VYSOKÁ ŠKOLA EKONOMICKÁ V PRAZE

Fakulta financí a účetnictví

Katedra bankovnictví a pojišťovnictví

DIPLOMOVÁ PRÁCE

2020

Bc. Adam Šindel

VYSOKÁ ŠKOLA EKONOMICKÁ V PRAZE

Fakulta financí a účetnictví

Katedra bankovnictví a pojišťovnictví

Studijní obor: Finanční inženýrství

Durace a konvexita portfolia dluhopisů

Autor diplomové práce: Bc. Adam Šindel

Vedoucí diplomové práce: doc. RNDr. Jarmila Radová, Ph.D.

Rok obhajoby: 2020

Čestné prohlášení:

Prohlašuji, že jsem diplomovou práci na téma „Durace a konvexita portfolia dluhopisů“ vypracoval samostatně a veškerou použitou literaturu a další prameny jsem řádně označil a uvedl v přiloženém seznamu.

V Praze dne

Podpis

Abstrakt

Cílem této diplomové práce je charakterizovat specifika týkající se investování do dluhových cenných papírů, především pak poukázat na rizika spojená s dílčími investicemi do jednotlivých dluhopisů a vyjádření citlivosti na změny úrovně výnosové křivky v podobě durace a konvexity dílčích instrumentů, jež mohou být následně využity pro sestavení dluhopisového portfolia, resistentního vůči těmto změnám. Zároveň se také pokouší definovat podstatné charakteristiky, se kterými se dluhopisový investor může setkat při rozhodování o struktuře dluhopisového portfolia a délce uvažovaného investičního horizontu. Práce je rozdělena do dvou hlavních rovin. V teoretické části jsou definovány podstatné náležitosti, pojící se s investováním do dluhopisů. Jsou zde vymezeny obecné náležitosti dluhopisů, dílčí rizika, jimž dluhopisoví investoři čelí, způsoby vyjádření výnosů z dluhopisů, a především pak definován koncept durace a konvexity dílčích instrumentů, jež vychází z definice Taylorova polynomu, a představuje aproximativní míry pro odhad změn cen dluhopisů v závislosti na změnách úrovně výnosové křivky a jejich využití při tvorbě imunizovaného dluhopisového portfolia. Teoretický koncept imunizace portfolia je následně rozveden v praktické části práce, kde je s využitím dat dostupných z Bloomberg databáze a výpočetního software Microsoft Excel sestaveno imunizované dluhopisové portfolio, odolné vůči změnám úrovně výnosové křivky.

Klíčová slova: dluhopis, riziko, durace, konvexita, výnosnost, výnosová křivka, výnos do splatnosti, Taylorův polynom, dluhopisové portfolio, imunizace.

Abstract

This thesis aims to specify all the necessities regarding bond investments, especially to highlight each individual risk connected with specific bond types and formulation of bond price sensitivity to the changes of yield curve levels known as duration and convexity. These measures can be applied during bond portfolio creation process so that immune portfolio regarding yield change sensitivity can be created. The thesis also tries to define all the essential characteristics that bond portfolio investors face when deciding about bond portfolio structure and the duration of the investment horizon. The thesis consists of two levels. Theoretical part aims to define all the

essentials that bonds carry and risks that bond portfolio investors face, the types of bond portfolio yield measures, duration and convexity terms which are derived from Taylor series and represent approximative measures used for bond price changes estimation when changes of the yield curve occur and can be also used during bond portfolio immunization process. Theoretical concept of immunization is then put into the practice when real-world historical data accessible from Bloomberg database together with help of MS Excel software are used in order to create immunized bond portfolio immune from the changes of the yield curve.

Key words: bond, risk, duration, convexity, yield, yield curve, YTM, Taylor series, bond portfolio, immunization.

Obsah

Úvod ..... **- 1 -**

1 Charakteristika dluhopisů ..... **- 3 -**

1.1 Definice dluhopisu ..... *- 3 -*

1.2 Náležitosti dluhopisu ..... *- 4 -*

1.3 Dělení dluhopisů ..... *- 4 -*

1.3.1 Dle podoby dluhopisu ..... - 5 -

1.3.2 Dle formy dluhopisu ..... - 6 -

1.3.3 Dle doby do splatnosti ..... - 7 -

1.3.4 Dle doby životnosti dluhopisu ..... - 7 -

1.3.5 Dle způsobu nabídky emise ..... - 8 -

1.3.6 Dle emitenta dluhopisu ..... - 8 -

1.3.7 Zvláštní kategorie dluhopisů ..... - 9 -

1.3.8 Dle typu výnosu ..... - 11 -

2 Výnosnost dluhopisů ..... **- 13 -**

2.1 Úročení ..... *- 13 -*

2.1.1 Jednoduché úročení ..... - 13 -

2.1.2 Složené úročení ..... - 14 -

2.1.3 Smíšené úročení ..... - 15 -

2.1.4 Spojité úročení ..... - 16 -

2.2 Denní konvence ..... *- 16 -*

2.3 Výnosnost dluhopisu ..... *- 18 -*

2.3.1 Cena dluhopisu ..... - 18 -

2.3.2 Kuponová výnosnost ..... - 20 -

2.3.3 Běžná výnosnost ..... - 20 -

2.3.4 Výnos do splatnosti ..... - 21 -

2.3.5 Rendita ..... - 24 -

2.3.6 U.S. Street Convention ..... - 25 -

2.3.7 U.S. Treasury Convention ..... - 25 -

2.3.8 Braeß/Fangmeyer a Moosmüller Yield ..... - 26 -

2.3.9 Japanese Simple Yield ..... - 26 -

3 Rizika ..... **- 28 -**

3.1 Rating ..... *- 28 -*

3.2 Tržní riziko ..... *- 32 -*

3.3 Reinvestiční riziko ..... *- 33 -*

3.4 Inflační riziko ..... *- 33 -*
3.5 Měnové riziko ..... *- 33 -*
3.6 Kreditní riziko ..... *- 34 -*
3.7 Riziko likvidity ..... *- 35 -*
3.8 Riziko svolatelnosti ..... *- 35 -*
4 Oceňování dluhopisů ..... - 37 -
4.1 Výnosová křivka ..... *- 39 -*
4.1.1 Odvození výnosové křivky – bezkuponové dluhopisy ..... - 40 -
4.1.2 Odvození výnosové křivky – bootstrapping ..... - 41 -
4.1.3 Lineární interpolace ..... - 42 -
4.2 Oceňování bezkuponového dluhopisu ..... *- 43 -*
4.3 Oceňování dluhopisu s pevnou kuponovou sazbou ..... *- 44 -*
4.3.1 Pomocí běžných úrokových sazeb ..... - 44 -
4.3.2 Pomocí IRS (Interest rate swap) ..... - 45 -
4.3.3 Pomocí binomického stromu ..... - 45 -
4.4 Oceňování dluhopisu s pohyblivou kuponovou sazbou ..... *- 48 -*
4.4.1 Oceňování dluhopisu dle ratingového hodnocení ..... - 49 -
5 Durace a konvexita ..... - 50 -
5.1 Taylorův polynom ..... *- 50 -*
5.2 Durace dluhopisu ..... *- 51 -*
5.2.1 Macaulayova durace ..... - 51 -
5.2.2 Modifikovaná durace ..... - 53 -
5.2.3 Dolarová durace ..... - 54 -
5.2.4 Cena bazického bodu ..... - 54 -
5.2.5 Durace druhé generace ..... - 55 -
5.2.6 Vlastnosti durace ..... - 55 -
5.3 Konvexita ..... *- 60 -*
5.3.1 Dolarová konvexita ..... - 62 -
5.3.2 Vlastnosti konvexity ..... - 63 -
6 Portfolio dluhopisů ..... - 64 -
6.1 Výnos do splatnosti portfolia ..... *- 65 -*
6.2 Durace portfolia ..... *- 66 -*
6.3 Konvexita portfolia ..... *- 67 -*
6.4 Imunizace portfolia ..... *- 69 -*
6.4.1 Statická a dynamická imunizace portfolia ..... - 70 -
6.4.2 Tvorba dluhopisového portfolia ..... - 71 -

7 Imunizace portfolia – reálná data ..... - 77 -

7.1 Výběr dluhopisů ..... - 77 -

7.2 Statická imunizace portfolia ..... - 80 -

7.3 Dynamická imunizace portfolia ..... - 81 -

7.4 Porovnání dílčích investičních strategií ..... - 83 -

8 Závěr ..... - 89 -

9 Zdroje ..... - 91 -

10 Seznam tabulek a obrázků ..... - 95 -

Úvod

Společně s akciemi, měly, mají a budou mít dluhopisy bezpochyby své místo v postavení na domácím i světovém trhu kapitálu, který zajišťuje financování jak státního, tak i soukromého sektoru. Dluhopisy byly a jsou obecně vnímány veřejností jako alternativní aktivum k akciím, jež mohou investoři umisťovat do svých portfolií a realizovat z nich dodatečný výnos při určité míře podstoupeného rizika. To představuje klíčový faktor při rozhodování o skladbě investičních portfolií a ve spojení s vývojem hospodářské situace umožňuje poukázat na vzorce chování investorů lišící se v období konjunktury a recese. Zatímco v dobách prosperity ekonomiky s pozitivními očekáváními ohledně budoucnosti jsou to právě akciové trhy, které se těší největšímu zájmu investorů, dluhopisové trhy nabývají na významu v dobách nejistoty, kdy investoři vyhledávají „bezpečná uložiště“ pro své finanční prostředky. Tento fenomén souvisí s úrovní úrokové míry v ekonomice, která má na cenu dluhopisů negativní efekt, a rostoucí úroveň této veličiny tak stlačuje cenu dluhopisů dolů. Právě v dobách recese je stát tím činitelem, který usiluje o zlom negativního vývoje ekonomiky a snaží se motivovat subjekty snižováním úrokových sazeb, které by mohly zvýšit úroveň ekonomické aktivity. Právě očekávané nižší hodnoty úrokových měr předpovídají růst cen dluhopisů, a zvyšují tak atraktivitu pro potenciální investory. I když by se mohlo na první pohled zdát, že jsou dluhopisy ve své podstatě bezrizikovým aktivem, opak je pravdou. Stejně tak, jako banky čelí riziku nesplacení zapůjčené částky dlužníkem, i zde investor nemůže očekávat stoprocentní návratnost poskytnuté jistiny. Toto lze do jisté míry snížit investováním do tzv. bezrizikových státních dluhopisů, u nichž je tento jev teoreticky eliminován. Zmíněná „bezrizikovost“ však nezohledňuje další proměnné, ovlivňující ceny státních a dalších dluhopisů, kterými mohou být změny úrovně výnosové křivky, změny měnového kurzu, inflační očekávání a další faktory. A právě změna úrovně výnosové křivky, označovaná jako úrokové riziko, implikuje změny cen jednotlivých dluhopisů, což představuje hlavní oblast zájmu této diplomové práce, jejímž cílem je definice pojmů durace a konvexita dluhopisů s následnou aplikací na dluhopisové portfolio.

Mým úkolem bude nejprve teoretické vymezení dluhopisů samotných, jež vychází ze zákonné úpravy, definující všechny podstatné náležitosti, spojené s těmito cennými papíry. Budou definovány základní pojmy finanční matematiky, které nacházejí uplatnění při práci s dluhopisy,

a bez kterých není prakticky možná orientace na dluhopisovém trhu, vymezena výnosnost dluhopisů a jednotlivé přístupy k ní, rizika spojená s investováním do tohoto typu cenného papíru a přístupy k samotnému ocenění dluhopisů. Jakmile budou vymezeny všechny formální a věcné náležitosti týkající se dluhopisů a obchodování s nimi, bude možno přistoupit k zavedení pojmu durace a konvexita dluhopisů, vycházejících z Taylorova polynomu a představující aproximativní míry citlivosti ceny dluhopisů v závislosti na změny úrovně výnosové křivky, jež mohou být využity pro praktickou eliminaci úrokového rizika při vhodně zvolené struktuře dluhopisového portfolia.

V praktické části se s využitím durace pokusím o sestavení imunizovaného dluhopisového portfolia na základě reálných historických dat dostupných z Bloomberg databáze. K tomu poslouží americké státní dluhopisy, jež jsou kotovány pro značné množství maturit a nepředstavují z hlediska úvěrového rizika žádnou hrozbu pro potenciální investory, kterou by bylo nutné zohlednit v rizikové prémii navyšující požadovaný výnos do splatnosti. Zároveň se pokusím o srovnání imunizačních přístupů s investicemi do dílčích dluhopisů, zahrnutých do uvažovaného portfolia.

1 Charakteristika dluhopisů

1.1 Definice dluhopisu

„Dluhopis je cenný papír nebo zaknihovaný cenný papír, s nímž je spojeno právo na splacení určité dlužné částky odpovídající jmenovité hodnotě jeho emitentem, a to najednou nebo postupně k určitému okamžiku, a popřípadě i další práva plynoucí ze zákona nebo z emisních podmínek dluhopisu.“[1]

Abychom mohli s pojmem dluhopis dále pracovat, je potřeba primárně vymezit definici samotnou. Ta vychází ze zákonné úpravy tohoto typu cenného papíru, konkrétně právního předpisu č. 307/2018 Sb., který za dobu své platnosti prošel několika novelizacemi, naposledy v roce 2018. Jak je řečeno výše, jedná se o cenný papír představující závazek emitenta, v tomto případě dlužníka, splatit dlužnou částku a k ní případně náležící další částky, které vychází z typu konkrétního dluhopisu. Emitent cenného papíru vystupuje v tomto vztahu jako dlužník, jehož povinností je dostát závazkům, které mu vznikají v důsledku upsání dluhového cenného papíru. Věřiteli naopak vzniká nabytím dluhopisu právo na plnění ze strany dlužníka v předem daných časových intervalech, které jsou uvedeny ve specifikaci příslušné emise.

Dluhopis, na rozdíl od akcií a dalších majetkových cenných papírů, nepředstavuje nárok na majetkový podíl emitenta příslušného cenného papíru. Jedná se pouze o formu půjčky emitentovi cenného papíru, který nabízí za takto poskytnuté prostředky majiteli cenného papíru odměnu v podobě průběžně vyplácených kuponů, případně rozdílu oproti původně investované částce, uvažujeme-li bezkuponový dluhopis. Nespornou výhodu investovaní do dluhopisových cenných papírů oproti akciovému investovaní představuje přednostní vypořádání věřitelů ve srovnání s akcionáři daného emitenta.[2]

[1] Zákon č. 307/2018 Sb., o dluhopisech. In: *Sbírka zákonů*. 4. 12. 2018. § 2. ISSN 1211-1244.

[2] Zákon č. 89/2012 Sb., občanský zákoník. In: *Sbírka zákonů*. 22. 3. 2012. § 198. ISSN 1801-8688

1.2 Náležitosti dluhopisu

Každý dluhopis musí splňovat náležitosti dané zákonem, abychom jej mohli považovat za příslušný typ cenného papíru. Těmi jsou následující:[3]

1) Označení „dluhopis“, s výjimkou krytých dluhopisů, státních pokladničních poukázek a poukázek České národní banky. Vymezení těchto bude uvedeno níže
2) Specifikace druhu příslušného dluhopisu
3) Údaje sloužící k identifikaci emitenta dluhopisu
4) Jmenovitá hodnota dluhopisu představující výši závazku emitenta vůči dlužníkovi
5) Kuponový výnos dluhopisu, případně informaci, že se jedná o tzv. bezkuponový dluhopis, jehož výnos je dán rozdílem mezi emisní a jmenovitou hodnotou, a nevyplácí tak v průběhu doby životnosti žádné kuponové platby
6) Datum splatnosti dluhopisu, podle kterého určíme, o jaký typ dluhopisu se jedná z hlediska doby investice pro konkrétního věřitele
7) Jméno vlastníka, podpis emitenta a číselné označení dluhopisu (ISIN[4]), které představuje jednoznačný identifikátor příslušné emise. V případě zaknihovaných dluhopisů, které fakticky nemají fyzickou podobu, musí být tyto údaje zjistitelné z Centrálního registru cenných papírů, který vede příslušnou evidenci
8) Datum, kdy proběhla emise dluhopisu

1.3 Dělení dluhopisů

V závislosti na podobě a dalších podstatných náležitostech lze dluhopisy dělit hned do několika kategorií, které budou podrobněji specifikovány v následujících odstavcích této práce.

---

[3] Zákon č. 307/2018 Sb., o dluhopisech. In: *Sbírka zákonů*. 4. 12. 2018. § 6. ISSN 1211-1244

[4] ISIN – International Securities Identification Number

1.3.1 Dle podoby dluhopisu

Základním kritériem pro členění dluhopisů je jejich podoba, podle níž rozlišujeme dluhopisy dvojího, resp. trojího typu. Zákon specifikuje dluhopisy listinné, mající fyzickou podobu, a dluhopisy zaknihované, jež jsou vedeny v specifickém registru pro tuto činnost určeném a fyzické podoby nenabývající. Mezistupeň mezi těmito dvěma formami představují dluhopisy imobilizované, které měly původně podobu listinných dluhopisů, ale jak již z názvu vyplývá, byly uloženy v centrálním depozitáři a jsou následně vedeny v zaknihované podobě, přičemž se řídí pravidly pro nakládání se zaknihovanými dluhopisy.

1) Listinné dluhopisy – jedná se o typ dluhopisu, který nemá podobu zaknihovaného ani imobilizovaného cenného papíru. Identifikace majitele příslušného dluhopisu je uvedena na rubové straně dokumentu, přičemž změnu majitele lze provést pouhým uvedením této skutečnosti na dluhopisovém archu tzv. rubopisem.[5] Tento typ dluhopisu je obvykle spojen s emisemi o nižších nominálních hodnotách, které jsou primárně určeny menšímu počtu zájemců a vydání listinné podoby pro jednotlivé investory tudíž nepředstavuje pro emitenta tak významnou administrativní zátěž. Podskupinu listinných dluhopisů tvoří dluhopisy na doručitele a na jméno. Odlišnost těchto dvou typů dluhopisů je dána způsobem jejich převoditelnosti. Zatímco majitele dluhopisu na doručitele lze změnit pouhým předáním dluhopisu, dluhopis na jméno je převoditelný tzv. rubopisem, který stvrzuje nabytí vlastnictví tohoto dluhopisu.[6]
2) Zaknihované dluhopisy – nemají fyzickou podobu, jak je tomu u dluhopisů listinných. Představují záznam v příslušném, k tomu určeném, registru. Veškeré informace o majitelích a další náležitosti jsou v České republice evidovány v Centrálním depozitáři cenných papírů. Obecně lze říct, že tuto formu emise dluhopisů je vhodné volit v případě

[5] Zákon č. 307/2018 Sb., o dluhopisech. In: *Sbírka zákonů*. 4. 12. 2018. § 2. ISSN 1211-1244.

[6] DĚDIČ, J. – et. al. *Akciové společnosti*. 6. přepracované vydání. Praha: C. H. Beck, 2007, s. 155-156. ISBN 978-80-7179-587-2

emisí o vyšších nominálních objemech, což značně snižuje administrativní náklady spojené s obvykle vysokým počtem vlastníků takového typu dluhopisu.[7]

Neexistuje však obecně platné pravidlo, které by určovalo dluhopisovou podobu v návaznosti na velikost emise. Existují i příklady, kdy emitent volí listinnou podobu dluhopisu při vysokém objemu emise. Dluhopisy mohou mít mimo jiné pro věřitele atraktivní listinnou podobu, což může zvyšovat atraktivitu pro některé klienty, kteří preferují jistou fyzickou formu majetku před elektronickým záznamem v depozitáři.

1.3.2 Dle formy dluhopisu

Dle nového občanského zákoníku rozlišujeme tři základní formy dluhopisů, a to dluhopisy na jméno, na doručitele a na řad,[8] přičemž odlišnosti mezi těmito typy dluhopisů lze spatřovat především v jejich převoditelnosti.

1) Dluhopis na jméno – obsahující jednoznačnou identifikaci majitele příslušného dluhopisu, přičemž vlastnické právo lze převést na základě smlouvy[9]
2) Dluhopis na řad – stejně jako v případě dluhopisu na jméno i tato forma obsahuje identifikační údaje oprávněné osoby. Převod dluhopisu na řad se provádí rubopisem na dluhopisovém archu, čímž je jasně určen aktuální majitel dluhopisu
3) Dluhopis na doručitele – tato dluhopisová forma neobsahuje jméno oprávněné osoby.[10] Převoditelnost je umožněna a dána pouhým předáním dluhopisu

---

[7] BUJŇÁKOVÁ, M. *Důvodová zpráva k návrhu zákona, kterým se mění zákon č. 190/2004 Sb., o dluhopisech, ve znění pozdějších předpisů, a zákon č. 256/2004 Sb., o podnikání na kapitálovém trhu, ve znění pozdějších předpisů.* [online]. [cit. 2019-05-20]. Dostupné z: https://www.mfcr.cz/assets/cs/media/Duvodova-zprava_2011-06-03_Duvodova-zprava-k-navrhu-zakona-o-dluhopisech.pdf

[8] Zákon č. 89/2012 Sb., občanský zákoník. In: *Sbírka zákonů*. 22. 3. 2012. § 518. ISSN 1801-8688

[9] Zákon č. 89/2012 Sb., občanský zákoník. In: *Sbírka zákonů*. 22. 3. 2012. § 1013. ISSN 1801-8688

[10] Zákon č. 89/2012 Sb., občanský zákoník. In: *Sbírka zákonů*. 22. 3. 2012. § 518. ISSN 1801-8688

1.3.3 Dle doby do splatnosti

Podle tohoto kritéria rozlišujeme čtyři základní typy, a to dluhopisy krátkodobé, střednědobé, dlouhodobé a věčné, lišící se pouze v délce intervalu mezi současností a dnem splatnosti konkrétního dluhopisu.

1) Krátkodobý dluhopis – doba splatnosti těchto dluhopisů variuje v intervalu 1-12 měsíců
2) Střednědobý dluhopis – doba do splatnosti je v intervalu 1 až 10 let
3) Dlouhodobý dluhopis – doba do splatnosti těchto dluhopisů přesahuje délku 10 let
4) Věčný dluhopis (konzola, perpetuitní dluhopis) – tento typ dluhopisu nemá stanovenu dobu do splatnosti,[11] přičemž poskytuje takzvanou věčnou rentu v podobě nekonečných kuponových plateb. Vzhledem k neexistenci doby splatnosti, a tudíž i vrácení jmenovité hodnoty dluhopisu investorovi, představuje jedinou možnost zpětného získání původně investované částky prodej za aktuální tržní cenu, které se může od nominální hodnoty dluhopisu značně lišit.

1.3.4 Dle doby životnosti dluhopisu

Životnost dluhopisu představuje interval mezi dobou emise dluhopisu a dobou splatnosti. Na rozdíl od proměnné charakterizované jako doba do splatnosti, se tak jedná o fixní parametr dílčí emise. V průběhu životnosti dluhopisu lze v návaznosti na časový interval uplynulý od data emise rozlišovat mezi „on the run“ a „off the run“ dluhopisy. První uvedený představuje relativně nedávno emitovaný instrument, aktivně obchodový na primárních trzích. Jako opositum k tomu existují „off the run“, jejichž likvidita je v porovnání s prvním uvedeným typem dluhopisů relativně nižší, a teoreticky by tak měly poskytovat vyšší úroveň výnosu, zvýšenou o prémii za likviditu, neboť jak bude uvedeno v následujících částech práce, právě likvidita představuje jeden z typů rizika, kterému dluhopisoví investoři čelí.

---

[11] RADOVÁ, J. – DVOŘÁK, P. – MÁLEK, J. Dluhopisy. In: *Finanční matematika pro každého*. 7. aktualizované vydání. Praha: Grada Publishing, 2011, s. 202. ISBN 978-80-247-3291-6

1.3.5 Dle způsobu nabídky emise

Dluhopisy můžeme dále dělit podle toho, jakým způsobem jsou nabízeny potenciálním věřitelům (investorům). Zde rozlišujeme dva základní distribuční modely, a to soukromé emise dluhopisů a veřejné emise.

1) Soukromá emise dluhopisů – takto emitované dluhopisy nelze nabízet široké veřejnosti, nýbrž limitovanému počtu investorů, který je omezen číslem 149.[12]
2) Veřejná emise dluhopisů – představuje typ emise dluhopisů, při které je o záměru veřejně emitovat dluhové cenné papíry informován širší okruh osob, včetně současného zveřejnění informací, specifikujících příslušné cenné papíry a podmínky jejich nabytí. Takto emitované dluhopisy mohou být dvojího typu v závislosti na celkové výši emise. Pokud emise příslušného dluhopisu nepřesáhne výši 1 mil. eur (nebo ekvivalentní částku v českých korunách), pak lze emisi nabízet neomezeně. Pokud naopak objem emise příslušného dluhopisu přesáhne tuto hranici, pak je nutno kromě samotné emise uveřejnit také prospekt cenného papíru. Jedná se o oficiální dokument vydaný emitentem daného cenného papíru a schválený Českou národní bankou, obsahující náležitosti týkající se emitenta příslušného papíru, bez kterého nelze emisi o příslušném objemu veřejně nabízet.[13]

1.3.6 Dle emitenta dluhopisu

V závislosti na typu emitenta dluhového cenného papíru rozlišujeme čtyři základní druhy dluhopisů, a to korporátní dluhopisy, státní dluhopisy, dluhopisy vydávané Českou národní bankou a komunální dluhopisy.

1) Korporátní dluhopisy – novelizace zákona o dluhopisech umožnila široký rozmach vydávání korporátních dluhopisů, vzhledem k absenci původně nutného schválení emisních podmínek Českou národní bankou. Možnost emitovat dluhopisy tak mají téměř

---

[12] Zákon č. 256/2004 Sb., o podnikání na kapitálovém trhu. In: *Sbírka zákonů*. 14. 4. 2004. § 35. ISSN 1801-8688

[13] Zákon č. 256/2004 Sb., o podnikání na kapitálovém trhu. In: *Sbírka zákonů*. 14. 4. 2004. § 34. ISSN 1801-8688

všechny obchodní společnosti, které působí na území České republiky. Jak již bylo uvedeno v předchozím textu, není navíc podmínkou u některých typů dluhopisů uveřejnit prospekt cenného papíru, čímž však dochází ke snížení transparentnosti některých investic pro investory.

2) Státní dluhopisy – představují kategorii dluhopisů, jež jsou vydávány Českou republikou podle příslušného právního předpisu, jakož i dluhopisy jiných států, které vydává Česká republika dle právních ustanovení těchto států. Obdobně jsou státními dluhopisy nazývány také ty emise, které vydává Česká republika v zahraničních zemích. Tyto dluhopisy jsou vydávány prostřednictvím jednotlivých ministerstev k tomu příslušných. V případě dluhopisů vydávaných Českou republikou, jejichž splatnost není vyšší než 1 rok, hovoříme o tzv. státních pokladničních poukázkách.[14]
3) Dluhopisy vydávané Českou národní bankou – na rozdíl od státních dluhopisů, jejichž emitentem je Česká republika jako taková, představují tyto dluhopisy emise, jež jsou vydávány prostřednictvím České národní banky, jejímž primárním úkolem v rámci České republiky je péče o cenovou stabilitu. Stejně jako v případě státních dluhopisů i zde nesou dluhopisy emitované s dobou splatnosti do jednoho roku specifické označení, konkrétně zde hovoříme o tzv. poukázkách České národní banky.[15]
4) Komunální dluhopisy – jedná se o typ dluhopisu, jehož vydaní je plně v režii územního samosprávného celku. Emise takovýchto dluhopisů je však podmíněna schválením ministerstva, které sleduje především ekonomickou situaci příslušného územního celku, jakož i účel vydání těchto dluhopisů. Doba splatnosti takto emitovaných dluhopisů nesmí přesáhnout lhůtu 15 let.[16]

1.3.7 Zvláštní kategorie dluhopisů

1) Kryté dluhopisy – jedná se o zajištěný typ dluhových cenných papírů, které jsou kryty podkladovými aktivy, sloužícími jako záruka pro investory těchto cenných papírů, že jim

[14] Zákon č. 307/2018 Sb., o dluhopisech. In: *Sbírka zákonů*. 4. 12. 2018. § 35. ISSN 1211-1244

[15] Zákon č. 307/2018 Sb., o dluhopisech. In: *Sbírka zákonů*. 4. 12. 2018. § 26. ISSN 1211-1244

[16] Zákon č. 307/2018 Sb., o dluhopisech. In: *Sbírka zákonů*. 4. 12. 2018. § 27. ISSN 1211-1244

bude jejich pohledávka vůči emitentovi cenného papíru splacena. Podle typu krycího aktiva rozlišujeme a řadíme mezi kryté dluhopisy hypoteční zástavní listy, veřejnoprávní zástavní listy a smíšené zástavní listy.[17] Vzhledem k charakteru představuje tento typ zajištěné investice menší riziko pro majitele, a v důsledku toho vyšší rating v porovnání s nezajištěným dluhopisem.

