{j=2}^n x_{1j}^k \leq 1, \quad k = 1, 2, 3, \dots, K, \quad (1.15)$$

$$\sum_{i=1}^n x_{ij}^k = \sum_{i=1}^n x_{ji}^k, \quad j = 2, 3, \dots, n, k = 1, 2, 3, \dots, K, \quad (1.16)$$

$$u_i + q_j - V(1 - x_{ij}^k) \leq u_j, \quad i = 1, 2, \dots, n, j = 2, 3, \dots, n, i \neq j, k = 1, 2, \dots, K \quad (1.17)$$

$$q_i \leq u_i \leq V, \quad i = 2, 3, \dots, n, k = 1, 2, \dots, K \quad (1.18)$$

$$u_1 = 0, \quad (1.19)$$

$$x_{ii}^k = 0 \quad i = 1, 2, \dots, n, k = 1, 2, \dots, K \quad (1.20)$$

$$x_{ij} \in \{0, 1\}, \quad i, j = 1, 2, \dots, n, k = 1, 2, \dots, K \quad (1.21)$$

kde, jak je již patrné z předchozích textů, k představuje dané vozidlo, které je použito k přejezdu mezi místem i a místem j . Účelová funkce (1.12) minimalizuje délku tras všech vozidel. Podmínky (1.13) a (1.14) zajišťují, aby každé vozidlo vyjelo, resp. vjelo, maximálně jednou z každého místa i , resp. do každého místa j . Podmínka (1.15) zajišťuje, aby všechna vozidla vyjela z výchozího depa nanejvýš jednou. Podmínka (1.16) zaručuje, aby k -té vozidlo, které vjede do místa j , z tohoto místa také odjelo. Podmínka (1.17) zaručuje dílčí acykličnost dané úlohy. Podmínka (1.19) je obdobná s podmínkou (1.8) z předchozí části kapitoly a značí, že ve výchozím uzlu je bilance nákladů stanovena na 0 a proto je nutné k této úloze přistupovat jako ke svozní.

1.3 Rozvozní úloha s časovými okny

V předchozích dvou částech této kapitoly se práce zabývala typy rozvozních úloh, u nichž nebyly počítány časovými rozmezími, ve kterých je nutné obsloužit zákaznickovy požadavky. Tato podkapitola řeší ono omezení řeší. Zmiňovaná úloha je v dnešní době velmi rozšířená, jelikož obě strany, jak zákazník tak také daná firma, jsou uvědoměni o tom, v jakém časovém rozmezí bude daná problematika (svoz či dodání určitého zboží) řešena. Tímto způsobem může dojít k určitým úsporám nákladů na jedné tak na druhé straně.

Jak již bylo výše popsáno, současná úloha řeší časová okna, ve kterých má být daný zákazník navštíven. Proto je nutné problematice znát data v podobě těchto oken. Pro časové okno jsou definovány dva časy: nejdříve možný příjezd vozidla do i -tého místa, označovaný jako a_i , a nejpozději přípustný příjezd vozidla do místa i , označovaný jako b_i . (Kallehauge, Larsen, Madsen Solomon, 2005)

Matematický model pro úlohu s časovými okny vypadá následovně (Fábry, 2016):

minimalizovat

$$z = \sum_{i=1}^n \sum_{j=1}^n c_{ij} x_{ij}, \quad (1.22)$$

za podmínek

$$\sum_{j=1}^n x_{ij} = 1, \quad i = 1, 2, \dots, n, \quad (1.23)$$

$$\sum_{i=1}^n x_{ij} = 1, \quad j = 1, 2, \dots, n, \quad (1.24)$$

$$a_i \leq t_i \leq b_i, \quad i = 2, 3, \dots, n, \quad (1.25)$$

$$t_i + S_i + r_{ij} - M(1 - x_{ij}) \leq t_j, \quad i = 1, 2, \dots, n, j = 2, 3, \dots, n, \quad (1.26)$$

$$t_1 = 0, \quad (1.27)$$

$$x_{ij} \in \{0, 1\}, \quad i, j = 1, 2, \dots, n, \quad (1.28)$$

kde proměnné c_{ij} , resp. x_{ij} jsou obdobné jako ve dvou předchozích podkapitolách, tedy vzdálenostní ohodnocení mezi místy i a j , resp. bivalentní proměnná určující, zda vede cesta z místa i do místa j , či nikoliv. Proměnná r_{ij} představuje časové ohodnocení mezi jednotlivými místy. Proměnná t_i zaznamenává čas příjezdu vozidla a hodnoty a_i , b_i nejdříve možný příjezd a nejpozději přípustný příjezd do i -tého místa v tomto pořadí. Proměnná S_i udává potřebnou dobu k obsluze i -tého požadavku.

Účelová funkce (1.22) a podmínky (1.23) a (1.24) jsou analogické s podmínkami z předchozích podkapitol. Podmínka (1.25) udává omezení, pro které platí, že čas příjezdu do i -tého místa musí být v rozmezí od nejdříve možného příjezdu a_i a nejpozději přípustného příjezdu b_i . Podmínka (1.27) přiřazuje výchozímu místu t_1 čas 0. Acyklickou podmínku z klasického modelu rozvozní úlohy s jedním vozidlem nahrazuje podmínka (1.26) a stanovuje, že čas návštěvy j -tého místa, který následuje bezprostředně po místě i , je větší nebo roven součtu času příjezdu do místa i , doby strávené v tomto místě a časovému ohodnocení přejezdu mezi těmito dvěma místy.

1.4 Rozvozní úloha s dělenou dodávkou

Součástí všech předchozích modelů je podmínka, která zabraňuje navštívit jedno místo vícekrát. Toto zabraňuje skutečnosti, že by mohl být požadavek zákazníka větší než je kapacita vozidla. V některých případech může i výhodně danou dodávku rozdělit a získat efektivnější řešení. Právě tyto možnosti přidává rozvozní úloha s dělenou dodávkou, která připouští rozdělení určitých požadavků a navštívení zákazníka vícekrát. (Dror, Laporte, Trudeau, 1994). Matematický model rozvozní úlohy s dělenou dodávkou, který představuje ve své disertační práci, je následující (Fábry, 2006):

minimalizovat

$$z = \sum_{k=1}^K \sum_{i=1}^n \sum_{j=1}^n c_{ij} x_{ij}^k, \quad (1.29)$$

za podmínek

$$\sum_{j=2}^n x_{1j}^k \leq 1, \quad k = 1, 2, 3, \dots, K, \quad (1.30)$$

$$\sum_{i=1}^n x_{ij}^k = \sum_{i=1}^n x_{ji}^k, \quad j = 2, 3, \dots, n, k = 1, 2, 3, \dots, K, \quad (1.31)$$

$$u_i^k + q_j^k - V(1 - x_{ij}^k) \leq u_j^k, \quad i = 1, 2, \dots, n, j = 2, 3, \dots, n, i \neq j, k = 1, 2, \dots, K \quad (1.32)$$

$$q_i^k \leq u_i^k \leq V, \quad i = 2, 3, \dots, n, k = 1, 2, \dots, K \quad (1.33)$$

$$u_1^k = 0, \quad (1.34)$$

$$\sum_{k=1}^K q_i^k = q_i, \quad i = 2, 3, \dots, n, \quad (1.35)$$

$$0 \leq q_i^k \leq q_i \sum_{j=1}^n x_{ij}^k \quad i = 2, 3, \dots, n, k = 1, 2, 3, \dots, K, \quad (1.36)$$

$$x_{ii}^k = 0 \quad i = 1, 2, \dots, n, k = 1, 2, \dots, K \quad (1.37)$$

$$x_{ij} \in \{0, 1\}, \quad i, j = 1, 2, \dots, n, k = 1, 2, \dots, K \quad (1.38)$$

kde x_{ij}^k je bivalentní proměnná nabývající hodnot 0 nebo 1, které odpovídají skutečnosti, zda vede cesta z místa i do místa j pro k – té vozidlo, či nikoliv. Hodnota c_{ij} představuje vzdálenost, kterou je nutné překonat při přejezdu z místa i do místa j . Dále se v modelu vyskytuje proměnná q_i^k vyjadřující velikost části požadavku i – tého zákazníka, který bude obsloužen k -tým vozidlem. Konstanta V představuje kapacitu daného vozidla. Proměnná q_i představuje množství objednaného zboží i -tým zákazníkem.

Účelová funkce (1.29) minimalizuje celkovou trasu všech vozidel. Podmínka (1.30) zajišťuje, aby k -té vozidlo opustilo výchozí místo pouze jednou. Podmínky (1.31), (1.32) a (1.34) jsou obdobné s podmínkami vyskytujícími se v rozvozní úloze s heterogenním parkem. Podmínka (1.35) zajišťuje, aby bylo klientovi dovezené celé jím objednané množství zboží. Podmínka (1.36) řeší dvě možné situace. Buď pro k -vodilo vozidlo platí, že nemá na své trase i -tého zákazníka, tudíž mu nemůže vézt žádnou část jeho požadavku, nebo na trase navštíví dané místo i a pak jím zde vyložené zboží nesmí přesahovat celkový požadavek daného zákazníka q_i .

1.5 Heuristické metody

Z důvodu výpočetní složitosti aplikovaných matematických modelů na data může být velmi složité dospět k optimálnímu řešení v příslušné době. Doba k získání optimálního řešení je závislá jak na obtížnosti samotného výpočtu tak také na velikosti dat, která jsou vstupem celého výpočetního procesu. Proto jsou používány algoritmy pro méně náročné získání přípustného řešení - heuristické metody. Heuristické metody, jak bylo řečeno, podají řešiteli přípustné řešení, avšak toto řešení může, ale také nemusí být řešení optimální. Tato skutečnost patří k hlavním nevýhodám těchto metod, naopak hlavní a určitě největší výhodou je její časová náročnost, která je s porovnáním s exaktními metody minimální. To je dosaženo faktem, že heuristické metody nepatří do skupiny nepolynomiálních algoritmů jako exaktní metody rozvozních úloh, či úlohy obchodního cestujícího, ale řadí se k tzv. polynomiálním algoritmům. Pro účely diplomové práce byly vybrány metoda nejbližšího souseda a vkládací metoda. (Pelikán, 2011)

1.5.1 Metoda nejbližšího souseda

V každém kroku této heuristické metody bude kontrolováno, zda požadavek dalšího přidaného místa do trasy již nepřevyší danou kapacitu vozidel, která tyto požadavky obsluhují. Obecná formulace heuristické metody nejbližšího souseda bude obdobná pro všechny tři modifikace rozvozní úlohy, bude se lišit jen v kontrole kapacity vozidel a způsobu přidání zákazníka do dané trasy.

Algoritmus

Základem heuristické metody je nalézt trasy pro uspokojení všech požadavků zákazníků postupným přidáváním nejbližších k poslednímu přidanému místu na trase.

Definice použitého značení v algoritmu:

G - množina všech míst dané úlohy

U - množina již plně obslužených míst

V^k - celková kapacita k -tého vozidla

V_a^k - aktuální kapacita k -tého vozidla

q_i - požadavek i -tého zákazníka

q_i^k - požadavek i -tého zákazníka, který bude obslužen k -tým vozidlem

q_{ja}^k - zbylý požadavek i -tého zákazníka před návštěvou posledního vozidla

C^k - posloupnost míst trasy k -tého vozidla

Algoritmus použité heuristiky je následující:

1. $k = 1$
 $q_{ia}^k = q_i^k$
2. V případě nesplnění podmínky $G \neq U$ (nejsou plně oblouženy požadavky všech zákazníků), výchozí místo je označen i a zařazen do C^k
 V případě splnění dané podmínky bylo nalezeno řešení a výpočet končí.
3. Pro naposledy přidané místo i na trase C^k je nalezen jeho nejbližší soused j , pro nějž platí, že jeho požadavek nebyl zcela uspokojen ($q_{ja}^k > 0$)
 - Pro klasickou rozvozní úlohu a rozvozní úlohu s heterogenním parkem musí být splněna ještě podmínka $V_a^k + q_{ja}^k \leq V^k$, tedy že součet aktuální kapacity vozidla k a požadavku j -tého zákazníka nesmí překročit celkovou kapacitu vozidla. Pak $q_j^k = q_{ja}^k$
 - Pro rozvozní úlohu s dělenou dodávkou musí být splněna jen podmínka, že aktuální požadavek j -tého zákazníka je větší než nula ($q_{ja}^k > 0$).
 Poté $q_j^k = \min(q_{ja}^k, V^k - V_a^k)$
4. Při existenci uzlu j z třetího bodu je zařazen do C^k , dále $V_a^k = q_{ja}^k + V_a^k$, vrchol j je označen i a pokračuje se podle bodu 3. Pokud je $q_{ja}^k = 0$ přiřadíme vrchol do množiny U
 Při neexistenci uzlu j z 3. bodu je zařazen tento vrchol do C^k počáteční vrchol k uzavření cesty a pokračuje se nastavením $k = k + 1$ a přejde se na bod 2

Tato heuristická metoda je dle dřívějších zkušeností odlišná od optimálního řešení, nicméně jak již bylo dříve uvedeno, její největší výhodou je časová nenáročnost i pro komplikovanější typy úloh a taktéž snadná implementace na různé modifikace rozvozních úloh.

1.5.2 Heuristická metoda - vkládací

Na počátku této heuristické metody je spojení výchozího místa s k němu nejvzdálenějším. Tímto krokem vznikne následně cesta, do které se postupně přidávají další místa. Podmínkou, kterou musí splňovat místo přidané do trasy, je minimalizace přírůstku vzdálenosti jednotlivé trasy. Takto je pokračováno, dokud nenastane jedna ze dvou situací. Buď jsou do trasy zařazena všechna dostupná místa nebo kapacita vozidla jedoucího po konkrétní trase byla vyčerpána. Pokud nejsou ještě všichni zákazníci zařazeni, pokračuje se dále hledáním nejvzdálenějšího nezařazeného místa od výchozího a postupuje se analogicky.

Algoritmus

1. $k = 1$
 $q_{ia}^k = q_i^k$
2. V případě nesplnění podmínky $G \neq U$ (nejsou plně oblouženy požadavky všech zákaz-

níků), výchozí místo je označeno i a je nalezen zákazník j pro který platí: $\max(c_{ij})$ a oba jsou zařazeny do C^k

V případě splnění dané podmínky bylo nalezeno řešení a výpočet končí.

3. Pro všechna místa j , které nemají požadavek zcela uspokojen, a všechny již zařazené hrany (i,k) jsou spočteny přírůstky zařazení místa j do hrany (i,k) podle vzorce a z nich poté vybrána nejmenší hodnoty:

$$\min(c_{ij} + c_{jk} - c_{ik})$$

- Pro klasickou rozvozní úlohu a rozvozní úlohu s heterogenním parkem musí být splněna ještě podmínka $V_a^k + q_{ja}^k \leq V^k$, tedy že součet aktuální kapacity vozidla k a požadavku j -tého zákazníka nesmí překročit celkovou kapacitu vozidla. Pak $d_j^k = q_{ja}^k$
- Pro rozvozní úlohu s dělenou dodávkou musí být splněna jen podmínka, že aktuální požadavek j -tého zákazníka je větší než nula ($q_{ja}^k > 0$).

$$\text{Poté } q_j^k = \min(q_{ja}^k, V^k - V_a^k)$$

4. Při existenci místa j z třetího bodu je zařazen do C^k , dále $V_a^k = q_{ja}^k + V_a^k$, a pokračuje se podle bodu 3. Pokud je $q_{ja}^k = 0$ přiřadíme vrchol do množiny U

Při neexistenci místa j je cesta ukončena přidáním výchozího místa na konec trasy a pokračuje se bodem 2.

Tato heuristická metoda se od předchozí liší zejména svou časovou náročností, která se stupňuje přidáním další míst do problému. Jelikož se pro každý potencionálně zařazený bod spočítá jeho přírůstek do již existující trasy, při velkých problémech může dojít i ke stovkám početních operací. Na druhou stranu tato metoda zjevně podává přesnější řešení.

1.6 Software

V úvodu bylo zmíněno, že výše představené matematické modely budou aplikovány na data pomocí dvou počítačových softwarů. Jedním z nich je modelovací program MPL for Windows, který bude pomocí matematického řešitele CPLEX, zpracovávat dané úlohy a poskytovat k nim řešení. Druhým softwarem použitým pro práci s modely bude tabulkový program Microsoft Excel, ve kterém budou uložena veškerá data, která budou následně importována do Mpl for Windows. Taktéž bude pomocí vývojářského prostředí Visual Basic vytvořeno makro, které celý proces importování a řešení spustí. Právě v této části práce budou oba softwary popsány.

1.6.1 MPL for Windows

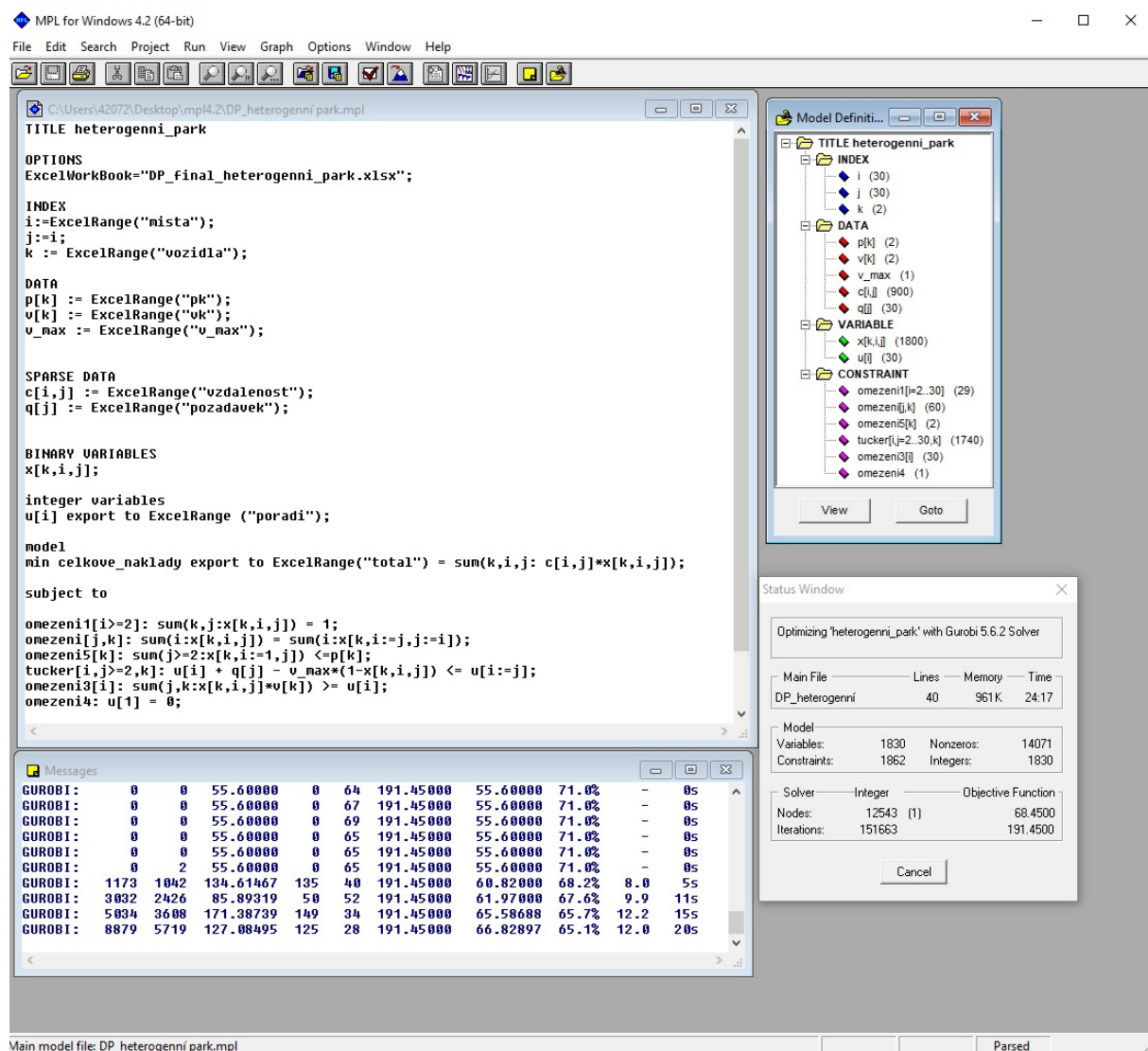
Celá současná podkapitola vychází z (Jablonský, 2011), není-li uvedeno jinak. Mathematical Programming Language (MPL) for Windows je jedním z mnoha modelovacích jazyků, s jehož pomocí lze vyřešit optimalizační úlohy. Součástí tohoto softwaru musí být konkrétní řešitel,

který bude danou problematiku počítat. Verze MPL for Windows dostupná na internetových stránkách Maximal Software má k dispozici řešitele CPLEX300 a tuto verzi si může stáhnout každý do svého počítače. Tento řešitel je určen pro lineární a smíšené celočíselné modely s méně jak 300 proměnnými. Nicméně s ohledem na možný počet proměnných byl zvolen pro účely diplomové práce řešitel CPLEX. Mezi další známé řešitelé se řadí Lindo, či Mosek.

Prostředí MPL for Windows je po uživatele intuitivní a poskytuje mu veškeré možné informace, které ke zpracování daného problému potřebuje. Skládá se ze tří oken, s nimiž uživatel pracuje. Pro vyřešení každé optimalizační úlohy je potřebný správně nadefinovaný matematický model, jež se zapisuje do prvního dialogového okna. Struktura zápisu modelu je pevně daná a bude popsána níže. Další z dostupných oken v uživatelském prostředí s názvem Messages podává zpracovateli podrobné informace průběhu řešení. V třetím dialogovém okně Model definitions jsou podány veškeré údaje týkající se proměnných, parametrů a omezujících podmínek.

Základem každého optimálně vyřešeného problému je správné definování jeho matematického modelu a zapsání podle specifické struktury do modelovacího jazyka. Struktura zápisu modelu je v programu MPL následující:

- **TITLE** - název modelu.
- **OPTIONS** - stanovení určitých parametrů pro daný model, například soubor, se kterým má MPL spolupracovat při řešení.
- **INDEX** - nadefinování textových či numerických indexů používané v daném modelu.
- **DATA** - potřebné koeficienty a parametry, například vzdálenosti či doby přejezdu mezi jednotlivými místy.
- **VARIABLES** - definice proměnných modelu, lze uvést 4 druhy proměnných - Decision variables (nezáporné spojitě), Integer variables (nezáporné celočíselné), Binary variables (bivalentní), či Free variables (spojitě bez podmínek nezápornosti).
- **MACROS** - definice maker sloužící k uživatelské přehlednosti
- **MODEL** - formulace účelové funkce, začínající výrazem MIN (minimalizační funkce) nebo MAX (maximalizační funkce).
- **BOUNDS** - vymezení horních či dolních mezí určitých proměnných, či přiřazení pevné hodnoty jakékoliv proměnné.
- **END** - konec zápisu matematického modelu.



Obrázek 1.1: Prostředí MPL for Windows

Na obrázku 1.1 je možné pozorovat uživatelské prostředí modelovacího softwaru MPL for Windows. Jsou zde všechna tři okna, ve kterých probíhá komunikace mezi programem a uživatelem. Při spuštění řešení se objeví ještě čtvrté okno Status Window, které informuje ve zkratce o svém průběhu. Lze tu nalézt nejdůležitější informace o probíhajícím výpočtu - počet proměnných, omezení modelu, doba trvání výpočtu, či nejlepší již nalezenou hodnotu účelové funkce.

1.6.2 Microsoft Excel - VBA

Druhým programem, jež bude používán při zpracování aplikační části této diplomové práce, je tabulkový program Microsoft Excel. Excel je součástí kancelářského balíčku Microsoft Office od světoznámé společnosti Microsoft. Mezi nejznámější programy, jež jsou součástí tohoto balíčku kromě Microsoft Excel, je taktéž textový software Microsoft Word, prezentační program Microsoft PowerPoint nebo databázový software Microsoft Access. Tyto programy

jsou pro svoji uživatelskou přívětivost, rozšířenost a také podporu velkého množství jazyků nejpoužívanějšími kancelářskými softwary na světě.

Samotný Microsoft Excel bude pro účely této práce používán jako tabulkové uložisko pro vstupní data, která se budou exportovat do modelovacího softwaru MPL for Windows, a naopak pro výsledná data získaná při vyřešení úlohy, jež se budou importovat z MPL zpět do Excelu. Ke správnému fungování komunikace mezi těmito dvěma použitými počítačovými programy je nutné mít nadefinované názvy oblastí, které jsou objekty této komunikace. Každá oblast, například matice vzdáleností, matice výsledného řešení, či sloupec požadavků, musí mít nadefinovanou svou oblast a příslušný název, který bude následně vepsán do MPL.

Stěžejní funkcí Microsoft Excelu pro tuto práci bude její vývojářské prostředí Visual Basic. Zde budou sepsány kódy, s jejichž pomocí bude vytvořeno makro. Toto makro bude následně spouštět samotný program MPL for Windows a proceduru v něm zapsanou. Celý proces bude zahájen uživatelem stisknutím tlačítka, kterým bude spuštěno dané makro. Struktura zápisu je zde pevně daná, obdobně jako to bylo u MPL for Windows.