2) Vyměnitelné dluhopisy – jedná se o typ dluhopisu s tzv. vnořenou opcí, podle které má majitel dluhopisu právo, nikoli však povinnost, vyměnit příslušný dluhopis za jiné dluhopisy, případně akcie téhož emitenta, který emitoval původní dluhopis. Jedná se o hybridní formu cenného papíru, která v sobě obsahuje jak prvky dluhopisu samotného, tak i možnost vlastnit akcie příslušného emitenta. Podstatnou náležitostí daného typu dluhopisu je konverzní poměr, který udává směnný poměr mezi původním dluhopisem a novými akciemi, případně dluhopisy.[18]
3) Prioritní dluhopisy – stejně tak, jako je tomu u ostatních typů dluhopisů, i tento v sobě zahrnuje právo na splacení dlužné částky v době splatnosti a vyplácení kuponů v průběhu jeho životnosti, nejedná-li se o bezkuponový (diskontovaný) dluhopis. Navíc však v sobě obsahuje i právo na přednostní úpis akcií emitenta v případě, pokud k takové emisi v průběhu životnosti dluhopisu dochází.[19]
4) Podřízené dluhopisy – dluhopis nesoucí podle zákona toto označení představuje takový typ dluhového cenného papíru, jehož věřitel je uspokojen v případě vstupu emitenta do likvidace, úpadku emitenta a případně dalších událostí, až po uspokojení ostatních nepodřízených pohledávek, které mají vůči tomuto emitentovi ostatní věřitelé. S tímto typem dluhopisu je logicky spojeno vyšší riziko výplaty, což odpovídá vyššímu výnosu v porovnání se stejným dluhopisem, který by neměl statut podřízenosti.[20]
5) Sběrné dluhopisy – představují listinný dluhopis tvořený dílčími dluhopisy z příslušné emise. Majiteli takového typu dluhopisu nevzniká nárok na dílčí dluhopisy nýbrž pouze na

---

[17] Zákon č. 307/2018 Sb., o dluhopisech. In: *Sbírka zákonů*. 4. 12. 2018. § 28. ISSN 1211-1244

[18] Zákon č. 307/2018 Sb., o dluhopisech. In: *Sbírka zákonů*. 4. 12. 2018. § 33. ISSN 1211-1244

[19] Zákon č. 307/2018 Sb., o dluhopisech. In: *Sbírka zákonů*. 4. 12. 2018. § 33. ISSN 1211-1244

[20] Zákon č. 307/2018 Sb., o dluhopisech. In: *Sbírka zákonů*. 4. 12. 2018. § 34. ISSN 1211-1244

odpovídající podíl v rámci příslušného sběrného dluhopisu. Jedná se tak o formu spoluvlastnictví.[21]

6) Vypověditelné dluhopisy – umožňují emitentovi dluhopisu předčasné splacení po uplynutí předem stanovené ochranné lhůty, během které příslušný dluhopis nelze svolat. Vypověditelné dluhopisy obvykle poskytují vyšší kuponové platby v důsledku kompenzace rizika pro jejich držitele, které jsou pro tento typ dluhopisů typické. Vyplacená částka při realizaci výpovědi dluhopisu obvykle převyšuje výši nominální hodnoty dluhopisu.[22] Je tedy na uvážení emitenta, zda je pokles úrokových měr tak výrazný, aby mu kompenzoval všechny tyto náklady spojené s emisí a předčasným splacením dluhopisu a přistoupil k vypovězení dluhopisů jednotlivým věřitelům.

1.3.8 Dle typu výnosu

Dle tohoto kritéria rozlišujeme čtyři základní typy dluhopisů, kterými jsou dluhopisy s pevnou kuponovou sazbou, dluhopisy s pohyblivou kuponovou sazbou, bezkuponové dluhopisy a indexované dluhopisy.

1) Dluhopis s pevnou kuponovou sazbou – jedná se o dluhopis, který v průběhu životnosti poskytuje věřiteli pravidelné úrokové platby v pevně dané výši,[23] vycházející z kuponové sazby příslušného dluhopisu a jeho jmenovité hodnoty. V situaci, kdy investor zvažuje nákup tohoto typu dluhopisu s cílem držet jej do doby splatnosti, může porovnávat jednotlivé investice na základě výnosu do splatnosti, který lze v tomto případě určit, pokud máme k dispozici údaje o cenách, kuponových sazbách a době do splatnosti jednotlivých dluhopisů.
2) Dluhopis s pohyblivou kuponovou sazbou – stejně, jako v případě dluhopisu s pevnou kuponovou sazbou, i tento dluhopis poskytuje pravidelné úrokové platby. Rozdíl však

---

[21] Zákon č. 307/2018 Sb., o dluhopisech. In: *Sbírka zákonů*. 4. 12. 2018. § 35. ISSN 1211-1244

[22] CIPRA, T. Princip dluhopisů. In: *Matematika cenných papírů.* 1. vydání. Praha: Professional Publishing, 2013. s. 11. ISBN 978-80-7431-079-9

[23] RADOVÁ, J. – DVOŘÁK, P. – MÁLEK, J. Dluhopisy. In: *Finanční matematika pro každého*. 7. aktualizované vydání. Praha: Grada Publishing, 2011, s. 202. ISBN 978-80-247-3291-6

představuje výše kuponových plateb, neboť kuponový výnos je vázán na referenční úrokovou sazbu, která se vždy stanovuje k době výplaty dílčích kuponů,[24] a zpravidla se tak od sebe jednotlivé výše výplat liší. Výnos do splatnosti tak v době nákupu tohoto cenného papíru nelze přesně stanovit, neboť se jedná o stochastickou proměnnou vázanou na referenční úrokovou míru, kterou jsou obvykle sazby používané na mezibankovním trhu, např. LIBOR[25], PRIBOR[26]. Vzhledem k povaze kuponového výnosu se jedná o rizikovější instrument ve srovnání s dluhopisem poskytujícím pevné kuponové platby, a proto je obvykle referenční sazba navýšena o jistou fixní úrokovou výši představující rizikovou prémii.

3) Bezkuponový dluhopis – tento typ dluhopisu neposkytuje v průběhu své životnosti úrokové platby. Výnos je dán rozdílem mezi emisní, případně prodejní, cenou a nominální hodnotou, která je věřiteli vyplacena v době splatnosti.[27] Stejně jako u dluhopisu s pevnou úrokovou sazbou i zde lze v případě držení dluhopisu do splatnosti a znalosti dalších proměnných určit výnos do splatnosti již v době nákupu tohoto dluhopisu.
4) Indexovaný dluhopis – jedná se o typ dluhopisu, který přináší svému majiteli konstantní poměr výnosu vůči nominální hodnotě. Rozdíl však představuje indexace nominální hodnoty tohoto dluhopisu, která je navázána na referenční koš cen, mezd, zlata a dalších komodit, na jehož základě dochází ke změnám této nominální hodnoty za účelem zohlednění výše inflace. Výnos, který tyto dluhopisy poskytují, tak představuje reálný, nikoliv nominální, výnos.[28]

---

[24] STÁDNÍK, B. Parametry dluhopisů. In: *Trhy dluhopisů.* 1. vydání. Praha: Oeconomica, nakladatelství VŠE, 2015. s. 62. ISBN 978-80-245-2084-1

[25] LIBOR – London Inter Bank Offered Rate

[26] PRIBOR – Prague Inter Bank Offered Rate

[27] RADOVÁ, J. – DVOŘÁK, P. – MÁLEK, J. Dluhopisy. In: *Finanční matematika pro každého*. 7. aktualizované vydání. Praha: Grada Publishing, 2011, s. 203. ISBN 978-80-247-3291-6

[28] INVESTOPEDIA. *Index – Linked Bond* [online]. Aktualizováno 20. 5. 2019 [cit. 2019-05-20]. Dostupné z: https://www.investopedia.com/terms/i/indexlinkedbond.asp

2 Výnosnost dluhopisů

Výnosnost dluhopisu představuje jedno z hlavních měřítek pro potenciální investory, kteří se rozhodují, zda investují finanční prostředky do příslušného dluhopisu, či nikoliv. Vzhledem k odlišnostem mezi jednotlivými typy dluhopisů však existují pro různé skupiny investorů jistá specifika, která je potřeba při těchto kalkulacích uvážit, a proto budou rozebrána v následující části této práce. Nejprve bude potřeba specifikovat postupy vycházející z pravidel finanční matematiky, kterými jsou typy úročení, konvence při počítání úrokovacích období, a následně také samotná kalkulace výnosnosti jednotlivých dluhových cenných papírů.

Obecně v případě dluhopisů pracujeme s pojmem nominální úroková míra, která je vyjádřena buď ve formě kuponové sazby, sjednané mezi věřitelem a dlužníkem dluhopisu a uvedena na dluhopisovém plášti, nebo dopočtena z rozdílu mezi pořizovací cenou a nominální hodnotou dluhopisu. Jedná se o nominální hodnotu, neboť nereflektuje vliv případné inflace, která se zpravidla objevuje v průběhu životnosti dluhopisu, a v důsledku tak snižuje reálnou výnosnost. Odlišnou situaci představuje tzv. indexovaný dluhopis, který v sobě zahrnuje také pravidelnou korekci v důsledku změn referenčních cen, čímž dochází k akumulaci inflačních změn, a nominální úroková míra je tak shodná s reálnou.

2.1 Úročení

Z finanční matematiky uvažujeme dva základní pojmy, kterými jsou jednoduché a složené úročení.

2.1.1 Jednoduché úročení

Jednoduché úročení představuje základní typ výpočtu, se kterým se lze v běžné praxi setkat. Pokud je při výpočtu finálního úroku aplikována metoda jednoduchého úročení, pak se jedná o situaci, kdy úrok, který investor získává po uplynutí jednoho úrokovacího období, nevstupuje do základu pro výpočet úroku z období následujícího. Neuvažuje tedy úroky již naběhlé z jiných období, kalkulace úroků tak vychází ze stále stejného kapitálu.[29] Výsledná částka získaná investováním do

[29] RADOVÁ, J. – DVOŘÁK, P. – MÁLEK, J. Úročení. In: *Finanční matematika pro každého*. 7. aktualizované vydání. Praha: Grada Publishing, 2011, s. 33. ISBN 978-80-247-3291-6

příslušného instrumentu je určena následujícím vzorcem, kde hodnota *r* přestavuje výši úrokové sazby p. a. a proměnná *l* délku úrokovacího období v letech.

$$FV = PV \cdot (1 + r \cdot l)$$

2.1.2 Složené úročení

Složené úročení představuje další typ kalkulace výše úroku, se kterým se v praxi setkáváme zcela běžně. Na rozdíl od jednoduchého úročení vstupuje do kalkulace celkové výše úroku kromě nominální částky také již naběhlý úrok za předcházející úrokovací období, čímž dochází k postupnému zvyšování základu pro výpočet úroku, a výsledná částka je tak ve srovnání s jednoduchým typem úročení minimálně stejně vysoká, jako při aplikaci jednoduchého úročení (je-li doba splatnosti kratší než jeden rok, pak je úrokový výnos při jednoduchém úročení vyšší, pokud uvažujeme složené úročení na roční bázi). Úrokový výnos roste nikoliv lineárně, jako je tomu v případě jednoduchého úročení, nýbrž exponenciálně.[30] Výpočet probíhá pomocí následujícího vzorce, kde *m* představuje počet úrokovacích období během jednoho kalendářního roku, *n* poté počet let úročení.

$$FV = PV \cdot \left(1 + \frac{r}{m}\right)^{n \cdot m}$$

Vývoj budoucí hodnoty investované částky u jednoduchého a složeného úročení lze demonstrovat v následující tabulce a grafu. Výše investice v námi zvoleném příkladu činí 1 Kč, výše úrokové sazby poté 10 % p. a. Uvažujeme úročení na roční bázi.

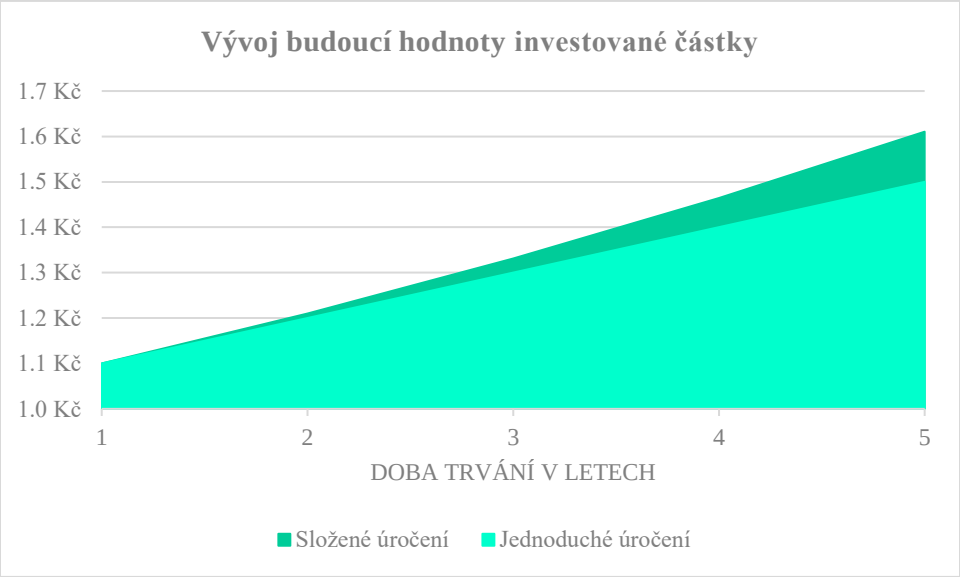
[30] RADOVÁ, J. – DVOŘÁK, P. – MÁLEK, J. Úročení. In: *Finanční matematika pro každého*. 7. aktualizované vydání. Praha: Grada Publishing, 2011, s. 47. ISBN 978-80-247-3291-6

Tabulka 1: Vývoj budoucí hodnoty investované částky

Vývoj budoucí hodnoty investované částky		
Doba trvání v letech	Jednoduché úročení	Složené úročení
1	1.1 Kč	1.1 Kč
2	1.2 Kč	1.21 Kč
3	1.3 Kč	1.331 Kč
4	1.4 Kč	1.4641 Kč
5	1.5 Kč	1.61051 Kč

Zdroj: Vlastní kalkulace

Obrázek 1: Vývoj budoucí hodnoty investované částky



Zdroj: Vlastní kalkulace

2.1.3 Smíšené úročení

Tento typ úročení představuje kombinaci výše zmíněných typů úročení, kdy se při kalkulaci výše úroku aplikují jak pravidla jednoduchého, tak i pravidla složeného úročení. Vychází to především ze situace, kdy referenční období vyjádřené v letech, pro které kalkulujeme výslednou hodnotu úroku, nepředstavuje celočíselnou hodnotu. Hodnota úroku naběhlého v celých letech je určena podle pravidel složeného úročení a následně vynásobena koeficientem, který vznikl ze zbývající

části referenčního období, po odečtení celých let, a je zde aplikováno jednoduché úročení.[31] Výsledná hodnota investice je vypočtena dle následujícího vzorce. Hodnota l představuje období v letech, pro které je aplikován princip jednoduchého úročení.

$$FV = PV \cdot \left(1 + \frac{r}{m}\right)^{n \cdot m} \cdot (1 + r \cdot l)$$

2.1.4 Spojité úročení

V teorii se obecně setkáváme s pojmem spojité úročení, které předpokládá připisování úroků při aplikaci složeného úročení v nekonečně malých časových intervalech.[32] Při růstu počtu úrokovacích období do nekonečna a zkracování délky těchto období se výše efektivní úrokové sazby limitně blíží hodnotě $e^{n \cdot r}$.[33]

$$\lim_{m \to \infty} \left(1 + \frac{r}{m}\right)^{n \cdot m} = e^{n \cdot r}$$

2.2 Denní konvence

Zpravidla se u různých typů dluhopisů, ale i u dalších tržních aktiv, setkáváme s několika odlišnými standardy při počítání dnů uběhlých nebo zbývajících do splatnosti, což může při špatně zvoleném typu konvence způsobit zmatečnost a rozdíly ve výsledných hodnotách výpočtů. Proto bude dobré uvést si typy konvencí, se kterými se lze setkat v běžné praxi. S pojmem denní konvence se v případě dluhopisů operuje při určení počtu dní mezi jednotlivými kuponovými platbami, což se promítne do kalkulace alikvotního úrokového výnosu, který postupně nabíhá, a také při kalkulaci jednotlivých typů výnosů.

---

[31] RADOVÁ, J. – DVOŘÁK, P. – MÁLEK, J. Úročení. In: *Finanční matematika pro každého*. 7. aktualizované vydání. Praha: Grada Publishing, 2011, s. 51. ISBN 978-80-247-3291-6

[32] STÁDNÍK, B. Úvod do matematiky dluhopisů. In: *Trhy dluhopisů.* 1. vydání. Praha: Oeconomica, nakladatelství VŠE, 2015. s. 13-14. ISBN 978-80-245-2084-1

[33] RADOVÁ, J. – DVOŘÁK, P. – MÁLEK, J. Úročení. In: *Finanční matematika pro každého*. 7. aktualizované vydání. Praha: Grada Publishing, 2011, s. 70. ISBN 978-80-247-3291-6

Pojem denní konvence představuje způsob určení počtu dní v průběhu referenčního období, kterým je jeden kalendářní rok, a zároveň také určení počtu dní v jednotlivých měsících. Pokud uvažujeme celá období, myšleno celé roky, pak jsou rozdíly eliminovány. Vznikají však, pokud se nacházíme v intervalu mezi jednotlivými kuponovými výplatami. Můžeme se setkat s několika základními typy, které budou specifikovány v následujících odstavcích.

30/360 – tento typ konvence představuje základní model aplikovaný při výpočtu doby mezi jednotlivými kuponovými platbami, případně kalkulaci výše úroků u půjček atd. Je standardem při výpočtu výše alikvotního úrokového výnosu především u korporátních dluhopisů, komunálních dluhopisů, a také hypotečních zástavních listů. V rámci tohoto modelu rozlišujeme dva typy, a sice evropskou a americkou metodu, které mohou dávat rozdílné výsledky v závislosti na datu vstupu do příslušné transakce a jejím konci. Báze je u obou modelů stejná a kalkuluje s 360 dny za jeden kalendářní rok. Rozdíly vznikají při výpočtu čitatele vzorce. V případě evropského typu se v situaci, kdy datum počátku nebo konce referenčního období, připadá na poslední den kalendářního měsíce, tento den automaticky převádí na hodnotu 30 a je tím zajištěna shoda v ročním součtu dní, kterých tak bude 360. Naproti tomu v případě americké kotace vznikají odlišnosti v situaci, kdy připadá poslední den referenčního období na 31. den kalendářního měsíce a dnem počátečním naopak není poslední den kalendářního měsíce s výjimkou posledního dne měsíce února. Pokud jsou tyto podmínky splněny, pak je referenční období ve srovnání s evropskou kotací delší o jeden den.[34] Obecně se lze setkat s označením 30E/360, resp. 30A/360, v případě evropské, resp. americké, konvence. Výpočet čitatele zlomku doby je dán následujícím vzorcem, přičemž jednotlivé symboly značí datum počátku (hodnoty s indexem 1) a konce (hodnoty s indexem 2) referenčního období.

$$Počet\ dní = 360 \cdot (Y_2 - Y_1) + 30 \cdot (M_2 - M_1) + D_2 - D_1$$

[34] RADOVÁ, J. – DVOŘÁK, P. – MÁLEK, J. Úročení. In: *Finanční matematika pro každého*. 7. aktualizované vydání. Praha: Grada Publishing, 2011, s. 28. ISBN 978-80-247-3291-6

ACT/360 – jedná se o francouzskou metodu. Hodnota „ACT“ v čitateli vychází z anglického názvu actual, a představuje tak skutečný počet dnů příslušného časového intervalu.[35] Jmenovatel zlomku pak nabývá hodnoty 360 za jeden kalendářní rok. Koeficient takto získaný, tak může logicky nabývat hodnot větších než 1, čímž vzroste i hodnota nominální výše úrokové míry.

ACT/365 – jedná o tzv. anglickou metodu, která na rozdíl od předchozí francouzské metody neuvažuje kalendářní rok o délce 360 dní, nýbrž 365 dní (resp. 366 dní), a odpovídá tedy více realitě. Jedná se o konvenci užívanou při kalkulaci úrokových výnosů v případě amerických Treasury bonds, vydávaných vládou Spojený států, sloužících k financování vládních výdajů.[36] Tato metoda z výše uvedených nejpřesněji reflektuje délku referenčního období.

2.3 Výnosnost dluhopisu

Jak již bylo uvedeno výše, výnosnost dluhopisu představuje jeden z hlavních ukazatelů atraktivity daného instrumentu pro potenciální investory. V závislosti na výši kuponové sazby, aktuální tržní ceně a dalších parametrech lze rozlišovat několik typů výnosností, jejichž záměna by mohla podstatně ovlivnit rozhodovací proces investora, a je proto potřeba jednotlivé typy výnosností specifikovat, aby byly snáze odlišitelné.

2.3.1 Cena dluhopisu

Pro další pokračování výkladu je nezbytná definice pojmu alikvotní úrokový výnos a cena dluhopisu.

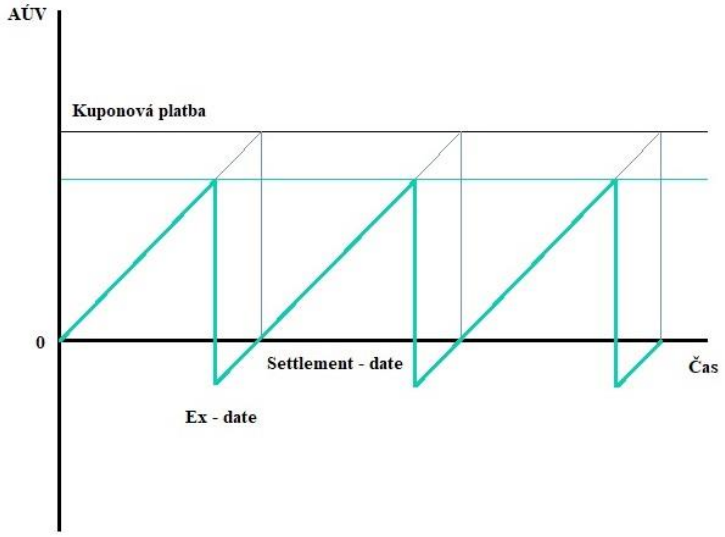
1) Alikvotní úrokový výnos – jedná se o úrokový výnos dluhopisu, který naběhl od poslední výplaty kuponu nebo od původní emise dluhopisu. Náleží majiteli dluhopisu za dobu, po kterou participoval na držbě konkrétního dluhopisu. Jeho výše by měla být reflektována v nákupní ceně daného dluhopisu. V souvislosti s AÚV je nutno uvažovat také veličiny

[35] STÁDNÍK, B. Parametry dluhopisů. In: *Trhy dluhopisů.* 1. vydání. Praha: Oeconomica, nakladatelství VŠE, 2015. s. 39-41. ISBN 978-80-245-2084-1

[36] INVESTOPEDIA. *How Are Day-Count Conventions Used in Bond Markets?* [online]. Aktualizováno 20. 5. 2019 [cit. 2019-05-20]. Dostupné z: https://www.investopedia.com/ask/ answers/06/daycountconvention.asp

Settlement – date a Ex – date, které představují den platby kuponu, resp. následující den po rozhodném dni pro připsání kuponu. Pokud se tyto shodují, pak získává aktuální držitel dluhopisu naběhlou výši AÚV a v případě prodeje dluhopisu je o tuto výši navýšena prodejní cena. Pokud naopak naplatí rovnost těchto dat, pak v určitém časovém intervalu mezi Ex – date a Settlement – date nabývá AÚV záporných hodnot a v situaci prodeje dluhopisu v tomto intervalu bude nákupní cena naopak o tuto zápornou hodnotu snížena, neboť AÚV obdrží prodejce dluhopisu.[37]

Obrázek 2: Hodnota AÚV



Zdroj[38]

Jestliže hovoříme o ceně dluhopisu, pak je nezbytné rozlišovat mezi dvěma základními pojmy, a sice.

[37, 38] STÁDNÍK, B. Parametry dluhopisů. In: *Trhy dluhopisů.* 1. vydání. Praha: Oeconomica, nakladatelství VŠE, 2015. s. 87. ISBN 978-80-245-2084-1

2) Kotovaná cena dluhopisu – anglicky clean price – jedná se o tzv. čistou cenu dluhopisu neobsahující aktuálně naběhlou výši úroku v mezidobí mezi kuponovými platbami (alikvotní úrokový výnos). Tato cena je běžně udávanou cenou na finančních trzích, přičemž je obvykle uváděna jako procento své jmenovité hodnoty. Obsažení alikvotního úrokového výnosu v kotované ceně dluhopisu by ztížilo orientaci v cenových změnách a jejich odlišitelnost od cenových změn způsobených primárně očekávanými úrokovými změnami a dalšími faktory.[39]
3) Celková cena dluhopisu – anglicky dirty price – představující celkovou výši nákupní ceny, kterou zaplatí kupující v době nákupu dluhopisu. Jedná se o součet dvou částek, a sice alikvotního úrokového výnosu a kotované ceny dluhopisu. Na základě této ceny lze určit aktuální výnosnost do doby splatnosti dluhopisu.[40]

2.3.2 Kuponová výnosnost

Udává základní informaci pro investora, přímo uvedenou a specifikovanou v emisních podmínkách daného typu dluhopisu. Jedná se o prostý podíl kuponové platby na jmenovité hodnotě dluhopisu.[41] Matematicky lze vyjádřit kuponovou výnosnost dluhopisu v procentech následujícím vzorcem. Kuponová výnosnost je uváděna p. a.

$$r_{Coupon} = \frac{C}{FV} \cdot 100$$

2.3.3 Běžná výnosnost

Narozdíl od kuponové výnosnosti není informace o běžné výnosnosti (current yield) přímo viditelná v prospektu cenného papíru ani dalších dokumentech týkajících se příslušné emise.