Každé script začíná výrazem Sub „název()“ a končí End Sub. Mezi tyto dva výrazy jsou zapsány kódy, které představují určité výpočetní operace. Pokud je pro účely oné operace nutné využít proměnnou, která bude v průběhu výpočtu měněna, musí se nejdříve na začátku scriptu nadefinovat. Další věci, které musí uživatel věnovat pozornost, je použití řádného začátku i konce vnořené procedury, jako je for cyklus či podmínka If, jež jsou nejčastějšími vnořenými procedurami. Jak již název For cyklus napovídá, jedná se o proceduru, kde se daný proces opakuje v přesně daných cyklech. Procedura If zjišťuje, zda zadaná podmínka platí či ne a podle toho uskuteční určitý proces.

2. Rozvoz potravinářského zboží

Jak již bylo výše zmíněno, diplomová práce se zabývá rozvozním problémem. Proto jsou v této části diplomové práce aplikovány znalosti, které byly ukázány v teoretické části. Dobrá ekonomická situace, kterou se vyznačuje dnešní doba, pomohla k růstu mnoha internetových obchodů. Jelikož zákazníci většinou požadují dovoz daného produktu domů či sídla společnosti, musí tuto dopravu internetové obchody zajistit. V tu chvíli mají dvě možnosti. Jednou z možností je zařazení externí společnosti, která jim bude zajišťovat celkový rozvoz objednaného zboží, do dodavatelského řetězce, druhou pak zajištění rozvozu vlastními prostředky. Je zřejmé, že obě možnosti mají své důvody pro zavedení v dané společnosti. Například malá rozvíjející se firma zřejmě přistoupí na první možnost, tedy že si najme externí společnost, jelikož pořízení vlastních přepravních prostředků může být pro danou firmu finančně nezvládnutelná zátěž.

Pro účely této diplomové práce byl vybrán výrobce lahůdkářského zboží, který kombinuje obě možnosti. Má tedy externí společnost, která pro něj rozváží určitou část objednaných výrobků, ale také má svou vlastní flotilu dopravních prostředků, kterými rozváží objednané produkty přímo svým zákazníkům. Práce se bude zabývat druhým případem, tedy rozvozem prostřednictvím vlastních automobilů. Jelikož tato společnost rozváží produkty prakticky po celém území republiky, má celé území rozdělené do zón, které se zavázejí současně. Jednou takovou zónou se bude zabývat tato práce. Jedná se o Prahu a její blízké okolí.

Kapitola bude rozdělena do několika částí. Nejdříve bude představena společnost, k níž je celý reálný případ. Pak budou uvedena data ve formě adres a maticí vzdáleností, která byla použita pro optimalizaci. Dále bude představena současná situace, kterou nyní daná společnost používá. Následovat budou samotné optimalizace rozvozů. Pro představení problému bude nejdříve vyřešena rozvozní úloha s jedním vozidlem, následovat bude rozvozní úloha s více vozidly a také rozvozní úloha s dělenou dodávkou. Jelikož jsou v současné době hojně využívána časová okna v rozvozních problémech, byla do práce zakomponována taktéž rozvozní úloha s časovými okny. Všechny výše zmíněné problémy budou řešeny v modelovacích softwaru MPL for Windows s podporou tabulkového programu Microsoft Office Excel. Následně bude představen script ve vývojářském prostředí Microsoft Excelu, který bude sám pracovat se softwarem MPL for Windows. Na závěr této optimalizační části dojde k porovnání všech získaných výrobků se stávající situací.

2.1 Povinnosti řidičů

Celá tato podkapitola pojednávající o přestávkách řidičů vychází z internetového článku (Hrubá, 2014) ¹. Jelikož se práce zabývá rozvozem produktů od dané společnosti k jejím zákazníkům, je pro tyto účely logické využívání vlastních vozidel a zaměstnávání vlastních řidičů. Pro řidiče existují zákony, prikazující dodržování přestávek na odpočinek v určitém časovém rozmezí. Takové přestávky se liší podle typu vozidel, které daný zaměstnanec využívá ke své práci. Důležitá v tomto ohledu je hmotnost daného vozidla i s nákladem. Pro řidiče vozidel s hmotností do 3,5 tuny platí jiná pravidla než pro řidiče vozidel, které tuto podmínku nesplňují.

Pro řidiče vozidel s hmotností nepřesahující 3,5 tuny je závazný zákoník práce a nařízení vlády. Tento zaměstnanec nesmí překročit maximální dobu řízení, jež je stanovena na 4,5 hodiny. Po této době je nucen odstavit vozidlo na nejméně 30 minut. Je nutné, aby během přestávky nevykonával pracovní činnost, jež má v náplni práce s výjimkou dozoru nad vozidlem a jeho nákladem. Taktéž má povinnost vést evidenci o době řízení daného prostředku a čerpání bezpečnostních přestávek.

Na situaci, kdy vozidlo, jež zaměstnanec využívá ke své pracovní činnosti, přesahuje již zmíněnou hmotnost, se vztahuje nařízení Evropského parlamentu a Rady z roku 2006. V tomto nařízení se rozlišují 3 typy přestávek – bezpečnostní přestávka, denní doba odpočinku a týdenní doba odpočinku. Bezpečnostní přestávka představuje dobu, během které je řidič povinen nevykonávat žádnou činnost. Bezpečnostní přestávka musí být podstoupena po 4,5 hodinách nepřetržité jízdy na nejméně 45 minut. Denní doba odpočinku představuje pro řidiče nutnost mít v průběhu každých 24 hodin odpočinek trvající minimálně 11 hodin, jež je možné zkrátit na pouhých 9 hodin, a to nejvýše 3 krát týdně. Týdenní doba odpočinku znamená pro řidiče nutnost mít ve dvou po sobě následujících týdnech dvě běžné doby odpočinku trvající minimálně 45 hodin. Co se týče samotné doby řízení, týdenní doba řízení nesmí přesáhnout dobu 56 hodin a doba řízení dvou po sobě následujících týdnů nesmí být delší než 90 hodin.

Z výše uvedených faktů je zřejmé, že je mnoho omezení kladených na zaměstnance vykonávající povolání řidiče dopravního prostředku. Tyto nároky jsou ale opodstatněné, jelikož daní řidiči mohou svou jízdou ohrozit sebe, ale také ostatní motoristy. Jak již bylo řečeno, autorem zvolená společnost má ve své flotile jak automobily, nepřesahující hmotnost 3,5 tuny, tak také vozy tuto hmotnost přesahující. Je zřejmé, že na tyto dvě skupiny řidičů jsou kladeny rozdílné nároky, a proto jsou také jinak platově ohodnoceni.

Pro tuto diplomovou práci je velmi důležité, že společnost provozuje rozvoz daných produktů dvěma typy dopravních prostředků, jelikož je možná analýza problému rozvozní úlohy s více typy vozidel. Taktéž je tato skutečnost výhodná i pro danou společnost, vzhledem k tomu, že může nastat situace, kdy není vhodné použít daný typ vozidla, jednak z důvodu dopravního omezení na cestě nebo z nadměrného objemu objednaného zboží od zákazníka.

¹dostupné z: <https://www.bozpinfo.cz/rezim-prace-odpocinku-u-ridicu-v-silnicni-doprave> [CIT. 25.3.2019]

2.2 O společnosti

Celá podkapitola vychází z propagačního materiálu Lahůdky Cajthaml, s.r.o - Představení Lahůdky Cajthaml, s.r.o. (Cajthaml, s.r.o., 2018). Společnost Lahůdky cajthaml s.r.o., jež poskytla data k vypracování této diplomové práce, má sílo v Praze 5 - Řeporyje, ale provozovna, ve které se rozvážené produkty vyrábí, sídlí západně od hlavního města v obci Nučice. Podnik vznikl v roce 1992, nejdříve působil na trhu jako malá rodinná firma pod názvem "Tomáš Cajthaml". Původně se společnost zabývala výrobou hotových jídel pro rozvoz společností po Praze a dnes je zaměřena na výrobu lahůdek a cukrářských výrobků. Výrobky, které jsou poskytovány předmětnou firmou v současné době, je možné rozdělit do 4 typů - lahůdkářské, cukrářské, sladké pekařské a polotovary.

Okolo roku 1996 začala výroba lahůdkářských produktů zvláště pro vlastní potřebu. Až následně došlo k zvýšení poptávky a bylo přistoupeno k rozšíření působnosti prodeje těchto lahůdek na celou Prahu a blízké okolí. V tuto dobu byla společnost přesídlena do obce Chýně, také přejmenována na společnost Lahůdky Cajthaml s.r.o. Větší prostory, které byly získány přestěhováním, poskytly možnost rozšíření působnosti na trhu také o výrobu cukrářských produktů.

Mezi roky 2012 a 2013 bylo z důvodu rozšíření poptávky od velkých společností, mezi nimiž jsou také potravinové řetězce, přistoupeno na další stěhování společnosti do sídla, ve kterém působí dodnes. V dnešní době je společnost Lahůdky Cajthaml výtznamným hráčem na trhu lahůdek a cukrářského odvětví. Kromě již zmíněného sortimentu firma nabízí také výrobu teplých hotových jídel a také pekárenských výrobků. Jelikož se při dovážce zákazníkovi převážně jedná o rozvoz chlazených či mražených výrobků, je tato služba zajištěna vozidly s vlastním chlazením a registračními teploměry. Jak je z výše uvedeného patrné, mezi zákazníky společnosti Lahůdky Cajthaml s.r.o. patří také potravinářské řetězce působící po celé České republice, například Billa, spol s.r.o., Globus ČR, k.s. a také uzeniny Zimbo. ²

2.2.1 Současná situace

V současné době je každodenní praxe taková, že řidič si na začátku dne vyzvedne u pracovnice zákaznického servisu desky s dokumenty. Tyto dokumenty obsahují informace o množství objednaných výrobků, které je nucen v daný den rozvést, spolu s adresami a názvy společností či jmény fyzických osob, jež si tyto výrobky objednali. K seznamu výrobků a adres je mu také předloženo pořadí, v jakém má dané zákazníky obsloužit. Řidič nemůže měnit dané pořadí a k zjištění trasy, kterou musí absolvovat si řidič sám hledá ve svém mobilu či navigaci.

Informovanost zákazníka týkající se času příjezdu řidiče je jedna z mála záležitostí, které by mohly být zlepšeny v dané společnosti. Zákazník dostane přes mobilní telefon informaci o dnu, ve kterém mu bude jím objednaný produkt dovezen. Zpráva o přesném času doručení zásilky je zákazníkovi oznámena řidičem ve chvíli, kdy obsloužil předešlého zákazníka. Tato

²internetové stránky společnosti: <https://www.lahudkycajthaml.cz/>

situace může být pro daného zákazníka nevyhovující, protože takto by mohl čekat celý den, než-li by k němu řidič dorazil. Proto byla do diplomové práce zahrnuta také rozvozní úloha s časovými okny řešícími nepříjemnou situaci, jelikož by bylo dopředu známé časové rozmezí, v němž bude daný zákazník obsloužen. Tím pádem by mohl být o čase doručení informován dříve a mohl by si uspořádat svůj program s časovým předstihem.

Vozový park, který je používán pro obsloužení požadavků zákazníků v hlavním městě, čítá 2 typy automobilů každý po 2 automobilech. Jedním typem s menší kapacitou je dodávkový automobil určen pro doručení menšího počtu zásilek. Jeho hlavní nevýhodou je malá kapacita, která činí v tomto případě 100 přepravních obalů, do kterých jsou vloženy objednané produkty. Naopak výhodou jsou menší náklady na kilometr cesty v důsledku menší spotřeby pohonných hmot. Druhým typem vozidla je nákladní automobil. V porovnání s menším automobilem je jeho výhodou větší kapacita, jež čítá 200 přepravních obalů. Proto je vhodný pro objemnější zásilky a pro společnost velmi důležitý. Naopak jak již byla spotřeba, tudíž náklady na kilometr, u prvního vozidla výhodou, u tohoto typu představuje nevýhodu. Proto je vhodné porovnávat typy těchto automobilů jak z hlediska dostupné kapacity tak také z hlediska nákladů, jež jsou potřeba pro daný rozvoz.

2.3 Data

Vstupní data, jež jsou podkladem pro tuto diplomovou práci a ze kterých bude celá optimalizace rozvozních úloh prováděna, byla společností Lahůdky Cajthaml, s.r.o., poskytnuta ve formě adres. Z těchto adres byla následně sestavena matice vzdáleností mezi jednotlivými místy. Dále byla společností poskytnuta informace o zákaznících a jejich požadavků ze dvou rozdílných dnů. Tyto dva dny byly vybrány podle počtu objednaných požadavků. Pro porovnání jsou to právě dny s nejvyšším a nejnižším počtem objednaných produktů. Poslední informací, jež byla získána o provozu, bylo pořadí, ve kterém v daný den řidiči dané zákazníky objížděli.