---

[39] STÁDNÍK, B. Parametry dluhopisů. In: *Trhy dluhopisů.* 1. vydání. Praha: Oeconomica, nakladatelství VŠE, 2015. s. 86. ISBN 978-80-245-2084-1

[40] STÁDNÍK, B. Parametry dluhopisů. In: *Trhy dluhopisů.* 1. vydání. Praha: Oeconomica, nakladatelství VŠE, 2015. s. 85-86. ISBN 978-80-245-2084-1

[41, 42] STÁDNÍK, B. Parametry dluhopisů. In: *Trhy dluhopisů.* 1. vydání. Praha: Oeconomica, nakladatelství VŠE, 2015. s. 59. ISBN 978-80-245-2084-1

Hlavní rozdíl představuje jmenovatel aplikovaný při výpočtu, který zohledňuje aktuální tržní cenu dluhopisu,[42] a poskytuje tak v daný moment reálnější představu o výši výnosu. Matematicky lze běžnou výnosnost dluhopisu vyjádřit pomocí následujícího vzorce.

$$r_{Current} = \frac{C}{P_{Clean}} \cdot 100$$

2.3.4 Výnos do splatnosti

Při znalosti aktuální tržní ceny dluhopisového instrumentu a výše kuponových plateb (pokud nehovoříme o bezkuponovém dluhopisu) jsme schopni vypočítat tzv. výnos do splatnosti dluhopisu. Výnos do splatnosti představuje výnosnost, kterou daný dluhopis poskytuje v průběhu doby své životnosti, pokud bychom daný dluhopis současně nakoupili za aktuální tržní cenu a drželi bychom tento do doby splatnosti. Takto jsme schopni postupovat u dluhopisů s pevnou kuponovou sazbou a bezkuponových dluhopisů, protipól tvoří dluhopisy s pohyblivou kuponovou sazbou a indexované dluhopisy, u kterých vzhledem k neznalosti budoucích referenčních úrokových sazeb a vývoje dalších tržních ukazatelů, nejsme schopni tento klíčový parametr ex-ante určit.

Výnos do splatnosti přestavuje diskontní míru, jejíž aplikací na daný dluhopis, při současné znalosti zbývajících kuponových plateb a jednotlivých lhůt splatnosti, dostaneme aktuální tržní cenu dluhopisu. Obecně se lze setkat s pojmem vnitřní výnosové procento při hodnocení jakéhokoliv typu investice. Výnos do splatnosti pak vyjadřuje vnitřní výnosové procento, které poskytuje investice do dluhopisu. Jedná se diskontní sazbu, při které je čistá současná hodnota investice, tedy diskontovaná současná hodnota budoucích finančních toků z příslušné investice, ponížená o počáteční náklady této investice, nulová. Výpočet probíhá pomocí následujícího

vzorce, kde hodnota CF_0 představuje výši počáteční investice, tedy současnou tržní cenu, kterou musí investor zaplatit na začátku referenčního období, ke kterému se daná kalkulace vztahuje.[43]

$$0 = CF_0 + \frac{CF_1}{1+YTM} + \frac{CF_2}{(1+YTM)^2} + \frac{CF_3}{(1+YTM)^3} + \ldots + \frac{CF_n}{(1+YTM)^n}$$

Případně lze rovnici zkrátit do následující podoby

$$NPV = \sum_{n=0}^{N} \frac{CF_n}{(1+YTM)^n}$$

Pokud se investor nachází v období mezi jednotlivými kuponovými platbami, pak je nutno použít příslušné denní konvence, kterými se řídí konkrétní typ investice, a také smíšený typ úročení. Metoda výpočtu výnosu do splatnosti je rozdílná pro dluhopisy, které v průběhu životnosti poskytují pravidelné kuponové platby a dluhopisy bezkuponové. V případě bezkuponového dluhopisu je potřeba uvážit aktuální tržní cenu dluhopisu a výši jmenovité hodnoty,[44] která bude investorovi splacena v době splatnosti. Podíl těchto dvou hodnot je poté převeden pomocí mocninných operací na hodnotu p. a., která již umožňuje porovnávat výnosnost různých dluhových cenných papírů, lišících se zejména v době do splatnosti, výši jmenovité hodnoty atd. Výnos do splatnosti bezkuponového dluhopisu lze vyjádřit pomocí následujícího vztahu. Hodnota *n* patří do oboru racionálních čísel, neboť představuje zlomek času, zbývající do splatnosti uvažovaného dluhopisu.

$$YTM = \left(\frac{FV}{P_{Clean}}\right)^{\frac{1}{n}} - 1$$

Vývoj vnitřní hodnoty dluhopisu lze po očistění vlivu tržních faktorů na cenu dluhopisu demonstrovat následující tabulkou a grafem. Předpokládáme jmenovitou hodnotu dluhopisu 1 Kč

---

[43] RADOVÁ, J. – DVOŘÁK, P. – MÁLEK, J. Dluhopisy. In: *Finanční matematika pro každého*. 7. aktualizované vydání. Praha: Grada Publishing, 2011, s. 212. ISBN 978-80-247-3291-6

[44] RADOVÁ, J. – DVOŘÁK, P. – MÁLEK, J. Dluhopisy. In: *Finanční matematika pro každého*. 7. aktualizované vydání. Praha: Grada Publishing, 2011, s. 213. ISBN 978-80-247-3291-6

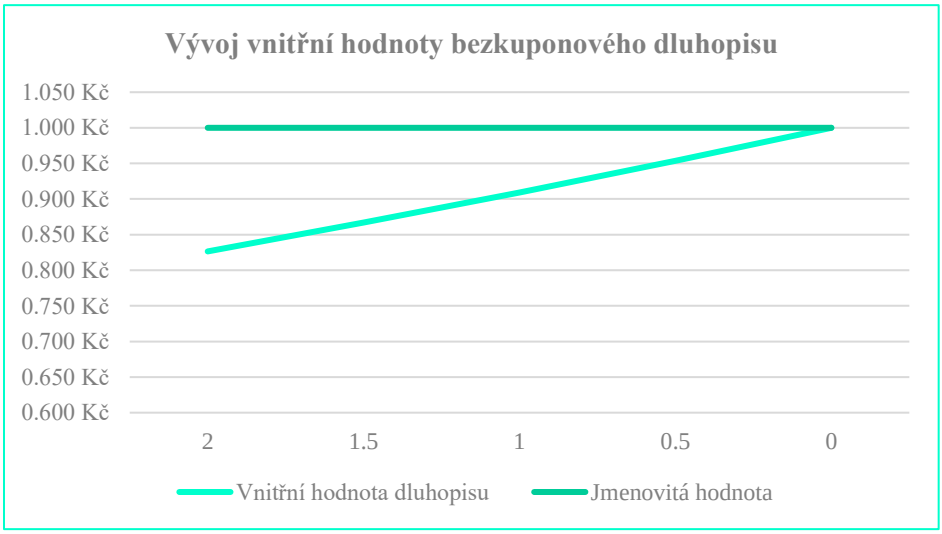
a výnosnost dluhopisu 10 % p. a. V době splatnosti dluhopisu ($n = 0$) je vnitřní hodnota dluhopisu rovna jmenovité hodnotě. V situaci, kdy by tržní cena námi uvažovaného dluhopisu v příslušné době do splatnosti byla nižší, než vnitřní hodnota dluhopisu, pak by příslušný dluhopis poskytoval vyšší výnos do splatnosti, než 10 % p. a. a naopak. I přesto, že se graficky jeví vývoj vnitřní hodnotou bezkuponového dluhopisu jako přímka, nejedná se o lineární vztah.

Tabulka 2: Vývoj vnitřní hodnoty bezkuponového dluhopisu

Vývoj vnitřní hodnoty bezkuponového dluhopisu	
Doba v letech (n)	Vnitřní hodnota dluhopisu
2	0.8264 Kč
1.5	0.8668 Kč
1	0.9091 Kč
0.5	0.9535 Kč
0	1 Kč

Zdroj: vlastní kalkulace

Obrázek 3: Vývoj vnitřní hodnoty bezkuponového dluhopisu



Zdroj: Vlastní kalkulace

Situace se poněkud zkomplikuje, pokud počítáme výnosnost do splatnosti kuponového dluhopisu. Stejně tak, jako v případě bezkuponového dluhopisu, je předpokladem správného výpočtu držba dluhopisu do splatnosti a včasnost předpokládaných plateb, plynoucích z držby dluhopisu. Zde se navíc předpokládá, že všechny platby, které věřitel obdrží v průběhu životnosti dluhopisu jsou

reinvestovány a poskytují úrokový výnos ve výši výnosu do splatnosti.[45] Obecné analytické řešení u kuponových dluhopisů neexistuje. Hledání odpovídající hodnoty výnosu do splatnosti tak probíhá pomocí iterací, kdy je aplikována metoda „pokus omyl“, neboli snažíme se nalézt odpovídající úrokovou míru pomocí stanovení základního intervalu, ve kterém se příslušná hodnota nachází a následného zpřesňování tohoto intervalu. Existují však také sofistikovanější výpočetní programy, které lze pro výpočet výnosu do splatnosti využít. Nutno podotknout, že i zde se jedná pouze o aproximativní metody výpočtu, které v principu používají iterační metodu zpřesňování intervalu, ve kterém se nachází výsledná hodnota. Výpočet výnosu do splatnosti je také součástí funkčního balíčku aplikace Microsoft Excel.

Specifikum představuje kalkulace výnosu do splatnosti pro věčné dluhopisy, které svému držiteli poskytují tzv. věčnou rentu a nedochází u nich ke splacení jmenovité hodnoty. Matematicky lze vztah vyjádřit následujícím vzorcem.[46]

$$r_{Perpetuity\ Bonds} = \frac{C}{P_{Clean}} \cdot 100$$

2.3.5 Rendita

Rendita představuje ve srovnání s výpočtem výnosu do splatnosti zjednodušení v přístupu kalkulace výnosu, který dluhopis poskytl za dobu držby.[47] Tento nástroj lze aplikovat v případech, kdy není dluhopis držen do doby splatnosti, ale je před datem splatnosti prodán za aktuální tržní cenu, která se teoreticky může značně odlišovat od jmenovité hodnoty. Je založena na principech jednoduchého úročení, což lze odvodit z následujícího vzorce.[48]

---

[45] STÁDNÍK, B. Parametry dluhopisů. In: *Trhy dluhopisů.* 1. vydání. Praha: Oeconomica, nakladatelství VŠE, 2015. s. 60. ISBN 978-80-245-2084-1

[46] RADOVÁ, J. – DVOŘÁK, P. – MÁLEK, J. Dluhopisy. In: *Finanční matematika pro každého*. 7. aktualizované vydání. Praha: Grada Publishing, 2011, s. 213. ISBN 978-80-247-3291-6

[47] RADOVÁ, J. – DVOŘÁK, P. – MÁLEK, J. Dluhopisy. In: *Finanční matematika pro každého*. 7. aktualizované vydání. Praha: Grada Publishing, 2011, s. 213. ISBN 978-80-247-3291-6

[48] STÁDNÍK, B. Parametry dluhopisů. In: *Trhy dluhopisů.* 1. vydání. Praha: Oeconomica, nakladatelství VŠE, 2015. s. 59. ISBN 978-80-245-2084-1

$$r_{Rendita} = \frac{C}{P_{Clean}} + \frac{P_{Future} - P_{Clean}}{n \cdot P_{Clean}}$$

2.3.6 U.S. Street Convention

Konvence tohoto typu vychází z amerických zvyklostí, kde dluhopisy poskytují svému držiteli obvykle pololetní kupony.[49] Klasický výnos do splatnosti je ve výpočtovém vzorci nahrazen ročním výnosovým procentem na pololetní bázi r_p.[50]

$$P = \frac{CF_1}{\left(1+\frac{r_p}{2}\right)} + \frac{CF_2}{\left(1+\frac{r_p}{2}\right)^2} + \frac{CF_3}{\left(1+\frac{r_p}{2}\right)^3} + \ldots + \frac{CF_n}{\left(1+\frac{r_p}{2}\right)^n}$$

2.3.7 U.S. Treasury Convention

Tato konvence vychází z výše zmíněné U.S. Street Convention, přičemž zohledňuje interval mezi dobou nákupu a první výplatou kuponu v situaci kratší, než je jedno pololetí. Kombinuje metodu jednoduchého a složeného úročení, první zmíněné je aplikováno na interval od doby nákupu do první výplaty kuponu a na zbylé je poté použito složené úročení. Roční výnosnost na pololetní bázi je poté ve vzorci označena jako r_{ust}.[51]

$$P = \frac{C}{\left(1+\frac{d}{360}r_{ust}\right)}\left(1 + \frac{1}{\left(1+\frac{r_{ust}}{2}\right)} + \frac{1}{\left(1+\frac{r_{ust}}{2}\right)^2} + \ldots + \frac{1}{\left(1+\frac{r_p}{2}\right)^{n-1}} + \frac{\frac{FV}{C}}{\left(1+\frac{r_p}{2}\right)^{n-1}}\right)$$

---

[49] GRANDVILLE, O. *Bond Pricing and Portfolio Analysis*. Cambridge: MIT Press, 2000. 455 s. ISBN: 978-0-13-345631-8

[50] STÁDNÍK, B. Parametry dluhopisů. In: *Trhy dluhopisů.* 1. vydání. Praha: Oeconomica, nakladatelství VŠE, 2015. s. 56. ISBN 978-80-245-2084-1

[51] STÁDNÍK, B. Parametry dluhopisů. In: *Trhy dluhopisů.* 1. vydání. Praha: Oeconomica, nakladatelství VŠE, 2015. s. 57. ISBN 978-80-245-2084-1

2.3.8 Braeß/Fangmeyer a Moosmüller Yield

Stejně, jako v případě konvence U.S. Treasury, i tyto aplikují jednoduché úročení v situaci necelé první kuponové periody a následně využívají metody složeného úročení po zbytek doby do splatnosti. Braeß/Fangmeyer implicitně kalkuluje s ročním úrokovacím obdobím, zatímco Moosmüller Yield vychází z délky periody mezi výplatami dílčích kuponů. Pokud uvažujeme dluhopis s roční kuponovou periodou, pak jsou obě výnosnosti shodné. Oba výnosy, tedy Braeß/Fangmeyer výnos, resp. Moosmüller výnos, na roční bázi jsou určeny následujícími vzorci.[52] Hodnota *m* vyjadřuje počet kuponových výplat během jednoho roku.

$$P = \frac{C}{\left(1+\frac{d}{365}r_{Mos}\right)}\left(1+\frac{1}{\left(1+\frac{r_{Mos}}{m}\right)}+\frac{1}{\left(1+\frac{r_{Mos}}{m}\right)^{2}}+\ldots+\frac{1}{\left(1+\frac{r_{Mos}}{m}\right)^{n-1}}+\frac{\frac{FV}{C}}{\left(1+\frac{r_{Mos}}{m}\right)^{n-1}}\right)$$

resp.

$$P = \frac{C}{\left(1+\frac{d}{365}r_{B_Fang}\right)}\left(1+\frac{1}{\left(1+r_{B_Fang}\right)^{\frac{1}{m}}}+\frac{1}{\left(1+r_{B_Fang}\right)^{\frac{2}{m}}}+\ldots+\frac{1}{\left(1+r_{B_Fang}\right)^{\frac{n-1}{m}}}+\frac{\frac{FV}{C}}{\left(1+r_{B_Fang}\right)^{\frac{n-1}{m}}}\right)$$

2.3.9 Japanese Simple Yield

Stejně jako rendita i Japanese Simple Yield je postaven na principech jednoduchého úročení, a neuvažuje tak rozdílné časy budoucích finančních toků plynoucích z držby dluhopisů.[53]

---

[52] STÁDNÍK, B. Parametry dluhopisů. In: *Trhy dluhopisů.* 1. vydání. Praha: Oeconomica, nakladatelství VŠE, 2015. s. 57. ISBN 978-80-245-2084-1

[53] STÁDNÍK, B. Parametry dluhopisů. In: *Trhy dluhopisů.* 1. vydání. Praha: Oeconomica, nakladatelství VŠE, 2015. s. 58. ISBN 978-80-245-2084-1

Uvažujeme zde držbu do splatnosti, neboť ze vzorce vyplývá, že k prodeji dochází za jmenovitou hodnotu dluhopisu.

$$r_j = \frac{C}{P_{Clean}} + \frac{FV - P_{Clean}}{t \cdot P_{Clean}}$$

3 Rizika

Riziko je definováno jako nebezpečí nastoupení neočekávaných událostí, které negativně ovlivní původně očekávané výsledky a cíle naší činnosti.[54] Snahou všech ekonomických subjektů by tedy mělo být především správně odhadovat a kvantifikovat existující rizika spojená s jejich ekonomickou činností a co nejlépe přistupovat k jejich zajištění s cílem minimalizace negativních důsledků, které by při realizaci těchto rizik nastoupily. Vzhledem k povaze této práce bude primární zájem směřován na definování rizik spojených s investicemi do dluhopisových cenných papírů, nicméně nastoupení dílčích rizik má samozřejmě negativní vliv i na jiné veličiny, běžně se vyskytující v ekonomice.

Velmi důležitou roli v současných korporacích představuje disciplína zvaná risk management, při které je specializovanými útvary uzpůsobenými výhradně k této činnosti vyvíjena snaha o co nejlepší specifikaci a kvantifikaci případných rizik, kterým vzhledem k povaze své podnikatelské činnosti tyto korporace a jiné subjekty čelí. V důsledku toho jsou v hojné míře využívány matematicko-statistické a jiné kvalifikované modely, sloužící jako nástroj optimalizace dílčích expozic k riziku a minimalizace budoucích negativních důsledků plynoucí z nastoupení těchto událostí.[55]

3.1 Rating

Rating představuje hodnocení konkrétního emitenta reflektující aktuální situaci vycházející ze stavu finančních a jiných ukazatelů hodnoceného subjektu a ekonomiky obecně. Primárně poskytuje informaci pro investory týkající se potenciálního kreditního rizika a možnosti defaultu emitenta. V případě dluhopisů lze rozlišovat mezi ratingem emitenta a ratingem samotné emise dluhopisů, vycházející z konkrétních specifik dílčí emise. Zároveň lze také rozlišovat mezi

---

[54, 55] CIPRA, T. *Riziko ve financích a pojišťovnictví: Basel III a Solvency II.* 1. vydání. Praha: Ekopress, 2015. 515 s. ISBN 978-80-87865-24-8

krátkodobým ratingem (období do splatnosti závazků nepřesahuje délku 1 roku) a dlouhodobým ratingem.[56]

Standard & Poor`s, Moody`s Investors Service a Fitch Ratings představují tři subjekty mající dominantní postavení na ratingovém trhu a jejichž ratingová doporučení jsou všeobecně přijímána. Na významu nabývá také čínská společnost Dagong Global Credit Rating.[57] Problémem ratingových společností a samotných ratingů je zdroj financování, kterým jsou prostředky plynoucí od hodnocených subjektů, čímž vzniká jistý střetu zájmu, neboť dochází k tzv. „nákupu vlastního ratingového hodnocení“.

Rating korporátních dluhopisů vychází z řady kvalitativních a kvantitativních ukazatelů podniku, stavu ekonomiky a daného odvětví, které ve svém důsledku mohou poukázat na potenciální rizika spojená s danou investicí. Jedná se především o úroveň dílčích finančních ukazatelů, likviditu, kapitálovou strukturu, kvalitu managementu emitující organizace, schopnost tvorby cash flow, majetnickou strukturu, manažerské praktiky, stav politické situace na národní úrovni a jiné.[58] V případě ratingového hodnocení států jsou důležitými faktory především úroveň inflace v ekonomice, vývoj hospodářského růstu, celková zadluženost a politická stabilita.[59]

Krátkodobé a dlouhodobé ratingové stupně Standard & Poor`s a Moody`s Investors Service včetně popisu hodnocení příslušné kategorie jsou uvedeny v následujících tabulkách.

[56, 57, 59] STÁDNÍK, B. Obchodování s dluhopisy. In: *Trhy dluhopisů.* 1. vydání. Praha: Oeconomica, nakladatelství VŠE, 2015. s. 93. ISBN 978-80-245-2084-1

[58] FABOZZI, J. F. Factors Affecting Bond Yield and the Term Structure of Interest Rates. In: *Bond Markets, Analysis and Strategies*. 6. vydání. New Jersey: Pearson, 2007. s. 94-126. ISBN 0-13-198643-0

Tabulka 3: Krátkodobé ratingové stupně

Stupeň	Popis hodnocení
P-1	Vynikající schopnost splatit krátkodobé závazky
P-2	Silná schopnost splatit krátkodobé závazky
P-3	Akceptovatelná schopnost splatit krátkodobé závazky
NP (neinvestiční stupeň	Emitent nesplňuje předchozí kategorie

Zdroj[60]

[60] MUSÍLEK, P. Dluhopisové analýzy. In: *Trhy cenných papírů*. 2. aktualizované a rozšířené vydání. Praha: Ekopress, 2011. s. 418. ISBN 978-80-86929-70-5

Tabulka 4: Dlouhodobé ratingové stupně

Moody's	S&P's	Popis hodnocení
Investiční stupeň		
1. Vysoký stupeň		
Aaa	**AAA**	Nejvyšší kvalita a velmi vysoká schopnost emitenta splnit své závazky, přičemž ukazatel úrokového krytí dosahuje velmi vysokých hodnot
Aa	**AA**	Vysoká kvalita a dobrá schopnost emitenta splnit své závazky, přičemž však ukazatel úrokového krytí nedosahuje tak vysokých hodnot, jako u první skupiny
2. Průměrný stupeň		
Aa	**A**	Vyšší střední kvalita a adekvátní předpoklady pro splnění svých závazků
Baa	**BBB**	Přiměřená schopnost emitenta splnit své závazky, avšak změna vnějších podmínek může výrazně snížit jeho platební schopnost
Neinvestiční stupeň		
3. Spekulativní stupeň		
Ba	**BB**	Emise obsahuje spekulativní prvky a budoucí plnění závazků je nejisté
B	**B**	Dlouhodobé plnění závazků emitentem je nejisté
4. Promeškaný stupeň		
Caa	**CCC**	Nízká kvalita emitenta a nebezpečí nesplacení emise
Ca	**CC**	Vysoce spekulativní emise
C	**C**	Velmi malá pravděpodobnost úplného splacení emise, přičemž lze očekávat, že většina plateb bude v prodlení
	D	Velmi nebezpečná emise, přičemž se očekává, že všechny platby budou v prodlení, popř. nebudou uhrazeny vůbec

Zdroj[61]

Jak bude uvedeno v další části této práce, lze pro potřeby ocenění dluhopisů využít tzv. migrační matici, která vyjadřuje pravděpodobnost změny ratingu v průběhu určitého časového intervalu. Změna ratingu způsobuje změny diskontního faktoru, neboť přímo ovlivňuje úroveň požadované rizikové přirážky. Následující tabulky jsou migračními maticemi ratingu korporátních dluhopisů, hodnoty v řádcích na levé straně tabulky udávají výchozí rating korporátního dluhopisu, dílčí sloupce poté představují ratingový stupeň dluhopisu po uplynutí ročního intervalu. I přesto, že se jedná o shodné rizikové kategorie, lze pozorovat rozdíly v pravděpodobnostech, které jsou způsobeny odlišnou metodikou jednotlivých ratingových agentur.

[61] MUSÍLEK, P. Dluhopisové analýzy. In: *Trhy cenných papírů*. 2. aktualizované a rozšířené vydání. Praha: Ekopress, 2011. s. 418. ISBN 978-80-86929-70-5

Tabulka 5: Migrační matice ratingu korporátních dluhopisů

Panel A: Moody's								
	Aaa (%)	Aa (%)	A (%)	Baa (%)	Ba (%)	B (%)	Caa (%)	Default (%)
Aaa	91.897	7.385	0.718	0.000	0.000	0.000	0.000	0.000
Aa	1.131	91.264	7.091	0.308	0.206	0.000	0.000	0.000
A	0.102	2.561	91.189	5.328	0.615	0.205	0.000	0.000
Baa	0.000	0.206	5.361	87.938	5.464	0.825	0.103	0.103
Ba	0.000	0.106	0.425	4.995	85.122	7.333	0.425	1.594
B	0.000	0.109	0.109	0.543	5.972	82.193	2.172	8.903
Caa	0.000	0.437	0.437	0.873	2.511	5.895	67.795	22.052
Default	0.000	0.000	0.000	0.000	0.000	0.000	0.000	100.000
Panel B: Standard and Poor's								
	AAA (%)	AA (%)	A (%)	BBB (%)	BB (%)	B (%)	CCC (%)	Default (%)
AAA	90.788	8.291	0.716	0.102	0.102	0.000	0.000	0.000
AA	0.103	91.219	7.851	0.620	0.103	0.103	0.000	0.000
A	0.924	2.361	90.041	5.441	0.719	0.308	0.103	0.103
BBB	0.000	0.318	5.938	86.947	5.302	1.166	0.117	0.212
BB	0.000	0.110	0.659	7.692	80.549	8.791	0.989	1.209
B	0.000	0.114	0.227	0.454	6.470	82.747	4.086	5.902
CCC	0.228	0.000	0.228	1.251	2.275	12.856	60.637	22.526
Default	0.000	0.000	0.000	0.000	0.000	0.000	0.000	100.000

Zdroj[62]

3.2 Tržní riziko

Tržní riziko představuje jedno ze základních rizik, kterým jsou držitelé dluhopisu vystaveni. V principu se jedná o riziko poklesu tržních cen dluhopisů, které mohou nastat buď vlivem zvýšení úrovně úrokových sazeb v ekonomice nebo působením dalších tržních faktorů, nesouvisejících přímo se změnami v úrovni úrokových sazeb. Nárůst úrokových sazeb v ekonomice snižuje atraktivitu již emitovaných dluhopisů, neboť poskytují ve srovnání s nově vzniklými investičními příležitostmi menší výnos, což ve svém důsledku vede k poklesu poptávky po již dříve

[62] ELTON, E. J. - GRUBER, J. M. – AGRAWAL, D. – MANN, CH. Explaining the Rate Spread on Corporate Bonds. The Journal of Finance. [online] 2001, č. 1, s. 247-278. [cit. 2020-01-26]. Dostupné z: http://people.stern.nyu.edu/eelton/working_papers/explaining_rate_final_JF.pdf

emitovaných dluhopisech a poklesu jejich cen na dluhopisových trzích. Samotná délka investičního horizontu představuje také významný rizikový faktor, neboť fixace úrokového výnosu dluhopisu na delší období je obecně pro investora rizikovější ve srovnání s krátkodobějším typem investice. S vývojem úrokových sazeb v ekonomice souvisí i tzv. reinvestiční riziko, které naopak nárůst úrokových sazeb vnímá jako pozitivní faktor.

3.3 Reinvestiční riziko

Souvisí s reinvesticí kuponových plateb. Nesetkáme se s ním tedy u bezkuponových dluhopisů. V principu se jedná o riziko vyplývající z poklesu úrokových sazeb v době kuponových výplat, což ve svém důsledku snižuje výnosnost z těchto dodatečně získaných finančních prostředků, neboť ty mohou být znovu reinvestovány za méně výhodnějších podmínek, a dochází tak ke snížení celkové realizované výnosnosti.[63]

3.4 Inflační riziko

Vzhledem k povaze lze u některých typů dluhopisových instrumentů uvažovat také inflační riziko, a tedy snižování kupní síly peněžních prostředků plynoucích z držby dluhopisu. Nejvyšší riziko představuje rostoucí inflace pro bezkuponové dluhopisy v důsledku nulových plateb plynoucích v průběhu držby, a tedy nulové možnosti reinvestice finančních prostředků. Výjimku představují tzv. indexované dluhopisy popsané v předchozí kapitole, a částečně také dluhopisy s plovoucí výší kuponu, pouze pokud referenční úroková míra alespoň částečně kopíruje inflační růst.

3.5 Měnové riziko

Držitel dluhopisů denominovaných v jiné měně, než je měnou domácí pro držitele dluhopisu, čelí riziku apreciace domácího měnového kurzu v době výplat peněžních prostředků.[64] Toto riziko lze eliminovat např. uzavřením měnového forwardu nebo nákupem měnové opce na úrovni aktuálního

---

[63] FABOZZI, J. F. Introduction. In: *Bond Markets, Analysis and Strategies*. 6. vydání. New Jersey: Pearson, 2007. s. 6. ISBN 0-13-198643-0

[64] FABOZZI, J. F. Introduction. In: *Bond Markets, Analysis and Strategies*. 6. vydání. New Jersey: Pearson, 2007. s. 8. ISBN 0-13-198643-0

měnového kurzu, čímž dojde k fixaci měnového kurzu k předem sjednanému časovému okamžiku. Samozřejmě může také dojít k apreciaci kurzu vůči domácí měně. V tomto případě by naopak uzavření forwardové pozice představovalo méně výhodnou situaci, a investor by tak nerealizoval dodatečný zisk plynoucí z neočekávaného kurzového rozdílu. Nákup prodejní opce by naproti tomu umožnil zajištění proti apreciaci domácí měny a současnou možnost realizace vyšších výnosů při depreciaci domácí měny.