Zákazníci jsou s provozovnou znázorněny v tabulkách 2.1 a 2.2. V tomto seznamu jsou všichni zákazníci, kteří byli obslouženi v oba řešené dny. Prvním na seznamu je samotná provozovna sídlící v Nučicích u Prahy. Dále je zaznamenáno 39 odběrných míst, která řidič musel v nejvytíženější den objet. Z důvodu požadavku společnosti jsou v seznamu uvedeny pouze ulice, ve kterých byl rozvoz prováděn. Na základě vyhledaných adres se zjistily potřebné vzdálenosti, které byly následně vepsány do matice, která je pro daný typ úlohy důležitá. Matice vzdáleností byla uložena v tabulkovém softwaru Microsoft Excel, který byl podkladem pro zpracování případu v modelovacím programu MPL for Windows. Z dat vzdáleností byly pro potřeby rozvozní úlohy s časovými okny zjištěny dojezdové časy mezi všemi místy a sestavena matice časových přejezdů. Jako vzdálenostní, resp. časové jednotky byly zvoleny pro účely této diplomové práce kilometry, resp. minuty.

Od společnosti byly také získány průměrné náklady na jeden ujetý kilometr pro oba typy použitých vozidel. U menšího dodávkového automobilu se výdaje na jeden ujetý kilometr

pohybují okolo 4 Kč, u nákladního automobilu se tyto hodnoty šplhají k 7,5 Kč. Porovnáním těchto výdajů lze pozorovat, že nákladní automobil bezmála o 2x nákladnější na jeden ujetý kilometr.

2.3.1 Den 1

Jak již bylo výše uvedeno, následující tabulka (2.1) znázorňuje seznam zákazníků, kteří si objednali dovoz lahůdkářského zboží v první, tedy vytíženější den. První a třetí sloupec tabulky představuje označení zákazníka, jak byla místa zaznaménána do tabulkového programu Microsoft Excel pro další řešení v softwaru MPL for Windows. Ve třetím a čtvrtém sloupci jsou zapsány požadavky, které si zákazníci na daný den objednali. Z tabulky je vidět, že v tento den bylo nutné objet celkem 39 zákazníků. Všichni tito odběratelé si nechali objednané produkty zavézt na adresy na území Prahy. Co se týče rozložení míst jednalo se spíše o severní část hlavního města, tudíž vzdálenost mezi jednotlivými místy je většinou v jednotkách kilometrů.

Zákazník	Požadavek	Zákazník	Požadavek
1		21	9
2	35	22	26
3	5	23	7
4	47	24	49
5	3	25	12
6	9	26	8
7	18	27	17
8	9	28	3
9	3	29	8
10	5	30	3
11	12	31	7
12	5	32	4
13	7	33	4
14	8	34	5
15	12	35	7
16	12	36	8
17	13	37	13
18	9	38	7
19	7	39	25
20	3	40	12

Tabulka 2.1: Seznam zákazníků s požadavky

2.3.2 Den 2

Společnost Lahůdky Cajthamh poskytla data za dva dny. Tato část práce se zabývá druhým řešeným dnem, který byl pro společnost méně náročný z důvodu menšího počtu zákazníků, objedávajících si dovážku některých produktů. Seznam sledovaných odběratelů je znázorněn v tabulce (2.2). Rozložení tabulky je obdobné jako u předcházející tabulky, tedy první sloupec představuje označení zákazníka, jak byly místa uloženy pro výpočet, druhý sloupec poté představuje požadavky zákazníků. Z tabulky je patrné, že počet míst, jež bylo nutné v onen den navštívit, čítá pouhých 14, tedy o více než polovinu méně v porovnání s předcházejícím případem. Rozdíl mezi jednotlivými dny je také v rozložení odběrných míst, jelikož tento den se vyskytovali na seznamu zákazníci sídlící i mimo území Prahy.

Zákazník	Požadavek
1	
2	20
3	36
4	4
5	5
6	9
7	9
8	10
9	38
10	6
11	8
12	5
13	13
14	17

Tabulka 2.2: Seznam zákazníků s požadavky

3. Aplikace rozvozních úloh

V následující kapitole budou aplikovány modely na reálná data, která byla představena v teoretické části. Text bude rozdělen do podkapitol, kdy každá z nich bude představovat určitou modifikaci rozvozních úloh. Z důvodu náročnosti výpočtu použitých úloh v kombinaci danými daty budou uvedeny také výsledky heuristických metod. Na závěr kapitoly dojde ke srovnání výsledků klasických rozvozních úloh, rozvozních úloh s heterogenním parkem a rozvozních úloh s dělenou dodávkou. Jelikož rozvozní úloha s časovými okny není v reálném případě společnosti využita a odlišuje se od ostatních, její srovnání s dalšími modifikacemi bude informativní. V předchozím textu byly také zmíněny povinnosti řidičů ohledně dodržování přestávek. Toto omezení nebude zahrnuto do práce z důvodu odlišnosti podmínek pro jednotlivé typy vozidel - dodávkového, jež se řadí k automobilům s hmotností do 3,5 tuny, a nákladního s hmotností vyšší než 3,5 tuny.

3.1 Rozvozní problém s menším počtem zákazníků

Jak již bylo v předchozí části zmíněno, od společnosti byla získána data pro dva různé dny. Tato diplomová práce se bude zabývat především dnem s větším počtem zákazníků. V této části bude ale řešen den, který nebyl pro společnost velmi náročný. Jelikož součet požadavků nepřevyšuje kapacitu nákladního vozidla, bude od tohoto dopravního prostředku abstrahováno. Hlavní obsahem této části je porovnání heuristických metod a následné jejich srovnání s řešením pomocí MPL for Windows. Následně bude vybrána jedna heuristická metoda a ta bude později použita v dalších částech analytické sekce práce. Dále bude v této části také představena ukázka provozního problému s časovými okny, kterou v tuto chvíli daná společnost nenabízí svým zákazníkům, avšak do budoucna by tato služba mohla být zařazena do sortimentu nabídek.

3.1.1 Aplikace pomocí optimalizačního softwaru

Rozvozní úloha představuje situaci, při které je nutné uspokojit zákazníkův požadavek za použití dopravního prostředku. Aby bylo možné tento případ vyřešit, je nezbytné znát požadavky zákazníku a také kapacity dopravních prostředků, které budou doručení zajišťovat. Pro účely práce bude předpokládán ideální stav, při kterém řidič je obeznámen s trasou předem a všechny cesty budou pro něj průjezdné. Pro získání řešení byl použit program MPL for Windows s řešitelem CPLEX a také kancelářský software Microsoft Excel, ve kterém byla uložena data. V následující části představené řešení je aplikací modelu z kapitoly 1.1, tedy klasické rozvozní úlohy s jedním typem vozidla, s účelovou funkcí (1.3) a podmínkami (1.4) - (1.10).

Při řešení tohoto problému byl použit počítačový software MPL for Windows, na který autor

získal plnou licenci. Reálný problém je formulován tak, že společnost má na tento den 14 zákazníků, jež si u ní objednali určité produkty. Jejich požadavky převyšují kapacitu daného vozidla, proto je nutné využít více tras, aby mohly být splněny všechny požadavky.

Program MPL for Windows za pomoci řešitele CPLEX nebyl schopen nalézt optimální řešení pro tento problém ani po 24 hodinách, proto bylo přijato poslední vyřešené přípustné řešení. Toto přípustné řešení má hodnotu účelové funkce, která představuje vzdálenost všech tras, 118,4 kilometrů. Jelikož byly pro tento problém zvoleny dodávkové automobily s nákladovým koeficientem 4, celkové náklady na pohonné hmoty nutné k obslužení těchto tras jsou 473,6 Kč. Řešení obsahuje 2 trasy dodávkového automobilu, což se dále předem předpokládat, jelikož součet všech požadavků nepřevyšuje kapacitu dvou automobilů. Podoba obou tras je následující:

Trasa 1: 1-7-11-8-2-1

Trasa 2: 1-13-12-10-4-9-6-11-3-1

Z výsledků je možné si povšimnout nerovnoměrného rozložení počtu zákazníků na obou trasách. Druhá trasa má dvakrát více zákazníků než první. To je způsobeno skutečností, že v průběhu první cesty jsou obsluhováni zákazníci s vyšší hodnotou požadavku, a proto je kapacita vozidla dříve vyčerpána. I přesto, že nebylo dosaženo optimálního řešení, bylo získáno řešení výhodnější než při použití heuristických metod, které budou představeny v následujících částech práce.

3.1.2 Heuristické metody

Pro účely práce byly vybrány dvě heuristické metody - metoda nejbližšího souseda a vkládací metoda, které budou v této části porovnány.

Metoda nejbližšího souseda

Z teoretické části je patrné, že metoda nejbližšího souseda patří mezi časově i aplikačně nenáročné algoritmy. Principem metody je nalézt k poslednímu přidanému místu do trasy jeho nejbližšího souseda, který se následně zařadí do oné trasy na konec. Takto je postupováno, dokud nejsou všechna místa problému zahrnuta do trasy nebo v případě rozvozní úlohy, pokud není vyčerpána kapacita daného vozidla.

K výchozímu místu náleží nejbližší bod 3 se společnou vzdáleností 13,7 kilometrů. Nyní je nutné najít nejbližšího souseda k místu 3 a tím je v tomto případě zákazník 7. Takto je postupováno do chvíle, kdy je kapacita vozidla ještě dostačující.

První trasa má po vyřešení následující podobu: 1-3-7-8-11-13-2-1

Podoba druhé trasy dodávkového vozidla je následující: 1-12-9-4-10-5-14-6-1

Celková vzdálenost nutná k projetí uvedených dvou tras dosáhla 131 kilometrů. Náklady na pohonné hmoty činí 524 Kč. Při výpočtu řešení v případě použití dodávkového automobilu pomocí tohoto algoritmu, který není v práci zahrnut, bylo dosaženo délky 92,2 kilometru, což

odpovídá nákladům ve výši 691,5 Kč. Je tedy patrné, že v tomto případě je výhodnější použití menšího automobilu s nižšími náklady z důvodu malého počtu zákazníků. Příčina takového rozdílu spočívá i v tom, že řidič s nákladního automobilu končí svou trasu v nejvzdálenějším místě 6 a celou zpáteční trasu absolvuje bez nákladu.

Vkládací metoda

Vkládací heuristická metoda patří mezi časově náročnější, zvláště při velkém počtu obslužených zákazníků. Principem metody je nalezení nejvzdálenějšího místa od výchozího, vytvořením trasy a následné postupné přidávání míst, která minimalizují přírůstek celkové vzdálenosti. U problematiky rozvozních úloh jsou do trasy přidávána místa až do chvíle, kdy je vyčerpaná kapacita vozidla přiděleného na onu trasu. Již z ekonomického zobrazení problému je evidentní, že k obslužení všech zákazníků budou nutné dvě cesty dodávkového automobilu.

První trasa se vytvoří spojením výchozího bodu s nejvzdálenějším místem 6. Vzniklá cesta bude mít podobu: 1-6-1. Do této cesty se dále přidá zákazník 7, jelikož jeho zařazení je ohodnoceno nejmenším přírůstkem vzdálenosti. Takto je pokračováno dále až do vyčerpání kapacity daného vozidla. Intuitivně se analyzuje cesta druhá. Nejvzdálenější místo od výchozího je v tomto případě zákazník 10. Spojením těchto dvou míst vznikne cesta, do které je v další iteraci zařazen uzel 12. Výsledná podoba obou řešených tras je následující:

Trasa 1: 1-13-6-14-7-3-1

Trasa 2: 1-2-8-11-5-9-12-10-4-1

Celková vzdálenost nutná k projetí těchto tras dosahuje 133,1 kilometrů při nákladech na pohonné hmoty 532,4 Kč. Při porovnání metody nejbližšího souseda a vkládací metody vychází lépe v tomto příkladu první použitá i za předpokladu, i když rozdíl není markantní. I přes tento závěr bude v následující analytické části pracováno s vkládací metodou, jelikož se bude jednat o razantně větší problém, ve kterém by mohla mít metoda nejbližšího souseda problém.

3.2 Rozvozní úloha s jedním typem vozidla

I když se tento typ rozvozní úlohy od samotného reálného případu, byl využit v práci vzhledem ke svému nespornému přínosu z důvodu porovnání jednotlivých typů vozidel. V následující části budou ukázány výsledky z obou získaných dnů jak pro nákladní vozidlo, tak také pro dodávkový automobil. Je zřejmé, že výsledky se pro jednotlivé typy vozidel budou poměrně lišit z důvodu dvojnásobné kapacity u nákladního automobilu. Proto dojde také ke srovnání řešení z ekonomického pohledu, který představují náklady na trasy. Pro účely práce bude abstrahováno od výdajů, které přímo nesouvisí s daným rozvozem, proto se bude počítat jen s průměrnými náklady na jeden ujetý kilometr spočítaný pomocí spotřeby paliva daného typu a výdajů na nákup pohonných hmot.

Řešitel CPLEX u dne 1, který má větší počet zakázek, nebyl schopen z důvodu složitosti vypočítat optimální řešení pro oba typy automobilů. Nicméně po 10 hodinách řešitel dospěl

alespoň k přípustnému řešení.

Řešení pro nákladní automobil s větší kapacitou je sekvence po sobě následujících míst a vypadá následovně:

Trasa 1: 1-3-16-2-9-20-29-7-8-36-34-27-33-21-40-25-30-15-19-6-10-28-1

Trasa 2: 1-4-5-13-37-22-17-18-12-23-31-11-14-39-35-32-38-1

Trasa 3: 1-26-24-1

Z těchto výsledků lze poznat, že řešením jsou tři trasy, které obsluhují všechna místa zákazníků. Celková vzdálenost potřebná k projetí všech tří tras činí 172,05 kilometrů. Příčina vzdálenostní úspory je zapříčiněna faktem, že v tomto případě byly úplně vyloučeny dodávkových automobilů s nižší kapacitou a byly použity jen nákladní vozidla s vyšší kapacitou. Nicméně bylo možné předpokládat, že s vyšší kapacitou vozidel se bude snižovat celková vzdálenost. Proto je nutné do tohoto srovnání zahrnout také náklady spojené s objetím všech tras. Zde se dostáváme na hodnotu okolo 1290 Kč. Již při pohledu na data bylo zřejmé, že řešení pro dodávkový automobil bude obsahovat pět tras, jelikož celkové požadavky zákazníků představovali 456 přepravních obalů a kapacita dodávkového automobilu činí 100 přepravních obalů. Řešení získané od řešitele CPLEX je následující:

Trasa 1: 1-2-9-20-29-7-8-32-38-34-36-1

Trasa 2: 1-4-5-13-37-22-1

Trasa 3: 1-6-19-15-25-40-16-21-33-27-3-1

Trasa 4: 1-28-10-26-24-1

Trasa 5: 1-30-17-18-12-23-31-11-14-39-35-1

přičemž celková ujetá vzdálenost potřebná k projetí všech pěti tras je 260,9 kilometrů. Při porovnání čistě z hlediska vzdálenosti, je tedy použití jen dodávkových automobilů zcela neopodstatněné. Co se týče porovnání z hlediska celkových nákladů na projetí všech tras, je situace zcela opačná. Celkové výdaje na tyto trasy jsou 1 043 Kč.

3.3 Rozvozní úloha s heterogenním vozovým parkem

V předcházející podkapitole byla řešena rozvozní úloha s jedním typem vozidla. Z dosažených výsledků je zjevné, že pro obslužení všech požadavků pouze jedním typem vozidla by bylo efektivnější použít nákladní automobil s větší kapacitou. Tato podkapitola spojuje oba typy dopravních prostředků do jedné úlohy s heterogenním parkem, což odpovídá reálné situaci ve firmě. Oproti předchozím modelům je zde nutné přidat navíc jeden index, jenž bude představovat označení vozidla jedoucího po dané trase. Opět je zde předpoklad, že řidič je obeznámen se svou trasou, která je pro něj průjezdná.

Úloha byla řešena v matematickém programu MPL for Windows pomocí řešitele CPLEX. Vzhledem k množství požadavků se lze domnívat, že optimální bude využít tři automobily, které obslouží všechny zákazníky. Opět budou zvažovány také dříve zadané náklady na pohonné hmoty.

Z důvodu nedostatku paměti použitého PC nebylo ani zde nalezeno optimální řešení, avšak MPL dospěl k přípustnému řešení, jehož trasy vypadají následovně:

Trasy nákladního vozidla:

1-10-6-40-37-13-2-22-5-4-23-12-15-26-1

1-24-16-33-21-36-34-27-38-35-17-18-29-20-9-25-28-1

Trasa dodávkového automobilu:

1-19-3-30-31-11-14-39-32-8-7-1

Jak již bylo uvedeno, MPL for Windows našel toto přípustné řešení, v němž hodnota účelové funkce představující náklady na pohonné hmoty všech tří automobilu dosáhla 1553,2 Kč a celková vzdálenost nutná k projetí byla vypočtena na 237,8 kilometrů. Tyto náklady a vzdálenosti jsou rozděleny mezi nákladní automobily - s částkou 1290 Kč a délkou tras 172 kilometrů - a dodávkový automobil s částkou 263,2 Kč a 65,8 kilometrů. Obě získané hodnoty jsou při porovnání s úlohou jen s nákladním automobilem vyšší, naopak při porovnání s úlohou jen s dodávkovým automobilem bylo dosaženo menší výsledné délky tras.

3.4 Heuristický algoritmus - vkládací metoda

Tato část diplomové práce se zabývá aplikací heuristických algoritmů na rozvozní úlohy. Tyto algoritmy jsou aplikovány na všechny použité typy řešeného problému. Jak již bylo v teoretické části práce vysvětleno, analytik řešící takto formulovaný problém si může vybrat z mnoha heuristických metod, které se liší schopností určit příznivější trasu, ale také dobou výpočtu. Pro účely této práce byla vybrána vkládací heuristická metoda. Princip tohoto algoritmu spočívá v postupném vkládání míst do již existující cesty.

Metoda začíná vytvořením cesty mezi výchozím a pro něj nejvzdálenějším místem. Následně jsou do této cesty postupně vkládána místa, které minimalizují její prodloužení při podmínce neexistence parciálních cyklů. Takto je formulovaná vkládací metoda pro úlohu obchodního cestujícího. Jelikož hlavním tématem této práce jsou rozvozní úlohy, je nutné při každém kroku kontrolovat bilanci nákladu vozidla, zda-li není překročena jeho kapacita.

Úspěšnost popisované heuristické metody závisí na řadě faktorů, zejména u této úlohy. Z důvodu nutnosti projet více tras, čímž je rozvozní úloha specifická, je otázka, jak budou trasy vznikat. V následující části budou ukázány dvě metody nalezení tras - paralelní a sériová. Při sériovém tvoření tras bude nalezena nejprve jedna trasa, která bude obsahovat nejvzdálenější místo od výchozího. Dokud nebude překročena kapacita, budou do této trasy přidávány další zákazníci. Poté je ze zbylých míst nalezeno opět to nejvzdálenější a následně do jimi vytvořené cesty budou opět analogicky přidávána další místa. Tedy princip tohoto algoritmu spočívá v tom, že cesty jsou vytvářeny postupně, tedy sériově.

U paralelního tvoření cest bude nejdříve odhadnut počet dopravních prostředků nutných ke

splnění všech požadavků a následně každému prostředku bude nalezeno nejvhodnější místo, který bude spojen s výchozím. Poté se do těchto cest budou analogicky přidávat další body, přitom je potřeba dbát na to, aby nebyla překročena kapacita prostředků. Specifikem tohoto postupu je, že jsou všechny cesty tvořené najednou, tudíž paralelně.

3.4.1 Heterogenní vozový park

Sériový přístup

Jak je výše uvedeno, pro tento přístup je nalezeno k výchozímu místu nejvzdálenější, což představuje v tomto případě zákazník 31 se vzdáleností 29,8 kilometrů. Dosud vytvořená cesta bude tedy vypadat následovně: 1-37-1

Nyní je nutné najít místo, které po přidání do trasy minimalizuje přírůstek celkové vzdálenosti. Tuto podmínku splňuje zákazník číslo 5. Přírůstek po přidání tohoto místa do trasy je 0,4 kilometrů, tudíž vzdálenost celé vytvořené cesty bude 30,2 kilometrů. V tuto chvíli se nabízejí dvě možnosti, jak by mohla být cesta vytvořena.

1-5-37-1 nebo 1-37-5-1.

V této práci byla zvolena první varianta, tedy cesta v této iteraci má podobu: 1-5-37-1

Tento postup je opakován do té doby, než přidání dalšího místa do trasy způsobí překročení kapacity daného vozidla. Pro první trasu byl vybrán nákladní automobil s kapacitou 200 přepravních obalů.

Výsledná trasa prvního vozidla má následující podobu:

1-5-4-37-22-9-7-34-36-21-33-27-40-25-30-15-1

Ve chvíli, kdy je získána trasa pro první vozidlo, začíná se tvořit druhá trasa, tzn. hledá se opět nejvzdálenější místo od výchozího, které ale není obsaženo v první trase. Této podmínce odpovídá bod 31, se vzdáleností 29,8 kilometrů od výchozího. Je tedy vytvořena trasa: 1-31-1.

Místo minimalizující navýšení vzdálenosti nutné k projetí po přidání do trasy je bod 23. Tento zákazník je tedy vložen do trasy, čímž se vzdálenost navýšila o 0,1 kilometrů. Trasa po této iteraci bude mít následující podobu: 1-23-31-1.

Takto jsou v každé iteraci postupně přidávána další místa s minimálním navýšením současné trasy, dokud není kapacita vozidla na takové úrovni, že přidání dalšího místa do trasy by znamenalo překročení dané kapacity nákladního vozidla, tedy 200 přepravních obalů.

Výsledná trasa má následující podobu:

1-26-16-8-13-29-20-17-18-12-23-31-11-14-39-35-32-38-19-6-10-28-1

Po vytvoření těchto dvou tras zbyla jen dvě místa, která nebyla obsloužena. Jedná se o místa 2 a 24. Existují již jen dvě možnosti, jak z těchto zbylých míst a výchozího stanoviště sestavit trasu:

1-2-24-1,

1-24-2-1.

Oba tyto cykly mají stejnou vzdálenost, a proto není podstatné, který z nich bude nakonec vybrán. Tuto trasu bude obsluhovat dodávkový automobil s kapacitou 100 přepravních obalů, jelikož požadavky odběratelů nepřevyšují tuto závaznou hodnotu.

Použitím výše algoritmu byly nalezeny tři trasy, jež obsloužily všechny požadavky zákazníků. Celková vzdálenost, která je nutná k projetí všech odběratelů, činí 207,6 kilometrů, přičemž byly použity 2 nákladní automobily a jeden dodávkový. Dva nákladní automobily musí projet trasy o celkové vzdálenosti 160,7 kilometrů, což znamená při dané sazbě na kilometr 1205,25 Kč. Na dodávkový automobil zbývá k projetí trasa s 46,9 kilometry. Při dané sazbě za kilometr je tato cesta ohodnocena 211,05 Kč. Výsledné náklady na uspokojení všech požadavků činí 1416,3 Kč.

Tabulka 3.1 zobrazuje výsledné trasy. Je možné si povšimnout, že druhá trasa se od první liší hlavně počtem obslužených zákazníků. To je způsobeno skutečností, že do první trasy byly přidáni odběratelé s vysokými požadavky, tudíž jich v první trase nefigurovalo mnoho. Tato skutečnost by mohla ve výsledku způsobit, že doba, kterou stráví na cestě druhý řidič, bude podstatně delší než u řidiče prvního, jelikož při každém navštívení zákazníka vznikají prostoje způsobené vykládkou zboží.

Sériový přístup popisované heuristické metody má své výhody i nevýhody oproti paralelnímu přístupu. Jedna z největších výhod je její jednoduchost. Jelikož v každé iteraci je řešena pouze jedna trasa, obsahuje tedy méně výpočtů a pro řešitele je snazší se v propočítání jednotlivých vzdáleností zorientovat. Mezi nevýhody tohoto algoritmu zajisté patří větší nebezpečí získání horšího řešení oproti paralelní metodě. Z důvodu výběru jen jednoho nejvzdálenějšího bodu na počátku řešení je pravděpodobné, že první řidič obslouží místa nejvzdálenější. Toto může zapříčinit fakt, že zpáteční cestu bude řidič absolvovat ze vzdáleného místa, i kdyby bylo výhodnější, aby obsloužil svého posledního zákazníka blíže k depu.

1. trasa		2. trasa		3. trasa	
Z místa	Do místa	Z místa	Do místa	Z místa	Do místa
1	5	1	26	1	2
5	4	26	16	2	24
4	37	16	8	24	1
37	22	8	13		
22	9	13	29		
9	7	29	20		
7	34	20	17		
34	36	17	18		
36	21	18	12		
21	33	12	23		
33	27	23	31		
27	40	31	11		
40	25	11	14		
25	30	14	39		
30	15	39	35		
15	3	35	32		
3	1	32	38		
		38	19		
		19	6		
		6	10		
		10	28		
		28	1		

Tabulka 3.1: Vkládací heuristická metoda - sériový přístup (heterogenní park)

Paralelní přístup

Paralelní přístup se od sériového liší od prvopočátku samotného řešení. Řešitel si podle požadavků zákazníků a kapacit dopravního prostředku odhadne jejich nutný počet. Každému prostředku bude nalezeno nejvhodnější místo. Po spojení onoho místa s výchozím vznikne cesta, do které se budou postupně přidávat místa další. Všechny cesty jsou řešeny současně, tudíž se jedná o komplikovanější úlohu než byla předchozí.