3.6 Kreditní riziko

Kreditní riziko obecně představuje riziko neplnění závazků protistrany vystupující ve smluvním vztahu v pozici dlužníka v důsledku úpadku, případně dalších nastalých událostí, které znemožní tomuto subjektu plnění.[65] Pokud hovoříme o dluhopisech samotných, pak lze v rámci kreditního rizika rozlišovat tři různé typy kreditního rizika, kterým majitelé dluhopisů čelí.[66]

1) Riziko úpadku protistrany – v důsledku toho dochází k neplnění předem sjednaných plateb v řádném termínu nebo výši. Ať už se jedná o kuponové platby, vyplácené v průběhu doby životnosti dluhopisu nebo splacení jmenovité hodnoty v době maturity příslušné emise. Riziko úpadku je obecně předmětem hodnocení ratingových společností a přidělený rating by měl realisticky zobrazovat úroveň rizika konkrétního emitenta nebo emise. Většina korporátních dluhopisů je obchodována mimoburzovně. Obecně tak neexistuje zprostředkovatel, který by poskytoval záruky plnění v případě úpadku protistrany, což toto riziko zvyšuje.[67]
2) Kreditní spread – výše kreditního spreadu představuje rizikovou prémii nad rámec bezrizikové úrovně výnosu. Vývoj úrovně kreditního spreadu v průběhu času v návaznosti

---

[65] HULL, J. Credit Risk. In: *Options, Futures and Other Derivatives*. 8. vydání. Boston: Pearson, 2012. s. 521 ISBN 978-0-13-216494-8

[66] FABOZZI, J. F. Introduction. In: *Bond Markets, Analysis and Strategies*. 6. vydání. New Jersey: Pearson, 2007. s. 7-8. ISBN 0-13-198643-0

[67] INVESTOPEDIA. Why Are Most Bonds Traded on the Secondary Market "Over the Counter"? [online]. Aktualizováno 2. 4. 2018 [cit. 2020-01-20]. Dostupné z: https://www.investopedia.com/ask/answers/09/bond-over-the-counter.asp

na výši diskontní sazby způsobuje změny v cenové úrovni dluhopisů, což představuje riziko pro investory.

3) Kreditní rating – ocenění dluhopisu odpovídá mimo jiné zařazení dílčí emise případně samotného emitenta do určité ratingové kategorie. Změny ratingového stupně v průběhu životnosti dluhopisu implikují změny v cenách těchto instrumentů, přičemž se jedná o nepřímo úměrný vztah.

3.7 Riziko likvidity

Likviditou rozumíme schopnost a rychlost přeměny daného aktiva na peněžní prostředky ve výši, v jaké jsou aktuálně kotovány na trzích. Riziko zde představuje rozdíl mezi nákupní a prodejní cenou vyjádřený ve formě spreadu.[68] Čím menší je velikost tohoto spreadu, tím vyšší likviditu dané aktivum má. Vysokou úroveň likvidity vykazují státní dluhopisy,[69] a také dluhopisy obchodované na mimoburzovních trzích v návaznosti na vyšší objemy obchodů, ve srovnání s burzovně obchodovanými dluhopisovými instrumenty.[70] V situaci držby do splatnosti nepředstavuje likvidita riziko, neboť je v případě bonity klienta zajištěno vrácení peněžních prostředků v předem sjednané výši, což přesně odpovídá tržní ceně v době maturity.

3.8 Riziko svolatelnosti

S tímto typem rizika se setkáme pouze u tzv. vypověditelných dluhopisů, obsahujících doložku umožňující jejich předčasné splacení v průběhu doby životnosti dluhopisu před datem maturity. K uplatnění práva obvykle dochází při výraznějším poklesu tržních úrokových měr,[71] což

---

[68] FABOZZI, J. F. Introduction. In: *Bond Markets, Analysis and Strategies*. 6. vydání. New Jersey: Pearson, 2007. s. 8-9. ISBN 0-13-198643-0

[69] STÁDNÍK, B. Parametry dluhopisů. In: *Trhy dluhopisů.* 1. vydání. Praha: Oeconomica, nakladatelství VŠE, 2015. s. 92-93. ISBN 978-80-245-2084-1

[70] INVESTOPEDIA. *Why Are Most Bonds Traded on the Secondary Market "Over the Counter"?* [online]. Aktualizováno 2. 4. 2018 [cit. 2020-01-20]. Dostupné z: https://www.investopedia.com/ask/answers/09/bond-over-the-counter.asp

[71] CIPRA, T. Analýza dluhopisu z hlediska rizika: In: *Matematika cenných papírů*. 1. vydání. Praha: Professional Publishing, 2013. s. 89. ISBN 978-80-7431-079-9

emitentům zdražuje finanční prostředky získané prostřednictvím původní emise dluhopisů s pevnou výší, neboť mohou nově finanční prostředky získat levněji. V důsledku toho čelí investoři nejistotě vyplývající z možné dřívější realizace výplaty dluhopisu, což znesnadňuje i jeho správné ocenění. Zároveň také dochází k realizaci reinvestičního rizika, neboť vrácené prostředky lze nově investovat za situace nižších úrokových sazeb v ekonomice.[72]

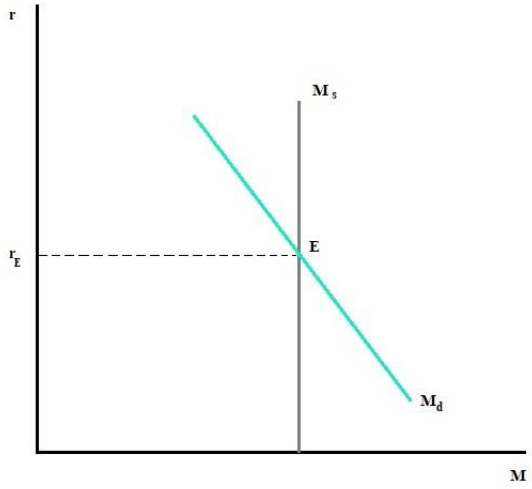
[72] FABOZZI, J. F. Introduction. In: *Bond Markets, Analysis and Strategies*. 6. vydání. New Jersey: Pearson, 2007. s. 7. ISBN 0-13-198643-0

4 Oceňování dluhopisů

Stejně tak, jako při nákupu jakýchkoli jiných statků v ekonomice, musíme i v případě nákupu dluhopisových instrumentů zvažovat jejich aktuální trží cenu, která u dluhopisů reflektuje současnou úrovně úrokových měr v ekonomice, rating a očekávání ohledně budoucího vývoje ekonomiky. Obecně vycházíme ze situace, kdy předpokládáme exogenní nabídku peněz vytvářenou centrální bankou. Rovnost nabídky a poptávky po penězích je poté určena následující rovnicí, kde za faktory ovlivňující peněžní poptávku uvažujeme velikost úrokových měr v ekonomice, a také velikost domácího produktu, jehož velikost má na peněžní poptávku, na rozdíl od výše úrokových měr, pozitivní vliv.[73]

$$M_s = M_d(r, Y)$$

Obrázek 4: Rovnováha peněžního trhu



Zdroj[74]

[73] HOLMAN, R. Peníze, trh peněz a inflace. In: *Makroekonomie*. 2. vydání. Praha: C. H. Beck, 2010. s. 88-93 ISBN 978-80-7179-861-3

[74] HOLMAN, R. Peníze, trh peněz a inflace. In: *Makroekonomie*. 2. vydání. Praha: C. H. Beck, 2010. s. 89. ISBN 978-80-7179-861-3

Bod E (ekvilibrium) na obrázku výše představuje ideální modelovou situaci, při které je trh peněz v rovnováze. Bohužel však v reálné ekonomice působí vlivy, které vychylují poptávku z rovnovážného bodu a způsobují odchylky od rovnováhy. Vyrovnávací mechanismus v tomto bodě představuje právě trh dluhopisů, V situaci, kdy se úroková míra v ekonomice nachází nad rovnovážným bodem, mají ekonomické subjekty zájem na tom držet více investiční aktiva (dluhopisy) ve srovnání s peněžními zůstatky, což způsobí zvýšenou poptávku po levnějších dluhopisech. Ceny dluhopisů budou v důsledku zvýšené poptávky stoupat, a dochází tak k poklesu úrokových měr, čímž dojde k návratu do optimálního bodu grafu. Opačná situace nastane, pokud se úroková míra v ekonomice nachází pod bodem ekvilibria. V důsledku nízkých úrokových měr bude existovat zvýšená poptávka po peněžních zůstatcích a ekonomické subjekty budou prodávat svá dluhopisová aktiva, čímž dojde k převisu nabídky nad poptávkou po těchto aktivech. To povede k snižování ceny dluhopisů a následnému růstu úrokových měr do momentu, kdy opět dojde k navrácení do rovnovážného bodu.[75]

Z výše uvedeného vyplývá, že pro potřeby správného ocenění dluhopisů je nezbytná znalost aktuální výše úrokových měr v ekonomice, lépe řečeno jejich časové struktury. Hovoříme zde o tzv. výnosové křivce, které udává výši úrokových měr v závislosti na době do splatnosti. Samotná časová struktura úrokových sazeb však neposkytuje dostatečnou informaci pro správné ocenění těchto instrumentů. Nezbytnými parametry potřebnými pro ocenění dluhopisu jsou mimo úrokových měr také rizikovost emitujícího subjektu, likvidita, práva na straně držitele nebo emitenta, doba do splatnosti, charakter kuponových plateb a jiné.[76] Všechny tyto faktory lze jistým způsobem promítnout do diskontní míry, čímž dostaneme finální podobu diskontu pro námi zvolený oceňovací model.

Oceněním jakéhokoli finančního instrumentu obecně máme na mysli kalkulaci současné hodnoty očekávaných peněžních toků plynoucích z jeho držby. Pokud tedy budeme předpokládat znalost všech potřebných parametrů, pak jsme schopni vytvořit reálný odhad trží ceny daného

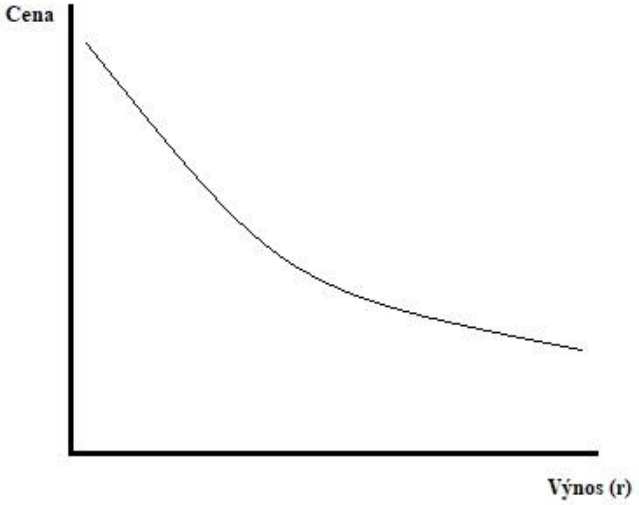
---

[75] HOLMAN, R. Peníze, trh peněz a inflace. In: *Makroekonomie*. 2. vydání. Praha: C. H. Beck, 2010. s. 88-93 ISBN 978-80-7179-861-3

[76] STÁDNÍK, B. Oceňování dluhopisů. In: *Trhy dluhopisů.* 1. vydání. Praha: Oeconomica, nakladatelství VŠE, 2015. s. 177. ISBN 978-80-245-2084-1

instrumentu.[77] Samotný vztah výnosu a ceny lze ilustrovat následujícím grafem, který poukazuje na již zmíněný nepřímo úměrný vztah těchto dvou veličin.

Obrázek 5: Závislost ceny dluhopisu na výnosu



Zdroj[78]

4.1 Výnosová křivka

Výnosová křivkou rozumíme grafické znázornění časové struktury úrokových sazeb v závislosti na době splatnosti jednotlivých dluhopisů, majících přibližně shodnou úroveň parametrů, avšak lišících se v době maturity. V praxi uvažujeme několik základních typů výnosových křivek, které mohou následně tvořit kombinace mezi sebou.

Jedná se o rostoucí výnosovou křivku, jež vykazuje stoupající tendenci vývoje úrokových měr s přibývající dobou do splatnosti. Tento tvar výnosové křivky koresponduje s keynesovskou teorií

---

[77] FABOZZI, J. F. Pricing of Bonds. In: *Bond Markets, Analysis and Strategies*. 6. vydání. New Jersey: Pearson, 2007. s. 13-33. ISBN 0-13-198643-0

[78] FABOZZI, J. F. Pricing of Bonds. In: *Bond Markets, Analysis and Strategies*. 6. vydání. New Jersey: Pearson, 2007. s. 25. ISBN 0-13-198643-0

preference likvidity, neboť ekonomické subjekty v případě delšího investičního horizontu vyžadují prémii za likviditu.[79] Zároveň může rostoucí výnosová křivka signalizovat nepříznivá inflační očekávání. Opačným případem je klesající výnosová křivka, jejíž tvar může naopak predikovat pozitivní budoucí inflační očekávání. Třetím základním typem výnosové křivky je konstantní křivka, která se v závislosti na době do splatnosti nijak nevyvíjí, a hodnoty úrokových sazeb jsou tak v čase přibližně konstantní. Speciálním typem výnosové křivky je tzv. vyboulená křivka, vycházející z teorie segmentace. Trh je podle ní rozdělen v závislosti na době do splatnosti do určitých segmentů, jež mají odlišné investiční preference. V důsledku vyššího počtu subjektů zainteresovaných v krátkodobých a dlouhodobých investičních horizontech a relativně nižšího počtu subjektů vyžadujících střednědobý investiční horizont jsou krátkodobé a dlouhodobé úrokové sazby ve srovnání s těmi střednědobými nižší.[80]

4.1.1 Odvození výnosové křivky – bezkuponové dluhopisy

Pro získání časové struktury úrokových sazeb lze využít bezkuponové dluhopisy, k jejichž splacení dochází kompletně najednou v době maturity příslušného dluhopisu. Obecně, stejně jako v případě jiných investičních instrumentů, i zde existuje riziko emitenta související s defaultem, a proto se jako vhodné pro odvození výnosové křivky jeví využití „bezrizikových“ státních dluhopisů, které toto riziko eliminují. Následně lze této skutečnosti využít i pro získání výnosové křivky dalších dluhopisů přičtením kreditního spreadu konkrétního dluhopisu, který představuje rizikovou přirážku. Při znalosti aktuální tržní ceny jednotlivých bezkuponových dluhopisů a jejich přesné doby do splatnosti je odvození příslušného výnosového procenta relativně snadné. Budoucí hodnota investované částky (*FV*), v tomto případě nominální hodnota dluhopisu, je při aplikaci metody složeného úročení dána následujícím vztahem, kde *n* značí dobu do splatnosti vyjádřenou dle aplikované denní konvence. Lze tedy uvažovat i necelé číslo v závislosti na časovém okamžiku, ve kterém se momentálně nacházíme.

---

[79] MANKIW, N. G. *Principles of Economics.* 7. vydání. Stamford: Cengage Learning, 2015. 847 s. ISBN 978-1-285-16587-5

[80] NÝVLTOVÁ, r. – REŽŇÁKOVÁ, M. Emise dluhopisů. In: *Mezinárodní kapitálové trhy – zdroj financování.* Praha: Grada Publishing. 2007. s. 172. ISBN 978-80-247-1922-1

$$FV = P \cdot (1 + r)^n$$

Vyjádřením hodnoty úrokové míry z této rovnice poté získáme vzorec pro určení ročního výnosu pro příslušnou dobu do splatnosti. Při existenci dílčích bezkuponových dluhopisů pro jednotlivé doby do splatnosti a znalosti jejich aktuálních tržních cen lze pomocí tohoto jednoduchého vzorce odvodit kompletně požadovanou výnosovou křivku. Právě existence všech požadovaných dob do splatnosti bezkuponových dluhopisů však představuje problém, neboť bezkuponové dluhopisy nejsou obvykle definovány pro všechny maturity,[81] a je tedy nutná aplikace jiné metody. V případě bezkuponových dluhopisů zde vyvstává specifický problém, týkající se vyšší rizikovosti dlouhodobých bezkuponových dluhopisů, neboť v důsledku vyšší citlivosti na změnu úrokové míry ve srovnání s kuponovými dluhopisy jsou tyto dluhopisy zatíženy rizikovou prémií, což do značné míry ovlivňuje kalkulaci bezrizikového výnosu, i když se jedná o případy státních dluhopisů.

$$i_n = \sqrt[n]{\frac{FV}{P}} - 1$$

4.1.2 Odvození výnosové křivky – bootstrapping

Aplikací metody zvané bootstrapping lze vyřešit problém neznalosti výnosové míry pro jednotlivé maturity dluhopisů. Jedná se o postupné odvozování dílčích výnosových měr při využití již dříve odvozených hodnot parametrů vstupujících do výpočtu. Tuto metodu lze použít jak pro kuponové dluhopisy, tak i v kombinaci s dluhopisy bezkuponovými, což představuje ideální variantu při odvozování výnosových měr ze státních dluhopisů, které jsou obvykle pro kratší maturity emitovány v bezkuponové formě, a naopak pro delší maturity mají tyto instrumenty podobu dluhopisů kuponových. Důležitým předpokladem aplikace této metody je opět stejná riziková třída

[81] CIPRA, T. Analýza dluhopisu z hlediska výnosnosti. In: *Matematika cenných papírů*. 1. vydání. Praha: Professional Publishing, 2013. s. 50-58. ISBN 978-80-7431-079-9

dluhopisů zahrnutých do výpočtu, ideálně vycházíme ze státních dluhopisů, které obvykle představují nejnižší možnou úroveň rizika.[82]

Princip výpočtu je takový, že postupujeme od počátku do doby splatnosti vždy o dílčí krok, kterým je jedno úrokovací období, a následně jsme tak schopni odvodit kompletní strukturu výnosové křivky. Nezbytným předpokladem je znalost tržních cen a dalších parametrů všech dluhopisů zahrnutých do tohoto výpočtu.[83] Pokud tedy budeme uvažovat znalost všech potřebných parametrů, pak je námi požadovaná výnosnost vycházející z rovnice pro určení ceny dluhopisu určena následujícím vztahem.

$$P = \frac{CF_1}{(1+r_1)} + \frac{CF_2}{(1+r_2)^2} + \frac{CF_3}{(1+r_3)^3} + \ldots + \frac{CF_{n-1}}{(1+r_{n-1})^{n-1}} + \frac{CF_n}{(1+i_n)^n}$$

$$r_n = \sqrt[n]{\frac{CF_n}{P - CF\sum_{i=1}^{n-1}(1+r_i)^{-i}}} - 1$$

4.1.3 Lineární interpolace

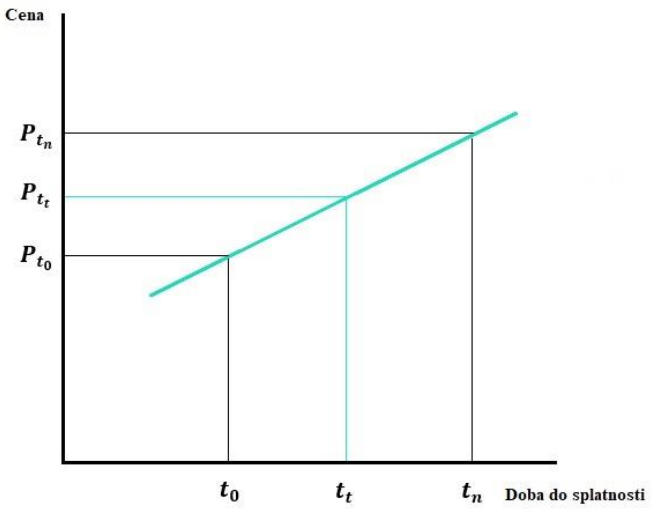
V důsledku omezeného počtu existujících dluhopisů s požadovanými shodnými vlastnostmi, které lze použít pro odvození výnosové křivky, dochází k situacím, kdy je nutno odhadnout výnos do splatnosti dluhopisu pro nedefinovanou maturitu. Za předpokladu lineárního vývoje ceny a kuponového výnosu lze aproximovat cenu a kuponový výnos dluhopisu, kterou lze následně využít pro určení výnosu do splatnosti dluhopisu pro chybějící maturitu. Lineární interpolace vychází z následujícího vzorce, kde doba do splatnosti na úrovni t_t reprezentuje nedefinovanou dobu do splatnosti, hodnota C_{tt}, resp. P_{tt}, poté představuje odhadovanou kuponovou výnosnost, resp. odhadovanou cenu uvažovaného dluhopisu. Zbylé proměnné odpovídají dobám do splatnosti, cenám a kuponovým výnosnostem kotovaných dluhopisů.

---

[82] SMITH, D. Yield Curves. In: *Bond Math: The Theory Behind the Formulas*. 2. vydání. Bloomberg Press, 2014. s. 96. ISBN 978-1-118-86632-0

[83] STÁDNÍK, B. Oceňování dluhopisů. In: *Trhy dluhopisů.* 1. vydání. Praha: Oeconomica, nakladatelství VŠE, 2015. s. 179. ISBN 978-80-245-2084-1

Obrázek 6: Lineární interpolace



Zdroj[84]

$$C_{tt} = C_{t_0} + \frac{C_{t_n} - C_{t_0}}{t_n - t_0} * (t_n - t_0)$$

$$P_{tt} = P_{t_0} + \frac{P_{t_n} - P_{t_0}}{t_n - t_0} * (t_n - t_0)$$

4.2 Oceňování bezkuponového dluhopisu

Při oceňování dluhopisů aplikujeme různé metody v závislosti na dílčích charakteristikách jednotlivých dluhopisových instrumentů s cílem získat představu o správné aktuální ceně dluhopisu, která by v sobě reflektovala všechny relevantní informace. Porovnání takto získané ceny s aktuální trží cenou umožní rozhodnout, zda se jedná o správně oceněný instrument, případně zda existují odchylky od tržní ceny, které by umožnily realizaci výnosů plynoucích z nesprávného ocenění těchto instrumentů trhem.

[84] BUREŠ, J. *Úvod do problematiky výnosových křivek* [online]. 2010 [cit. 2019-12-05]. s. 16. Dostupné z: http://hp482.wz.cz/matpred/text_bures_yieldcurve.pdf

Výnos bezkuponového dluhopisu je dán rozdílem mezi nákupní cenou a jmenovitou hodnotou dluhopisu.[85] Stanovením požadované výnosnosti získáme následně diskontní faktor, kterým diskontujeme jmenovitou hodnotu dluhopisu. Vypočtená současná hodnota při požadované výnosnosti slouží k následnému porovnání s aktuální trží cenou tohoto instrumentu. Vzorec výpočtu je následující, kde *r* představuje požadovanou výnosnost a *t* časový horizont držby, přičemž se nemusí nutně jednat o celé číslo.

$$P = \frac{FV}{(1+r)^t}$$

4.3 Oceňování dluhopisu s pevnou kuponovou sazbou

4.3.1 Pomocí běžných úrokových sazeb

Vlastnictví bezkuponového dluhopisu poskytuje svému majiteli v průběhu držby kuponové platby, které odpovídají násobku výše jmenovité hodnoty a kuponové sazby konkrétního dluhopisu. V případě, pokud nedochází k reinvestici kuponových plateb, lze nahlížet na jakýkoliv kuponový dluhopis jako na portfolio složené z *n* bezkuponových dluhopisů, kde *n* odpovídá počtu zbývajících kuponových plateb do doby splatnosti.[86] Z tohoto vztahu vyplývá vzorec pro ocenění kuponového dluhopisu, který představuje sumu dílčích plateb v průběhu doby životnosti dluhopisu. Jako diskontní faktor zde slouží již odvozená struktura běžných úrokových sazeb pro jednotlivé kuponové výplaty.

$$P = \frac{CF_1}{(1+r_1)} + \frac{CF_2}{(1+r_2)^2} + \frac{CF_3}{(1+r_3)^3} + \ldots + \frac{CF_{n-1}}{(1+r_{n-1})^{n-1}} + \frac{CF_n}{(1+r_n)^n}$$

---

[85] FABOZZI, J. F. Pricing of Bonds. In: *Bond Markets, Analysis and Strategies*. 6. vydání. New Jersey: Pearson, 2007. s. 24. ISBN 0-13-198643-0

[86] STÁDNÍK, B. Oceňování dluhopisů. In: *Trhy dluhopisů.* 1. vydání. Praha: Oeconomica, nakladatelství VŠE, 2015. s. 178. ISBN 978-80-245-2084-1

4.3.2 Pomocí IRS (Interest rate swap)

IRS (Interest rate swap) představuje závazek smluvních stran k pravidelným platbám v předem sjednaných časových intervalech. Na jedné straně existuje subjekt platící pevně danou výši úroku, která se v čase nevyvíjí a jako protiváhu k tomu získává plovoucí výši úrokové platby, obvykle navázanou na konkrétní referenční úrokovou sazbu, např. LIBOR. Jako protiváha zde existuje subjekt, který je přesně v opačné pozici, a vystupuje tedy jako příjemce úrokové platby v pevně dané výši, a naopak plátce plovoucí sazby.[87] Mezi smluvními stranami nedochází k výměně nominální hodnoty. Ta slouží pouze jako referenční hodnota pro kalkulaci výše kuponových plateb v období výplat. Kupující strana (příjemce fixní výše kuponových plateb) tak v podstatě nakupuje dluhopis za par, přičemž výše kuponových plateb plynoucích od plátce fixního úroku odpovídá ceně swapu.[88]

$$100 = \frac{IRS}{(1+IRS)} + \frac{IRS}{(1+IRS)^2} + \frac{IRS}{(1+IRS)^3} + \ldots + \frac{IRS_{n-1}}{(1+IRS)^{n-1}} + \frac{IRS+100}{(1+IRS)^n}$$

4.3.3 Pomocí binomického stromu

Pokud předpokládáme několik možných scénářů budoucího vývoje úrokových sazeb, lze využít pro ocenění dluhopisu model binomického stromu, který modeluje možné situace budoucích úrokových měr v diskrétním čase.[89] Primární využití modelu binomického stromu nacházíme při oceňování derivátů,[90] nicméně lze jej využít i pro dluhopisové instrumenty.

---

[87] HULL, J. Swaps. In: *Options, Futures and Other Derivatives*. 8. vydání. Boston: Pearson, 2012. s. 148 ISBN 978-0-13-216494-8

[88] STÁDNÍK, B. Oceňování dluhopisů. In: *Trhy dluhopisů.* 1. vydání. Praha: Oeconomica, nakladatelství VŠE, 2015. s. 179-180. ISBN 978-80-245-2084-1

[89] STÁDNÍK, B. Oceňování dluhopisů. In: *Trhy dluhopisů.* 1. vydání. Praha: Oeconomica, nakladatelství VŠE, 2015. s. 180-182. ISBN 978-80-245-2084-1

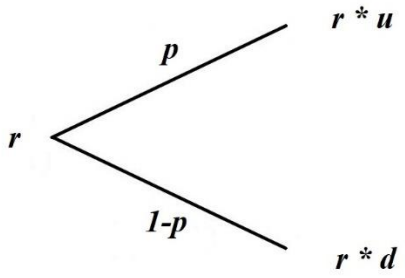
[90] CIPRA, T. Modelování časové struktury úrokových měr. In: *Matematika cenných papírů*. 1. vydání. Praha: Professional Publishing, 2013. s. 73-77. ISBN 978-80-7431-079-9

Samotný model difuzního procesu úrokové míry lze zjednodušeně vyjádřit následujícím vzorcem.[91] Konstanta *a* vyjadřuje střední hodnotu úrokové míry, *b* poté její směrodatnou odchylku. Časová změna Δt zde představuje interval mezi jednotlivými kuponovými platbami. Proměnná Δz vyjadřuje přírůstek Wienerova procesu. Wienerův proces obecně představuje stochastický proces, jehož přírůstky musí splňovat konkrétní náležitosti, a sice. Přírůstky Wienerova procesu mají normální rozdělení s nulovou střední hodnotou a rozptylem daným délkou časového intervalu Δt.[92]

$$\Delta r = a * r\Delta t + b * \Delta z$$

Binomický strom uvažuje pouze dva možné scénáře vývoje úrokových sazeb, konkrétně nárůst na hodnotu $r * u$ $(u > 1)$ s pravděpodobností *p*, resp. pokles na hodnotu $r * d$ $(d < 1)$ s pravděpodobností *1 - p*.

Obrázek 7: Princip binomického modelu



Zdroj[93]

[91] RENDLEMAN, R. – BARTTER, B. – The Pricing of Options on Debt Securities. Journal of Financial and Quantitative Analysis. [online] 1980, č. 15, s. 11-24. [cit. 2020-01-26]. Dostupné z: https://www.cambridge.org/core/journals/journal-of-financial-and-quantitative-analysis/article/pricing-of-options-on-debt-securities/73B79ABD4DF979BC8AB74623BF18FC9E

[92] CIPRA, T. Modelování časové struktury úrokových měr. In: *Matematika cenných papírů*. 1. vydání. Praha: Professional Publishing, 2013. s. 59-65. ISBN 978-80-7431-079-9

[93] CIPRA, T. Modelování časové struktury úrokových měr. In: *Matematika cenných papírů*. 1. vydání. Praha: Professional Publishing, 2013. s. 74. ISBN 978-80-7431-079-9

Při nekonečném zkracování časového intervalu se diskrétní rozdělení limitně blíží spojitému, a lze tak aplikací spojitého úročení získat hodnoty dílčích parametrů potřebných k modelování možného cenového vývoje.[94]

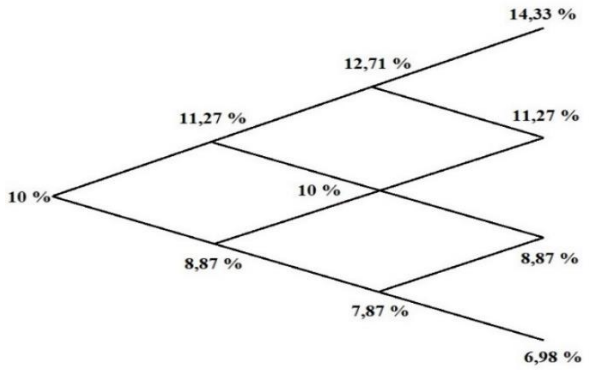
$$u = e^{b\sqrt{\Delta t}}$$

$$d = e^{-b\sqrt{\Delta t}}$$

$$p = \frac{e^{a\Delta t} - d}{u - d}$$

Možný scénář budoucího vývoje úrokových sazeb lze modelovat dle následujícího schématu, přičemž postupujeme od současnosti směrem do budoucnosti.

Obrázek 8: Binomický strom pro spotovou úrokovou míru



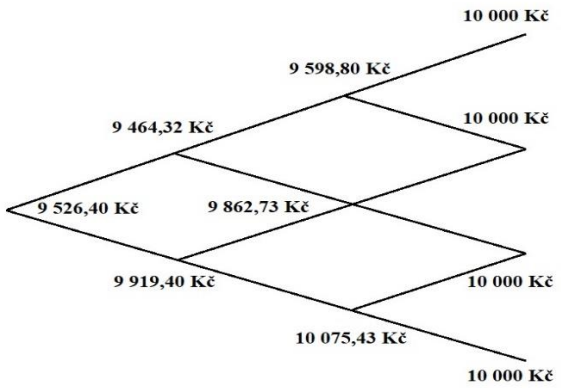
Zdroj[95]

[94] CIPRA, T. Modelování časové struktury úrokových měr. In: *Matematika cenných papírů*. 1. vydání. Praha: Professional Publishing, 2013. s. 73-77. ISBN 978-80-7431-079-9

[95] CIPRA, T. Modelování časové struktury úrokových měr. In: *Matematika cenných papírů*. 1. vydání. Praha: Professional Publishing, 2013. s. 76. ISBN 978-80-7431-079-9

Opačný případ nastává při výpočtu hodnot kuponového dluhopisu. Zde primárně vycházíme z očekávaných budoucích hodnot dluhopisu v době výplaty nominální hodnoty, které jsou rovny jmenovité hodnotě a postupujeme rekurentně do současnosti. Pokud budeme předpokládat dluhopis o jmenovité hodnotě 10 000 Kč, pak lze při aplikaci očekávaného vývoje procentních sazeb získat následující očekávané hodnoty dluhopisu v příslušných časových uzlech.[96]

Obrázek 9: Binomický strom pro hodnoty kuponového dluhopisu



Zdroj[97]

4.4 Oceňování dluhopisu s pohyblivou kuponovou sazbou

Pokud uvažujeme dluhopis s pohyblivou výší kuponových plateb, pak nejsme schopni předem s jistotou určit výši kuponových plateb pro potřeby správného ocenění dluhopisu. Jedná se tak o stochastickou proměnnou, kterou lze však aproximovat pomocí veličin reflektujících očekávaný vývoj budoucích úrokových sazeb. Konkrétně se jedná o forwardové úrokové míry, jež umožnují fixaci jisté úrokové míry v současnosti s platností od jistého okamžiku v budoucnu. Tyto úrokové míry reflektují možný scénář vývoje budoucích úrokových měr, a mohou tak posloužit jako

[96] CIPRA, T. Modelování časové struktury úrokových měr. In: *Matematika cenných papírů*. 1. vydání. Praha: Professional Publishing, 2013. s. 73-77. ISBN 978-80-7431-079-9

[97] CIPRA, T. Modelování časové struktury úrokových měr. In: *Matematika cenných papírů*. 1. vydání. Praha: Professional Publishing, 2013. s. 77. ISBN 978-80-7431-079-9

vhodný nástroj pro požadovanou aproximaci. Vztah pro ocenění dluhopisu lze poté vyjádřit následujícím vzorcem, kde proměnné $forw_i$ v modelu označují forwardové úrokové míry pro dané období platné v době ocenění.[98]

$$P = \frac{forw_1}{(1+r_1)} + \frac{forw_2}{(1+r_2)^2} + \frac{forw_3}{(1+r_3)^3} + \ldots + \frac{forw_{n-1}}{(1+r_{n-1})^{n-1}} + \frac{forw_n + FV}{(1+r_n)^n}$$

4.4.1 Oceňování dluhopisu dle ratingového hodnocení

Jak již bylo uvedeno v předchozí kapitole, jednotlivým dluhopisovým emisím bývají obvykle přiřazeny příslušné ratingové stupně v závislosti na dílčích parametrech konkrétní emise, případně vlastnostech daného emitenta. Pro každý investiční stupeň existují zároveň také pravděpodobnosti změny ratingu v průběhu jistého časového intervalu. Při znalosti konkrétních pravděpodobností přechodu mezi jednotlivými investičními stupni a cen dluhopisů odpovídajícího ratingu jsme schopni určit současnou hodnotu daného dluhopisu. Proměnná *r* v modelu představuje očekávanou výši úrokové míry platnou v období, ke kterému vztahujeme očekávání týkající se změn ratingových hodnocení, zároveň také předpokládáme neměnnost úrokového výnosu daného dluhopisu v případě ratingových změn.[99] Součet *n* možných pravděpodobností vývoje ratingového stupně by měl dát hodnotu 1, čímž je zajištěn kompletní výčet očekávaných scénářů přechodových změn.

$$P = \frac{prob_1 * P_{new\ rating\ 1} + prob_2 * P_{new\ rating\ 2} + \cdots + prob_n * P_{new\ rating\ n}}{(1+r)}$$

[98] STÁDNÍK, B. Oceňování dluhopisů. In: *Trhy dluhopisů.* 1. vydání. Praha: Oeconomica, nakladatelství VŠE, 2015. s. 182. ISBN 978-80-245-2084-1

[99] STÁDNÍK, B. Oceňování dluhopisů. In: *Trhy dluhopisů.* 1. vydání. Praha: Oeconomica, nakladatelství VŠE, 2015. s. 185. ISBN 978-80-245-2084-1

5 Durace a konvexita

5.1 Taylorův polynom

V matematice se můžeme setkat s problémem neznalosti funkční hodnoty v konkrétním bodě. Pokud však existuje hodnota blízká námi požadovanému bodu, jejíž funkční hodnotu lze vypočítat poměrně jednoduše, pak lze s využitím matematických metod získat poměrně přesnou aproximaci, která se funkční hodnotě v námi požadovaném bodě bude blížit. Pro aplikaci příslušné aproximativní metody je nutné splnění požadavku diferencovatelnosti určující funkce v námi zvoleném bodě.

Rovnice přímky je určena následujícím funkčním předpisem, kde *k* představuje směrnici přímky a proměnná *b* úrovňovou konstantu.

$$y = kx + b$$

Aby bylo možné vytvořit požadovanou aproximaci, je nutno určit funkční hodnotu původní funkce, a také hodnotu první derivace této funkce v bodě, který se nachází v dostatečné blízkosti požadovaného bodu a jeví se jako vhodný pro potřeby snadného výpočtu. Následným dosazením do obecné rovnice přímky, kdy za hodnotu směrnice *k* volíme derivaci funkce podle proměnné *x,* nahrazením hodnoty proměnné *b* funkční hodnotou v blízkém bodě a proměnné *x* hodnotou *x-a,* definující vzdálenost námi požadovaného a zvoleného bodu, získáme rovnici tečny, kterou lze zapsat v následujícím tvaru.

$$y = f'(a)(x - a) + f(a)$$

Pokud se bod *a* nachází blízko bodu *x*, pak se rovnice tečny jeví jako vhodná pro aproximaci funkční hodnoty v požadovaném bodě. Při zvyšující se vzdálenosti zvoleného a požadovaného bodu však dochází obvykle k růstu odchylky, neboť se jedná pouze o lineární aproximaci pomocí přímky. Zpřesnění umožňuje zahrnutí polynomů vyššího řádu. Této skutečnosti využívá Taylorův polynom *n* této stupně, pomocí něhož jsme schopni aproximovat funkce u nichž pozorujeme obecně nelineární průběh.

Z definice platí následující

„Nechť funkce *f* má všechny derivace až po řád *n* v *a*. Pak definujeme Taylorův polynom *f* stupně *n* se středem *a* jako“[100]

$$T_n(x) = f(a) + f'(a)(x-a) + \frac{1}{2!}f''(a)(x-a)^2 + \cdots + \frac{1}{n!}f^n(a)(x-a)^n$$

$$= \sum_{k=0}^{n} \frac{f^k(a)}{k!}(x-a)^k$$

5.2 Durace dluhopisu

Durace dluhopisu udává průměrnou dobu návratnosti částky investované do dluhopisu. Matematicky představuje durace vážený průměr zbývající doby do splatnosti dluhopisu, přičemž váhy jsou určeny velikostí diskontovaných plateb plynoucích v průběhu zbývající doby do splatnosti konkrétního dluhopisu.[101] Duraci lze však také definovat jako citlivost ceny dluhopisu na změny výnosu do splatnosti a slouží jako nástroj při aproximaci odhadované úrovně cenových změn způsobených změnami výnosu do splatnosti.[102]

5.2.1 Macaulayova durace

Pro potřeby odvození Macaulayovy durace lze využít vzorec výpočtu ceny dluhopisu s pevnou kuponovou sazbou neobsahujícího vnořenou opci,[103] kde hodnota *r* udává výnos dluhopisu do splatnosti.

---

[100] KLAZAR, M. Derivace funkcí. In: *Matematická analýza I – učební text*. [online]. 2019 [cit. 2020-01-20]. s. 242-243. Dostupné z: https://kam.mff.cuni.cz/~klazar/maI.pdf

[101] STÁDNÍK, B. Parametry dluhopisů. In: *Trhy dluhopisů.* 1. vydání. Praha: Oeconomica, nakladatelství VŠE, 2015. s. 63. ISBN 978-80-245-2084-1

[102] CIPRA, T. Durace dluhopisu. In: *Matematika cenných papírů*. 1. vydání. Praha: Professional Publishing, 2013. s. 99. ISBN 978-80-7431-079-9

[103] FABOZZI, J. F. Bond Price Volatility. In: *Bond Markets, Analysis and Strategies.* 6. vydání. New Jersey: Pearson, 2007. s. 63. ISBN 0-13-198643-0

$$P = \frac{c}{(1+r)} + \frac{c}{(1+r)^2} + \cdots + \frac{c+FV}{(1+r)^n}$$

Derivací vzorce podle výnosu do splatnosti a příslušnými matematickými úpravami získáme následující podobu rovnice.[104]

$$P' = -\frac{c}{(1+r)^2} - \frac{2c}{(1+r)^3} - \cdots - \frac{n(c+FV)}{(1+r)^{n+1}}$$

$$= -\frac{\frac{1}{(1+r)}\left[\frac{c}{(1+r)} + \frac{2c}{(1+r)^2} + \cdots \frac{n(c+FV)}{(1+r)^n}\right]}{P} P$$

Macaulayova durace je rovna následující části vzorce a představuje vážený průměr doby do splatnosti dluhopisu, přičemž, jak již bylo řečeno v předchozích odstavcích, váhy tvoří dílčí velikosti diskontovaných plateb plynoucích z dluhopisu.[105]

$$Mac_{Duration} = \frac{\left[\frac{c}{(1+r)} + \frac{2c}{(1+r)^2} + \cdots + \frac{n(c+FV)}{(1+r)^n}\right]}{P}$$

Celkovou změnu ceny lze matematicky vyjádřit pomocí Taylorova polynomu, kde hodnota *r* udává aktuální výši výnosu do splatnosti a Δr velikost změny tohoto výnosu do splatnosti.

$$f(r+\Delta r) = f(r) + f'(r)(\Delta r) + \frac{1}{2!}f''(r)(\Delta r)^2 + \cdots + \frac{1}{n!}f^n(r)(\Delta r)^n$$

Velikost cenové změny lze poté vyjádřit jako:

$$\Delta P = f'(r)(\Delta r) + \frac{1}{2!}f''(r)(\Delta r)^2 + \cdots + \frac{1}{n!}f^n(r)(\Delta r)^n$$

---

[104] STÁDNÍK, B. Parametry dluhopisů. In: *Teorie a praxe dluhopisů I*. Praha: Oeconomica, nakladatelství VŠE, 2013. s. 58. ISBN 978-80-245-1919-7

[105] STÁDNÍK, B. Parametry dluhopisů. In: *Teorie a praxe dluhopisů I*. Praha: Oeconomica, nakladatelství VŠE, 2013. s. 63-70. ISBN 978-80-245-1919-7

Pro potřeby jednoduché aproximace cenové změny se upouští od členů vyššího řádu Taylorova polynomu s využitím pouze prvního členu, kterým je součin úrovně změny výnosu a první derivace ceny dluhopisu podle výnosu do splatnosti. Zjednodušením původního vzorce lze tedy získat aproximativní vyjádření pro úroveň cenové změny dluhopisu.[106]

$$\Delta P \cong f'(r)\Delta r$$

$$\Delta P \cong -Mac_{Duration}\frac{P}{(1+r)}\Delta r$$

5.2.2 Modifikovaná durace

Modifikovaná durace představuje násobek hodnoty Macaulayovy durace a zlomku $\frac{1}{1+r}$. Ve svém důsledku se tak jedná o ukazatel podstatně citlivější na změny úrovně výnosu do splatnosti ve srovnání s Macaulayovou durací.[107] Zároveň také umožňuje srovnávat durace jednotlivých dluhopisů, lišících se v úrovni výnosu do splatnosti. Vzorec výpočtu je následující.

$$Mod_{Duration} = \frac{\left[\frac{c}{(1+r)} + \frac{2c}{(1+r)^2} + \cdots + \frac{n(c+FV)}{(1+r)^n}\right]}{P(1+r)}$$

Přibližná výše cenové změny vyjádřená pomocí modifikované durace je určena tímto vztahem

$$\Delta P \cong -Mod_{Duration}P\Delta r$$

[106] STÁDNÍK, B. Parametry dluhopisů. In: *Teorie a praxe dluhopisů I*. Praha: Oeconomica, nakladatelství VŠE, 2013. s. 66. ISBN 978-80-245-1919-7

[107] STÁDNÍK, B. Parametry dluhopisů. In: *Teorie a praxe dluhopisů I*. Praha: Oeconomica, nakladatelství VŠE, 2013. s. 80. ISBN 978-80-245-1919-7

5.2.3 Dolarová durace

Dolarová durace udává přibližnou úroveň cenové změny dluhopisu způsobenou změnou výše výnosu do splatnosti v absolutním vyjádření.[108] Matematicky se jedná o první člen již definovaného Taylorova polynomu,[109] tedy první derivaci ceny dluhopisu podle výnosu do splatnosti. Výsledná aproximativní úroveň cenové změny v důsledku pohybu výnosu do splatnosti je tak při aplikaci různých typů durací shodná, rozdíl je dán pouze stylem vyjádření.

$$\Delta P \cong f'(r)(\Delta r)$$

$$\Delta P \cong -\$_{Duration}\Delta r$$

Udávaná hodnota durace vždy souvisí s periodou vyplácení kuponových plateb dluhopisu. Pro potřeby možného srovnání durací dluhopisů s různými výplatními periodami je potřebná anualizace durace.[110] Roční vyjádření durace získáme jako podíl hodnoty durace příslušného dluhopisu a roční periodicity vyplácení kuponu vyjádřenou proměnnou *m*.

$$Duration_{annualized} = \frac{Duration}{m}$$

5.2.4 Cena bazického bodu

Zatímco durace představuje pouze přibližné vyjádření cenové změny dluhopisu v důsledky změny výnosu, cena bazického bodu udává přesnou změnu ceny způsobenou změnou úrovně výnosu o jeden bazický bod. Citlivost je zde vyjádřena v absolutních jednotkách, konkrétně měně, ve které

---

[108] FABOZZI, J. F. Bond Price Volatility. In: *Bond Markets, Analysis and Strategies*. 6. vydání. New Jersey: Pearson, 2007. s. 70-71. ISBN 0-13-198643-0

[109] STÁDNÍK, B. Parametry dluhopisů. In: *Teorie a praxe dluhopisů I*. Praha: Oeconomica, nakladatelství VŠE, 2013. s. 81. ISBN 978-80-245-1919-7

[110] FABOZZI, J. F. Bond Price Volatility. In: *Bond Markets, Analysis and Strategies*. 6. vydání. New Jersey: Pearson, 2007. s. 65. ISBN 0-13-198643-0

je dluhopis kotován.[111] Na rozdíl od durace se jedná o symetrickou proměnnou, nezávislou na směru pohybu výnosu.[112] Relativní vyjádření cenové změny lze získat jednoduchým vydělením ceny dluhopisu po změně výnosu cenou původní.

5.2.5 Durace druhé generace

Při výše uvedených metodách výpočtu durace je uvažován poměrně zásadní zjednodušující předpoklad, a sice plochý tvar výnosové křivky a její paralelní posuny, které v praxi bývají téměř vždy nesplněny. Tento problém eliminuje zavedení tzv. durace druhé generace, která upouští od předpokladu plochého tvaru výnosové křivky. Lze se setkat také s označením Fischer-Weilova durace. Pokud budeme uvažovat tři odlišné výnosové křivky – rostoucí, klesající a plochou, tak v situaci, kdy všechny budou zajištovat shodnou výnosnost do splatnosti uvažovaného dluhopisu, bude hodnota Fischer-Weilovy durace nižší u rostoucí výnosové křivky, ve srovnání s hodnotou Macaulayovy durace. Tato skutečnost je dána nižší vahou přiřazenou vyšším dobám do splatnosti. Výpočet tohoto typu durace je dán následujícím předpisem.[113]

$$Duration_{F-W} = \frac{\sum_{t=1}^{n} t \frac{c}{(1+r_t)^t} + n \frac{FV}{(1+r_n)^n}}{\sum_{t=1}^{n} \frac{c}{(1+r_t)^t} + \frac{FV}{(1+r_n)^n}}$$

5.2.6 Vlastnosti durace

Vzhledem k tomu, že durace představuje střední dobu do splatnosti dluhopisu, je relativně snadné určit duraci bezkuponového dluhopisu. Ta je vždy rovna době do splatnosti, neboť ke splacení celé částky dochází najednou, v době maturity. Stejně tak tomu je i v situaci kuponového dluhopisu vyplácejícího kupony na určité bázi, pokud doba do splatnosti tohoto dluhopisu nepřesahuje délku

---

[111] FABOZZI, J. F. Bond Price Volatility. In: *Bond Markets, Analysis and Strategies*. 6. vydání. New Jersey: Pearson, 2007. s. 62-63. ISBN 0-13-198643-0

[112] INVESTOPEDIA. *Price Value of a Basis Point (PVBP)* [online]. Aktualizováno 4. 11. 2019 [cit. 2020-01-26]. Dostupné z: https://www.investopedia.com/terms/p/pvbp.asp

[113] RADOVÁ, J. – Měření citlivosti ceny dluhopisů. Český finanční a účetní časopis. [online]. 2007, roč. 2, č. 3, s. 41-55. [cit. 2020-01-20]. Dostupné z: https://cfuc.vse.cz/pdfs/cfu/2007/03/06.pdf

této báze.[114] Pro ostatní kuponové dluhopisy je nutno provést kalkulaci, přičemž hodnota durace se bude vždy nacházet v intervalu mezi následující kuponovou platbou a dobou splatnosti, jež vymezují meze pro pohyb této veličiny.

Specifikum představuje durace věčného dluhopisu, která při neexistenci doby do splatnosti vychází z limitního vztahu určeného následujícím výrazem. Při aplikaci L'Hospitalova pravidla v druhé části výrazu získáme vzorec pro výpočet durace.[115]

$$D = \lim_{n \to \infty} \left(\frac{1+r}{r} - \frac{n(c-1)+1+r}{c(1+r)^n - (c-1)} \right) = \frac{1+r}{r}$$

Z výše uvedených vzorců lze jednoduše vyvodit závislost durace na dílčích parametrech, kterými jsou:

1) Kuponová sazba dluhopisu – vyšší úroveň kuponové sazby snižuje duraci dluhopisu, neboť dochází ke snižování poměrné váhy posledního sčítance dluhopisu, což ve svém důsledku snižuje hodnotu průměrné doby do splatnosti. Nižší úroveň kuponových sazeb tak zvyšuje atraktivitu pro investory spekulující na pohyb tržních cen dluhopisů, neboť ty v důsledku vyšší hodnoty durace představují aktivum citlivější na změnu výnosu do splatnosti.[116]
2) Výnos do splatnosti – první derivace durace podle výnosu do splatnosti nabývá pro $n > 1$ záporných hodnot. Jedná se o nepřímo úměrný vztah. Pokles úrovně úrokových měr ve svém důsledku znamená větší změnu durace, než její růst, což je dáno zápornou hodnotou druhé derivace.[117] Toto tvrzení lze demonstrovat následujícím grafem. Směrnice tečen v jednotlivých bodech grafu nabývají s rostoucí hodnotou výnosu stále nižších absolutních

[114] CIPRA, T. Durace dluhopisu. In: *Matematika cenných papírů*. 1. vydání. Praha: Professional Publishing, 2013. s. 108-115. ISBN 978-80-7431-079-9

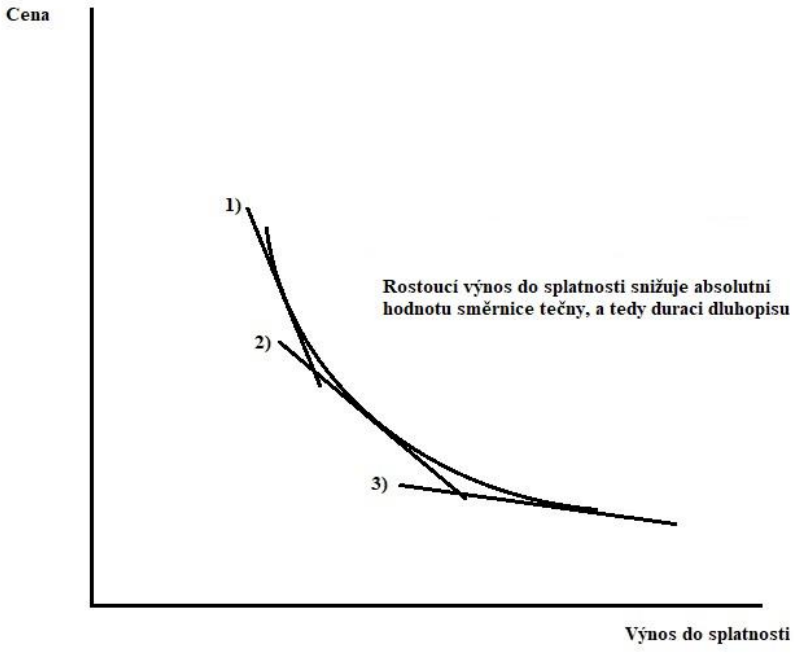
[115] CIPRA, T. Durace dluhopisu. In: *Matematika cenných papírů*. 1. vydání. Praha: Professional Publishing, 2013. s. 109. ISBN 978-80-7431-079-9

[116] CIPRA, T. Durace dluhopisu. In: *Matematika cenných papírů*. 1. vydání. Praha: Professional Publishing, 2013. s. 109. ISBN 978-80-7431-079-9

[117] CIPRA, T. Durace dluhopisu. In: *Matematika cenných papírů*. 1. vydání. Praha: Professional Publishing, 2013. s. 109. ISBN 978-80-7431-079-9

hodnot, což implikuje klesající citlivost na změnu úrovně výnosu do splatnosti při jeho růstu.[118]

Obrázek 10: Klesající citlivost ceny dluhopisu na změnu úrovně výnosu do splatnosti



Zdroj[119]

3) Doba do splatnosti – rostoucí doba do splatnosti dluhopisu vede k růstu durace, přičemž mezní přírůstky této doby mají obecně klesající tendenci. Výjimku představují dluhopisy jejichž výnos do splatnosti je vyšší než kuponová sazba. Durace takových dluhopisů má

[118] FABOZZI, J. F. Bond Price Volatility. In: *Bond Markets, Analysis and Strategies*. 6. vydání. New Jersey: Pearson, 2007. s. 60-62. ISBN 0-13-198643-0

[119] FABOZZI, J. F. Bond Price Volatility. In: *Bond Markets, Analysis and Strategies*. 6. vydání. New Jersey: Pearson, 2007. s. 82. ISBN 0-13-198643-0

nejprve rostoucí tendenci s klesajícími mezními přírůstky, avšak v jistém bodě nabyde maxima, po kterém dochází k poklesu hodnoty durace.[120]

Výše uvedená tvrzení lze demonstrovat následující tabulkou a grafem, přičemž je uvažován dluhopis s ročním připisováním úroků. Zelené hodnoty v tabulce udávají duraci pro jednotlivé výše kuponových sazeb při daných úrovních tržních úrokových měr a době do splatnosti. Tmavé hodnoty poté potvrzují vývoj hodnot durace u dluhopisů s vyšším výnosem do splatnosti, než je úroveň kuponové sazby, tedy od jisté úrovně doby do splatnosti durace těchto dluhopisů klesá.