Pro úlohu bude nutné mít k dispozici opět tři dopravní prostředky - dva nákladní automobily a jeden automobil dodávkového typu. Byli zvoleni zákazníci 14 a 37 pro nákladní automobily a zákazník 24 pro dodávkový automobil. Důvodem výběru uvedených stanovišť je skutečnost, že tvoří s výchozím poměrně pravidelný kosočtverec, tudíž jsou od sebe relativně stejně vzdálené.

Po první iteraci jsou k dispozici 3 následující trasy:

1-14-1

1-37-1

1-24-1

V druhé iteraci vyšel nejlépe hodnocený zákazník 7, který po přidání do trasy 1-14-1 navyšuje vzdálenost o 0,2 kilometry. Po tomto zařazení vypadají dané trasy následovně:

1-7-14-1

1-37-1

1-24-1

V dalším kroku byl zařazen zákazník 27, jelikož jeho vložení do trasy 1-7-14-1 představuje nejmenší hodnotu nárůstu vzdálenosti, a to o 0,1 kilometr. Tímto způsobem se pokračuje i nadále pokud vložení dalšího bodu do cesty nebude překročena kapacita vozidla. Poté se již nevyužívá a pracuje se jen s ostatními dopravními prostředky. Po poslední iteraci jsou získány všechny tři výsledné trasy, které vypadají následovně:

1-3-27-40-36-34-8-7-39-14-11-31-23-12-35-38-32-25-30-15-28-10-6-1

1-19-16-2-17-18-20-29-5-4-13-37-22-9-33-21-1

1-24-26-1

Celková vzdálenost potřebná k projetí takto rozložených tras, dosahuje 178,1 kilometrů. Z výpočtu lze usoudit, že poslední přístup skutečně udal lepší řešení než přístup sériový. Důvodem je vytipování stanovišť poměrně vzdálených a zároveň řešení všech tras současně. Oproti sériovému přístupu se vzdálenost zkrátila o 29,5 kilometrů, což v relativním vyjádření činí 14%. Opět jako v předchozí úloze byly použity dva nákladní automobily, které musejí projet trasy o celkové délce 149,8 kilometrů, a jeden dodávkový automobil s délkou trasy 28,3 kilometrů. Snížení celkové vzdálenosti se promítlo taktéž do poklesu nákladů vynaložených na uspokojení všech požadavků. Při daných cenách pohonných hmot na kilometru nákladního a dodávkového automobilu jsou všechny trasy ohodnoceny celkem na 1236,7 Kč, což oproti předchozímu přístupu činí rozdíl 180 Kč (13%). Rozdíl mezi oběma přístupy je tedy zcela markantní, jelikož snížení nákladů by mohlo znamenat pro danou firmu zvýšení konkurenceschopnosti, která je v tomto odvětví dosti důležitá.

Tabulka 3.2 znázorňuje výsledné trasy. I zde je možné postřehnout, nerovnoměrné rozložení počtu zákazníků u obou nákladních automobilů. Druhá trasa obsahuje při porovnání s první méně zákazníků, jelikož jejich požadavky byly objemnější, tudíž se kapacita vozidla rychleji vyčerpala. Paralelní přístup se jeví jako přesnější a úspornější oproti předchozímu sériovému přístupu. Je však na druhou stranu daleko komplikovanější. Současné řešení více tras v jednom okamžiku je náročná úloha a řešitel by mohl mít problém s orientací v daném problému. Také samotných výpočtů je více, jelikož v každé iteraci řešený bod může být zařazen do všech tras. Postup řešící více jak 50 rozvozních míst by byl tímto způsobem relativně obtížný a určitě by byl i časově náročnější.

1. trasa		2. trasa		3. trasa	
Z místa	Do místa	Z místa	Do místa	Z místa	Do místa
1	3	1	19	1	24
3	27	19	16	24	26
27	40	16	2	26	1
40	36	2	17		
36	34	17	18		
34	8	18	20		
8	7	20	29		
7	39	29	5		
39	14	5	4		
14	11	4	13		
11	31	13	37		
31	23	37	22		
23	12	22	9		
12	35	9	33		
35	38	33	21		
38	32	21	1		
32	25				
25	30				
30	15				
15	28				
28	10				
10	6				
6	1				

Tabulka 3.2: Vkládací heuristická metoda - paralelní přístup (heterogenní park)

3.4.2 Dělená dodávka

Sériový přístup

Rozvozní úloha s dělenou dodávkou se od heterogenního parku liší v tom, že uzel může být navštíven vícekrát. Jedno vozidlo uspokojí část daného požadavku a vozidlo jiné uspokojí zbývající část. Začátek postupu tohoto problému sériovým přístupem je stejný jako u heterogenního parku. Tudíž v první iteraci vznikne cesta 1-37-1, jelikož místo 37 je nejvzdálenější od výchozího. Dalším místem přidaným do této trasy bude zase bod 5. Po druhé iteraci bude tedy trasa tvořena následovně:

1-5-37-1

Rozdíl nastane ve chvíli, když zařazení dalšího zákazníka vyčerpá překročit kapacitu vozidla. Při řešení heterogenního parku je trasa ukončena a vozidlo se vrací zpět do depa. U dělené dodávky je do sledované trasy přiděleno i toto stanoviště. Část požadavku, která bude tímto

vozidlem uspokojena, se bude rovnat rozdílu mezi kapacitou vozidla a součtem všech již uspokojených požadavků. V tomto problému se jedná o místo 8 s požadavkem 9 přepravních obalů, který u heterogenního parku již náleží do druhé trasy. Nyní je tento zákazník přidělen již do trasy první. V daný okamžik je ve vozidle místo ještě pro 3 přepravní obaly a právě o tuto hodnotu dojde k uspokojení zákazníka pomocí prvního vozidla. Zbýlých 6 přepravních obalů bude muset obsloužit jiný automobil. Výsledná podoba první trasy je následující:

1-5-4-37-22-9-7-8-34-36-21-33-27-40-25-30-15-1

Druhá trasa je taktéž velmi podobná postupu s heterogenním parkem. Základní trasa je vytvořena pomocí nejvzdálenějšího místa 31. Dalším místem přiděleným do cesty bude bod 23. Po této iteraci bude mít trasa podobu: 1-23-31-1. V průběhu řešení je zjištěno, že zákazníkovi 8 bude dodán zboží již v této trase. Obdobně jako při řešení první cesty je požadavek jednoho zákazníka rozdělen. Jedná se o zákazníka 24, jenž si objednal zboží ve 49 přepravních obalech a druhé vozidlo mu doveze jen 35 přepravních obalů. Výsledná podoba této trasy je tedy následující:

1-6-19-38-12-23-31-8-35-10-28-32-39-26-14-16-11-29-20-17-18-24-1

Poslednímu vozidlu zbývá obsloužit zákazníky 2, 13 a zbytek požadavku zákazníka 24. Nejvzdálenější je místo 13, přidá se tedy jako první do trasy. V další iteraci je do cesty přidáno stanoviště 2 a naposledy 24. Trasa má tedy následující podobu:

1-24-13-2-1

Výsledná celková vzdálenost tohoto řešení je 221,6 kilometrů, což v porovnání s předchozími postupy představuje značné zhoršení. Při prozkoumání jednotlivých tras byl zjištěn jeden potenciální důvod. Zákazník 13 je podstatně vzdálený od ostatních na této trase, tudíž vzdálenost, kterou musí ujet třetí vozidlo činí 60,6 kilometrů. Dvě zbylé trasy obsloužené nákladními automobily mají celkovou vzdálenost 161 kilometrů. Náklady na provoz nákladních automobilů při tomto řešení dosahují 1207 Kč a u dodávkového automobilu 242,4 Kč. Celkové náklady proto činí 1449,4 Kč.

Tabulka 3.3 představuje rozložení všech tří potřebných tras u tohoto případu. Je možné si povšimnout, že rozdíl v počtu obsloužených zákazníků mezi první a druhou trasou je menší, než tomu bylo u předchozích algoritmů. Je z ní patrné, že uzly 8 a 24 jsou navštíveny dvakrát vzhledem k dělení dodávce. Výhodou tohoto algoritmu je plné využití nákladních automobilů. V tomto případě byl opět použit sériový přístup, který je sice méně komplikovaný, ale může podávat horší výsledky.

1. trasa		2. trasa		3. trasa	
Z místa	Do místa	Z místa	Do místa	Z místa	Do místa
1	5	1	28	1	24
5	4	28	10	24	13
4	37	10	6	13	2
37	22	6	19	2	1
22	9	19	38		
9	7	38	35		
7	8	35	12		
8	34	12	23		
34	36	23	31		
36	21	31	11		
21	33	11	14		
33	27	14	39		
27	40	39	32		
40	25	32	8		
25	30	8	18		
30	15	18	17		
15	3	17	20		
3	1	20	29		
		29	16		
		16	24		
		24	26		
		26	1		

Tabulka 3.3: Vkládací heuristická metoda - sériový přístup (dělená dodávka)

Paralelní přístup

Prvním krokem takto formulované úlohy je opět vybrání stejného počtu nejvhodnějších míst, jako jsou potřebné dopravních prostředků. Obdobně jako u předchozích úloh je nutné mít k dispozici minimálně 3 automobily, proto byla zvolena tři počáteční místa, která korespondují s paralelním přístupem heterogenního parku. Jsou to zákazníci 14, 24 a 37, které tvoří s výchozím bodem útvar podobný kosočtverci a po první iteraci vypadají trasy následovně:

1-14-1

1-24-1

1-37-1

V dalším kroku bylo zařazeno místo 7 do trasy 1-14-1, jelikož jeho přidáním do dané trasy byla minimalizován její přírůstek. Trasa se po této iteraci zväšila o 0,2 kilometrů. Cesty po druhé iteraci mají následující podobu:

1-7-14-1

1-24-1

1-37-1

Dalším bodem, který byl zahrnut do nějaké z výše určených tras, byl zákazník 27 a to opět do první cesty. Toto zařazení představuje nárůst první trasy o 0,1 kilometrů, což byla minimální hodnota ze všech získaných. Po třetí iteraci má získané řešení následující podobu:

1-27-14-1

1-24-1

1-37-1

Pomocí tohoto algoritmu se postupuje nadále až do chvíle, kdy přidání dalšího zákazníka do určité trasy s celým jeho požadavkem by mělo za následek překročení kapacity vozidla tuto trasu obsluhujícího. V tomto kroku bude opět požadavek zákazníka rozdělen na dvě části a zákazník bude obslužen více trasami. Po vyřešení celé této úlohy bylo získáno řešení, které vypadá následovně:

1-3-27-40-36-34-8-7-39-14-11-31-23-12-35-38-32-25-30-15-28-10-6-1

1-2-4-5-13-37-22-17-18-20-29-9-16-33-21-19-26-1

1-24-2-1

Celková vzdálenost, která je k nutná projetí tohoto řešení činí 200,9 kilometrů. Opět při porovnání se dělenou dodávkou pomocí sériového přístupu je zde značný pokles potřebných kilometrů, což značí, že paralelní přístup udává lepší řešení. I v této úloze byly použity dva nákladní automobily a jeden automobil dodávkový. Menší z automobilů obsluhuje trasu se třemi zákazníky s celkovou vzdáleností 46,9 kilometrů. Dva nákladní automobily obsluhují zákazníky na zbylých dvou trasách s celkovou délkou 154 kilometrů. Souhrnné náklady potřebné na provoz automobilů na těchto tří trasách dosahují 1352,6 Kč. Dodávkový automobil si z této částky odebere 15% (194,6 Kč). Náklady na pohonné hmoty nákladních automobilů v tomto řešení činí 1155 Kč. V porovnání se sériovým přístupem se jedná o značné snížení jak celkových nákladů tak i nákladů u jednotlivých automobilů.

Oproti dělené dopravě řešené sériovým přístupem bylo zde nutné rozdělit požadavek jen jednoho zákazníka. Zákazník 31 přidáný do první trasy jako poslední měl totiž stejný požadavek jako byla zbylá kapacita vozidla, proto nebylo v tomto kroku nutné dělení požadavku. Výše položená tabulka 3.4 vyznačuje podobu výsledných cest, které je potřebné projet k uspokojení všech odběratelů. I v tomto případě lze pozorovat nesouměrné rozložení počtu zákazníků na jednotlivých trasách, kdy opět značně převyšuje první trasa.