Tabulka 6: Závislost durace na kuponové sazbě, tržní úrokové míře a době do splatnosti

Doba do splatnosti	Tržní úroková míra 5 %			Tržní úroková míra 10 %			Tržní úroková míra 15 %		
	Kuponová sazba			Kuponová sazba			Kuponová sazba		
	5 %	10 %	15 %	5 %	10 %	15 %	5 %	10 %	15 %
1	1	1	1	1	1	1	1	1	1
3	2.86	2.75	2.67	2.85	2.74	2.65	2.84	2.72	2.63
5	4.55	4.25	4.05	4.49	4.17	3.95	4.43	4.08	3.85
10	8.11	7.27	6.80	7.66	6.76	6.28	7.17	6.24	5.77
15	10.90	9.60	8.96	9.65	8.37	7.79	8.36	7.20	6.72
20	13.09	11.48	10.76	10.74	9.36	8.81	8.59	7.58	7.20
30	16.14	14.33	13.61	11.43	10.37	9.99	8.21	7.72	7.55
40	18.02	16.34	15.72	11.39	10.76	10.54	7.88	7.70	7.64
50	19.17	17.76	17.27	11.24	10.91	10.79	7.74	7.68	7.66
100	20.84	20.54	20.44	11.01	11.00	11.00	7.67	7.67	7.67
∞	21.00	21.00	21.00	11.00	11.00	11.00	7.67	7.67	7.67

Zdroj[121]

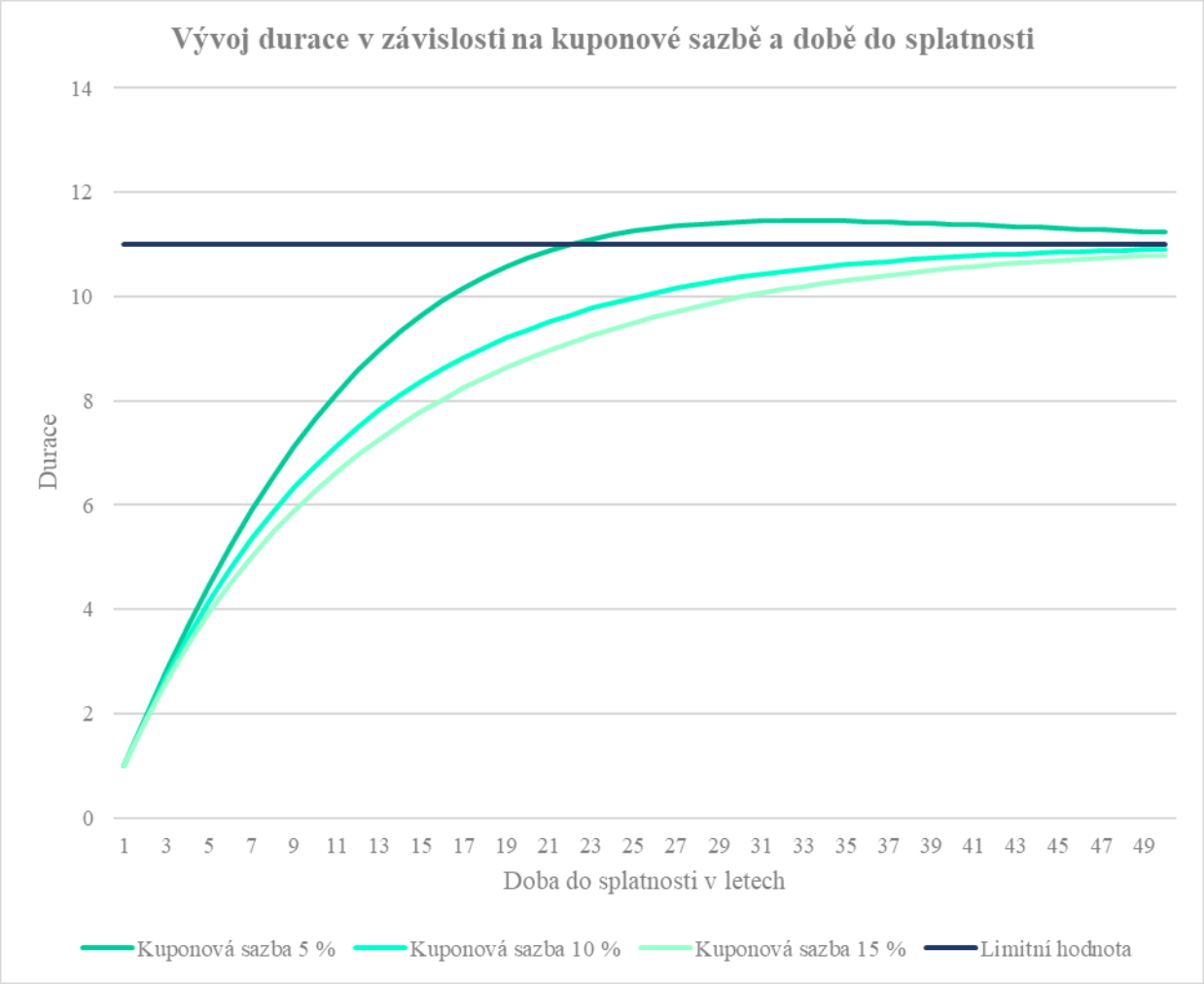
V následujícím grafu lze pozorovat klesající mezní přírůstky durace se zvyšující se dobou do splatnosti, při ostatních parametrech dluhopisu neměnných. Uvažujeme výnos do splatnosti ve výši 10 %. Výjimku opět představuje vývoj durace dluhopisu, který nese nižší kuponový výnos, než je úroveň výnosu do splatnosti. Od jisté úrovně doby do splatnosti diskontní faktor sníží váhy

[120] CIPRA, T. Durace dluhopisu. In: *Matematika cenných papírů*. 1. vydání. Praha: Professional Publishing, 2013. s. 109-110. ISBN 978-80-7431-079-9

[121] CIPRA, T. Durace dluhopisu. In: *Matematika cenných papírů*. 1. vydání. Praha: Professional Publishing, 2013. s. 111. ISBN 978-80-7431-079-9

časově vzdálenějších sčítanců do takové míry, že dochází k poklesu hodnot durace, při zvyšující se době do splatnosti. Při rostoucí době do splatnosti se hodnota durace limitně blíží $\frac{1+r}{r}$.[122]

Obrázek 11: Závislost durace dluhopisu na kuponové sazbě a době do splatnosti při tržní úrokové míře 10 %



Zdroj[123]

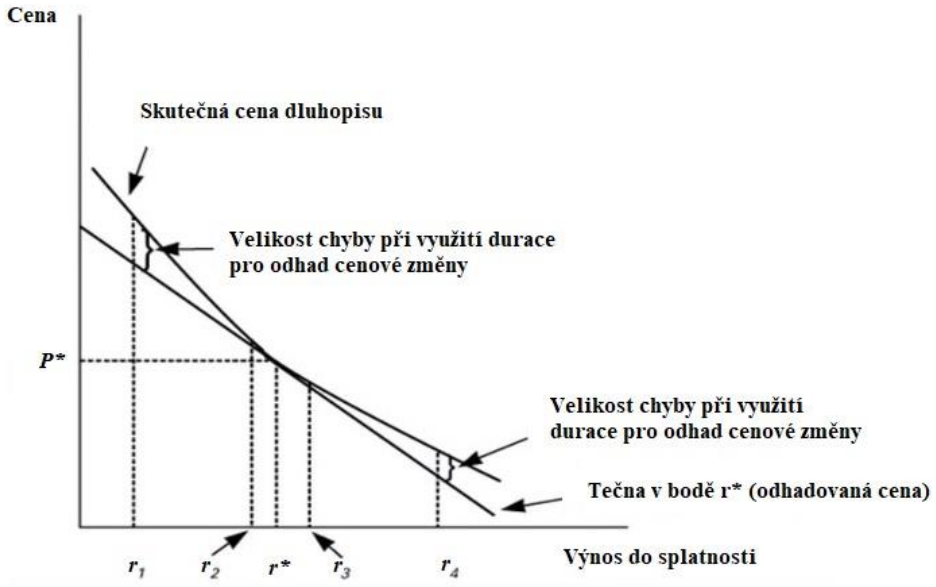
[122] CIPRA, T. Durace dluhopisu. In: *Matematika cenných papírů*. 1. vydání. Praha: Professional Publishing, 2013. s. 110. ISBN 978-80-7431-079-9

[123] CIPRA, T. Durace dluhopisu. In: *Matematika cenných papírů*. 1. vydání. Praha: Professional Publishing, 2013. s. 110. ISBN 978-80-7431-079-9

5.3 Konvexita

Jak bylo uvedeno výše, durace aproximuje procentní změnu ceny dluhopisu způsobené změnami úrovně výnosu do splatnosti. Pokud jsou tyto změny infinitesimálně malé, pak představuje durace vzhledem k jednoduchosti výpočtu vhodný nástroj pro aproximaci cenové změny. S rostoucí velikostí Δr však roste i výše odchylky mezi reálnou a přibližnou cenovou změnou určenou pomocí durace. Tato odchylka je způsobena nelinearitou vztahu mezi výnosem do splatnosti a cenou dluhopisu. Durace uvažuje linearitu tohoto vztahu, neboť vychází z první derivace ceny dluhopisu podle výnosu do splatnosti, která představuje hodnotu směrnice tečny v bodě. Graf demonstruje rostoucí odchylku při zvyšující se změně výnosu do splatnosti dluhopisu *r*, pokud je k odhadu cenové změny využito pouze durace.

Obrázek 12: Odchylky předpokládané cenové změny od její skutečné velikosti při aproximaci cenové změny pouze pomocí durace



Zdroj[124]

[124] FABOZZI, J. F. Bond Price Volatility. In: *Bond Markets, Analysis and Strategies*. 6. vydání. New Jersey: Pearson, 2007. s. 75. ISBN 0-13-198643-0

Čím více se tedy vzdalujeme od tohoto bodu, tím více roste chyba odhadované změny. Zpřesnění aproximace lze dosáhnout využitím druhého členu Taylorova polynomu, který obsahuje druhou derivaci původní funkce podle výnosu do splatnosti. Aproximativní hodnota cenové změny je tedy určena následujícím vzorcem, který již uvažuje dva členy Taylorova polynomu, a poskytuje tak požadované zpřesnění.

$$\Delta P \cong f'(r)(\Delta r) + \frac{1}{2!} f''(r)(\Delta r)^2$$

$$\Delta P \cong -Mac_{Duration} \frac{P}{(1+r)} \Delta r + \frac{1}{2} PConvexity(\Delta r)^2$$

Část vztahu, představující hodnotu druhé derivace původní funkce podle výnosu do splatnosti vydělená cenou dluhopisu, se nazývá konvexita dluhopisu. Matematicky lze vztah vyjádřit následujícím vzorcem.[125]

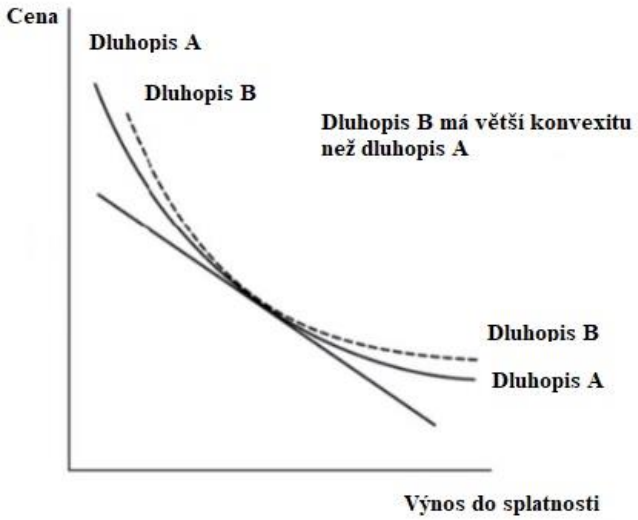
$$Convexity = \frac{\left[\frac{2c}{(1+r)^3} + \frac{6c}{(1+r)^4} + \cdots + \frac{n(n+1)(c+FV)}{(1+r)^{n+2}}\right]}{P}$$

Dva dluhopisy mohou mít shodnou duraci v konkrétním bodě, a mohli bychom se tedy mylně domnívat, že jejich citlivost na změny výnosů do splatnosti je shodná, což však nemusí nutně platit. Problém představuje právě odlišná konvexita, tedy zakřivenost křivek, která podle směru vývoje výnosu do splatnosti ještě více umocňuje, nebo naopak zmírňuje, vliv změny úrovně výnosu do splatnosti na cenu dluhopisu. Proto je nutné uvažovat i další členy Taylorova polynomu, které poskytují zpřesňující informaci o vývoji vztahu mezi cenou dluhopisu a výnosem do splatnosti. Situaci dluhopisů majících shodnou duraci, avšak odlišnou konvexitu, lze demonstrovat v následujícím grafu.

---

[125] STÁDNÍK, B. Parametry dluhopisů. In: *Teorie a praxe dluhopisů I*. Praha: Oeconomica, nakladatelství VŠE, 2013. s. 71-72. ISBN 978-80-245-1919-7

Obrázek 13: Cenová změna dluhopisů se shodnou durací a odlišnou konvexitou



Zdroj[126]

Při poklesu hodnot výnosu do splatnosti z bodu, ve kterém mají oba dluhopisy shodnou duraci, dochází u dluhopisu A k menším změnám v ceně dluhopisu, než je tomu u dluhopisu B. Naopak v situaci rostoucího výnosu do splatnosti je situace opačná, tedy dluhopis A je citlivější na změny výnosové křivky tímto směrem.

5.3.1 Dolarová konvexita

Dolarová konvexita představuje násobek konvexity bondu a ceny bodu v tomto bodě. Jedná se tak přímo o hodnotu druhé derivace ceny dluhopisu podle vnitřního výnosového procenta.[127]

$$\$_{Convexity} = Convexity * P$$

[126] STÁDNÍK, B. Parametry dluhopisů. In: *Trhy dluhopisů.* 1. vydání. Praha: Oeconomica, nakladatelství VŠE, 2015. s. 72. ISBN 978-80-245-2084-1

[127] STÁDNÍK, B. Parametry dluhopisů. In: *Teorie a praxe dluhopisů I*. Praha: Oeconomica, nakladatelství VŠE, 2013. s. 72. ISBN 978-80-245-1919-7

5.3.2 Vlastnosti konvexity

1) Pozitivní konvexita – konvexita dluhopisu se vyvíjí při změnách výnosu do splatnosti opačným směrem, tedy při rostoucím výnosu do splatnosti konvexita dluhopisu klesá a naopak. Jedná se tak o přímo úměrný vztah mezi těmito veličinami. Ve svém důsledku tato skutečnost implikuje klesající hodnotu durace při růstu výnosu dluhopisu.
2) Při shodné úrovni výnosu do splatnosti a modifikované duraci dochází ke snižování konvexity při poklesu kuponové sazby a naopak. bezkuponový dluhopis, mající shodný výnos do splatnosti a modifikovanou duraci s kuponovým dluhopisem, tak bude mít nižší hodnotu konvexity.[128]
3) Konvexita kuponového dluhopisu se zvyšuje s rostoucí durací tohoto dluhopisu.
4) Konvexita bezkuponového dluhopisu je určena podle následujícího vzorce a je tedy, na rozdíl od durace bezkuponového dluhopisu, závislá na výši výnosu do splatnosti.[129]

$$Convexity_{Zero-bond} = \frac{n(n+1)}{(1+r)^2}$$

[128] FABOZZI, J. F. Bond Price Volatility. In: *Bond Markets, Analysis and Strategies*. 6. vydání. New Jersey: Pearson, 2007. s. 82-83. ISBN 0-13-198643-0

[129] RADOVÁ, J. – DVOŘÁK, P. – MÁLEK, J. Durace, konvexita a imunizace. In: *Finanční matematika pro každého*. 7. aktualizované vydání. Praha: Grada Publishing, 2011, s. 234. ISBN 978-80-247-3291-6

6 Portfolio dluhopisů

Riziko spojené s investicí do dluhopisů, stejně jako investicí do ostatních finančních i nefinančních aktiv, lze snížit vytvořením vhodně diversifikovaného portfolia, které bude alespoň částečně eliminovat rizika spojená s dílčími instrumenty zahrnutými v tomto portfoliu. Investováním do korporátních dluhopisů z mnoha odvětví tak lze dobře eliminovat celkové kreditní riziko portfolia. Obdobným způsobem lze tedy přistupovat ke snížení váhy ostatních rizik spojených s dílčími instrumenty v portfoliu. Pořád však zde existuje riziko změny úrokových sazeb, které aplikací diversifikace nelze takto jednoduše odstranit a je nutno přistoupit k sofistikovanějším metodám, jež umožnují fixaci budoucí hodnoty portfolia na požadované úrovni. Toho lze dosáhnout využitím durace a konvexity dílčích dluhopisů zahrnutých v portfoliu.

V závislosti na struktuře dluhopisového portfolia z hlediska doby do splatnosti dílčích dluhopisů lze provést následující kategorizaci dluhopisových portfolií.

1) Bullet – takto označovaný typ portfolia sdružuje dluhopisy se shodnou nebo velmi podobnou dobou do splatnosti. V principu může tato investiční strategie přinést maximalizaci zisku způsobeného změnou výnosu, avšak platí to i obráceně.[130]
2) Barbell – portfolio označované jako barbell představuje vedle strategie bullet další extrémní přístup k tvorbě dluhopisového portfolia. Jedná se o portfolio složené pouze z dluhopisů s co nejkratší a zároveň co nejdelší možnou dobou do splatnosti, což ve svém důsledku vede k maximalizaci konvexity celého portfolia.[131]
3) Ladder – dluhopisy v tomto portfoliu mají odlišnou dobu do splatnosti, přičemž objemy prostředků investovaných do jednotlivých maturit jsou přibližně shodné. Snahou investora je tedy minimalizace rizika spojená s různými odchylkami úrokových sazeb podél

[130] STÁDNÍK, B. Parametry dluhopisů. In: *Trhy dluhopisů.* 1. vydání. Praha: Oeconomica, nakladatelství VŠE, 2015. s. 83. ISBN 978-80-245-2084-1

[131] SMITH, D. Bond portfolios. In: *Bond Math: The Theory Behind the Formulas*. 2. vydání. Bloomberg Press, 2014. s. 208. ISBN 978-1-118-86632-0

výnosové křivky.[132] Zároveň poskytuje toto portfolio vyšší úroveň likvidity, neboť dochází v průběhu plynutí času k postupnému splácení části portfolia, což zvyšuje reinvestiční možnosti. Díky odlišným maturitám dochází také ke snížení kreditního rizika.[133]

6.1 Výnos do splatnosti portfolia

Výnos do splatnosti portfolia, stejně jako výnos do splatnosti dílčích dluhopisů, vychází z následující rovnosti.[134] Proměnná $P_{Portfolio}$ vyjadřuje aktuální tržní cenu uvažovaného portfolia, jednotlivé hodnoty c_n reprezentují platby, které plynou z držby daného portfolia v průběhu jeho doby životnosti, což mohou být jednak kuponové platby, ale také splacené jmenovité hodnoty dluhopisů, neboť některé dluhopisy mohou maturovat dříve, než dojde ke splacení zbývající části portfolia. Tento výpočet reflektuje skutečný výnos do splatnosti portfolia.

$$P_{Portfolio} = \frac{c_1}{(1 + r_{Portfolio})} + \frac{c_2}{(1 + r_{Portfolio})^2} + \cdots + \frac{c_n}{(1 + r_{Portfolio})^n}$$

Pokud budeme uvažovat plochou úroveň výnosové křivky, pak lze výnos portfolia aproximovat pomocí následujícího vzorce, který určuje průměrný výnos z portfolia jako vážený průměr dílčích výnosů do splatnosti jednotlivých dluhopisů, přičemž váhy představují podíly tržních hodnot na celkové tržní hodnotě portfolia.[135] Hodnota P udává aktuální úroveň tržní ceny dílčího dluhopisu, resp. celého portfolia.

$$Average_r_{portfolio} = \sum_{i=1}^{n} r_i * \frac{P_i}{P}$$

---

[132] STÁDNÍK, B. Parametry dluhopisů. In: *Trhy dluhopisů.* 1. vydání. Praha: Oeconomica, nakladatelství VŠE, 2015. s. 83. ISBN 978-80-245-2084-1

[133] INVESTOPEDIA. *Bond Ladder* [online]. Aktualizováno 11. 12. 2019 [cit. 2020-01-20]. Dostupné z: https://www.investopedia.com/terms/b/bondladder.asp

[134] SMITH, D. Bond Portfolios. In: *Bond Math: The Theory Behind the Formulas*. 2. vydání. Bloomberg Press, 2014. s. 206. ISBN 978-1-118-86632-0

[135] SMITH, D. Bond Portfolios. In: *Bond Math: The Theory Behind the Formulas*. 2. vydání. Bloomberg Press, 2014. s. 211. ISBN 978-1-118-86632-0

6.2 Durace portfolia

Při znalosti jednotlivých durací lze určit duraci celkového portfolia jako vážený průměr durací dílčích dluhopisů, přičemž váhy jsou určeny výší podílu *i*-té částky původně investované do konkrétního dluhopisu na celkovém objemu počáteční hodnoty investice, za předpokladu plochého tvaru výnosové křivky a jejího paralelního posunu.[136] Matematicky lze tento vztah vyjádřit následujícím vzorcem.

$$Average_Duration_{Portfolio} = \sum_{i=1}^{n} w_i * Duration_i$$

$$w_i = \frac{PV_{Bond_i}}{PV_{Portfolio}}$$

Pokud uvažujeme situaci portfolia složeného pouze ze dvou dluhopisů, pak je celková durace tohoto portfolia určena následujícím vzorcem, kde *w* určuje objem prostředků investovaný do prvního dluhopisu.

$$Average_Duration_{Portfolio} = w * Duration_1 + (1 - w) * Duration_2$$

Obecně jsme schopni vytvořit portfolio s jakoukoliv požadovanou durací, která se bude nacházet v intervalu mezi nejnižší a nejvyšší hodnotou durace dluhopisů zahrnutých do portfolia. Pokud se v portfoliu nachází pouze dva dluhopisy, pak je při zvolené duraci portfolia na úrovni $D_{portfolio}$ váha prostředků investovaných do dluhopisu s durací rovnou hodnotě D_1 určena vztahem.[137]

$$w_1 = \frac{D_{Portfolio} - D_2}{D_1 - D_2}$$

---

[136] RADOVÁ, J. – DVOŘÁK, P. – MÁLEK, J. Durace, konvexita a imunizace. In: *Finanční matematika pro každého*. 7. aktualizované vydání. Praha: Grada Publishing, 2011, s. 226. ISBN 978-80-247-3291-6

[137] CIPRA, T. Durace dluhopisu. In: *Matematika cenných papírů*. 1. vydání. Praha: Professional Publishing, 2013. s. 111. ISBN 978-80-7431-079-9

$$w_2 = 1 - w_1$$

Plochý tvar výnosové křivky samozřejmě představuje nereálný předpoklad, který bohužel neodpovídá skutečnosti, avšak umožňuje provést zjednodušující kalkulace výše. Skutečná hodnota durace portfolia při znalosti výnosu do splatnosti tohoto portfolia vychází z následujícího vzorce.

$$Mac_{Duration_{Portfolio}} = \frac{\left[\frac{c_1}{\left(1 + r_{Portfolio}\right)} + \frac{2c_2}{\left(1 + r_{Portfolio}\right)^2} + \cdots + \frac{nc_n}{\left(1 + r_{Portfolio}\right)^n}\right]}{P_{Portfolio}}$$

Pokud má tržní výnosová křivka obvyklý, tedy rostoucí tvar se zvyšující se dobou do splatnosti, pak je hodnota durace portfolia určená jako vážený průměr durací dílčích dluhopisů nižší, než je její skutečná úroveň. Odchylka se zvyšuje při rostoucí strmosti výnosové křivky, a také s vyšší úrovní dílčích výnosů.[138]

Hodnotu modifikované durace portfolia následně získáme jako podíl Macaulayovy durace portfolia a skutečného výnosu portfolia. Stejně tak, jako v případě Macaulayovy durace lze tuto hodnotu, při splnění předpokladu plochosti výnosové křivky, aproximovat váženým průměrem hodnot modifikovaných durací jednotlivých dluhopisů, kde váhy opět tvoří tržní hodnoty jednotlivých dluhopisů.

$$Mod_{Duration_{Portfolio}} = \frac{Mac_{Duration_{Portfolio}}}{\left(1 + r_{Portfolio}\right)}$$

6.3 Konvexita portfolia

Konvexitu portfolia lze opět, při splnění předpokladů ploché výnosové křivky a paralelního posunu její úrovně při změnách úrokových měr v ekonomice, určit jako sumu násobků konvexit dílčích

[138] SMITH, D. Bond Portfolios. In: *Bond Math: The Theory Behind the Formulas*. 2. vydání. Bloomberg Press, 2014. s. 209. ISBN 978-1-118-86632-0

dluhopisů v portfoliu a příslušných vah, které odpovídají výši podílu *i*-té částky původně investované do konkrétního dluhopisu na celkovém objemu počáteční hodnoty investice.[139]

$$Convexity_{Portfolio} = \sum_{i=1}^{n} w_i * Convexity_i$$

$$w_i = \frac{PV_{Bond_i}}{PV_{Portfolio}}$$

Při nesplnění výše uvedených předpokladů je konvexita celého portfolia určena následujícím vztahem.[140]

$$Convexity_{Portfolio} = \frac{1}{(1 + r_{Portfolio})^2} * \sum_{i=1}^{n} (n+1) * \left(\frac{\frac{c_n}{(1 + r_{Portfolio})^n}}{P_{Portfolio}} \right)$$

Opět platí, že konvexita portfolia, vypočtená jako vážený průměr dílčích konvexit jednotlivých dluhopisů v portfoliu, je při obvyklém, tedy rostoucím, tvaru výnosové křivky menší, než je skutečná hodnota konvexity portfolia. Pokud platí opačné, a sice klesající tvar výnosové křivky se zvyšující se dobou do splatnosti dluhopisu, pak je konvexita portfolia dluhopisů, určená jako vážený průměr dílčích konvexit portfolia větší, než je její skutečná hodnota.[141]

---

[139] RADOVÁ, J. – DVOŘÁK, P. – MÁLEK, J. Durace, konvexita a imunizace. In: *Finanční matematika pro každého*. 7. aktualizované vydání. Praha: Grada Publishing, 2011, s. 233. ISBN 978-80-247-3291-6

[140] SMITH, D. Bond Portfolios. In: *Bond Math: The Theory Behind the Formulas*. 2. vydání. Bloomberg Press, 2014. s. 208. ISBN 978-1-118-86632-0

[141] SMITH, D. Bond Portfolios. In: *Bond Math: The Theory Behind the Formulas*. 2. vydání. Bloomberg Press, 2014. s. 209. ISBN 978-1-118-86632-0

Absolutní změnu cenové úrovně dluhopisového portfolia při změně úrovně výnosu do splatnosti lze aproximovat následujícím vzorcem, který odpovídá prvním dvěma členům Taylorova rozvoje.[142]

$$\Delta P_{Portfolio} \approx -\left(Mod_{Duration_{Portfolio}} * P_{Portfolio} * \Delta r_{Portfolio}\right) + \left[\frac{1}{2} * Convexity_{Portfolio} * P_{Portfolio} * \left(\Delta r_{Portfolio}\right)^2\right]$$

6.4 Imunizace portfolia

Imunizace portfolia představuje snahu investora o vytvoření takové vnitřní struktury portfolia, které v rámci zvažovaného investičního horizontu zajistí určitou budoucí úroveň hodnoty tohoto portfolia, která bude neměnná při změnách úrovně výnosových měr v průběhu uvažovaného časového horizontu. Imunizací portfolia tak investor usiluje o eliminaci úrokového rizika, tedy rizika pohybu úrokových měr, které za normálních okolností ve svém důsledku povede ke změnám hodnot dílčích dluhopisů zahrnutých v portfoliu. Snahou investora je vytvoření portfolia, jehož hodnota durace bude odpovídat konkrétní číselné hodnotě.[143] V ideálním případě je v zájmu investora dosažení takové úrovně durace portfolia, která odpovídá duraci případným závazkům investora, čímž dochází k eliminaci úrokového rizika, a vytvořené imunizované portfolio by tedy mělo zajistit shodnou úroveň aktiv a pasiv v požadovaném investičním horizontu.[144]

$$\frac{\partial[P \cdot (1+r)^{Mac_{Dur}}]}{\partial r} = \frac{\partial P \cdot (1+r)^{Mac_{Dur}}}{\partial r} + Mac_{Dur} \cdot P \cdot (1+r)^{Mac_{Dur}-1}$$

$$= \frac{\partial P}{\partial r} \cdot (1+r)^{Mac_{Dur}} + Mac_{Dur} \cdot P \cdot (1+r)^{Mac_{Dur}-1}$$

---

[142] SMITH, D. Bond Portfolios. In: *Bond Math: The Theory Behind the Formulas*. 2. vydání. Bloomberg Press, 2014. s. 213. ISBN 978-1-118-86632-0

[143] STÁDNÍK, B. Parametry dluhopisů. In: *Trhy dluhopisů.* 1. vydání. Praha: Oeconomica, nakladatelství VŠE, 2015. s. 85. ISBN 978-80-245-2084-1

[144] RADOVÁ, J. – DVOŘÁK, P. – MÁLEK, J. Durace, konvexita a imunizace. In: *Finanční matematika pro každého*. 7. aktualizované vydání. Praha: Grada Publishing, 2011, s. 232-243. ISBN 978-80-247-3291-6

$$= -Mac_{Dur} \frac{P}{1+r} \cdot (1+r)^{Mac_{Dur}} + Mac_{Dur} \cdot P \cdot (1+r)^{Mac_{Dur}-1}$$

$$= -Mac_{Dur} \cdot P \cdot (1+r)^{Mac_{Dur}-1} + Mac_{Dur} \cdot P \cdot (1+r)^{Mac_{Dur}-1}$$

$$= 0$$

Jak dokazuje výše uvedený vzorec, v rámci imunizovaného portfolia na požadované období, které je rovno Macaulayově duraci tohoto portfolia, nedochází v důsledku změn úrovně výnosu do splatnosti v průběhu doby ke změnám v hodnotě portfolia.

6.4.1 Statická a dynamická imunizace portfolia

Při tvorbě dluhopisového portfolia lze aplikovat dva odlišné přístupy k imunizaci, a sice.

1) Statická imunizace portfolia předpokládá, že v průběhu držby dluhopisového portfolia nastane pouze jediná změna úrovně výnosové křivky, ideálně ještě před prvním peněžním tokem plynoucím z dluhopisů zahrnutých v portfoliu. Primární hodnota durace nově vytvořeného portfolia je rovna požadovanému investičnímu horizontu a peněžní plnění realizované v průběhu držby jsou okamžitě reinvestována na zbývající dobu investice.
2) Dynamická imunizace představuje odlišný přístup k zajištění požadované hodnoty durace. Předpokládá častější změny úrovně výnosové křivky v průběhu doby životnosti portfolia. Stejně jako statická imunizace vychází ze situace, kde je hodnota durace nově vytvořeného portfolia rovna délce požadovaného investičního horizontu. V důsledku změny úrovně výnosových křivek v průběhu doby životnosti investice však vyžaduje rebalancování vah dílčích instrumentů v portfoliu s cílem zajištění požadované úrovně durace rovné zbývající době investice. Obvykle dochází k rebalancování v pravidelných časových intervalech.[145]

[145] BUDINSKÝ, P. Modelování dluhopisových portfolií. 1. vydání. Praha: EUPRESS, 2013. 112 s. ISBN 978-80-7408-079-1

6.4.2 Tvorba dluhopisového portfolia

Uvažujeme portfolio složené ze tří dluhopisů *A, B a C*, jejichž počáteční hodnoty durací a konvexit jsou uvedeny v následující tabulce. Hodnoty v posledním řádku tabulky reprezentují námi požadovanou úroveň durace, resp. konvexity portfolia.

Tabulka 7: Teoretické charakteristiky dluhopisů a portfolia

Dluhopis	Durace	Konvexita
A	$Mac_{Duration\ A}$	$Convexity_{\ A}$
B	$Mac_{Duration\ B}$	$Convexity_{\ B}$
C	$Mac_{Duration\ C}$	$Convexity_{\ C}$
Portfolio	*Duration Portfolio*	*Convexity Portfolio*

Zdroj: Vlastní zpracování

Abychom byli schopni vytvořit portfolio s požadovanou durací, resp. konvexitou, je nutno nalézt řešení následující soustavy rovnic, které určí váhy dílčích dluhopisů, jež odpovídají podílu původní částky investované do *i-tého* dluhopisu na celkovém objemu počáteční hodnoty investice, tedy hodnotě nově vytvořeného portfolia.[146]

$$Mac_{Duration_{Portfolio}} = w_A * Mac_{Duration_A} + w_B * Mac_{Duration_B} + \cdots + w_N * Mac_{Duration_N}$$

$$Convexity_{Portfolio} = w_A * Convexity_A + w_B * Convexity_B + \cdots + w_N * Convexity_N$$

$$1 = w_A + w_B + \cdots + w_N$$

[146] STÁDNÍK, B. Parametry dluhopisů. In: *Trhy dluhopisů.* 1. vydání. Praha: Oeconomica, nakladatelství VŠE, 2015. s. 85. ISBN 978-80-245-2084-1

Pro řešení dané soustavy lineárních rovnic platí, že může existovat jedno, žádné nebo také nekonečně mnoho řešení, v závislosti na hodnosti matice soustavy, resp. hodnosti rozšířené matice soustavy.

Z definice Frobeniovy věty platí následující:

$$\mathbb{A} \cdot \vec{x} = \vec{b}$$

„Soustava má řešení právě tehdy, když $h(\mathbb{A}) = h(\mathbb{A}|\vec{b})$ *, tj. právě tehdy, když hodnost matice soustavy je stejná jako hodnost rozšířené matice soustavy"*[147]

Při nesplnění této podmínky nejsme schopni nalézt řešení soustavy lineárních rovnic. Naopak při splnění těchto je nutno porovnat hodnost matice soustavy s hodnotou určující počet neznámých parametrů v soustavě. Pokud se tyto hodnoty rovnají, pak má daná soustava právě jedno řešení. Pokud je naopak počet neznámých vyšší než hodnost matice soustavy, pak je těchto řešení nekonečně mnoho.

$$Mac_{Duration_{Portfolio}} = w_A * Mac_{Duration_A} + w_B * Mac_{Duration_B} + \cdots + w_N * Mac_{Duration_N}$$

$$Convexity_{Portfolio} = w_A * Convexity_A + w_B * Convexity_B + \cdots + w_N * Convexity_N$$

$$1 = w_A + w_B + \cdots + w_N$$

Pokud existuje řešení výše uvedené soustavy, pak jsme schopni na základě vypočtených vah sestavit imunizované portfolio. Pro zjednodušení uvažujeme portfolio složené pouze ze dvou dluhopisů *A* a *B*, jejichž číselné charakteristiky jsou uvedeny v následující tabulce. V tomto modelovém příkladě bude abstrahováno od konvexity dílčích dluhopisů, uvažujeme tedy pouze duraci jednotlivých dluhopisů. Požadovaný investiční horizont má délku 2 roky, snahou investora

---

[147] DVOŘÁKOVÁ, L. *Frobeniova věta* [online]. [cit. 2020-01-20]. Dostupné z: https://kmlinux.fjfi.cvut.cz/~balkolub/Vyuka/zima2013/skriptaLA78_92Frobenius.pdf

je nalezení takové struktury dluhopisového portfolia, jehož durace je rovna číslu 2. Cílem je vytvoření dluhopisového portfolia, které bude mít po uplynutí dvou let hodnotu 1 000 000 Kč.

Tabulka 8: Charakteristiky dluhopisů A a B

Dluhopis	Doba do splatnosti	Tržní cena	Durace	Nominální hodnota	Kuponová výnosnost	Výnos do splatnosti
A	*1*	*97,27*	*1*	*100*	*0,07*	*0,1*
B	*3*	*95,03*	*2,78*	*100*	*0,08*	*0,1*

Zdroj: Vlastní zpracování

$$2 = 1 * w_A + 2{,}78 * w_B$$

$$1 = w_A + w_B$$

Pro řešení bylo využito programu MS Excel, kde řešení odpovídá součinu inverzní matice dílčích koeficientů a matice požadovaných hodnot. Váhy odpovídající podílům dílčích částek investovaných do jednotlivých dluhopisů na původní hodnotě investice jsou uvedeny v následující tabulce.

Tabulka 9: Dílčí váhy dluhopisového portfolia, dluhopisy A a B

w_A	0.4374
w_B	0.5626

Zdroj: Vlastní kalkulace

Uvažovaná hodnota tržní úrokové míry, která je rovna požadované hodnotě výnosu z portfolia, je na úrovni 10 % p. a., tedy nominální hodnota částky, kterou bychom měli investovat do portfolia v čase 0 je rovna podílu 1 000 000 a diskontního faktoru $(1+r)^2$, tedy částce 826 446, kterou je potřeba alokovat mezi dílčí dluhopisy v poměru dle tabulky výše.

Tabulka 10: Rozložení dluhopisového portfolia, dluhopisy A a B

Dluhopis	Původní investovaná částka	Tržní cena v době vzniku portfolia	Počet nakoupených dluhopisů	Nominální hodnota
A	*361 460*	*97,27*	*3 716*	*100*
B	*464 986*	*95,03*	*4 893*	*100*

Zdroj: vlastní kalkulace

Pokud dojde v průběhu doby držby námi vytvořeného portfolia ke změně úrovně výnosu do splatnosti, pak by tyto změny neměly, vzhledem k imunizaci portfolia, výrazně ovlivnit výslednou hodnotu portfolia po uplynutí dvou let od jeho nákupu. Vzhledem k zaokrouhlování, nezahrnutí konvexity a vyšších členů Taylorova polynomu lze očekávat drobné odchylky způsobené tímto zjednodušením, přičemž odchylka poroste se zvyšující se velikostí změny úrovně výnosu Δr.

V dalším příkladu vycházíme ze situace, kdy máme k dispozici tři dluhopisy s následujícími číselnými charakteristikami, jejichž vhodnou kombinací usilujeme o vytvoření imunizovaného dluhopisového portfolia, jehož požadované číselné charakteristiky jsou uvedeny v posledním řádku tabulky.

Tabulka 11: Charakteristiky dluhopisů A, B, C

Dluhopis	Durace	Konvexita	Doba do splatnosti (v letech)	Nominální hodnota	Kuponová výnosnost	Výnos do splatnosti
A	*1*	*1,9223*	*1*	*100 000*	*0,07*	*0,02*
B	*4,4912*	*25,4240*	*5*	*100 000*	*0,066*	*0,01*
C	*13,5126*	*233,2896*	*20*	*100 000*	*0,08*	*0,015*
Portfolio	*8*	*107*		*100 000*		

Zdroj[148]

Řešení soustavy, které odpovídá součinu inverzní matice původních koeficientů a matice požadovaných hodnot lze získat s využitím programu MS Excel, přičemž hodnoty jednotlivých vah jsou následující.

Tabulka 12: Dílčí váhy dluhopisového portfolia, dluhopisy A, B, C

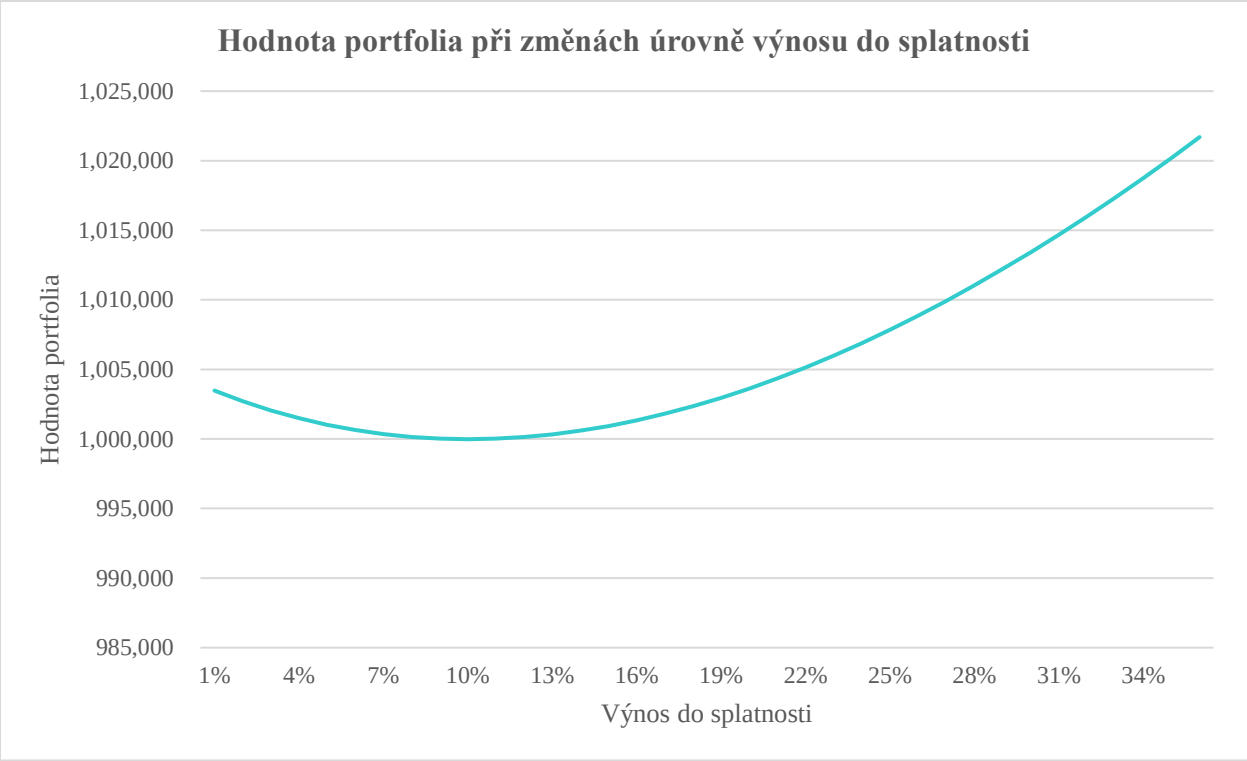
w_A	0.0128
w_B	0.5933
w_C	0.3939

Zdroj: Vlastní kalkulace

Následující graf demonstruje vývoj hodnoty imunizovaného portfolia při změnách úrovně výnosu do splatnosti. Obecně lze předpokládat, že v situaci neimunizovaného portfolia by při změnách úrovně výnosu docházelo k daleko vyšším odchylkám od předpokládané hodnoty portfolia po uplynutí uvažovaného investičního horizontu, než je tomu zde.

[148] STÁDNÍK, B. Parametry dluhopisů. In: *Trhy dluhopisů.* 1. vydání. Praha: Oeconomica, nakladatelství VŠE, 2015. s. 85. ISBN 978-80-245-2084-1

Obrázek 14: Hodnota portfolia při změnách úrovně výnosu do splatnosti



Zdroj: Vlastní kalkulace

7 Imunizace portfolia – reálná data

S využitím znalostí a informací uvedených v předchozích kapitolách této práce lze přistoupit k tvorbě imunizovaného dluhopisového portfolia v rámci předem zvoleného investičního horizontu. Jako aktivum byly použity americké kuponové státní dluhopisy s pevnou výší kuponové sazby, které představují vzhledem k typu emitujícího subjektu bezriziková aktiva s nejvyšším možným ratingovým stupněm. Pro získání dat bylo využito Bloomberg databáze a oficiálních stránek americké vlády, která sdružuje informace o aktuálních i historických emitovaných dluhopisech, aktivně obchodovaných k určitému datu.

Pro potřeby zjednodušení kalkulací byla data počátku a konce investičního horizontu zvolena tak, aby přesně odpovídala dobám kuponových výplat. V tabulce níže jsou shrnuty primární údaje platné k datu počátku investice, přičemž byly uvažovány pouze americké státní dluhopisy, které maturovaly k datu 02/15/.... nebo 08/15/.... v následujících letech. Jednalo se o americké státní dluhopisy, poskytující pravidelné kuponové platby, vyplácené vždy dvakrát během jednoho kalendářního roku ve výši odpovídající polovině kuponové sazby.

Tabulka 13: Dluhopisové portfolio-investiční horizont, počáteční hodnota portfolia, počet dostupných dluhopisů

Počátek investice	08/15/2015
Konec Investice	08/15/2019
Počáteční hodnota investice	$ 1,000,000
Délka investičního horizontu	4 roky
# dostupných T-notes	26
# dostupných T-bonds	38

Zdroj: Vlastní zpracování

7.1 Výběr dluhopisů

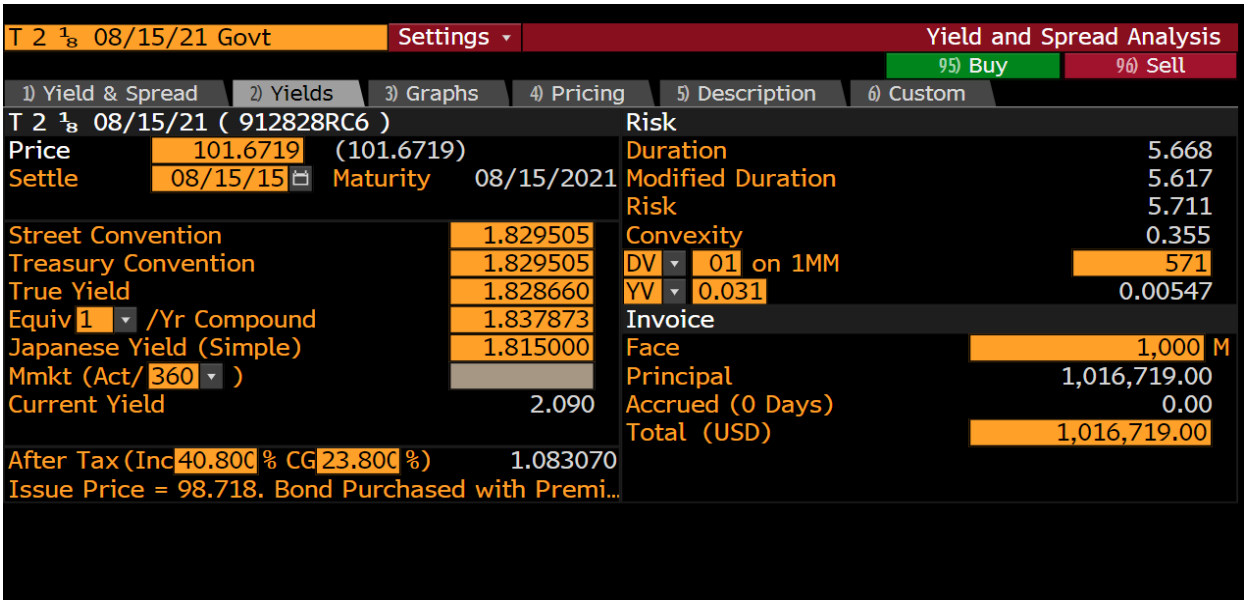
Aby bylo možno vytvořit dluhopisové portfolio s požadovanou výchozí hodnotou durace, která odpovídá váženému průměru jednotlivých durací zahrnutých v portfoliu, bylo nutné zahrnutí dluhopisů, jejichž výchozí hodnoty durací byly vyšší, a současně nižší, než byla zvolená délka investičního horizontu. Výběr dluhopisů probíhal zcela náhodně, přičemž byly vybrány pouze dva dluhopisy tak, aby byly splněny výše uvedené požadavky.

Jako alternativa k tomuto zcela náhodnému výběru by mohla být zvolena metoda maximalizace požadovaného výnosu. Váhy jednotlivých dluhopisů zahrnutých v portfoliu by poté byly určeny např. pomocí Řešitele v programu Microsoft Excel, přičemž zvolené podmínky by byly následující:

1) Maximalizace výnosu portfolia, který by byl určen jako vážený průměr výnosů do splatnosti dílčích dluhopisů, kde váhy odpovídají podílům částek investovaných do jednotlivých dluhopisů na celkové hodnotě investice.
2) Durace portfolia by měla být rovna délce investičního horizontu v době sestavení portfolia, případně době odpovídající zbývající požadované délce investičního horizontu, pokud by docházelo k rebalancování portfolia v průběhu držby.
3) Možnost shortování jednotlivých instrumentů by bylo možno omezit vložením podmínky nezápornosti dílčích vah.

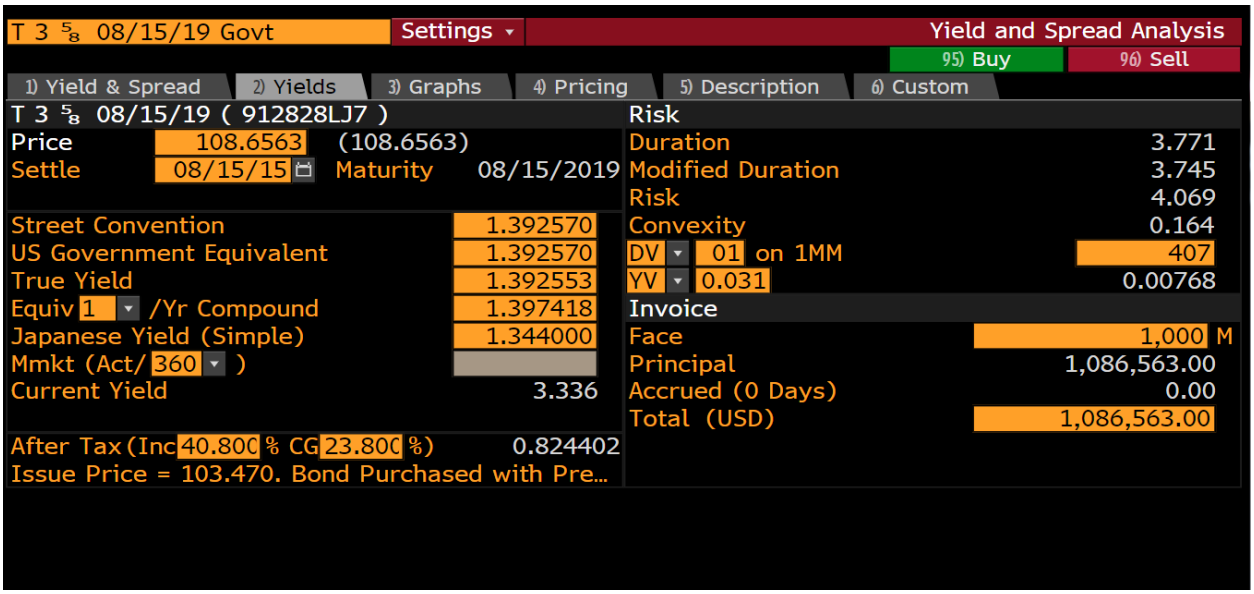
Při splnění požadavků uvedených výše by bylo možné vytvořit imunizované portfolio poskytující maximální očekávanou úroveň výnosu. Charakteristiky vybraných dluhopisů k datu 08/15/2015 shrnují následující obrázky.

Obrázek 15: Dluhopis č. 1 - 912828RC6



Zdroj[149]

Obrázek 16: Dluhopis č. 2 - 912828LJ7



Zdroj[150]

---

[149] Dostupné z databáze Bloomberg

[150] Dostupné z databáze Bloomberg

7.2 Statická imunizace portfolia

Při statické imunizace portfolia je stanoven předpoklad neměnnosti úrovně výnosových měr s tím, že k jediným možným změnám úrovně výnosové křivky dochází ještě před datem první kuponové platby. Následující rovnice byla využita pro určení vah dílčích dluhopisů, zajištujících požadovanou hodnotu durace portfolia, přičemž hodnota D_1 odpovídala hodnotě Macaulayově durace dluhopisu označeného kódem *912828RC6*, hodnota D_2 Macaulayově duraci dluhopisu *912828LJ7*.

$$w_1 = \frac{D_{Portfolio} - D_2}{D_1 - D_2}$$

$$w_2 = 1 - w_1$$

Výchozí charakteristiky dílčích dluhopisů a nově vytvořeného portfolia platné k datu 08/15/2015, jež byly využity při tvorbě imunizovaného portfolia, byly shrnuty v následujících tabulkách. Původně uvažovanou hodnotu investice nebylo možné rozvrhnout beze zbytku mezi dílčí dluhopisu, proto je výše primární hodnoty portfolia nižší na počátku investice. V průběhu doby platnosti portfolia docházelo k realizaci kuponových výplat. Tyto prostředky byly vždy použity k nákupu dluhopisů splatných přesně k datu požadovaného investičního horizontu. Realizovaná výnosnost z portfolia nakonec překonala očekávanou hodnotu z počátku investice, která byla určena jako vážený průměr výnosů do splatnosti původně nakoupených dluhopisů. Dluhopisy se zbývající dobou do splatnosti byly na konci investičního horizontu prodány za tržní cenu, dluhopisy maturující shodně s koncem investice získaly vyplacenu jmenovitou hodnotu.

Tabulka 14: Statická imunizace portfolia

Dluhopisy		
Datum	08/15/2015	08/15/2019
1. dluhopis (912828RC6)		
Nominální hodnota	$100	
Kuponová výnosnost (p. a.)	2.125 %	
Cena	$101.67	$101.08
Macaulayova durace	5.668	1.969
Modifikovaná durace	5.617	1.953
Konvexita	0.355	0.048
Street Convention (Výnos do splatnosti)	1.830 %	1.575 %
2. dluhopis (912828LJ7)		
Nominální hodnota	$100	
Kuponová výnosnost (p. a.)	3.625 %	
Cena	$108.66	$100.00
Macaulayova durace	3.771	-
Modifikovaná durace	3.745	-
Konvexita	0.164	-
Street Convention (Výnos do splatnosti)	1.393 %	-
Portfolio		
Původní investice	$1,000,000	
Datum	08/15/2015	08/15/2019
Váha 1. dluhopisu	12.07%	11.52%
Váha 2. dluhopisu	87.93 %	88.48 %
Počet ks 1. dluhopisu	1,187	1187
počet ks 2. dluhopisu	8,092	9217
Hodnota portfolia	$999,931	$1,059,698
Durace portfolia	4	0.22
Očekávaný výnos	1.445 %	
Realizovaný výnos	1.462 %	

Zdroj: vlastní kalkulace

7.3 Dynamická imunizace portfolia

Jak bylo uvedeno v teoretické části práce, dynamická imunizace představuje aktivní přístup k rebalancování skladby dluhopisového portfolia v průběhu plynutí času s cílem zajištění požadované úrovně durace rovné zbývající době do splatnosti investice. K tomu obvykle dochází v pravidelných, předem stanovených, časových intervalech. Vzhledem ke skutečnosti, že

k realizaci kuponových výplat amerických státních dluhopisů dochází dvakrát během jednoho kalendářního roku, byla zvolena strategie rebalancování vah právě v době těchto kuponových plateb, přičemž částka odpovídající hodnotě portfolia, již bylo možno znovu reinvestovat, odpovídala tržní hodnotě dluhopisového portfolia v příslušném čase a neinvestované částce z předcházejícího období. Teoreticky se tak předpokládal souběžný prodej a nákup jakéhokoliv množství uvažovaných dluhopisů.