1. trasa		2. trasa		3. trasa	
Z místa	Do místa	Z místa	Do místa	Z místa	Do místa
1	3	1	2	1	24
3	27	2	4	24	2
27	40	4	5	2	1
40	36	5	13		
36	34	13	37		
34	8	37	22		
8	7	22	17		
7	39	17	18		
39	14	18	20		
14	11	20	29		
11	31	29	9		
31	23	9	16		
23	12	16	33		
12	35	33	21		
35	38	21	19		
38	32	19	26		
32	25	26	1		
25	30				
30	15				
15	28				
28	10				
10	6				
6	1				

Tabulka 3.4: Vkládací heuristická metoda - paralelní přístup (dělená dodávka)

3.5 Rozvozní úlohy s časovými okny

Dnes již mnohdy využívanou službou rozvozních společností je poskytnutí zákazníkovi informaci o časovém úseku, ve kterém mu bude jeho objednávka doručena. Tyto informace poskytují převážně přepravní společnosti, jež dovážejí zboží fyzickým osobám. Služba časovými okny přináší zákazníkovi nespornou výhodu, nemusí čekat na dovoz celý den, ale pouze ve stanovenou dobu. Časová okna jsou v drtivé většině jedno či dvouhodinová. Jak již bylo zmíněno, společnost Lahůdky Cajthaml s.r.o. dosud neposkytuje svým zákazníkům tuto službu, i když by byla určitě značným přínosem pro obě zúčastněné strany. I přesto byla modifikace rozvozní úlohy s časovými okny přidána do práce z důvodu možné implementace do procesů společnosti.

Časová okna budou řešena jen pro den s menším počtem zákazníků, jelikož jen u této úlohy bylo získáno optimální řešení. Z důvodu složitosti problému a nedostatečné paměti pro vý-

počet optimálního řešení nebudou do této práce zahrnuta časová okna dne s větším počtem zákazníků. Vzhledem k tomu že nyní neexistuje tento typ úlohy ve společnosti, nebyla k němu získána žádná data a časová okna byla pro účely práce zvolena náhodně. Pro úspěšné vyřešení je nutné mít k dispozici jak matici vzdáleností a časová okna, tak také matici časových přejezdů mezi jednotlivými místy. Tabulka 3.5 znázorňuje přidělený časový interval návštěvy zákazníků. Každý z těchto intervalů trvá 60 minut.

Pořadí	1	2	3	4	5	6	7	8	9	10	11	12	13	14
od		8	8	9	11	10	9	8	9	9	11	8	10	10
do		9	9	10	12	11	10	9	10	10	12	9	11	11

Tabulka 3.5: Časová okna [hod]

Řidičům, kteří byli přiřazeni na tyto trasy, začíná směna v 8 hodin ráno. Z výše zobrazené tabulky je patrné, že poslední zákazníky navštíví řidiči mezi 11 a 12 hodinou.

K úspěšnému vyřešení úlohy je potřebné do původních modelů přidat omezení, která zajišťují, aby byl zákazník obslužen právě v dané časové okno. Po této potřebné úpravě bylo získáno optimální řešení dne s menším počtem zákazníků.

I v této modifikaci rozvozní úlohy byly získány dvě trasy s celkovou délkou 128 kilometrů. Jelikož byly použity jen dodávkové automobily, náklady na obsluhu níže uvedených cest dosáhly 512 Kč, což představuje nepatrný nárůst oproti úloze bez časových oken. Jednotlivé trasy budou obslouženy v následujícím pořadí:

1-3-8-12-10-4-9-7-1

1-2-13-6-14-5-11-1

V následující tabulce 3.7 jsou znázorněny časové okamžiky příjezdů řidičů k jednotlivým zákazníkům.

Pořadí	1	2	3	4	5	6	7
příjezd	8	9:00	8:16	9:07	11:00	10:10	10:00
Pořadí	8	9	10	11	12	13	14
příjezd	8:21	9:10	9:00	11:07	8:28	10:00	10:17

Tabulka 3.6: Časová okna [hod]

Při tomto řešení by se první řidič, který vyjel z provozovny v 8:00, vrátil zpět do depa v 10:20, což by odpovídalo času stráveném zdoláváním trasy necelých 2,5 hodin. Druhý řidič, jež by opustil provozovnu rovněž v 8:00, by se zpět do výchozího depa vrátil v 11:34, což odpovídá 3,5 hodinám stráveným za volantem. Taková disbalance mezi těmito dvěma časovými úseky je způsobená skutečností, že druhý řidič na své trase poměrně dlouho čeká u třech zákazníků. Druhého obsluží až v 9:00, i když tato cesta trvá pouze 24 minut. Obdobná situace je mezi stanovišti 2 a 13, která jsou v této trase za sebou. Řidič by musel čekat u zákazníka 13 skoro celou hodinu. Zpoždění jsou způsobena poskládáním časových oken.

3.6 Porovnání výsledků

Na závěr praktické části budou porovnány výsledky jednotlivých použitých metod. Je zřejmé, že není možné porovnávat výsledky mezi oběma sledovanými dny, proto bude srovnání rozdělené. Pro výpočet řešení byl u každého problému použit modelovací software MPL for Windows s řešitelem CPLEX a z důvodu nedobrání se optimálního řešení byly taktéž použity heuristické metody - nejbližšího souseda a vkládací metoda. Obě heuristické metody mají řadu výhod i nevýhod. Mezi nesporné výhody metody nejbližšího souseda patří její časová nenáročnost. Čas nezbytný k výpočtu daným způsobem se pohybuje v řádech jednotek minut. Na druhou stranu jednou z největších nevýhod je její neefektivnost z hlediska kvality poskytnutého přípustného řešení. Metoda neřeší celkový náhled na umístění jednotlivých míst na trase a nebere v potaz umístění posledního obslouženého zákazníka na trase. Hlavní použitou metodou v této práci byla vkládací metoda. Na rozdíl od předchozí tato metoda již bere v potaz celkový náhled trasy a snaží se podrobněji pracovat se vzniklou trasou. Nevýhodou je její poměrně značná časová náročnost na složitější problémy.

K možnému porovnání je nutné si také představit řešení použité danou společností ve sledovaný den. Je nutno uvést, že místo dvou dodávkových automobilů byl použit pouze jeden nákladní automobil, který kapacitně zvládl všechny požadavky. Trasa byla v daný den následující:

1-3-11-2-5-9-12-13-4-10-8-7-14-6-1

s celkovou vzdáleností nutnou k projetí 106,6 kilometrů a náklady na pohonné hmoty 799,5 Kč. V následující tabulce 3.7 jsou zobrazeny výsledky získané pro den s menším počtem zakázek. Znázorněny jsou 4 metody formy výpočtu, klasická rozvozní úloha, dvě heuristické metody a rozvozní úloha s časovými okny.

Výsledná trasa	Délka trasy [km]	Náklady [Kč]
Firemní trasa	106,6	799,50
MPL for Windows	118,4	473,60
Metoda nejbližšího souseda	131	524,00
Metoda vkládací	133,1	532,40
MPL for Windows s časovými okny	128	512,00

Tabulka 3.7: Porovnání výsledků

Z výše položené tabulky je patrné, že nejkratší vzdálenost celého problému má použitá firemní trasa, jelikož byl použit velký automobil, kterému stačila pouze jedna cesta. Při opomenutí firemní trasy byla nejkratší i přes nedosažení optimálního řešení trasa získaná pomocí MPL for Windows s řešitelem CPLEX. Metoda nejbližšího souseda nebyla i přes její jednoduchost a s 131 kilometry nejhorší. Při pohledu jen na vzdálenost byla nejhůře vyřešená trasa pro tento problém vkládací heuristická metoda, při níž výsledné trasy měřily 133,1 kilometrů. Pořadí jednotlivých tras se poupraví při pohledu na náklady na pohonné hmoty. V tomto srovnání vyšla nejlépe trasa získaná pomocí MPL s řešitelem CPLEX. Naopak nejkratší trasa skončila na posledním místě, právě z důvodu použití nákladního automobilu, který má

skoro dvakrát vyšší koeficient nákladů na pohonné hmoty. Proto jsou náklady na tuto trasu skoro dvakrát vyšší než u řešení z MPL. U ostatních cest bylo dosažení nákladů okolo 520 korun. Zajímavostí je, že optimální řešení rozvozní úlohy s časovými okny, ve které je omezení návštěvy zákazníka v pevně určený časový interval, bylo efektivnější než použité heuristické metody na klasické rozvozní úlohy.

K možnosti porovnání výsledných tras druhého dne je zapotřebí mít taktéž společnosti používanou trasu. Společnost v tento den použila dva nákladní automobily a jeden automobil dodávkového typu. Podoba všech tras dne s větším počtem zakázek byla následující:

1-11-14-31-27-30-25-15-3-24-26-28-10-6-19-16-36-1

1-35-39-12-18-17-13-29-5-4-37-22-9-20-7-34-1

1-23-40-21-33-2-8-32-38-1

s celkovou vzdáleností 268,3 kilometrů, z čehož 200 kilometrů tvořily dvě cesty nákladních automobilů a 68,3 kilometrů trasa dodávkového automobilu. Při použití koeficientu výpočtu pohonných hmot byla získána hodnota celkových nákladů 1773,5 Kč. V tabulce 3.8 jsou zobrazeny výsledky získané pro den s větším počtem zakázek, které budou následně porovnány.

Výsledná trasa	Délka trasy [km]	Náklady [Kč]
Firemní trasa	268,3	1773,50
MPL for Windows - DA	260,9	1043,00
Mpl for Windows - NA	172,05	1290,00
MPL for Windows - heterogenní park	237,8	1553,20
Vkládací metoda - heterogenní park (paralelní)	178,1	1236,70
Vkládací metoda - heterogenní park (seriový)	207,6	1416,30
Vkládací metoda - dělená dodávka (paralelní)	200,9	1155,00
Vkládací metoda - dělená dodávka (sériový)	221,6	1449,40

Tabulka 3.8: Porovnání výsledků

Z výše položené tabulky je patrné, že použitá firemní trasa je jak z pohledu vzdálenosti potřebných nákladů nejneefektivnější. Z výsledných tras je při srovnání vzdálenostního kritéria nejlepší trasa s délkou 172 kilometrů získaná pomocí MPL s řešitelem CPLEX při použití pouze nákladních automobilů. Druhá nejvýhodnější trasa byla vypočtena pomocí vkládací metody heterogenního parku při použití paralelního přístupu. Při porovnání výsledků mezi sériovým a paralelním přístupem vkládací heuristické metody je zřejmé, že efektivnější je použití paralelního přístupu. Jelikož je hned na začátku počítáno se všemi trasami, podává tato metoda lepší výsledné cesty.

Při analýze nákladů na pohonné hmoty je situace odlišná, i když i zde je na posledním místě firemní trasa. Nejlépe hodnocená cesta z hlediska nákladů je získána pomocí řešitele CPLEX za použití pouze automobilů dodávkového typu. I když je počet jednotlivých tras v tomto řešení nejvyšší, náklady na provoz tohoto typu automobilu jsou velmi příznivé. Obdobně při srovnání vzdáleností skončila na druhém místě vkládací metoda heterogenního

parku při použití paralelního přístupu. Z důvodu nedobrání se lepších výsledků skončilo na předposledním místě u obou kritérií řešení rozvozní úlohy s heterogenním parkem získané pomocí řešitele CPLEX.

Získané výsledky z obou uvažovaných dnů byly předány dané společnosti. Bylo jí doporučeno používat software MPL for Windows s řešitelem CPLEX, jelikož všechna řešení pomocí tohoto programu byla efektivnější při porovnání nákladů se stavajícími firemními trasami. Také bylo firmě doporučeno analyzovat její vozový park z důvodu velkých provozních nákladů na nákladní automobily. U obou dnů bylo dosaženo závěru, že je efektivnější použití dodávkového automobilu s výrazně nižšími náklady na provoz s případným zvýšením počtu projetých tras než nákladního automobilu s méně trasami, avšak s výrazně vyššími náklady. Společnosti byla předložena také rozvozní úloha s časovými okny i s jejím řešením s tím, že náklady na zapracování této metody do procesů nejsou nijak vysoké. Na druhou stranu použití časových oken by znamenalo nárůst spokojenosti zákazníků.

Závěr

V důsledku stoupajících tendencí obyvatelstva objednávat své zboží na internetu stoupá důležitost rozvozních aparátů. Proto byla práce zaměřena právě na tuto část obchodního procesu řešenou pomocí rozvozní úlohy a jejich modifikacemi, které se na problematiku specializují. Jelikož v dnešní době je těžké získat pro takto formulovaný problém data z reálného businessu, byla s vděkem přijata spolupráce s firmou Lahůdky Cajthaml s.r.o., která poskytla veškeré nutné podklady pro správné vyřešení daných úloh.