Vzhledem k neustálým změnám cen dluhopisů a jejich durace bylo nutné průběžně měnit váhy odpovídající investici do dílčích dluhopisů s cílem zajištění požadované hodnoty durace celého portfolia. V závislosti na povaze zvoleného dluhopisu, jehož doba do splatnosti odpovídala požadované době investice, došlo půl roku před koncem investičního horizontu k přesunu veškerých prostředků do tohoto dluhopisu. Tento fakt odpovídá teorii, neboť v situaci, kdy je zbývající doba do splatnosti kratší nebo rovna délce kuponové periody, pak se daný kuponový dluhopis chová jako bezkuponový, tedy hodnota durace je rovna zbývající době do splatnosti, což přesně odpovídalo zbývající době investičního horizontu. Váhy odpovídající dílčím investicím k datu počátku tvorby portfolia byly při aplikaci dynamické imunizační strategie identické jako při statické imunizaci, ke změnám však docházelo při následné rekalkulaci vah v čase realizace kuponových výplat. Strategii shrnuje následující tabulka.

Tabulka 15: Dynamická imunizace portfolia

Dluhopisy		
Datum	08/15/2015	08/15/2019
1. dluhopis (912828RC6)		
Nominální hodnota	$100	
Kuponová výnosnost (p. a.)	2.125 %	
Cena	$101.67	$101.08
Macaulayova durace	5.668	1.969
Modifikovaná durace	5.617	1.953
Konvexita	0.355	0.048
Street Convention (Výnos do splatnosti)	1.830 %	1.575 %
2. dluhopis (912828LJ7)		
Nominální hodnota	$100	
Kuponová výnosnost (p. a.)	3.625 %	
Cena	$108.66	$100.00
Macaulayova durace	3.771	-
Modifikovaná durace	3.745	-
Konvexita	0.164	-
Street Convention (Výnos do splatnosti)	1.393 %	-
Portfolio		
Původní investice	$1,000,000	
Datum	08/15/2015	08/15/2019
Váha 1. dluhopisu	12.07%	0.00%
Váha 2. dluhopisu	87.93 %	100.00 %
Počet ks 1. dluhopisu	1,187	0
počet ks 2. dluhopisu	8,092	10395
Hodnota portfolia	$999,931	$1,058,374
Durace portfolia	4	0.00
Očekávaný výnos	1.445 %	
Realizovaný výnos	1.430 %	

Zdroj: Vlastní kalkulace

7.4 Porovnání dílčích investičních strategií

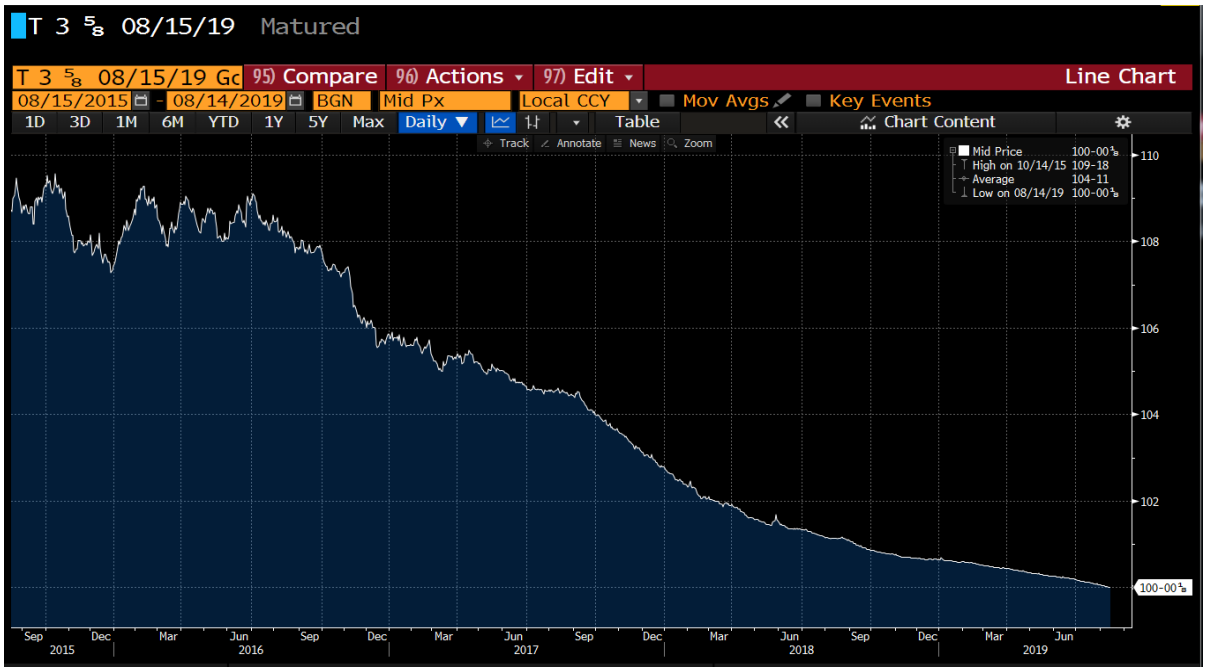
Následující grafy zobrazují cenový vývoj uvažovaných dluhopisů.

Obrázek 17: Vývoj ceny dluhopisu č. 1 - 912828RC6

Zdroj[151]

[151] Dostupné z dazabáze Bloomberg

Obrázek 18: Vývoj ceny dluhopisu č. 2 - 912828LJ7



Zdroj[152]

Z grafu je patrné, že s blížící se dobou do splatnosti má hodnota dluhopisu tendenci konvergovat ke své jmenovité hodnotě. Změny úrovně výnosové křivky, jež ve svém důsledku vedly ke změnám cen a dílčích statistik v průběhu doby životnosti vytvořeného portfolia implikovaly změny v hodnotách charakteristik portfolia samotného. Následující tabulka shrnuje vývoj hodnoty a dílčích charakteristik portfolia v rámci obou aplikovaných strategií, přičemž hodnoty durací a konvexit portfolia představují vážený průměr charakteristik v příslušných časových bodech. Jedná se zde o zjednodušující předpoklad, neboť předpokládáme plochou úroveň výnosové křivky a její případný horizontální posun v čase.

[152] Dostupné z databáze Bloomberg

Tabulka 16: Imunizovaná portfolia

Čas	8/15/2015	2/15/2016	8/15/2016	2/15/2017	8/15/2017	2/15/2018	8/15/2018	2/15/2019	8/15/2019
Cena 1. dluhopisu	101.672	104.250	104.875	100.875	101.859	98.797	98.328	99.148	101.0781
Cena 2. dluhopisu	108.656	109.016	108.281	105.469	104.570	102.176	101.156	100.586	100
Statická imunizace									
Hodnota portfolia	$999,931	$1,021,896	$1,032,781	$1,020,906	$1,031,145	$1,023,705	$1,031,445	$1,044,911	$1,059,698
Durace portfolia	4	3.56	3.11	2.64	2.17	1.69	1.21	0.72	0.22
Konvexita portfolia	0.19	0.15	0.12	0.09	0.06	0.04	0.02	0.01	0.01
Diference - hodnota p.		21,964	10,885	-11,875	10,239	-7,440	7,739	13,466	14,787
Dynamická imunizace									
Hodnota portfolia	$999,931	$1,021,896	$1,032,585	$1,021,785	$1,031,169	$1,025,042	$1,032,972	$1,045,689	$1,058,374
Durace portfolia	4	3.50	3.00	2.50	2.00	1.50	1.00	0.50	0.00
Konvexita portfolia	0.19	0.15	0.11	0.08	0.05	0.03	0.01	0.01	0.00
Diference - hodnota p.		21,964	10,689	-10,800	9,384	-6,127	7,931	12,717	12,685

Zdroj: Vlastní kalkulace

Pro možnost srovnání aplikovaných investičních strategií s dílčími investicemi pouze do jednoho z uvažovaných dluhopisů byly vytvořeny kalkulace, které reflektují vývoj hodnot a dílčích charakteristik portfolia v situaci, kdy by se skládalo pouze z jednoho z uvažovaných dluhopisů. Vzhledem k tomu, že na počátku doby investice nebylo možno zcela rozdělit uvažovanou částku 1 000 000 USD do jednotlivých dluhopisů stejně tak, jako v případě imunizovaných portfolií, existují proto drobné rozdíly v původních hodnotách portfolií.

Tabulka 17: Neimunizovaná portfolia

Čas	8/15/2015	2/15/2016	8/15/2016	2/15/2017	8/15/2017	2/15/2018	8/15/2018	2/15/2019	8/15/2019
Cena 1. dluhopisu	101.672	104.250	104.875	100.875	101.859	98.797	98.328	99.148	101.0781
Cena 2. dluhopisu	108.656	109.016	108.281	105.469	104.570	102.176	101.156	100.586	100
Portfolio obsahující pouze 1. dluhopis									
Hodnota portfolia	$999,943	$1,035,748	$1,052,489	$1,022,943	$1,043,628	$1,023,059	$1,029,190	$1,048,808	$1,080,443
Počet nakoupených dluhopisů	9,835	9,935	10,035	10,140	10,245	10,355	10,466	10,578	10,578
Realizované kupony		10,450	10,556	10,662	10,774	10,885	11,002	11,120	11,239
Durace portfolia	5.67	5.23	4.78	4.32	3.86	3.39	2.92	2.45	1.97
Konvexita portfolia	0.36	0.30	0.26	0.21	0.17	0.13	0.10	0.07	0.05
Diference - hodnota p.		35,805	16,741	-29,546	20,685	-20,569	6,131	19,618	31,636
Portfolio obsahující pouze 2. dluhopis									
Hodnota portfolia	$999,964	$1,019,951	$1,030,038	$1,020,460	$1,029,254	$1,023,453	$1,031,336	$1,043,952	$1,056,610
Počet nakoupených dluhopisů	9,203	9,356	9,512	9,675	9,842	10,016	10,195	10,378	10,378
Realizované kupony		16,680	16,958	17,241	17,536	17,839	18,154	18,478	18,810
Durace portfolia	3.77	3.33	2.88	2.42	1.95	1.47	0.99	0.50	0.00
Konvexita portfolia	0.16	0.13	0.10	0.07	0.05	0.03	0.01	0.01	0.00
Diference - hodnota p.		19987.08	10086.59	-9577.87	8793.86	-5800.74	7882.65	12616.19	12658.44

Zdroj: Vlastní kalkulace

Srovnání jednotlivých aplikovaných strategií umožňuje následující tabulka. Vzhledem k vývoji úrovně výnosové křivky bylo možno investicí pouze do prvního uvažovaného dluhopisu maximalizovat potenciální výnos, přičemž vzhledem k reinvestičním možnostem byl realizován dodatečný nadvýnos, představující rozdíl mezi dosaženým a očekávaným výnosem. Nejnižšího výnosu bylo dosaženo investicí pouze do 2. uvažovaného dluhopisu. Lze předpokládat, že pokud by došlo v průběhu doby investice k odlišnému vývoji úrovně výnosové křivky, pak by výsledná hodnota portfolií složených pouze z jednoho typu dluhopisu mohla mít zcela odlišnou úroveň.

Naproti tomu aplikované imunizační strategie umožnily realizovat výnos blízký úrovni očekávaného výnosu, přičemž finální hodnota portfolia se nachází v intervalu, jehož krajní body představují hodnoty portfolií složených pouze z jednoho typu dluhopisu. Statická imunizace umožnila dosažení vyššího výnosu ve srovnání s aktivním přístupem k rebalancování, nicméně tato skutečnost byla doprovázena vyšší variabilitou hodnoty portfolia v průběhu času.

Nejnižší variabilitu ze všech uvažovaných portfolií vykazovalo portfolio složené pouze z dluhopisů č. 2. Vychází to především z nízké úrovně variability ceny tohoto dluhopisu v čase, kterou lze pozorovat na grafu výše.

Tabulka 18: Dílčí charakteristiky jednotlivých investičních strategií

Výsledná hodnota portfolia	Očekávaná výnosnost	Realizovaná výnosnost	Výběrový rozptyl diferencí	Výběrová sm. odchylka diferencí
Statická imunizace				
$1,059,698	1.445 %	1.464 %	130,786,453	11,436
Dynamická imunizace				
$1,058,374	1.445 %	1.429 %	113,929,978	10,674
Portfolio obsahující pouze 1. dluhopis				
$1,080,443	1.830 %	1.995 %	557,059,412	23,602
Portfolio obsahující pouze 2. dluhopis				
$1,056,610	1.393 %	1.387 %	97,768,588	9,888

Zdroj: Vlastní kalkulace

Zvolené imunizační strategie by vzhledem k dosaženým pozitivním výsledkům bylo možno replikovat na teoreticky neomezené množství dluhopisů, a není tedy potřeba omezovat se pouze na dva kotované dluhopisy. Pro určení vah by bylo možno využít funkci Řešitel v programu MS Excel, např. při současném stanovení podmínek maximalizace očekávaného výnosu portfolia.

8 Závěr

Hlavním cílem této práce bylo poukázat na možnosti eliminace úrokového rizika spojeného s dluhopisovými instrumenty při vhodném navržení struktury dluhopisového portfolia s využitím aproximativních měr vycházejících z Taylorova polynomu. Toto by nebylo možno realizovat bez definování dluhopisů samotných, jejich podstatných náležitostí, rizik a specifik spojených s jejich dílčími charakteristikami.

V teoretické části byl jasně vymezen pojem dluhopis. Byly popsány podstatné náležitosti, které od sebe jednotlivé instrumenty odlišují, jejich dílčí charakteristiky a přístupy k jejich kvantifikaci. Byl definován matematický aparát, jež nachází využití při kalkulaci alikvotních úrokových výnosů, různých přístupů k určování výnosů do splatnosti a dalších typů dluhopisových výnosů. Na základě rozboru rizik spojených s investováním do dluhopisů lze uzavřít, že ne všechny dluhopisy jsou spojeny se stejným typem rizik, a že některé dluhopisy mohou být na rozdíl od těch ostatních zatíženy specifickými riziky, které mají podstatné implikace na jejich cenovou úroveň, reflektovanou na primárních a sekundárních trzích. Vzhledem k provedenému rozboru lze říct, že investice do „bezrizikových“ státních dluhopisů s sebou nese jistá rizika, která nemusí být pro laickou veřejnost na první pohled patrná. S využitím znalostí cen bezrizikových dluhopisů bylo poukázáno na možnost odvození aktuální struktury výnosové křivky v závislosti na dostupnosti bezkuponových nebo kuponových státních dluhopisů, kterou lze využít pro potřeby oceňování aktuálně kotovaných dluhopisů na trzích. Byly uvedeny alternativní přístupy k oceňování dluhopisů využívající pro účely ocenění sazby IRS, binomické stromy a rating.

Podstatná část práce byla věnována teoretickému vymezení durace a konvexity dluhopisu, kde byl nejprve definován Taylorův polynom, představující matematické východisko pro tyto míry, a následně specifikovány jednotlivé druhy durací a konvexit, lišící se především ve způsobu jejich vyjádření a možností srovnání. V návaznosti na duraci a konvexitu dílčích dluhopisů byly rozebrány teoretické předpoklady a metody výpočtu dílčích charakteristik pro celá dluhopisová portfolia. Zároveň byl zaveden pojem imunizace, umožňující eliminaci úrokového rizika v rámci celého portfolia dluhopisů.

Teoretické znalosti byly využity v praktické části práce. Na základě historických dat, dostupných v rámci Bloomberg databáze, byla sestavena celkem 4 dluhopisová portfolia, lišící se v úrovni diversifikace a přístupu k rebalancování vah dílčích instrumentů v průběhu předem definovaného časového horizontu. U dvou portfolií byla provedena imunizace s cílem zajištění takové hodnoty durace dluhopisového portfolia, která odpovídala délce investičního horizontu. Výchozí poměr dílčích vah byl u obou imunizovaných portfolií shodný, ke vzniku odchylek docházelo následně v důsledku odlišného přístupu k rebalancování vah v portfoliu. Výsledné hodnoty výnosností realizované v rámci imunizovaných portfolií se příliš nelišily od teoretických předpokladů, což dává možnost využití této strategie v praxi. V porovnání s dynamickou imunizační strategií byl realizován vyšší výnos při aplikaci statické imunizace portfolia.

V průběhu času bylo možno díky rebalancování dílčích vah zajistit požadovanou úroveň durace, což bylo výchozím požadavkem při tomto přístupu. U statické imunizace docházelo v důsledku zvoleného přístupu a změn úrovně úrokových sazeb k odchylkám hodnot durací portfolia od hodnot ideálních pro zajištění imunizovaného portfolia v jednotlivých časových bodech. Nejvyššího a zároveň nejnižšího výnosu bylo dosaženo u portfolií složených pouze z jednoho typu dluhopisu, což odpovídá teoretickým předpokladům rizikovosti tohoto přístupu. Zároveň bylo možno pozorovat značné odlišnosti ve variabilitě hodnot portfolií v průběhu plynutí času, kdy nejvyšší realizovaná výnosnost byla doprovázena nejvyšší variabilitou a naopak. V rámci obou imunizačních strategií bylo dosaženo přibližně očekávané úrovně výnosu při „rozumné“ míře variability portfolia, ve srovnání s maximální hodnotou této proměnné, realizované v rámci portfolia složeného pouze z jednoho dluhopisu. Byly zvoleny pouze dva typy dluhopisů a z nich sestavena celkem čtyři portfolia, což představuje relativně malý vzorek pozorování, nicméně lze teoreticky předpokládat podobné výsledky, pokud by byl aplikován shodný přístup i na ostatní dluhopisy.

Pro dosažení maximalizace očekávaného výnosu z portfolia by bylo možno využít funkce Řešitel v MS Excel i v rámci portfolia složeného z většího počtu dluhopisů, než bylo uvažováno v praktické části práce. Nutno však podotknout, že pro zjednodušení nebyly v práci uvažovány transakční náklady, daně a další typy nákladů, které by mohly mít vliv na reálnou hodnotu výnosu. V praxi by bylo nutné zahrnutí těchto proměnných.

9 Zdroje

Knižní zdroje

BUDINSKÝ, P. *Modelování dluhopisových portfolií.* 1. vydání. Praha: EUPRESS, 2013. 112 s. ISBN 978-80-7408-079-1

CIPRA, T. *Matematika cenných papírů*. 1. vydání. Praha: Professional Publishing, 2013. 288 s. ISBN 978-80-7431-079-9

CIPRA, T. *Riziko ve financích a pojišťovnictví: Basel III a Solvency II*. 1. vydání. Praha: Ekopress, 2015. 515 s. ISBN 978-80-87865-24-8

DĚDIČ, J. – et. al. *Akciové společnosti*. 6. přepracované vydání. Praha: C.H. Beck, 2007. 920 s. ISBN 978-80-7179-587-2

FABOZZI, J. F. *Bond Markets, Analysis and Strategies.* 6. vydání. New Jersey: Pearson, 2007. 760 s. ISBN 0-13-198643-0

GRANDVILLE, O. *Bond pricing and Portfolio Analysis*. Cambridge: MIT Press, 2000. 455 s. ISBN: 978-0-13-345631-8

HOLMAN, R. *Makroekonomie*. 2. vydání. Praha: C. H. Beck, 2010. 424 s. ISBN 978-80-7179-861-3

HULL, J. *Options, Futures and Other Derivatives*. 8. vydání. Boston: Pearson, 2012. s. 841 ISBN 978-0-13-216494-8

MANKIW, N. G. *Principles of Economics.* 7. vydání. Stamford: Cengage Learning, 2015. 847 s. ISBN 978-1-285-16587-5

MUSÍLEK, P. *Trhy cenných papírů*. 2. aktualizované a rozšířené vydání. Praha: Ekopress, 2011. 520 s. ISBN 978-80-86929-70-5

NÝVLTOVÁ, r. – REŽŇÁKOVÁ, M. *Mezinárodní kapitálové trhy – zdroj financování.* Praha: Grada Publishing. 2007. 224 s. ISBN 978-80-247-1922-1

RADOVÁ, J. – DVOŘÁK, P. – MÁLEK, J. *Finanční matematika pro každého*. 7. aktualizované vydání. Praha: Grada Publishing, 2011. 293 s. ISBN 978-80-247-3291-6

SMITH, D. *Bond Math: The Theory Behind the Formulas.* 2. vydání. Bloomberg Press, 2014. 304 s. ISBN 978-1-118-86632-0

STÁDNÍK, B. *Teorie a praxe dluhopisů I.* Praha: Oeconomica, nakladatelství VŠE, 2013. 141. s. ISBN 978-80-245-1919-7

STÁDNÍK, B. *Trhy dluhopisů.* 1. vydání. Praha: Oeconomica, nakladatelství VŠE, 2015. 209 s. ISBN 978-80-245-2084-1

Elektronické zdroje

BUREŠ, J. *Úvod do problematiky výnosových křivek* [online]. 2010 [cit. 2019-12-05]. Dostupné z: http://hp482.wz.cz/matpred/text_bures_yieldcurve.pdf

DVOŘÁKOVÁ, L. *Frobeniova věta* [online]. [cit. 2020-01-20]. Dostupné z: https://kmlinux.fjfi.cvut.cz/~balkolub/Vyuka/zima2013/skriptaLA78_92Frobenius.pdf

INVESTOPEDIA. *Advantages and Risks of Zero-Coupon U.S. Treasury Bonds* [online]. Aktualizováno 22. 10. 2019 [cit. 2019-10-22]. Dostupné z: https://www.investopedia.com/articles/investing/062513/all-about-zero-coupon-bonds.asp

INVESTOPEDIA. *Bond Ladder* [online]. Aktualizováno 11. 12. 2019 [cit. 2020-01-20]. Dostupné z: https://www.investopedia.com/terms/b/bondladder.asp

INVESTOPEDIA. *How Are Day-Count Conventions Used in Bond Markets?* [online]. Aktualizováno 20. 5. 2019 [cit. 2019-05-20]. Dostupné z: https://www.investopedia.com/ask/answers/06/daycountconvention.asp

INVESTOPEDIA. *Index – Linked Bond* [online]. Aktualizováno 20. 5. 2019 [cit. 2019-05-20]. Dostupné z: https://www.investopedia.com/terms/i/indexlinkedbond.asp

INVESTOPEDIA. *Price Value of a Basis Point (PVBP)* [online]. Aktualizováno 4. 11. 2019 [cit. 2020-01-26]. Dostupné z: https://www.investopedia.com/terms/p/pvbp.asp

INVESTOPEDIA. *Why Are Most Bonds Traded on the Secondary Market "Over the Counter"?* [online]. Aktualizováno 2. 4. 2018 [cit. 2020-01-20]. Dostupné z: https://www.investopedia.com/ask/answers/09/bond-over-the-counter.asp

KLAZAR, M. *Matematická analýza I – učební text.* [online]. 2019 [cit. 2020-01-20]. 317 s. Dostupné z: https://kam.mff.cuni.cz/~klazar/maI.pdf

RADOVÁ, J. – Měření citlivosti ceny dluhopisů. *Český finanční a účetní časopis*. [online]. 2007, roč. 2, č. 3, s. 41-55. [cit. 2020-01-20]. Dostupné z: https://cfuc.vse.cz/pdfs/cfu/2007/03/06.pdf

RENDLEMAN, R. – BARTTER, B. – The Pricing of Options on Debt Securities. *Journal of Financial and Quantitative Analysis*. [online] 1980, č. 15, s. 11-24. [cit. 2020-01-26]. Dostupné z: https://www.cambridge.org/core/journals/journal-of-financial-and-quantitative-analysis/article/pricing-of-options-on-debt-securities/73B79ABD4DF979BC8AB74623BF18FC9E

ELTON, E. J. - GRUBER, J. M. – AGRAWAL, D. – MANN, CH. Explaining the Rate Spread on Corporate Bonds. *The Journal of Finance.* [online] 2001, č. 1, s. 247-278. [cit. 2020-01-26]. Dostupné z: http://people.stern.nyu.edu/eelton/working_papers/explaining_rate_final_JF.pdf

Zákony

Zákon č. 89/2012 Sb., občanský zákoník. In: *Sbírka zákonů*. 22. 3. 2012. ISSN 1801-8688

Zákon č. 307/2018 Sb., o dluhopisech. In: *Sbírka zákonů*. 4. 12. 2018. ISSN 1211-1244

Zákon č. 256/2004 Sb., o podnikání na kapitálovém trhu. In: *Sbírka zákonů*. 14. 4. 2004 ISSN 1801-8688

BUJŇÁKOVÁ, M. *Důvodová zpráva k návrhu zákona, kterým se mění zákon č. 190/2004 Sb., o dluhopisech, ve znění pozdějších předpisů, a zákon č. 256/2004 Sb., o podnikání na kapitálovém trhu, ve znění pozdějších předpisů.* [online]. [cit. 2019-05-20]. Dostupné z: https://www.mfcr.cz/assets/cs/media/Duvodova-zprava_2011-06-03_Duvodova-zprava-k-navrhu-zakona-o-dluhopisech.pdf

10 Seznam tabulek a obrázků

Tabulka 1: Vývoj budoucí hodnoty investované částky ..... - 15 -
Tabulka 2: Vývoj vnitřní hodnoty bezkuponového dluhopisu ..... - 23 -
Tabulka 3: Krátkodobé ratingové stupně ..... - 30 -
Tabulka 4: Dlouhodobé ratingové stupně ..... - 31 -
Tabulka 5: Migrační matice ratingu korporátních dluhopisů ..... - 32 -
Tabulka 6: Závislost durace na kuponové sazbě, tržní úrokové míře a době do splatnosti ..... - 58 -
Tabulka 7: Teoretické charakteristiky dluhopisů a portfolia ..... - 71 -
Tabulka 8: Charakteristiky dluhopisů A a B ..... - 73 -
Tabulka 9: Dílčí váhy dluhopisového portfolia, dluhopisy A a B ..... - 73 -
Tabulka 10: Rozložení dluhopisového portfolia, dluhopisy A a B ..... - 74 -
Tabulka 11: Charakteristiky dluhopisů A, B, C ..... - 75 -
Tabulka 12: Dílčí váhy dluhopisového portfolia, dluhopisy A, B, C ..... - 75 -
Tabulka 13: Dluhopisové portfolio - investiční horizont, počáteční hodnota portfolia, počet dostupných dluhopisů ..... - 77 -
Tabulka 14: Statická imunizace portfolia ..... - 81 -
Tabulka 15: Dynamická imunizace portfolia ..... - 83 -
Tabulka 16: Imunizovaná portfolia ..... - 86 -
Tabulka 17: Neimunizovaná portfolia ..... - 87 -
Tabulka 18: Dílčí charakteristiky jednotlivých investičních strategií ..... - 88 -

Obrázek 1: Vývoj budoucí hodnoty investované částky ..... - 15 -
Obrázek 2: Hodnota AÚV ..... - 19 -
Obrázek 3: Vývoj vnitřní hodnoty bezkuponového dluhopisu ..... - 23 -
Obrázek 4: Rovnováha peněžního trhu ..... - 37 -
Obrázek 5: Závislost ceny dluhopisu na výnosu ..... - 39 -
Obrázek 6: Lineární interpolace ..... - 43 -
Obrázek 7: Princip binomického modelu ..... - 46 -
Obrázek 8: Binomický strom pro spotovou úrokovou míru ..... - 47 -
Obrázek 9: Binomický strom pro hodnoty kuponového dluhopisu ..... - 48 -

Obrázek 10: Klesající citlivost ceny dluhopisu na změnu úrovně výnosu do splatnosti .....- 57 -
Obrázek 11: Závislost durace dluhopisu na kuponové sazbě a době do splatnosti při tržní úrokové míře 10 % .....- 59 -
Obrázek 12: Odchylky předpokládané cenové změny od její skutečné velikosti při aproximaci cenové změny pouze pomocí durace .....- 60 -
Obrázek 13: Cenová změna dluhopisů se shodnou durací a odlišnou konvexitou .....- 62 -
Obrázek 14: Hodnota portfolia při změnách úrovně výnosu do splatnosti .....- 76 -
Obrázek 15: Dluhopis č. 1 - 912828RC6 .....- 79 -
Obrázek 16: Dluhopis č. 2 - 912828LJ7 .....- 79 -
Obrázek 17: Vývoj ceny dluhopisu č. 1 - 912828RC6 .....- 84 -
Obrázek 18: Vývoj ceny dluhopisu č. 2 - 912828LJ7 .....- 85 -