Nejprve byla řešená problematika představena v teoretické stránce, kde byla ukázána samotná rozvozní úloha a její modifikace s heterogenním parkem, dělenou dodávkou a časovými okny. Dále byly popsány heuristické algoritmy, které podávají analytikovi sice suboptimální řešení, nicméně jejich aplikace na problematiku je často snadná a ve srovnání s profesionálními optimalizačními programy nákladově výhodnější. V této části byl také představen modelovací program MPL for Windows s řešitelem CPLEX, který byl v práci použit k nalezení optimálního řešení a tabulkový program Microsoft Excel, ve kterém byla uložena všechna data a který při výpočtu spolupracoval s již zmíněným modelovacím programem.

Následovala část, ve které byla představena společnost Lahůdky Cajthaml s.r.o., jejíž data byla v práci použita. V tomto úseku byl čtenář také seznámen se všemi náležitostmi, které byly později využity v aplikační části. Byla zobrazena také legislativní stránka dané problematiky, která se orientuje na povinnosti profesionálních řidičů nákladních automobilů, jež společnost využívá. Hlavní náplň práce byla zaměřena na část analytickou, ve které byly modely, představené v teoretické části, nasazeny na data získaná od společnosti.

Jelikož byly od společnosti získána data ze dvou různých dnů lišících se v počtu zakázek, byl analytický segment rozdělen na dvě části zohledňující právě jednotlivé dny. První část byla zaměřena a řešila problematiku dne, kdy společnost obsluhovala pouze 14 zákazníků a tzn. byl pro společnost pracovně méně náročný. Vzhledem k počtu všech požadavků, který nedosahoval kapacity nákladního automobilu, byly na tento případ aplikovány pouze dodávkové automobily s menší kapacitou přesto, že společnost v daný den použila právě jen nákladní automobil. Nejprve byla úloha řešena pomocí softwaru MPL for Windows s řešitelem CPLEX, ve kterém bohužel nebylo dosaženo optimálního řešení. I z tohoto důvodu byly dále aplikovány heuristické algoritmy nejbližšího souseda a vkládací metoda. Na závěr tohoto segmentu byla na data použita rozvozní úloha s časovými okny. Je nutno dodat, že tuto službu daná společnost neposkytuje a do práce byla zařazena z důvodu možného rozšíření nabídky služeb pro zákazníky.

Poté byl analyzován den, na který měla společnost 39 objednávek od zákazníků a tudíž představoval pro společnost poměrně vytížený den. Opět jako u předchozí části byla úloha nejprve řešena pomocí modelovacího softwaru při použití jednotlivých typů automobilů. Dále byla v CPLEXu řešena rozvozní úloha s heterogenním parkem, která využívá oba typy dopravních prostředků. Bohužel ani jedno získané řešení daných úloh nebylo optimální. Proto

byla opět použita heuristická vkládací metoda, která byla řešena dvěma přístupy - sériovým a paralelním. Seriový přístup předpokládá výpočet pro jednu trasu v daný okamžik a paralelní přístup naopak počítá od začátku se všemi použitými trasami. Nakonec byla heuristická vkládací metoda s oběma přístupy použita i na výpočet řešení rozvozní úlohy s dělenou dodávkou.

Cílem práce bylo přiřadit jednotlivá místa do tras tak, aby byla minimalizována délka projeté trasy. Hlavní snahou bylo proto ukázat, že v práci použité metody jsou vhodné na aplikování na reálný případ a vedou ke zlepšení stávající situace ve společnosti. Ačkoliv bylo dosaženo přípustných řešení, která by mohla či nemusela být optimální, přesto byla výhodnější než firemní tras. Proto je možné tvrdit, že cíle práce byly naplněny. Je také důležité si uvědomit, že využití dosažených výsledků v praxi záleží na mnoha okolnostech. Nejdůležitějším faktorem je bez nadsázky osoba řidiče, který celý proces rozvozu provádí a záleží na něm kvalita i rychlost rozvozu. Další, v dnešní době často řešeným faktorem, je samotná situace v dopravě, která ovlivňuje každého člověka.

Všechna získaná řešení byla představena společnosti a nyní je na jejím zvážení, zda bude výsledky a připomínky akceptovat či nikoliv. Tato práce poskytla autorovi nový rozhled v teoretické a aplikační oblasti rozvozních úloh a také v reálném případě rozvozu objednávek. Za každým dovezeným výrobkem ke spokojenému zákazníkovi je totiž mnoho práce, kterou si mnozí neuvědomují.

Bibliografie

- [1] BALDACCI, Roberto, BATTARRA, Maria, VIGO, Daniele. Routing a Heterogeneous Fleet of Vehicles. In: *Operations Research/ Computer Science Interfaces Series* [online]. 2008, s. 3-27. DOI: 10.1007/978-0-387-77778-8_1.
- [2] CLARK, Geoff, WRIGHT, J.V. Scheduling of Vehicles From a Central Depot to a Number of Delivery Points. In: *Operations Research* [online]. 1964, s. 568-581. Dostupné z DOI: <https://doi.org/10.1287/opre.12.4.568>
- [3] DANTZIG, G. B., RAMSER J.H. The Truck Dispatching Problem. In: *Management Science*. Informs, 1959, s. 80-91.
- [4] DROR, Moshe, LAPORTE, Gilbert, TRUDEAU, Pierre. Vehicle routing with split deliveries In: *Discrete Applied Mathematics*. 1994, Vol. 50, s. 239-254. DOI: 10.1016/0166-218x(92)00172-i.
- [5] FÁBRY, J. Dynamické a rozvozní úlohy [online disertační práce]. Praha, 2006. dostupné z: <http://nb.vse.cz/fabry/disertace.pdf> [cit 29.3.2019].
- [6] FÁBRY, J. Okružní a rozvozní úlohy [Habilitační práce], Praha, 2014.
- [7] FÁBRY, J. Diskrétní modely [online prezentace]. Praha, 2016. dostupné z: <http://nb.vse.cz/fabry/4EK314-prezentace.pdf> [cit 2.4.2019].
- [8] GUROBI
dostupné z: <http://www.gurobi.com/downloads/gurobi-optimizer> [cit 30.4.2017].
- [9] HRUBÁ Kateřina. Režim práce a odpočinku u řidičů v silniční dopravě. 2014
dostupné z: <https://www.bozpinfo.cz/rezim-prace-odpocinku-u-ridicu-v-silnicni-doprave> [cit 7.4.2019].
- [10] CHRISTOFIDES, Nicos, MINGOZZI, Aristide, TOTH, Paolo. State-space relaxation procedures for the computation of bounds to routing problems . In: *Networks*, 1981, s. 145-164. Dostupné z DOI: <https://doi.org/10.1002/net.3230110207>
- [11] Internetové stránky společnosti Lahudky Cajthaml s.r.o.
dostupné z: <https://www.lahudkycajthaml.cz/> [cit 10.4.2019].
- [12] JABLONSKÝ J. Programy pro matematické modelování. Praha: Oeconomica, 2011. 258 s. ISBN 978-80-245-1810-7.
- [13] KALLEHAUGE, brian, LARSEN, Jesper, MADSEN, Oli B.G., SOLOMON, Marius M. Vehicle Routing Problem with Time Windows. In: *Column Generation*. 2005, s. 67-98. Dostupné z DOI: https://doi.org/10.1007/0-387-25486-2_3
- [14] LAHŮDKY CAJTHAML, s.r.o. Představení Lahůdky Cajthaml, s.r.o. - propagační materiál 2018.

- [15] MPL for Windows
dostupné z: <http://www.maximalsoftware.com/mpl/> [cit 7.5.2017].
- [16] Návod pro VBA v MS Excel
dostupné z: <https://docs.microsoft.com/en-us/office/vba/api/overview/excel>
- [17] PELIKÁN J. Diskrétní modely v operačním výzkumu. Praha: PROFESSIONAL PUBLISHING, 2001. 163 s. ISBN 80-86419-17-7.

Přílohy

A. Zdrojové kódy výpočetních procedur

MPL - klasická rozvozní úloha - menší počet zakázek

TITLE DP_14_200

OPTIONS

ExcelWorkBook="DP_final_14_100.xlsx";

INDEX i:=ExcelRange("místa");

j:=i;

DATA

n = count(i)-1;

c[i,j]:= ExcelRange("vzdalenost");

V := 100;

q[j]:= Excelrange("pozadavek");

BINARY VARIABLES

x[i,j] export to ExcelRange("vysledek");

INTEGER VARIABLES

u[i] export to ExcelRange ("poradi");

MODEL

MIN celkove_naklady export to ExcelRange("total") = sum(c*x) ;

SUBJECT TO

omezeni[i>=2]: sum(j:x[i,j]) = 1;

omezeni1[j>=2]: sum(i:x[i,j]) = 1;

tucker[i,j>=2]: u[i] + q[j] - V*(1-x[i,j]) <= u[i:=j];

omezeni3[i>=2]: u[i] <= V;

omezeni4: u[1] = 0;

END

MPL - časová okna

TITLE

cas_okna_100;

OPTIONS

ExcelWorkBook="DP_final_14_100_cas_okna.xlsx";

INDEX

i:=EXCELRange("mista");

j:=i;

DATA

c[i,j]:=ExcelRange("vzdalenost");

q[i]:=ExcelRange("pozadavek");

d = 4;

z[i,j]:=ExcelRange("cas");

a[i]:=ExcelRange("a");

b[i]:=ExcelRange("b");

V = 100;

BINARY VARIABLES

x[i,j] export to ExcelRange("vysledek");

INTEGER VARIABLES

u[i] export to ExcelRange ("poradi");

VARIABLES

t[i] export to ExcelRange("ti");

MODEL

MIN z export to ExcelRange("total")=sum(i,j: d*c[i,j]*x[i,j]);

SUBJECT TO

omezeni[i>=2]: sum(j:x[i,j]) = 1;

omezeni1[j>=2]: sum(i:x[i,j]) = 1;

tucker[i,j>=2]: u[i] + q[j] - V*(1-x[i,j]) <= u[i:=j];

omezeni3[i>=2]: u[i] <= V;

omezeni4: u[1] = 0;

tucker2[i,j>1]: t[i]+z[i,j]-10000*(1-x[i,j])<=t[i:=j];

t[1]=8;

cas[i]: a[i]<=t[i];

cas2[i]: t[i]<=b[i]; END

MPL - klasická rozvozní úloha - větší počet zakázek

TITLE DP_40_200

OPTIONS

ExcelWorkBook="DP_final_40_kapacita_200.xlsx";

INDEX

i:=ExcelRange("mista");

j:=i;

DATA

n = count(i)-1;

c[i,j]:= ExcelRange("vzdalenost");

V = 200;

q[j]:= Excelrange("pozadavek");

BINARY VARIABLES

x[i,j] export to ExcelRange("vysledek");

INTEGER VARIABLES

u[i] export to ExcelRange ("poradi");

MODEL

min celkove_naklady export to ExcelRange("total") = sum(c*x) ;

SUBJECT TO

omezeni[i>=2]: sum(j:x[i,j]) = 1;

omezeni1[j>=2]: sum(i:x[i,j]) = 1;

tucker[i,j>=2]: u[i] + q[j] - V*(1-x[i,j]) <= u[i:=j];

omezeni3[i>=2]: u[i] <= V;

omezeni4: u[1] = 0;

END

MPL - Heterogenní park

TITLE heterogenni_park

OPTIONS

ExcelWorkBook="DP_final_heterogenni_park.xlsx";

INDEX

i:=ExcelRange("mista");

j:=i;

k:= ExcelRange("vozidla");

DATA

p[k] := ExcelRange("pk");

d[k] := ExcelRange("d_k");

v[k] := ExcelRange("vk");

v_max := ExcelRange("v_max");

SPARSE DATA

c[i,j] := ExcelRange("vzdalenost");

q[j] := ExcelRange("pozadavek");

BINARY VARIABLES

x[k,i,j] export to ExcelRange ("vysledek");

INTEGER VARIABLES

u[i] export to ExcelRange ("poradi");

MODEL

min celkove_naklady export to ExcelRange("total") = sum(k,i,j: c[i,j]*x[k,i,j]);

SUBJECT TO

omezeni1[i>=2]: sum(k,j:x[k,i,j]) = 1;

omezeni[j,k]: sum(i:x[k,i,j]) = sum(i:x[k,i:=j,j:=i]);

omezeni5[k]: sum(j>=2:x[k,i:=1,j]) <=p[k];

tucker[i,j>=2,k]: u[i] + q[j] - v_max*(1-x[k,i,j]) <= u[i:=j];

omezeni3[i]: sum(j,k:x[k,i,j]*v[k]) >= u[i];

omezeni4: u[1] = 0;

END